

MINISTÉRIO DA CIÊNCIA E TECNOLOGIA  
INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS

**INPE-9365-PRP/235**

**11<sup>th</sup> INTERNATIONAL CONGRESS ON PLASMA PHYSICS  
– ICPP 2002 –  
RELATÓRIO CIENTÍFICO SUBMENTIDO À FAPESP**

Gerson Otto Ludwig

11<sup>th</sup> International Congress on Plasma Physics – ICPP 2002 –  
Sydney, Australia, 15 – 19 July.

INPE  
São José dos Campos  
2002

## Relatório Científico

### Dados do projeto

Processo nº 2002/03204-1

Pesquisador Responsável: Gerson Otto Ludwig

Instituição: Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais – INPE / MCT, São José dos Campos

Discriminação: Auxílio Reunião

Projeto: 11th International Congress on Plasma Physics – ICPP2002, Sydney, Austrália

Área: Física

Período: 15 a 19 de julho de 2002

Anexos:

1. Cópia do trabalho intitulado *Calculation of Eddy Currents in the ETE Spherical Torus*, apresentado no congresso e redigido na forma final em que foi aceito para publicação na revista *American Institute of Physics Conference Proceedings*
2. Cópia das páginas utilizadas para compor o painel, sobre o trabalho acima, apresentado pelo pesquisador no congresso

### Comentários sobre o congresso

Pesquisadores de cerca de 35 países participaram, durante uma semana, do 11th International Congress on Plasma Physics – ICPP2002, trocando informações e tomando conhecimento dos avanços recentes na Física dos Plasmas. A conferência teve como tema a unidade da Física dos Plasmas, abrangendo todos os seus aspectos – de plasmas de baixa temperatura a plasmas de fusão, de aplicações industriais a astrofísica – e utilizando experimento, observação e teoria como métodos de abordagem na investigação de fenômenos físicos. As palestras tiveram lugar em sessões plenárias, de caráter geral, e sessões paralelas sobre tópicos especializados, além das sessões de painéis. No final da conferência teve lugar um debate sobre os desafios científicos, tecnológicos e políticos da Física dos Plasmas nos anos vindouros.

Este pesquisador deu preferência às apresentações nas áreas de Plasmas de Fusão, e de Transporte e Complexidade em Plasmas Magnetizados, de interesse ao projeto ETE (Experimento Tokamak Esférico) do Laboratório Associado de Plasma do INPE. Quando possível, dado o caráter simultâneo das apresentações, assistiu a palestras selecionadas na área de Plasmas Espaciais e Astrofísicos, de interesse geral aos projetos do INPE. A seguir, são feitos alguns comentários sobre tópicos apresentados no congresso que particularmente chamaram a atenção do pesquisador.

Nos últimos anos houve um notável avanço na área de plasmas de fusão, notadamente nos resultados experimentais. No tokamak DIII-D foram obtidas barreiras de transporte, isoladas ou múltiplas, de maneira controlada e quiescente, por meio da injeção de pastilhas em plasmas de alto desempenho. Atualmente, estes experimentos permitem um estudo sistemático da física das barreiras internas de transporte. Noutra frente de pesquisa, no tokamak JET, partículas alfa foram aceleradas seletivamente, utilizando ondas na frequência de ciclotron dos íons, até valores de energia (na faixa de MeV) que possibilitam simular os efeitos de produtos da fusão em reatores. Ainda no JET, foi possível demonstrar a eficiência dos desviadores bombeados na remoção de cinzas e excesso de energia dentro dos níveis esperados de operação nos reatores (ao menos, dentro dos níveis de operação no ITER). No tokamak JT-60 foram obtidas configurações estáveis de alto confinamento na situação extrema em que o perfil de corrente, formado pelo aumento da corrente intrínseca, se anula na região central, com gradientes de densidade, temperatura e velocidade toroidal também praticamente nulos no centro. Alguns destes resultados foram reproduzidos em mais de uma máquina. As experiências realizadas em tokamaks esféricos, tais como o NSTX, continuam apresentando resultados promissores, com valor de beta elevado, alto confinamento, e formação não-indutiva de corrente por injeção coaxial de helicidade.

Atualmente, com a ajuda de computadores, é possível finalizar projetos extremamente complexos de eletroímãs para stellarators, que resultam em configurações quase-simétricas do campo magnético tal como é percebido pelas partículas em órbita no interior do plasma. Nas configurações quase-simétricas a amplitude do campo não varia numa das direções – toroidal ou poloidal – ao longo do toróide, reduzindo a perda de partículas e de energia. Novos stellarators estão sendo construídos ou projetados utilizando estes conceitos e incorporando algumas das vantagens das configurações de baixa razão de aspecto, como, por exemplo, o aparecimento de correntes intrínsecas substanciais. Através destes procedimentos de cálculo otimizado o equilíbrio do plasma em stellarators passa a constituir, em conjunto com eletroímãs externos, uma configuração de campo magnético integrável.

No campo teórico (analítico e numérico), uma série de palestras tratou do estudo dos eventos de transporte de larga escala, também conhecidos como avalanches, que são impulsionados em campos magnéticos curvados por valores elevados das forças termodinâmicas, que ocorrem notadamente na borda do plasma de tokamaks em condições de alto confinamento. Estas erupções têm estrutura colunar, perpendicular aos gradientes dos parâmetros de equilíbrio do plasma, estando possivelmente associadas às instabilidades de intumescência (ballooning) ou de Rayleigh-Taylor no estágio não-linear (tais processos também ocorrem na ionosfera, formando bolhas de plasma, e nos alvos para fusão inercial). Por outro lado, as forças termodinâmicas também produzem fluxos de plasma que podem destruir, por cisalhamento, a estrutura colunar das erupções, suprimindo a instabilidade. O balanço entre tais mecanismos tem um caráter intermitente, que depende da topologia magnética e do nível de dissipação no plasma. Conforme predomina um ou outro mecanismo, tem-se uma situação de forte turbulência e transporte radial do plasma, com formação de colunas, ou de turbulência reduzida, com formação de zonas de escoamento paralelo às barreiras de transporte. A estabilização da turbulência devido ao escoamento localizado, na presença de fortes gradientes dos parâmetros de plasma e de atividade magneto-hidrodinâmica regulada na borda, caracteriza o modo de operação mais promissor para tokamaks, permitindo atingir condições de alto confinamento com eliminação eficaz das impurezas.

Na área de plasmas espaciais e astrofísicos, assistiu-se uma série de palestras tratando da física solar, versando sobre mecanismos de aquecimento da corona, reconexão magnética, erupções solares, e ejeção de massa coronal. Um dos mecanismos aventados para explicar o aquecimento da corona está relacionado com a absorção ressonante de ondas superficiais de Alfvén induzidas pelo movimento dos tubos de fluxo magnético na fronteira da fotosfera. Outro trabalho tenta explicar de forma macroscópica a ejeção de massa coronal pela erupção dos tubos de fluxo em resposta à introdução de fluxo poloidal em excesso na base da corona, fornecendo uma associação entre erupções solares e ejeção de massa. Observações recentes da corona solar, aliadas a complexas simulações numéricas, indicam que a estrutura da corona é basicamente filamentar, de grandes dimensões e tri-dimensional, com parte das linhas de campo magnético fechando-se na superfície do Sol e parte estendendo-se ao infinito. Além disso, os pontos de ancoragem dos tubos de fluxo magnético se encontram em constante movimento. Regiões em que a temperatura varia de 6.000 a 5.000.000 K se encontram entrelaçadas, não sendo possível definir camadas na atmosfera solar com valores de densidade e temperatura bem definidos. O fluxo magnético poloidal é injetado na base dos tubos, na escala de tempo de convecção, pelo efeito dínamo espacialmente localizado. Interações entre laços resultam em processos de reconexão magnética e conseqüente mudança da estrutura. Eventualmente, o excesso de energia introduzido em pequenas escalas espaciais provoca erupções e é expelido em grandes escalas, resultando num processo em cascata inverso de liberação da energia magnética.

