

---

# Uma heurística de localização-alocação (HLA) para problemas de localização de facilidades

REINALDO GEN ICHIRO ARAKAKI

LUIZ ANTONIO NOGUEIRA LORENA

INPE

---

## Resumo

Neste trabalho, foi desenvolvida uma nova heurística de localização-alocação (HLA) para problemas de localização de facilidades (*facility*). Em tais problemas a questão central é localizar um objeto ou mais objetos, que são chamados de facilidades, e minimizar o custo de localizar estas facilidades. A HLA foi aplicada a dois problemas: o Problema de Localização de Máxima Cobertura (PLMC) e o Problema das P-Medianas Capacitado (PPMC) com o intuito de uma possível integração a Sistemas de Informações Geográficas (SIG). A HLA baseia-se na formação de agrupamentos (*clusters*) e na possibilidade de melhorá-los (em relação a algum objetivo). Uma bateria de problemas testes foi escolhida para validar a HLA. Bons resultados foram encontrados para o PLMC para instâncias (*instance*) pequenas e grandes, e para o PPMC em instâncias pequenas. Conclui-se que a HLA, sendo uma heurística de simples implementação, é rápida e bastante eficiente, portanto, indicada para ser integrada aos SIG.

## Palavras-chave

Problema de localização de máxima cobertura, busca local, problema das p-medianas capacitado, heurística de localização-alocação.

## *A location-allocation heuristic (LAH) for facility location problems*

## Abstract

*This paper presents a new location-allocation heuristic (LAH) applied to facility location problems. Such approach is based on clustering and its main objective is to find out a facility (object) in a space by minimizing a function. The LAH developed throughout this work was employed in two problems: the Maximal Covering Location Problem (MCLP) and the Capacitated p-Median Problems (CPMP) with the purpose of a possible integration to Geographic Information Systems (GIS). A set of test problems (instances) was chosen to validate the LAH. Good computational results were obtained for small and large-scale MCLP instances and for small CPMP instances. These results demonstrate that LAH, being quick and fast, may be usefully applicable to GIS.*

## Key words

*Location-allocation heuristic, capacitated p-median problems, maximal covering location problem, local search.*

## INTRODUÇÃO

Os problemas de localização podem ser classificadas como problemas de cobertura e problemas de localização de medianas. Em ambas, decisões são tomadas sobre onde localizar facilidades (*facility*) (centros que podem ser substituídos por fábricas, depósitos, escolas, antenas, etc.), considerando os outros centros como clientes que devem ser servidos, de forma a otimizar um dado critério. Dentre estes problemas podemos citar o Problema de Localização de Máxima Cobertura (PLMC) (CHURCH e REVELLE, 1974) que tem como objetivo localizar  $p$  facilidades de modo que a máxima população possível seja coberta dentro da distância de serviço. Uma área (ponto) de demanda é considerada coberta se está dentro da distância de serviço de pelo menos uma facilidade.

Em geral, várias facilidades serão localizadas, que por sua vez serão alocadas aos seus clientes. Desta forma tais problemas são também conhecidos como problemas de localização-alocação. A maioria dos problemas de localização de facilidades é considerada de difícil solução, alguns desses problemas pertencem à classe NP-hard.

## Um algoritmo de localização-alocação simples e eficiente.

Outro problema é o Problema das  $p$ -medianas Capacitado (PPMC). Dado um conjunto de objetos com diferentes pesos, deseja-se particionar este conjunto em  $p$  agrupamentos, de tal forma que o peso total dos objetos em cada agrupamento seja menor ou igual a um dado valor, e ainda minimizar a dispersão total dos objetos em relação a uma mediana definida como centro do agrupamento.

Nos países de grande dimensão existe uma carência de informações adequadas para tomada de decisões sobre problemas urbanos e ambientais. Os instrumentos computacionais do Geoprocessamento, chamados de Sistemas de Informações Geográficas (SIG), permitem a realização de análises complexas ao integrar dados de diversas fontes e criar bancos de dados georreferenciados (ASSAD e SANO, 1998).

Existem SIG que resolvem problemas de localização e integram alguns algoritmos, como por exemplo: o *ARC/INFO* (ESRI, 1996), que implementa heurísticas para resolver o PLMC e o Problema das  $p$ -medianas (PPM). Estas heurísticas foram desenvolvidas por Densham e Rushton (1992) e por Teitz e Bart (1968).

Dentro desta perspectiva, propomos neste trabalho uma nova heurística de localização-alocação para problemas de localização de facilidades, pois a combinação das funções de

visualização e análise espacial de um SIG e um modelo de localização-alocação fornecerão uma poderosa ferramenta para suporte de decisão espacial.

A heurística de localização-alocação (HLA) é aplicada ao PLMC e ao PPMC e comparada com resultados de outros autores.

O trabalho, inicialmente, descreve de forma geral a heurística de localização-alocação HLA, particularizada em seguida aos problemas PLMC e PPMC. Continuando, são apresentados resultados computacionais para diversas instâncias, e por último são apresentadas algumas conclusões.