Ainda na área de plasmas espaciais, outro conjunto de palestras tratou das interações entre o vento solar e a magnetosfera. Uma das apresentações consistiu numa breve revisão das duas principais correntes de explicação das tempestades magnéticas: instabilidades na região próxima da Terra, onde ocorre transição da configuração do campo geomagnético de uma estrutura de dipolo para uma estrutura de cauda magnética, ou, instabilidades na região média da cauda, onde ocorre

reconexão das linhas de campo opostas. Já outro trabalho, envolvendo simulação numérica por partículas, mantém que a estrutura espacial da cauda magnética é essencialmente tri-dimensional, sendo necessário considerar o efeito conjunto de várias instabilidades, tanto alinhadas com as correntes magnetosféricas como oblíquas, para explicar o processo de reconexão.

Os mecanismos de reconexão magnética são também objeto de estudos cuidadosos em plasmas de laboratório, em que experimentos dedicados mostram tanto a aplicabilidade de um modelo generalizado de Sweet-Parker para a taxa de reconexão, bem como o comportamento clássico da resistividade perpendicular, segundo a fórmula de Spitzer, no regime de alta taxa de colisões. Por outro lado, a resistividade é intensificada no regime de baixa taxa de colisões. Estes experimentos permitem identificar novos fenômenos, indicando a importância, por exemplo, da condutividade Hall no processo de reconexão. Outros experimentos têm sido dedicados à determinação cuidadosa dos coeficientes de transporte por colisões na direção perpendicular ao campo magnético, tais como difusão de partículas teste e condução térmica, notadamente no regime em que o comprimento de Debye é maior que o raio de Larmor, condição em que a teoria clássica não se aplica. Este regime ocorre em plasmas na borda de tokamaks, próximo de estrelas neutras, e nos plasmas não-neutros. As medidas já realizadas mostram, em alguns casos, intensificação considerável dos coeficientes de transporte. Ainda noutros experimentos, são realizados estudos sofisticados de excitação e propagação das ondas de Alfvén pela injeção de plasmas densos num plasma magnetizado de fundo, tanto na direção paralela como perpendicular ao campo magnético. Estes experimentos simulam, por exemplo, processos associados à ejeção de massa coronal.

Alguns dos trabalhos experimentais mais interessantes, do ponto de vista de física básica, envolvem o estudo de fenômenos de forte acoplamento em plasmas coloidais, também chamados plasmas complexos, formados por íons, elétrons e macro-partículas carregadas. Como as macro-partículas são facilmente visualizadas e as oscilações de plasma têm baixa frequência, tais plasmas se prestam a estudos no nível cinético. Além disso, os plasmas complexos se prestam ao estudo experimental de fenômenos de forte acoplamento, quando a distância média entre partículas (raio de Wigner-Seitz) é maior que o comprimento de Debye. Vários fenômenos têm sido estudados no nível cinético, envolvendo cristalização do plasma, transições de fase, ondas de compressão e de cisalhamento, ondas de choque, sólitons, superfícies e interfaces de plasmas fortemente acoplados, escoamentos em sentidos opostos de plasmas fortemente acoplados, etc. Nos experimentos realizados com tais plasmas na Terra, a força da gravidade concentra as macro-partículas na região próxima ao eletrodo inferior da descarga, onde a levitação é possível devido ao forte campo elétrico, limitando o número de planos da estrutura cristalina. Por isso, vários experimentos com plasmas coloidais têm sido realizados em condições de micro-gravidade, a bordo de estações espaciais. Um fenômeno inesperado foi observado nestas condições, com formação de um buraco elipsoidal no meio da descarga.

Os comentários acima correspondem à visão do pesquisador sobre algumas das apresentações que tiveram lugar no congresso. Infelizmente, não foi possível acompanhar, por exemplo, a grande quantidade de trabalhos na área de Aplicações de Plasma. É preciso lembrar que o congresso reuniu assuntos variando desde o prosaico processo de propagação de relâmpagos de bola no interior de aviões até a formação do campo magnético cósmico.

# 558: Calculation of Eddy Currents in the ETE Spherical Torus

G.O. Ludwig

*Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, 12227-010 S. J. Campos, SP, Brazil*

**Abstract.** The currents induced during startup in the vacuum vessel of the ETE spherical torus (Experimento Tokamak Esférico) are evaluated using a circuit model based on the Green's function method. The distribution of eddy currents is calculated using a thin shell approximation for the vessel and local curvilinear coordinates. The predicted results agree quite well with values of the eddy currents measured in ETE.

## INTRODUCTION

This paper presents a magnetostatic model developed to evaluate the currents induced during startup in the continuous vacuum vessel of the ETE spherical torus. The distribution of eddy currents is modeled using a thin shell approximation for the vessel. The equation governing the induction of surface current on the thin shell is derived using the Green's function method. Symmetry considerations, and adoption of both a local curvilinear coordinates system and a spectral representation for the contour of the vacuum vessel reduce this three-dimensional problem in space to one dimension. The resulting one-dimensional integral equation for the surface current can be solved expanding the current in a Fourier series in the poloidal angle. Finally, by the introduction of Laplace transformation in time, the problem for the set of Fourier components of the surface current is reduced to a circuit model that can be solved by matrix procedures. The results are compared with preliminary measurements of the eddy currents in ETE.

## FORMULATION OF THE MAGNETOSTATIC PROBLEM

The surface current density in a thin shell of thickness  $\delta$  is given in terms of the current density by  $\vec{K} = \delta \vec{j}$  [1], where the current density is related to the electric field by Ohm's law,  $\vec{j} = \sigma \vec{E}$ . Application of Faraday's law for a constant conductivity  $\sigma$  leads to

$$\nabla \times \vec{K} = \sigma \delta \nabla \times \vec{E} = -\sigma \delta \left( \partial \vec{B} / \partial t \right),$$

where  $\vec{B}$  corresponds to the total induction. The condition of current continuity gives  $\nabla \cdot \vec{K} = \sigma \delta \nabla \cdot \vec{E} = 0$ .

For an axisymmetric configuration the problem is independent of the toroidal angle  $\zeta$ . Furthermore, the variation of the toroidal flux in time,  $\partial \Phi_T / \partial t$ , is neglected during startup, and so no poloidal currents are induced on the vacuum vessel. In this case, axisymmetry and the solenoidal property of the magnetic field,  $\nabla \cdot \vec{B} = 0$ , imply a single toroidal component of the vector potential. In vector form the potential is given in terms of the poloidal flux  $\Phi_P$  by  $\vec{A} = (2\pi)^{-1} \Phi_P \nabla \zeta$ . In the same way, the surface current vector is expressed in terms of the single toroidal component  $K_T$  by  $\vec{K} = h_\zeta K_T \nabla \zeta$ , where the scale factor  $h_\zeta = |\partial \vec{r} / \partial \zeta|$  corresponds to the radial distance to the symmetry axis in cylindrical coordinates. Now, the magnetic induction is calculated in terms of the poloidal flux by

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} = -(2\pi)^{-1} \nabla \zeta \times \nabla \Phi_P.$$