## HEURÍSTICA DE LOCALIZAÇÃO-ALOCAÇÃO (HLA)

Nesta seção apresentaremos um algoritmo de localização-alocação simples e eficiente. Este algoritmo encontra soluções de qualidade para problemas de *clustering* (agrupamento). Para analisar a sua potencialidade foram feitas aplicações ao PLMC e ao PPMC. Para cada um destes problemas, adaptações tiveram que ser feitas. A aplicação desta heurística tem como objetivo a sua possível integração a SIG, como mencionado anteriormente.

A Heurística de Localização-Alocação (HLA) foi inicialmente inspirada nos trabalhos de Cooper (1963) e Taillard (1996). A heurística de Cooper (1963) alternava entre a alocação da população aos centros e localização destes centros numa seqüência até que houvesse uma convergência global. Na primeira iteração, uma região era subdividida em sub-regiões pela alocação dos pontos de demanda aos seus centros mais próximos, que eram escolhidos arbitrariamente. E a seguir, calculava-se a localização ótima de cada centro dentro da sub-região. Como exemplo de localização-alocação pode-se citar o artigo de Yeh e Chow (1996) que aplica um modelo de  $p$ -medianas numa área concreta em Hong Kong, integrando a um SIG.

Suponha um grafo  $G=(V,E)$  e uma instância típica tanto para o PLMC quanto para o PPMC, composto por  $n$  pontos de demanda (vértices)  $V = \{1, \dots, n\}$ . Destes,  $p$  vértices são eleitos como sementes, ou seja, vértices que irão iniciar os agrupamentos. Estas sementes serão as medianas para o PPMC ou facilidades no caso do PLMC. E uma vez localizados, teremos, portanto, associado a eles os agrupamentos, no caso  $p$  agrupamentos (*clusters*)  $C_k, k = \{1, 2, \dots, p\}$  formados por eles próprios e os demais vértices alocados a estes (ou cobertos por estes).

Dada uma solução inicial com os seus respectivos agrupamentos, tenta-se melhorar a solução através de uma busca local de uma nova semente (localização) dentro de cada agrupamento (*cluster*), troca-se uma semente por um vértice

não-semente e recalculam-se as alocações. Este processo se repete até que não seja mais possível obter melhorias no custo total das alocações.

O algoritmo da HLA está descrito a seguir em pseudo-código:

```

Enquanto (solução-inicial melhora) faça
  Para  $k=1, \dots, p$  faça
    Troque vértice semente por não-semente do agrupamento  $C_k$ ;
    Calcule o valor  $v$  correspondente à melhor realocação;
    Se  $v$  é melhor que solução-inicial então
      Atualize o vértice semente do agrupamento  $C_k$ ;
      Faça solução-inicial  $\leftarrow v$ ;
    Fim_Se
  Fim_Para
Fim_Enquanto
    
```

A troca entre vértices semente e não-semente em cada agrupamento  $C_k$ ,  $k=1, \dots, p$  pode ser executada para:

- Todos os vértices não-sementes do agrupamento  $C_k$ , ou
- Apenas para os vértices não-sementes localizados a uma certa distância (ou tempo) do vértice semente do agrupamento  $C_k$ .

**HLA E PLMC**

A HLA foi aplicada ao PLMC, sendo que inicialmente os agrupamentos foram formados escolhendo-se aleatoriamente os vértices sementes (facilidades), e através da distância crítica  $S$  foram construídos os agrupamentos. A troca entre vértices semente e não-semente foi feita para todos os vértices não-sementes do agrupamento.

A adaptação da HLA para o PLMC é apresentada no pseudocódigo a seguir. No PLMC queremos maximizar a cobertura de pontos de demanda.