This equation, combined with the previous one and the assumption of an uniform distribution over the small thickness  $\delta$ , leads to a relation between the toroidal surface current density and the local value of the poloidal flux:

$$K_T = -\sigma \delta (2\pi h_\zeta)^{-1} (\partial \Phi_P / \partial t).$$

In general, the vector potential at any point  $\vec{r}$  not lying on the surface  $S'$  is given by the extension of the Biot-Savart law

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \iint_{S'} \frac{\vec{K}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d^2 r' + \vec{A}_{ext}(\vec{r}),$$

where  $\vec{A}_{ext}$  stands for the external sources. The differential element of area in the coordinate surface  $\rho$  that coincides with the surface layer of current is  $d^2r(\rho) = h_\zeta dl(\theta) d\zeta$ . Using the properties  $|\nabla\zeta|^2 = h_\zeta^{-2}$  and  $\nabla\zeta \cdot \nabla\zeta' = \cos(\zeta - \zeta') / (h_\zeta h_{\zeta'})$  the equivalent integral relation for the flux function is

$$\Phi_P(\vec{r}) = \mu_0 \oint_{\zeta'} K_T(\vec{r}') \left\langle \frac{\pi h_\zeta h_{\zeta'} \cos(\zeta - \zeta')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right\rangle dl(\theta') + \Phi_{ext}(\vec{r}),$$

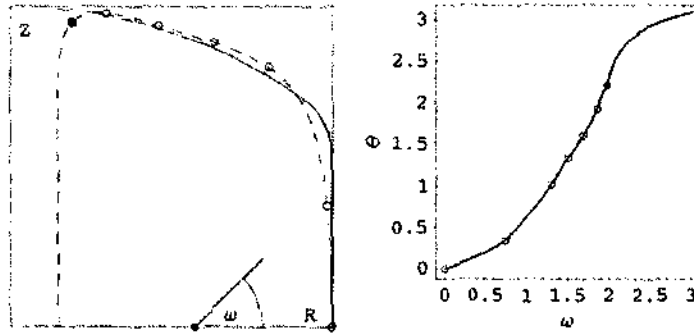
where  $\langle \dots \rangle_{\zeta'} = (2\pi)^{-1} \int (\dots) d\zeta$ . This defines the Green's function for the axisymmetric Ampère's law,  $G(\vec{r}, \vec{r}') = \langle \pi h_\zeta h_{\zeta'} \cos(\zeta - \zeta') / |\vec{r} - \vec{r}'| \rangle_{\zeta'}$ . The Green's function integral for  $\Phi_P$  automatically satisfies the boundary condition  $\hat{n} \cdot \nabla\Phi_P = -2\pi\mu_0 h_\zeta K_T$ , which corresponds to the discontinuity of the magnetic induction across the surface layer of current,  $\hat{n} \times [\vec{B}]_S = \mu_0 \vec{K}$  ( $\hat{n}$  is the unit normal). Finally, taking the derivative with respect to time and using the relation between  $K_T$  and  $\partial\Phi_P/\partial t$  provided by Faraday's law, the excitation of Foucault currents in a thin axisymmetric shell is governed by the equation

$$\frac{2\pi h_\zeta}{\sigma b} K_T(\vec{r}) = -\mu_0 \oint \frac{\partial K_T(\vec{r}')}{\partial t} G(\vec{r}, \vec{r}') dl(\theta') - \frac{\partial \Phi_{ext}(\vec{r})}{\partial t}. \quad (1)$$

This equation has local terms depending on the shell resistivity and non-local terms depending on mutual inductance effects between diverse regions of the current distribution. The total toroidal current induced in the shell is  $I_T = \int_0^{2\pi} K_T(\theta) h_\theta d\theta$ , where the scale factor  $h_\theta = |\partial\vec{r}/\partial\theta|$ .

## SPECTRAL REPRESENTATION OF THE ETE VACUUM VESSEL

In order to apply effectively the one-dimensional integral equation for the eddy currents obtained in the previous section, it is necessary to use a coordinate system coinciding with the contour of the axisymmetric shell. The centerline of the ETE vacuum vessel has an exact sectionally (piecewise) continuous representation shown on the left side of Figure 1 as a continuous line.



**FIGURE 1.** The centerline of the ETE vacuum vessel (continuous line) and its spectral fit (dashed line) are shown on the left side. The white circles correspond to the center of flanges used to measure the eddy current distribution, and the black circle on the spectral fit corresponds to the inner edge of the vessel centerline. The adjusted  $\theta - \omega$  mapping is shown on the right side.

In accordance with Figure 1 the sectional continuous representation specifies the cylindrical coordinates  $R(\omega)$ ,  $Z(\omega)$  as functions of the poloidal angle  $\omega$  in a pseudo-toroidal coordinate system centered in the cross-section of the vacuum vessel. Now, the centerline of the vacuum vessel can be represented approximately by a truncated spectral expansion in Chebyshev polynomials:

$$\begin{cases} R(\theta) = C_0 + C_1 \cos\theta - a \sum_{n=1}^N C_n [1 - T_n(\cos\theta)] \\ Z(\theta) = E_V \sin\theta \left[ C_1 - a \sum_{n=1}^N C_n U_{n-1}(\cos\theta) \right] \end{cases}$$

The coefficients  $C_0$  and  $C_1$  are determined by the constraints  $R(0) = R_0 + a$ ,  $R(\pi) = R_0 - a$ , where  $R_0$  and

$a$  are the major and minor radii of the toroidal vessel, respectively. The elongation  $E_V$  and the remaining spectral coefficients  $C_2, C_3, \dots, C_N$  can be determined by a least-squares fitting procedure. In the case of the ETE vacuum vessel a reasonable spectral representation can be obtained including only elongation, triangularity and quadrangularity (squareness) corrections. The least-squares calculation gives  $E_V = 2.164$ ,  $C_0 = 0.320$ ,  $C_1 = 0.287$ ,  $C_2 = 0.0981$  and  $C_3 = -0.110$ , and the resulting spectral fit is shown on the left side of Figure 1 as a dashed line. The least-squares fitting procedure includes also a determination of the best mapping between the pseudo-toroidal angle coordinate  $\omega$  and the poloidal angle  $\theta$  in the local curvilinear coordinate system. The adjusted  $\theta - \omega$  mapping is shown on the right side of Figure 1.

## FOURIER COMPONENTS OF THE SURFACE CURRENT

The integral equation (1) for the Foucault currents in a thin shell that was derived in the second section of this paper can be solved by expansion of  $K_T(\theta, t)$  in a Fourier series

$$K_T(\theta, t) = \frac{1}{2\pi h_\theta(\theta)} \left( I_T(t) + \sum_{n=1}^{\infty} I_n(t) \cos n\theta \right). \quad (2)$$

The total toroidal current flowing in the axisymmetric shell is  $I_T(t)$  according to the definition in the second section. Substitution of the Fourier series (2) in the integral equation (1) gives

$$\frac{h_\zeta(\theta)}{\sigma \delta h_\theta(\theta)} \left( I_T(t) + \sum_{n=1}^{\infty} I_n(t) \cos n\theta \right) = -\mu_0 \left( \frac{\partial I_T}{\partial t} \langle G(\theta, \theta') \rangle_{\theta'} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\partial I_n}{\partial t} \langle G(\theta, \theta') \cos n\theta' \rangle_{\theta'} \right) - \frac{\partial \Phi_{ext}}{\partial t},$$

where  $\langle \dots \rangle_\theta = (2\pi)^{-1} \int (\dots) d\theta$ . Limiting the Fourier coefficients to order  $\ell$ , the  $\cos m\theta$  harmonics of this equation result in a set of  $\ell + 1$  linear equations for  $I_T(t)$  and  $I_n(t)$  that can be written in the form

$$R_{0m} I_T(t) + L_{0m} \frac{\partial I_T}{\partial t} + \sum_{n=1}^{\ell} \left( R_{nm} I_n(t) + L_{nm} \frac{\partial I_n}{\partial t} \right) = -\frac{\partial}{\partial t} \langle \Phi_{ext}(\theta, t) \cos m\theta \rangle_\theta,$$

where  $R_{nm}$  and  $L_{nm}$  are resistance and mutual inductance coefficients defined by:

$$\begin{cases} R_{nm} = \frac{1}{\sigma \delta} \left\langle \frac{h_\zeta(\theta)}{h_\theta(\theta)} \cos n\theta \cos m\theta \right\rangle_\theta \\ L_{nm} = \mu_0 \left\langle \langle G(\theta, \theta') \cos n\theta' \rangle_{\theta'} \cos m\theta \right\rangle_\theta \end{cases}$$

These definitions and the symmetry of the Green's function show that  $R_{nm}$  and  $L_{nm}$  are symmetric matrices.