Dados  $J$  conjunto dos vértices facilidades =  $\{j_1, \dots, j_p\}$ ,  
 $C_k$  conjunto de vértices do agrupamento  $k = \{v_1, \dots, v_{|C_k|}\}$  e  
 $|C_k|$  cardinalidade de  $C_k$

```

Enquanto (solução-inicial melhora) faça
  Para  $k=1, \dots, p$  faça
    Para  $i=1, \dots, |C_k|$  faça
      Troque facilidade  $j_k$  por um vértice  $v_i$ ;
      Calcule o valor  $sol$  correspondente ao novo valor de cobertura;
      Se  $sol$  é melhor que solução-inicial então
        Faça melhor_vertice  $\leftarrow v_i$ ;
        Faça solução-inicial  $\leftarrow sol$ ;
      Fim_Se;
    Fim_Para;
  Fim_Enquanto;
    
```

```

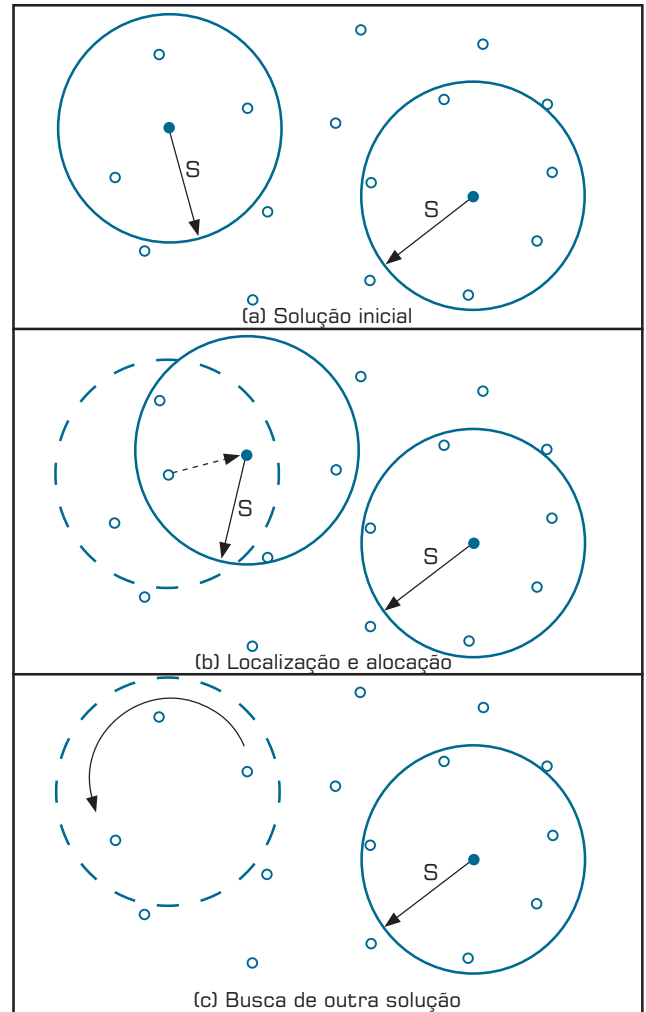
Fim_Para;
Se houver melhor_vértice então
  Atualize  $J$ ;
Fim_Se;
Fim_Para;
Fim_Enquanto;
    
```

Na Figura 1 é mostrado como a HLA funciona. Ilustraremos com um exemplo prático.

Na parte (a) da Figura 1 temos dois agrupamentos e uma solução inicial. Dentro do primeiro agrupamento faz-se a troca do vértice facilidade por um não-facilidade e obtém-se uma nova solução (parte (b) da Figura 1).

Caso esta nova solução seja melhor que a solução inicial, guarda-se esta nova solução e atualiza-se a solução inicial, e continua a busca no agrupamento até varrer todos os seus elementos (parte (c) da Figura 1).

Figura 1: Exemplo da HLA para um caso do PLMC.



Ao término da busca no agrupamento, atualiza-se a nova facilidade e segue-se a outro agrupamento, repetindo o processo até não encontrar melhora na solução.

Para testar a HLA para o PLMC, em termos de eficiência, foi organizado um conjunto de instâncias (*instance*) reais coletadas na área central da cidade de São José dos Campos (SP) através de um Sistema de Informações Geográficas chamado ArcView, dados do projeto ARSIG2 (<http://www.lac.inpe.br/~lorena/instancias.html>).

As instâncias foram denominadas LP324, LP402, LP500, onde os seus números representam o respectivo número de vértices. Cada ponto é localizado sobre um quarteirão que representa uma demanda de população e é também um possível lugar para posicionar as facilidades. Foi simulada a instalação de antenas de rádio para uso de Internet com alcance de 800 m, 1.200 m e 1.600 m. O número de facilidades variou para cada uma destas instâncias de 1 até que fossem completados 100% de cobertura.

Outro conjunto de testes utilizado são as matrizes de distância usadas por Galvão e Revelle (1996) e Galvão *et al.* (2000) para uma rede de 100 e 150 vértices. Os valores de demanda utilizados não são idênticos, mas gerados da mesma maneira: a demanda de cada nó (vértice) foi gerada a partir de uma distribuição uniforme em um intervalo [20,30] para a rede de 100 vértices (distância de serviço igual a 50, 65 e 80 m) e a partir de uma distribuição normal com média igual a 80 e desvio padrão igual a 15 para a rede de 150 vértices (distância de serviço igual a 70, 75, 80, 85 e 90 m). O algoritmo descrito está codificado em C e os testes foram feitos num PC Pentium II MMX 233 MHz e 128 MB de RAM.

Um sumário dos problemas testes utilizados é apresentado na Tabela 1.

### HLA E PPMC

No caso do PPMC, o problema de alocação é mais difícil devido às capacidades dos *clusters* (agrupamentos).

Inicialmente, a escolha das medianas é feita de forma aleatória. Tendo o conjunto de medianas  $J=\{1, \dots, p\}$  sido selecionado, o problema de alocar os vértices não-medianas aos vértices medianas torna-se um Problema Generalizado de Atribuição (*PGA*), que pode ser formulado da seguinte forma:

$$v(PGA) = \text{Max} \sum_{i \in N} \sum_{j \in J} p_{ij} x_{ij} \quad (1)$$

$$\text{sujeito a } \sum_{i \in N} q_{ij} x_{ij} \leq Q_j; \quad j \in J \quad (2)$$

$$\sum_{j \in J} x_{ij} = 1, \quad i \in N \quad (3)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\}, \quad i \in N \quad (4)$$

onde  $p_{ij} = -d_{ij}$ ,  $i \in N$ ;  $j \in J$  é o custo de atribuir o vértice  $i$  à mediana  $j$  e  $[d_{ij}]$  é a matriz de distâncias.

Utilizou-se o algoritmo *MTHG* de Martello e Toth (1990) para encontrar uma solução aproximada ao *PGA* proposto, construindo desta forma os agrupamentos. Uma vez tendo os agrupamentos utilizou-se a HLA.

Naturalmente que a implementação da HLA ao PPMC é um pouco diferente da implementada para o PLMC. A sua adaptação está apresentada no pseudocódigo que se segue.

```

Dados J conjunto dos vértices mediana = {j1, ..., jp} e
Ck conjunto de vértices do agrupamento k = {v1, ..., v|Ck||}
μkj soma das distâncias da mediana j aos vértices do agrupamento k
|Ck| cardinalidade de Ck
Enquanto (solução-inicial melhora) faça
  Para k = 1, ..., p faça
    Para i = 1, ..., |Ck| faça
      Troque mediana jk por um vértice vi se mantiver a capacidade, caso contrário passe para outro vértice;
      Calcule novo μkj;
      Se novo μkj for melhor que antigo μkj então
        Atualiza μkj;
        Guarda nova mediana;
      Fim_Se;
    Fim_Para;
  Fim_Para;
  Atualiza J;
  Resolve o PGA associado;
  Calcula o valor novasol que corresponde às realocações;
  Se novasol for melhor do que solução-inicial então
    Faça solução-inicial ← novasol;
  Fim_Se;
Fim_Enquanto;
    
```

Tabela 1: Sumário de problemas testes.

PROBLEMA	Nº VÉRTICES	VALORES DE P	VALORES DE S
GR100	100	8,10,12	50,65,80
GR150	150	8,10,12,14,16,18,20	70,75,80,85,90
LP324	324	1 a 5	800,1200,1600
LP402	402	1 a 6	800,1200,1600
LP500	500	1 a 8	800,1200,1600

Na Figura 2 mostramos como a HLA procede para um caso do PPMC. Uma vez construídos os agrupamentos, no caso três agrupamentos, cada um deles possui um custo inicial (a somatória da distância dos vértices não-mediana às medianas) e uma solução inicial (somatória de todos os custos) – parte (a) da Figura 2. Faz-se a troca do vértice não-mediana pela mediana dentro do agrupamento (1) e calcula-se um novo custo (parte b da Figura 2) no agrupamento (1). Ou seja, dentro do agrupamento (1) procura-se a melhor mediana de modo a minimizar o custo inicial. Guarda-se então esta mediana. Terminada a varredura no agrupamento (1), passa-se para outro agrupamento, e repete-se o procedimento anterior dentro do agrupamento (2). Varridos todos os agrupamentos, atualizam-se todas as novas medianas encontradas e a nova solução (parte (c) da Figura 2), se ela for melhor do que solução inicial atualiza-a e repete-se o processo inicial até quando não houver mais melhoramentos.

## TESTES COMPUTACIONAIS

### HLA e PLMC

A HLA foi aplicada em todas estas instâncias e para cada uma foram feitas 100 rodadas, e avaliados a melhor solução encontrada (cobertura em %), a frequência da melhor solução, a média das soluções encontradas e o tempo total das rodadas.

As Tabelas 2 e 3 mostram os resultados computacionais para problemas com 100 e 150 vértices. As melhores soluções encontradas para os problemas foram obtidas de Galvão *et al.* (2000) e Galvão e Reville (1996) que chamaremos este conjunto de dados de GR e rodadas em estações de trabalho Digital Alpha 3000/300. A última linha apresenta a média de tempos da HLA e GR para cada grupo de problemas.

As Tabelas 4, 5, 6 apresentam resultados obtidos para os problemas LP324, LP402, LP500, respectivamente. Estas mostram a população máxima atendida, a cobertura (%), a média da população atendida, a frequência da melhor solução e o tempo das cem rodadas.

Os resultados se encontram nas tabelas a seguir.

Os resultados computados nas Tabelas 4, 5 e 6 foram obtidos variando o número de facilidades até alcançarmos cobertura total.