In general, the external flux is the sum of the magnetizing flux  $\Phi_M(t)$  produced by an ideal transformer and the fluxes  $\Phi_k(\vec{r}, t)$  produced by sets of poloidal field coils:

$$\Phi_{ext}(\vec{r}, t) = \Phi_M(t) + \sum_k \Phi_k(\vec{r}, t) = \Phi_M(t) + \mu_0 \sum_k I_k(t) [G_k(\vec{r}, R_k, Z_k) + G_k(\vec{r}, R_k, -Z_k)],$$

where it was assumed that the external coils are formed by pairs of coils placed symmetrically with respect to the equatorial plane, and connected in series. Defining the mutual inductance coefficients,  $L_{km} = \mu_0 \langle [G_k(\theta) + G_k(-\theta)] \cos m\theta \rangle_\theta$ , the equations for the Fourier coefficients of the surface current density may be written ( $\delta_{nm}$  is the Kronecker delta)

$$R_{0m} I_T(t) + L_{0m} \frac{\partial I_T}{\partial t} + \sum_{n=1}^{\ell} \left( R_{nm} I_n(t) + L_{nm} \frac{\partial I_n}{\partial t} \right) = -\frac{\partial \Phi_M}{\partial t} \delta_{0m} - \sum_k L_{km} \frac{\partial I_k}{\partial t}. \quad (3)$$

In this way the problem of Foucault currents induced in a thin axisymmetric shell is reduced to the solution of a set of circuit-like coupled linear equations for the Fourier components of the surface current density. The calculation of the mutual coefficients  $L_{nm}$  requires some attention due to self-field effects related to the singular character of the Green's function [2].

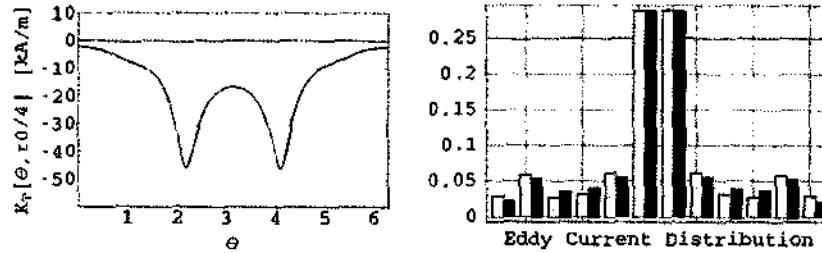
## SOLUTION OF THE CIRCUIT MODEL AND RESULTS

It is now an easy matter to solve the set of circuit equations (3) for the Fourier components of the Foucault current.

Introducing Laplace transformation in time and denoting the complex frequency by  $s$ , the equations for  $I_T(s)$  and  $I_n(s)$  ( $n = 1, 2, \dots, \ell$ ) can be written in matrix form,  $[[R + sL]] [I(s)] = -s[\Phi(s)]$ , where  $[[R + sL]]$  is a symmetric matrix. The initial values of the magnetizing sources are taken equal to zero at startup. The solution of the circuit model is obtained simply by multiplying the vector of electromotive forces  $-s[\Phi(s)]$  by the inverse matrix  $[[R + sL]]^{-1}$  and then calculating the inverse Laplace transform. One advantage of the method is that the inverse matrix depends only on the geometry of the problem, which is independent of the detailed excitation.

The resistance and inductance components scale as  $A/(E_V \sigma \bar{\delta})$  and  $\mu_0 R_0 [\ln(8A) - 2]$ , respectively, where  $E_V = 2.164$  is the elongation,  $A = 1.346$  is the aspect ratio and  $R_0 = 0.348$  m is the major radius of the vacuum vessel. The conductivity of Inconel at room temperature is  $\sigma \cong 7.8 \times 10^5$  ( $\Omega \cdot \text{m}$ )<sup>-1</sup>. Now, the thickness of the vacuum vessel is  $\Delta_V = 6.35$  mm for both the torispherical head and the external cylindrical wall, and  $\delta_V = 1.00$  mm for the internal cylindrical wall. In the calculation of  $R_{nm}$  the  $\theta$  integration is split in two sections to account for the change in the wall thickness, and an average thickness  $\bar{\delta} \cong 4.59$  mm is defined taking into account the length of the two segments. The average surface current scales as  $\bar{K}_T \sim AI_T/(2\pi R_0)$ .

Calculations of the eddy current behavior in space and time were performed and compared with measurements taken in the ETE vacuum vessel. Satisfactory results were obtained including only three harmonics,  $\ell = 3$ , in the calculations. Figure 2 shows the distribution of the surface current at the instant  $\tau_0/4$  that corresponds approximately to the maximum negative value of the induced current ( $\tau_0 = \mu_0 \sigma \bar{\delta} R_0 / A \cong 1.16$  ms sets the time scale). From the plot in Figure 2 and the mapping  $\theta - \omega$  shown in Figure 1 one verifies that the eddy current distribution has a peak at  $\omega \sim 113^\circ$ ,  $\theta \sim 127^\circ$ , near the inside corner of the vacuum vessel contour and in accordance with rough measurements of the distribution excited by the ohmic heating system in ETE. The bar chart in Figure 2 compares the relative currents measured over several sectors of the vacuum chamber (light gray bars) with the calculated values (dark bars).



**FIGURE 2.** The calculated eddy current distribution in the vacuum vessel is shown on the left at the instant of maximum current induced during tests. The measured and calculated distributions are compared on the right.

Based on these results the operation of a pair of compensation coils is being optimized to apply a vertical field bias during plasma breakdown in ETE. In addition, the eddy current distribution is being used to model the vacuum vessel effects in plasma discharge simulations during the early phase. In these zero-dimensional simulations the external inductance of the low aspect ratio ETE plasma and the mutual inductance coefficients between the plasma, the vacuum vessel and the external poloidal field coils are calculated in accordance with a previous work [3].

## ACKNOWLEDGMENTS

This work was partially supported by The State of São Paulo Research Foundation (FAPESP) and by the International Atomic Energy Agency (IAEA).

## REFERENCES

1. J.A. Stratton, *Electromagnetic Theory*, McGraw-Hill, New York, 1941.
2. S.P. Hirshman and G.H. Neilson, *Phys. Fluids*, **29**, 790 (1986).
3. G.O. Ludwig and M.C.R. Andrade, *Phys. Plasmas*, **5**, 2274 (1998).