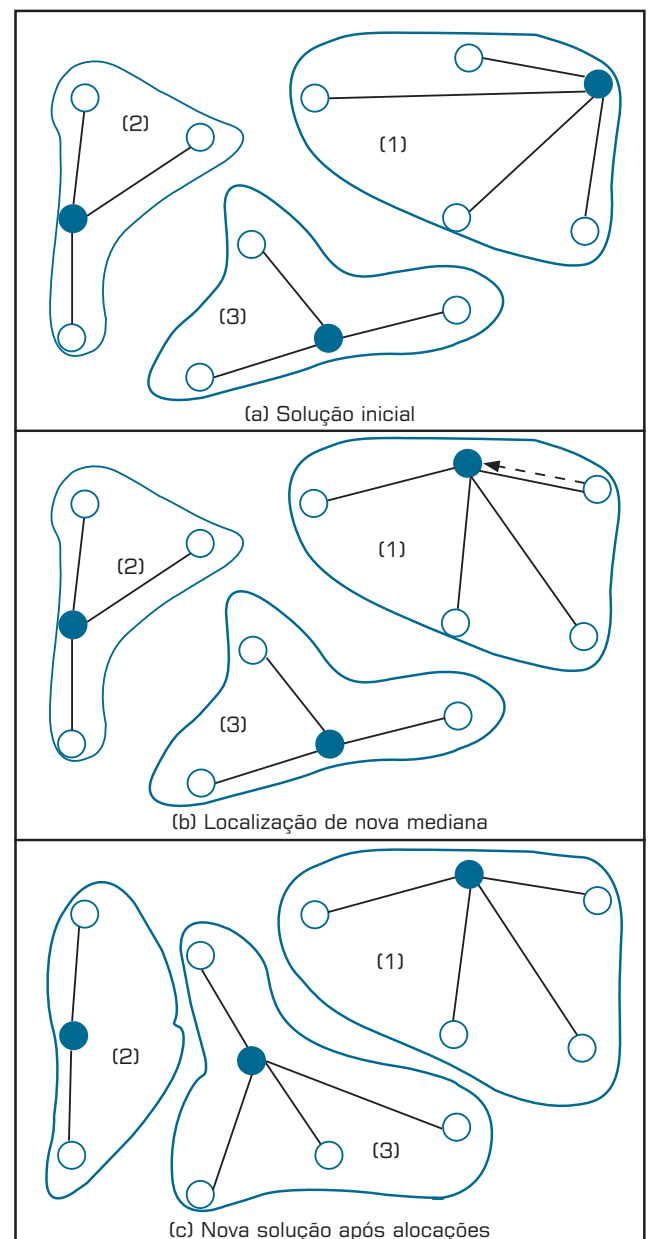
Como podemos ver que a HLA, na Tabela 2, para o grupo de problemas GR100, não conseguiu chegar nos valores de GR. No grupo de problemas GR150 da tabela 3, em quatro instâncias a HLA gerou resultados melhores do que os apresentados por GR. Resultado bastante bom considerando sua simplicidade em relação às heurísticas Lagrangeana e surrogate utilizadas por Galvão, mesmo tendo em conta que em cem rodadas a HLA encontrou

apenas uma vez esta solução, porém a encontra num tempo bastante bom para uma possível implementação em SIG. O que nos leva a crer que para instâncias pequenas (100 a 150 vértices) a HLA é bastante eficiente.

### HLA e PPMC

Para testar o HLA para o PPMC foram utilizadas as instâncias fornecidas por Osman e Christofides (1994) referenciadas por pmc1 a pmc20. Estes conjuntos de problemas

Figura 2: Exemplo da aplicação da HLA para um caso do PMC.



testes foram gerados de forma aleatória, sendo que um conjunto possui 10 problemas de dimensão 50 x 5 (50 vértices e 5 medianas) e o outro conjunto possui 10 problemas de dimensão 100 x 10 (100 vértices e 10 medianas). Todos os vértices estão localizados num plano e suas coordenadas foram geradas aleatoriamente dentro de uma distribuição uniforme [1;100] e portanto as distâncias são euclidianas. Os valores de demanda foram gerados a partir de uma distribuição uniforme [1;20]. A capacidade de um dado problema foi obtida através da expressão

$$Capacidade = \frac{\sum \text{demandas}}{\text{número de medianas}} \times \frac{1}{\tau}$$

onde  $\tau \in [0,82;0,96]$ . E todas as medianas têm capacidade total igual.

A heurística proposta por Osman e Christofides (1994) para o PPMC é um híbrido de Busca Tabu (*Tabu Search*) e recozimento simulado (*Simulated Annealing*), que implementa um critério de aceitação probabilístico juntamente

**Tabela 2: Resultados computacionais para os dados de GR100**

N	P	S	MEL.SOL. GR (%)	MEL.SOL. HLA (%)	MÉDIA SOL. HLA (%)	TEMPO(S) HLA	TEMPO(S) GR
100	8	50	69,43	67,72	59,08	2	51
100	10	50	76,23	74,69	65,83	2	62
100	12	50	81,61	78,75	70,91	2	64
100	8	65	87,36	86,22	79,59	4	53
100	10	65	94,33	93,31	86,99	4	20
100	12	65	99,81	97,00	91,75	4	22
100	8	80	88,46	87,99	81,74	4	43
100	10	80	96,21	94,04	88,59	4	20
100	12	80	100,00	98,28	92,96	4	7
Média dos tempos						3,3	38

**Tabela 3: Resultados computacionais para os dados de GR150.**

N	P	S	MEL.SOL. GR (%)	MEL.SOL. HLA (%)	MÉDIA SOL. HLA (%)	TEMPO(S) HLA	TEMPO(S) GR
150	10	70	68,86	69,09	63,66	8	9
150	12	70	77,09	76,48	69,46	8	11
150	14	70	83,34	83,81	77,00	11	12
150	16	70	87,75	86,64	80,53	12	13
150	18	70	92,39	90,20	84,71	11	12
150	20	70	93,95	92,90	88,16	13	6
150	8	80	61,49	62,80	57,61	6	4
150	10	80	70,91	70,65	65,14	8	6
150	12	80	78,14	77,74	71,60	8	10
150	8	90	89,79	89,53	84,28	9	8
150	10	90	94,04	93,37	88,56	10	7
150	12	90	96,93	96,02	91,62	12	5
150	8	75	59,14	59,33	54,67	6	109
150	10	75	68,86	67,86	63,11	7	122
150	12	75	77,34	75,39	69,63	9	127
150	8	85	73,94	73,83	57,61	7	96
150	10	85	81,56	80,68	65,14	9	127
150	12	85	87,95	87,33	71,60	10	154
Média dos tempos						9,1	46,5



Tabela 4: Resultados computacionais para os dados de LP324.

N	P	S	POP.ATEND. MAX.	MEL.COB. (%)	MÉDIA POP. ATEND.	TEMPO (S)
324	1	800	5461	44,94	5461	6
324	2	800	8790	72,33	8610	15
324	3	800	11604	95,49	11177	28
324	4	800	12106	99,62	11559	29
324	5	800	12152	100,00	11661	24
324	1	1200	9932	97,00	9932	10
324	2	1200	11555	87,99	11200	21
324	3	1200	12152	94,04	11975	18
324	1	1600	12123	99,76	12123	13
324	2	1600	12152	100,00	12150	10

Tabela 5: Resultados computacionais para os dados de LP402.

N	P	S	POP.ATEND. MAX.	MEL.COB. (%)	MÉDIA POP. ATEND.	TEMPO (S)
402	1	800	6555	41,01	6555	6
402	2	800	11339	70,94	11271	25
402	3	800	14690	91,90	13922	36
402	4	800	15658	97,96	14816	44
402	5	800	15970	99,91	15408	48
402	6	800	15984	100,00	15451	47
402	1	1200	10607	66,36	10607	13
402	2	1200	14832	92,79	14543	36
402	3	1200	15984	100,00	15623	30
402	1	1600	15438	96,58	15438	19
402	2	1600	15984	100,00	15959	23

Tabela 6: Resultados computacionais para os dados de LP500.

N	P	S	POP.ATEND. MAX.	MEL.COB. (%)	MÉDIA POP. ATEND.	TEMPO (S)
500	1	800	7944	40,31	7944	8
500	2	800	12454	63,20	11953	23
500	3	800	15730	79,82	14939	41
500	4	800	17794	90,29	16944	59
500	5	800	18859	95,70	17748	75
500	6	800	19525	99,08	18738	94
500	7	800	19692	99,92	18771	90
500	8	800	19707	100,00	19176	92
500	1	1200	10726	54,43	10726	15
500	2	1200	18070	91,69	17238	42
500	3	1200	19393	98,41	18537	57
500	4	1200	19707	100,00	19320	56
500	1	1600	14804	75,12	14804	21
500	2	1600	19668	99,80	19327	46
500	3	1600	19707	100,00	19480	41

com programação de esfriamento não-monotônico, uma busca na vizinhança sistemática e um critério de parada que está condicionado a quando a temperatura zera. Os resultados produzidos pela hibridização foram considerados muito bons. A máquina utilizada foi um VAX 8600 e em 85% dos problemas testes a heurística obteve as melhores soluções conhecidas, com uma média para os 20 problemas testes de 180,24 segundos.

Um segundo conjunto de dados reais, fornecidos por Lorena e Senne (2002) e utilizados também por Lorena e Pereira (2002), foi coletado utilizando um Sistema de Informações Geográficas (ArcView) relativo à área central da cidade de São José dos Campos. Seis instâncias foram criadas (100x10), (200x15), (300x25), (300x30), (402x30) e (402x40), referenciadas de sjc1 a sjc6 respectivamente. Cada ponto é localizado sobre um bloco que representa uma demanda, que foi estimada considerando o número de casas em cada bloco (um bloco vazio recebe valor 1). A capacidade foi estimada da mesma forma que a anterior, porém  $\tau$  foi considerado 0,9 ou 0,8 (<http://www.lac.inpe.br/~lorena/instancias.html>).

As heurísticas propostas por Lorena e Senne (2002) para o PPMC implementam uma busca em  $p$  agrupamentos em um processo de otimização Lagrangeano/surrogate, utilizando uma heurística de localização-alocação e uma heurística

de troca entre agrupamentos. O enfoque Lagrangeano/surrogate foi capaz de gerar tão boas soluções aproximadas quanto as obtidas por meta-heurísticas, em menor tempo computacional.