# CALCULATION OF EDDY CURRENTS IN THE ETE SPHERICAL TORUS

Gerson Otto Ludwig

11<sup>th</sup> International Congress on Plasma Physics  
Sydney, Australia, 15-19 July, 2002

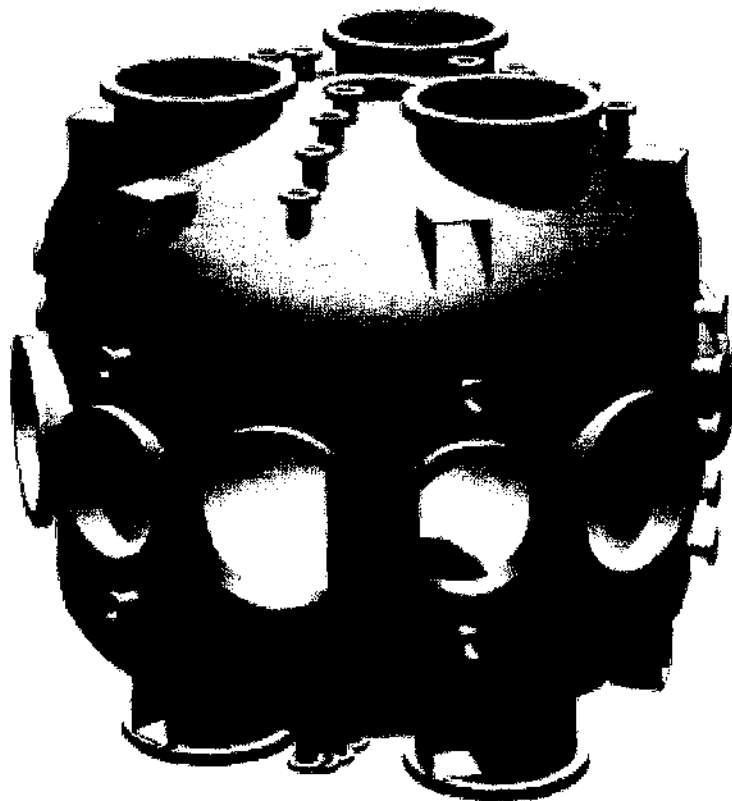


Laboratório Associado de Plasma  
Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais  
12227-010 São José dos Campos, SP, Brazil  
ludwig@plasma.inpe.br

Work partially supported by FAPESP and IAEA

## Abstract

- The currents induced during startup in the vacuum vessel of the ETE spherical torus (experimento Tokamak Esférico) are evaluated using a circuit model based on the Green's function method
- The distribution of eddy currents is calculated using a thin shell approximation for the vessel and local curvilinear coordinates
- The predicted results agree quite well with values of the eddy currents measured in ETE



ETE vacuum vessel.

# Formulation of the problem

- Surface current in a thin shell  $\delta$  [1]

$$\vec{K} = \delta \vec{j}$$

- Ohm's law

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}$$

- Faraday's law and current continuity

$$\begin{aligned}\nabla \times \vec{K} &= \sigma \delta \nabla \times \vec{E} = -\sigma \delta \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \vec{K} &= \sigma \delta \nabla \cdot \vec{E} = 0\end{aligned}$$

- Axisymmetry ( $\zeta$  is the toroidal angle and  $h_\zeta = |\partial \vec{r} / \partial \zeta|$ )

$$\begin{aligned}\vec{A} &= (2\pi)^{-1} \Phi_P \nabla \zeta \\ \vec{K} &= h_\zeta K_T \nabla \zeta\end{aligned}$$

- Magnetic flux density in terms of the poloidal flux  $\Phi_P$

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} = -(2\pi)^{-1} \nabla \zeta \times \nabla \Phi_P$$

- Boundary condition across surface layer of current

$$\hat{n} \times [\vec{B}]_S = \mu_0 \vec{K}$$

- Faraday's law assuming uniform distribution over  $\delta$

$$K_T = -\frac{\sigma \delta}{2\pi h_\zeta} \frac{\partial \Phi_P}{\partial t} \quad (1)$$

# Integral equation for eddy currents

- Extension of the Biot-Savart law

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \iint_{S'} \frac{\vec{K}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d^2r' + \vec{A}_{ext}(\vec{r})$$

- Equivalent integral for the poloidal flux function

$$\Phi_P(\vec{r}) = \mu_0 \oint K_T(\vec{r}') G(\vec{r}, \vec{r}') d\ell(\theta') + \Phi_{ext}(\vec{r}) \quad (2)$$

- Green's function for the axisymmetric Ampère's law

$$G(\vec{r}, \vec{r}') = \left\langle \frac{\pi h_\zeta h_{\zeta'} \cos(\zeta - \zeta')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right\rangle_{\zeta'}$$

- Equation for Foucault currents in a thin axisymmetric shell (time derivative of (1) replaced in (2))

$$\frac{2\pi h_\zeta}{\sigma \delta} K_T(\vec{r}) = -\mu_0 \oint \frac{\partial K_T(\vec{r}')}{\partial t} G(\vec{r}, \vec{r}') d\ell(\theta') - \frac{\partial \Phi_{ext}(\vec{r})}{\partial t} \quad (3)$$

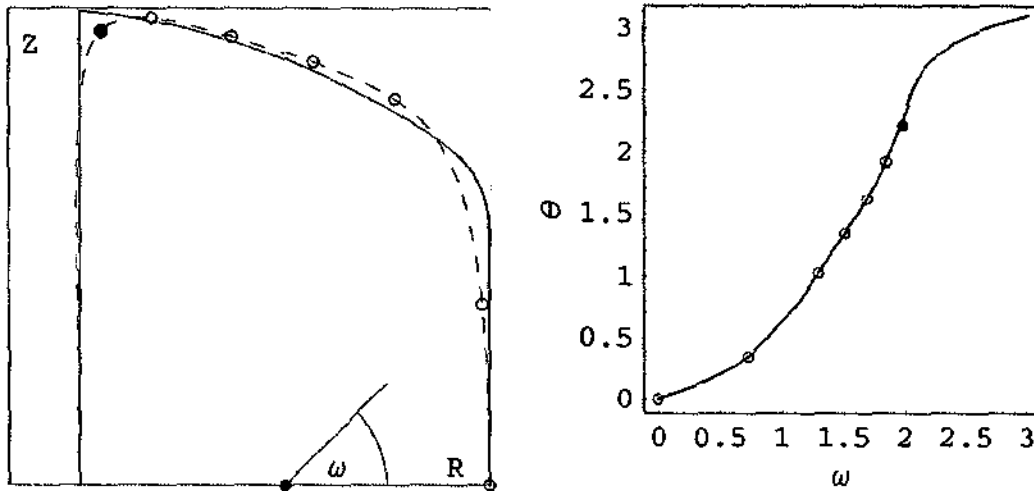
- Total toroidal current induced ( $h_\theta = |\partial \vec{r} / \partial \theta|$ )

$$I_T = \int_0^{2\pi} K_T(\theta) h_\theta d\theta$$

# Spectral representation of the vessel

- Sectional continuous representation in cylindrical coordinates:  $R(\omega)$ ,  $Z(\omega)$
- Coordinate system coinciding with the contour of the axisymmetric shell:  $(\rho, \theta, \zeta)$
- Spectral representation in Chebyshev polynomials:

$$\begin{cases} R(\theta) = C_0 + C_1 \cos \theta - a \sum_{n=1}^N C_n [1 - T_n(\cos \theta)] \\ Z(\theta) = E_V \sin \theta \left[ C_1 - a \sum_{n=1}^N C_n U_{n-1}(\cos \theta) \right] \end{cases}$$



**Left:** Centerline of the ETE vacuum vessel (continuous) and spectral fit (dashed). **Right:** Adjusted  $\theta - \omega$  mapping (least-squares fitting procedure). White circles correspond to center of flanges used to measure eddy current distribution. Black circle corresponds to inner edge of vessel centerline.

## Fourier components of the current

- Expansion of the surface current in Fourier series

$$K_T(\theta, t) = \frac{1}{2\pi h_\theta(\theta)} \left( I_T(t) + \sum_{n=1}^{\infty} I_n(t) \cos n\theta \right) \quad (4)$$

- Substitute (4) in (3) and calculate  $\cos m\theta$  harmonics

$$\begin{aligned} R_{0m} I_T(t) + L_{0m} \frac{\partial I_T}{\partial t} + \sum_{n=1}^{\ell} \left( R_{nm} I_n(t) + L_{nm} \frac{\partial I_n}{\partial t} \right) \\ = -\frac{\partial}{\partial t} \langle \Phi_{ext}(\theta, t) \cos m\theta \rangle_\theta \end{aligned}$$

- Resistance and mutual inductance coefficients (symmetric)

$$\begin{cases} R_{nm} = \frac{1}{\sigma\delta} \left\langle \frac{h_\zeta(\theta)}{h_\theta(\theta)} \cos n\theta \cos m\theta \right\rangle_\theta \\ L_{nm} = \mu_0 \left\langle \left\langle G(\theta, \theta') \cos n\theta' \right\rangle_{\theta'} \cos m\theta \right\rangle_\theta \\ \langle \dots \rangle_\theta = \frac{1}{2\pi} \int (\dots) d\theta \end{cases}$$

- The  $\theta$  integration in  $R_{nm}$  is split in two sections to take into account the change in wall thickness
- Calculation of  $L_{nm}$  involves self-field effects related to the singular character of the Green's function [2]

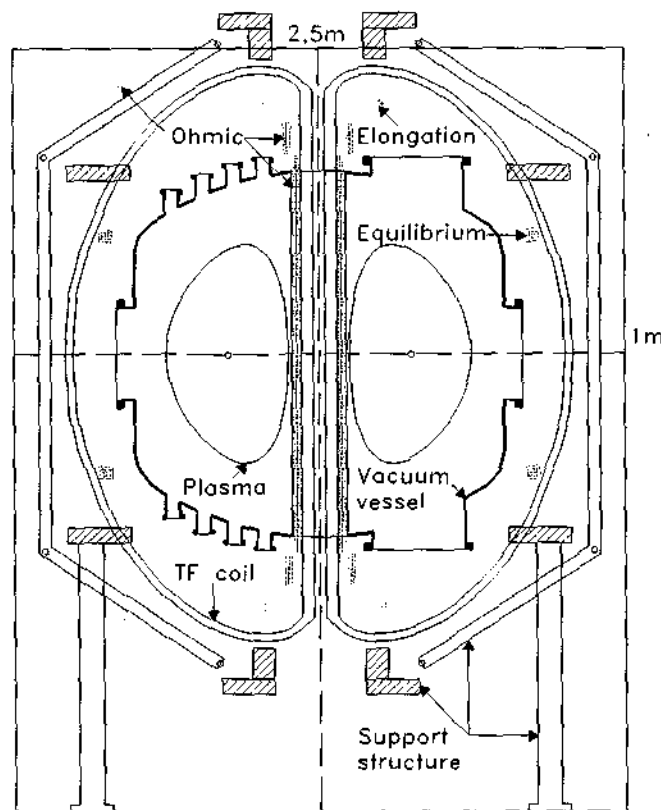
# External coils

- External flux produced by ideal transformer  $\Phi_M$  and pairs of coils  $\Phi_k$  connected in series

$$\begin{aligned}\Phi_{ext}(\vec{r}, t) &= \Phi_M(t) + \sum_k \Phi_k(\vec{r}, t) \\ &= \Phi_M(t) + \mu_0 \sum_k I_k(t) [G_k(\vec{r}, R_k, Z_k) + G_k(\vec{r}, R_k, -Z_k)]\end{aligned}$$

- Mutual inductance coefficients

$$L_{km} = \mu_0 \langle [G_k(\theta) + G_k(-\theta)] \cos m\theta \rangle_\theta$$



Poloidal cross section of ETE.

## Solution of the circuit model

- Set of circuit-like coupled linear equations for the Fourier components of the surface current density

$$R_{0m}I_T(t) + L_{0m}\frac{\partial I_T}{\partial t} + \sum_{n=1}^{\ell} \left( R_{nm}I_n(t) + L_{nm}\frac{\partial I_n}{\partial t} \right) \\ = -\frac{\partial \Phi_M}{\partial t} \delta_{0m} - \sum_k L_{km} \frac{\partial I_k}{\partial t}$$

- Introduce Laplace transformation in time and write equations in matrix form

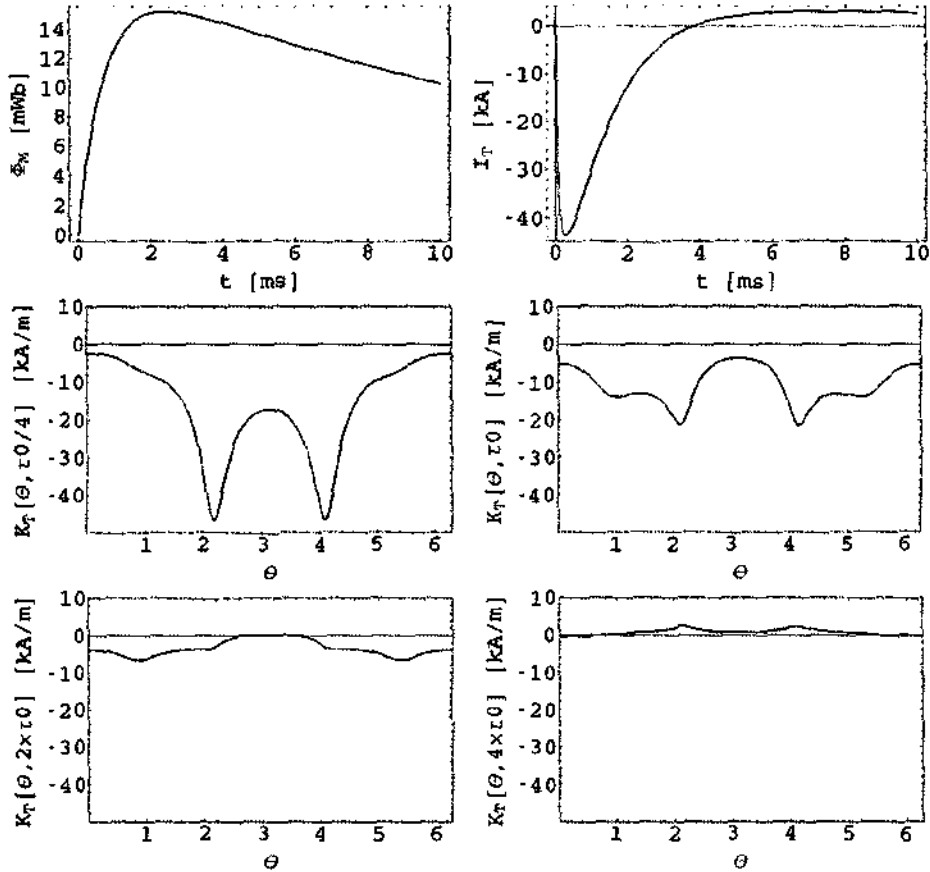
$$\underbrace{\begin{bmatrix} R_{00} + sL_{00} & R_{10} + sL_{10} & \dots & R_{\ell 0} + sL_{\ell 0} \\ R_{01} + sL_{01} & R_{11} + sL_{11} & \dots & R_{\ell 1} + sL_{\ell 1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ R_{0\ell} + sL_{0\ell} & R_{1\ell} + sL_{1\ell} & \dots & R_{\ell\ell} + sL_{\ell\ell} \end{bmatrix}}_{R+sL} \underbrace{\begin{bmatrix} I_T(s) \\ I_1(s) \\ \vdots \\ I_\ell(s) \end{bmatrix}}_{I(s)} \\ = -s \underbrace{\begin{bmatrix} \Phi_M(s) + \sum_k L_{k0}I_k(s) \\ \sum_k L_{k1}I_k(s) \\ \vdots \\ \sum_k L_{k\ell}I_k(s) \end{bmatrix}}_{\Phi(s)}$$