Para cada uma destas instâncias dos dois conjuntos de dados foram feitas cem rodadas. No caso do PPMC queremos minimizar a distância das entidades (clientes) às medianas, mantendo a capacidade do agrupamento. Portanto, a média, o mínimo valor encontrado, a frequência do mínimo valor encontrado e o tempo se referem a estas cem rodadas. Há ainda uma coluna que mostra a melhor solução conhecida (não foram encontradas as soluções ótimas) encontrada por Osman e Christofides (1994) (OC) na Tabela 7 e a melhor solução encontrada para os dados de São José dos Campos de Lorena e Senne (2002) (LS) na Tabela 8 (o primeiro dado é o dual e o segundo é o primal, que são os limites para a heurística de LS) e a última linha apresenta a média dos tempos para o grupo de problemas. Na Tabela 7 a diferença foi calculada da seguinte forma:

$$Diferença = \frac{Melhor\ sol.\ HLA - Melhor\ sol.\ conhecida}{Melhor\ sol.\ conhecida} \times 100$$

**Tabela 7: Resultados computacionais para os dados de OC.**

PROB	V	P	MÉDIA	MELHOR SOL. HLA	MELHOR SOL. CONHECIDA	DIF.	TEMPO (S)
pmc1	50	5	769	728	713	2,1	2
pmc2	50	5	805	758	740	2,5	2
pmc3	50	5	826	768	751	2,2	1
pmc4	50	5	679	668	651	2,7	1
pmc5	50	5	723	683	664	2,9	1
pmc6	50	5	835	797	778	2,4	2
pmc7	50	5	864	808	787	2,7	2
pmc8	50	5	875	839	820	2,3	2
pmc9	50	5	753	733	715	2,5	2
pmc10	50	5	887	844	829	1,8	1
pmc11	100	10	1139	1038	1006	3,2	1
pmc12	100	10	1064	995	966	3,0	1
pmc13	100	10	1177	1054	1026	2,7	1
pmc14	100	10	1105	1014	982	3,2	1
pmc15	100	10	1205	1129	1091	3,5	1
pmc16	100	10	1052	990	954	3,8	1
pmc17	100	10	1143	1070	1034	3,5	1
pmc18	100	10	1153	1073	1043	2,9	1
pmc19	100	10	1131	1071	1031	3,9	1
pmc20	100	10	1143	1055	1005	5,0	1



Considerando o tempo de processamento em torno de 2 segundos e a diferença chegando no máximo a 5%, concluímos que a HLA apresentou bons resultados

Na Tabela 8 os dados gerados por LS foram realizados numa estação de trabalho SUN ULTRA30, enquanto os dados da HLA foram gerados num Pentium II 233MHz e 128 MBytes, a diferença dual foi calculada da seguinte forma:

$$\text{Diferença dual} = \frac{\text{Melhor sol. HLA} - \text{Solução dual LS}}{\text{Solução dual LS}} \times 100$$

A HLA mostrou uma diferença em relação aos dados de Lorena e Senne (2002) de no máximo 5,5%, o desempenho foi considerado bom, considerando a sua simplicidade.

## CONCLUSÕES

A localização de facilidades é um aspecto crítico no planejamento estratégico para um grande espectro de empresas públicas e privadas. Seja um empresário que quer construir um novo *shopping*, um industrial que deseja situar uma nova fábrica ou um administrador público que quer estabelecer postos de saúde, são freqüentemente desafiados pela dificuldade de decidir por um local adequado, pois antes de uma facilidade ser adquirida ou construída, boas localizações devem ser identificadas, especificações da capacidade da facilidade devem ser determinadas e grande quantidade de capital deve ser alocada. Por isso a determinação das melhores localizações para as novas facilidades é um importante desafio estratégico.

Neste trabalho apresentou-se uma heurística de localização-alocação para problemas de localização de facilidades. A Heurística de Localização-Alocação (HLA) apresenta-se

como um método promissor na busca de soluções a problemas combinatoriais de localização de facilidades, e em particular para o PLMC e o PPMC. Para cada problema específico uma adaptação à HLA deve ser feita, trabalhando-se com a formação de agrupamentos (*clusters*). A extrema simplicidade da HLA e sua enorme rapidez e eficiência foram comprovadas para as instâncias aplicadas.

Para o PLMC, a HLA apresentou os seguintes resultados: para o grupo de problemas GR100 mostrou-se boa, apresentando uma diferença em relação às melhores soluções conhecidas de no máximo 3% e um tempo em média dez vezes mais rápido; para o grupo de problemas GR150 a HLA surpreendeu e obteve melhores resultados do que GR em quatro instâncias, com um tempo em média cinco vezes mais rápido. O que leva a crer que para instâncias pequenas a HLA é rápida e eficiente, conseguindo se aproximar e algumas vezes superar a heurística Lagrangeana utilizada por GR, que é mais complexa.

Para o PPMC a HLA produziu resultados diferentes para os dois grupos de problemas escolhidos. Para as instâncias de OC de 50 e 100 vértices e 5 e 10 medianas, os resultados foram bons e a diferença em relação à melhor solução conhecida foi de no máximo 5%, em um tempo não superior a 2 segundos.

Para as instâncias de LS que são problemas maiores (100 a 402 vértices e 10 a 40 medianas), a HLA mostrou bons resultados, apresentando uma diferença de no máximo 6% em relação aos de LS, porém em uma média de tempos 20 vezes inferior, ou seja, a HLA continua sendo rápida e mais simples que a implementação de LS, que utiliza uma heurística Lagrangeana/surrogate.