- Solution given by the inverse Laplace transform of

$$[I(s)] = -s [[R + sL]]^{-1} [\Phi(s)]$$



# Results

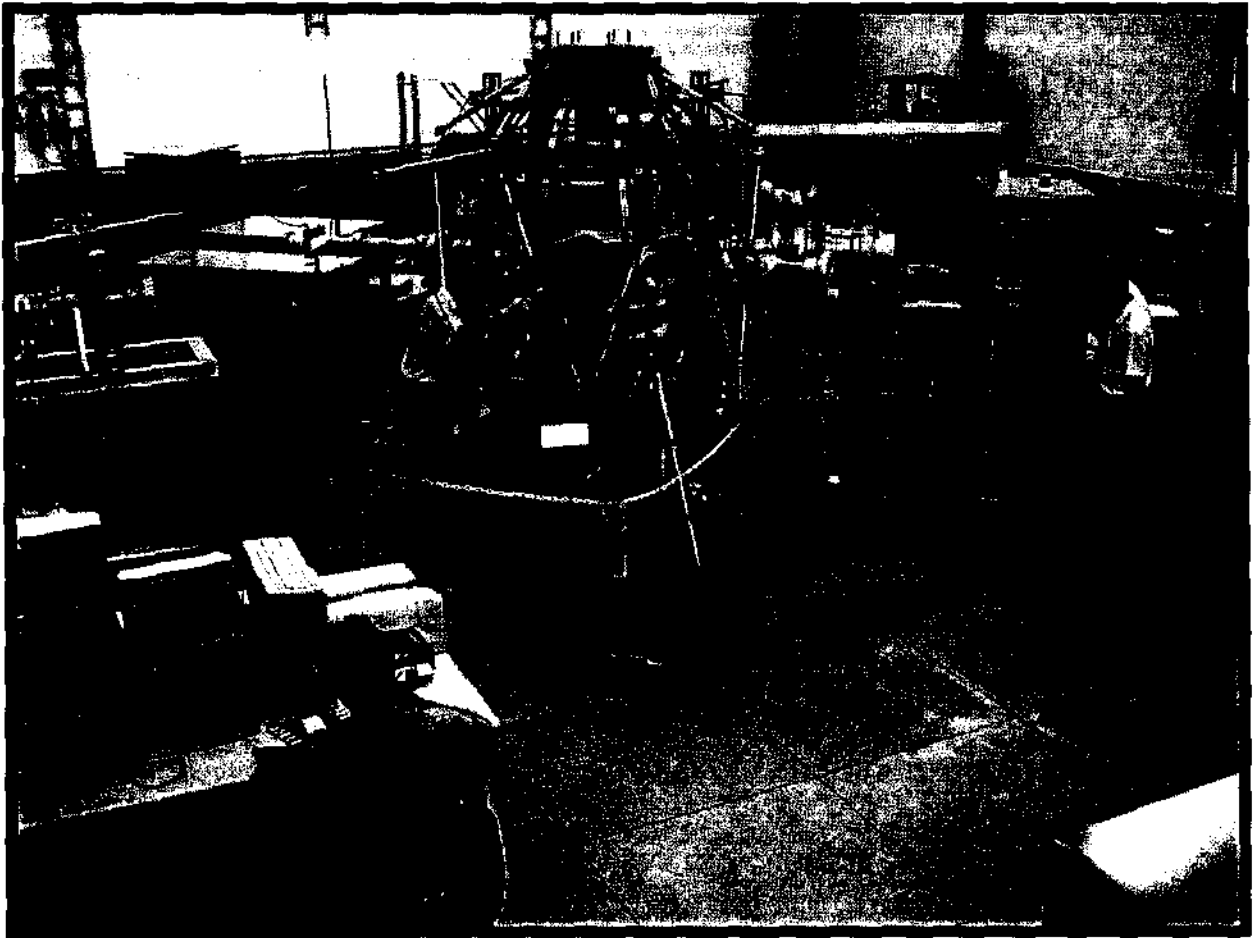


**Theoretical results:** Magnetizing flux applied by the ohmic heating system, total eddy current in the vacuum vessel, and eddy current distribution at four instants of time.

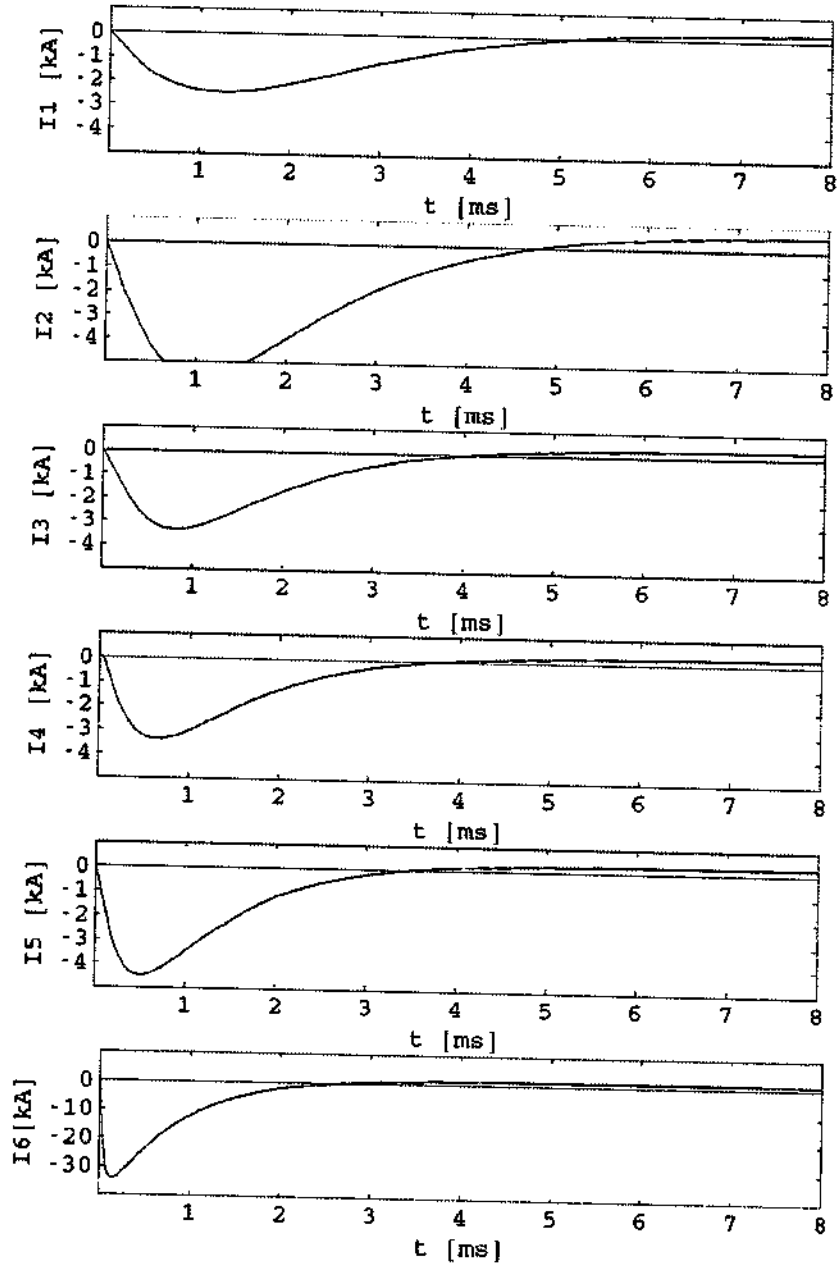
- Time scale:  $\tau_0 = \mu_0 \sigma \bar{\delta} a \cong 1.16 \text{ ms}$  ( $a = 0.258 \text{ m}$ ,  $\sigma = 7.8 \times 10^5 (\Omega \cdot \text{m})^{-1}$  for Inconel,  $\bar{\delta} \cong 4.59 \text{ mm}$ )