Concluímos que a HLA é bastante eficiente, de simples implementação e rápida, portanto, indicada para ser integrada aos SIG.

Tabela 8: Resultados computacionais para os dados de São José dos Campos.

PROB	V	P	MÉDIA	MEL.SOL HLA	MEL.SOL. LS DUAL	MEL.SOL. LS PRIMAL	DIF.DUAL (%)	TEMPO(S) HLA	TEMPO(S) LS
sjc1	100	10	18989,00	17692,47	17252,12	17288,99	2,55	14	68
sjc2	200	15	35917,52	33777,64	33223,66	33395,38	1,67	80	2083
sjc3	300	25	50269,28	47313,86	45313,43	45364,30	4,41	308	2604
sjc4	300	30	45084,40	42794,49	40634,91	40635,90	5,31	344	867
sjc5	402	30	70280,87	64170,73	61842,49	62000,23	3,76	647	27717
sjc6	402	40	58690,02	55365,16	52396,54	52641,79	5,67	806	4649
média dos tempos								366	6331

Artigo recebido em 15/06/2005

Aprovado para publicação em 05/05/2006

■ **Referências Bibliográficas**

- ASSAD, E. D.; SANO, E. E. *Sistema de informações geográficas – aplicações na agricultura*. Brasília: Embrapa-SPI/Embrapa-CPAC, 1998. 434 p.
- CHURCH, R.; REVELLE, C. The maximal covering location problem. *Papers of the Regional Science Association*, v. 32, p. 101–118, 1974.
- COOPER, L. Location-allocation problems. *Operations Research*, v. 11, p. 331–343, 1963.
- DENSHAM, P.; RUSHTON, G. A more efficient heuristic for solving large p-median problems. *Papers of the Regional Science Association*, v. 71, p. 307–329, 1992.
- ESRI. *Avenue customization and application development for arcview*. Environmental System Research Institute, Inc., 1996. 239 p.
- GALVÃO, R. D.; ESPEJO, L. G. A.; BOFFEY, B. A comparison of lagrangean and surrogate relaxations for the maximal covering location problem. *European Journal of Operational Research*, v. 124, n. 2, p. 377-389, 2000.
- GALVÃO, R. D.; REVELLE, C. A lagrangean heuristic for the maximal covering location problem. *European Journal of Operational Research*, v. 88, n. 1, p. 114-123, 1996.
- LORENA, L. A. N.; PEREIRA, M. A. A Lagrangean/surrogate heuristic for the maximal covering location problem using Hillman's edition. *International Journal of Industrial Engineering*, v. 9 n.1, p. 57-67, 2002. Special Issue on Facility Location and Layout.
- LORENA, L. A. N.; SENNE, E. L. F. Local search heuristics for capacitated p-median problems. *Networks and Spatial Economics*, v. 3, n. 4, p. 407-419, 2003.
- MARTELLO, S.; TOTH, P. *Knapsack problems, algorithms and computer implementations*. John Wiley, 1990. 296 p.
- SCHILLING, D. A.; JAYARAMAN, V.; BARKHI, R. A review of covering problems in facility location. *Location Science*, v. 1, n. 1, p. 25-55, Aug. 1993.
- OSMAN, I. H.; CHRISTOFIDES, N. Capacitated clustering problems by hybrid simulated annealing and tabu search. *International Transactions in Operational Research*, v. 1, n. 3, p. 317-336, 1994.
- TAILLARD, E. D. Heuristic methods for large centroid clustering problems. *Journal of Heuristics*, v. 9, n. 1, p. 51-73, 2003.
- TEITZ, M.; BART, P. Heuristics methods for estimating the generalized vertex median of a weighted graph. *Operations Research*, v. 16, p. 955-961, 1968.
- YEH, A. G.; CHOW, M. H. An integrated GIS and location-allocation approach to public facilities planning – an example of open space planning. *Comput., Environ. and Urban Systems*, v. 20, n. 4/5, p. 339-350, 1996.

■ **Agradecimentos**

Os autores agradecem ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPq (processos: 506840/2004-2 e 300837/89-5) pelo apoio financeiro parcial.

■ **Sobre os autores**

**Reinaldo Gen Ichiro Arakaki**

Pesquisador Visitante  
 Laboratório Associado de Computação e Matemática Aplicada - LAC  
 Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais – INPE – Caixa Postal 515  
 12.245-970 – São José dos Campos – SP  
 Tel.: (12) 3945-6562 – Fax:(12) 3945-3975  
 Email: reinaldo.arakaki@lac.inpe.br

**Luiz Antonio Nogueira Lorena**

Pesquisador Titular  
 Laboratório Associado de Computação e Matemática Aplicada - LAC  
 Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais – INPE – Caixa Postal 515  
 12.245-970 – São José dos Campos – SP  
 Tel.: (12) 3945-6553 – Fax:(12) 3945-3975  
 E-mail: lorena@lac.inpe.br