## References

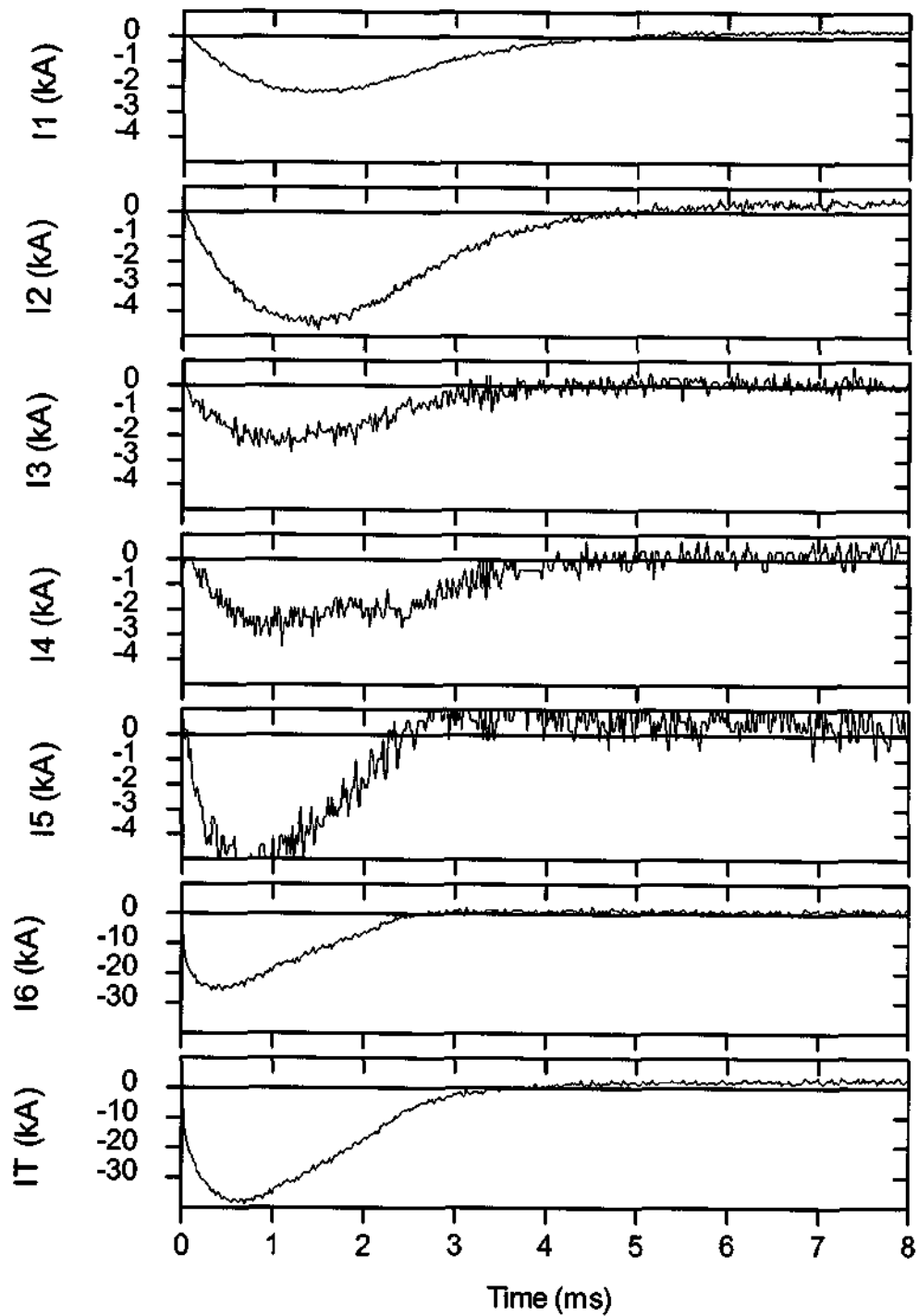
- [1] J.A. Stratton, **Electromagnetic Theory**, McGraw-Hill, New York, 1941.
- [2] G.O. Ludwig and M.C.R. Andrade, **Phys. Plasmas**, **5**, 2274 (1998).



The ETE spherical torus.



**Theoretical results:** Time evolution of eddy currents over segments of the vacuum vessel.



**Experimental results:** Measurements of eddy current taken over segments of the vessel and total current induced.



Título

11th International Congress on Plasma Physics - ICPP 2002 / Relatório Científico submetido à FAPESP

Autor

Gerson Otto Ludwig

Tradutor

Editor

Origem	Projeto	Série	No. de Páginas	No. de Fotos	No. de Mapas
LAP/CTE	FUSÃO		19		- 1005

Tipo

RPQ  PRE  NTC  PRP  MAN  PUD  TAE

Divulgação

Externa  Interna  Reservada  Lista de Distribuição Anexa

Periódico / Evento

11th International Congress on Plasma Physics - ICPP2002, 15-19 July 2002, Sydney, Australia

Convênio

Auxílio Reunião FAPESP no. 2002/03204

Autorização Preliminar

28/07/02

Data

EDSON DEL BOSCO

Titular da Unidade

Revisão Técnica

Laboratório Associado de Plasma

Solicitada  Dispensada

Recebida \_\_\_/\_\_\_/\_\_\_ Devolvida \_\_\_/\_\_\_/\_\_\_

Assinatura do Revisor

Revisão de Linguagem

Haroldo Franco de Campos Velloso

Solicitada  Dispensada

Recebida \_\_\_/\_\_\_/\_\_\_ Devolvida \_\_\_/\_\_\_/\_\_\_

Assinatura do Revisor

Autorização Final

28/07/02

Data

EDSON DEL BOSCO

Titular da Unidade

Palavras Chave

Laboratório Associado de Plasma

Física dos Plasmas / Congresso Internacional



Secretaria	
<u>14/10/02</u> Data	Recebida <u>  /  /  </u> Devolvida <u>  /  /  </u>
<u>[Assinatura]</u> Encaminhado Por	Devolvido Por _____

Controle e Divulgação	
<u>  /  /  </u> Data	Recebido Por: <u>[Assinatura]</u>
Devolvido Para: _____	
Pronto Para Publicação em: <u>21/11/02</u>	<u>  /  /  </u> Data
No. _____ Quant. _____	<u>[Assinatura]</u> Assinatura
INPE-9365-PRP/235	

Observações
Arquivo eletrônico: RelatorioCientificoFAPESP.pdf