



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA E TECNOLOGIA

**INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS**

INPE-14487-TDI/1168

**DETECÇÃO, IDENTIFICAÇÃO E RECONFIGURAÇÃO DE  
FALHAS MÚLTIPLAS EM SENSORES DE SISTEMAS LINEARES  
INVARIANTES NO TEMPO**

Adilson de Jesus Teixeira

Tese de Doutorado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle, orientada pelos Drs. Marcelo Lopes de Oliveira e Souza e Álvaro Prieto Oliva, aprovada em 9 de dezembro de 2005.

INPE  
São José dos Campos  
2007

681.511.2

Teixeira, A.J.

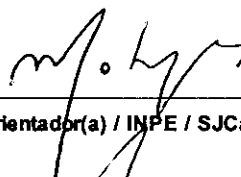
Detecção, identificação e reconfiguração de falhas múltiplas em sensores de sistemas lineares invariantes no tempo / Adilson de Jesus Teixeira. – São José dos Campos: Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), 2005.

311 p. ; - (INPE-14487-TDI/1168)

1. Detecção de falhas múltiplas. 2. Reconfiguração do sistema. 3. Sistema Tolerante a Falhas. 4. Redundância analítica. 5. Observador de Luenberger. 6. Função de decisão. 7. Lógica de decisão. I.Titulo.

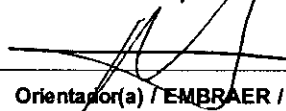
Aprovado (a) pela Banca Examinadora  
em cumprimento ao requisito exigido para  
obtenção do Título de Doutor(a) em  
Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica  
Espacial e Controle

Dr. Marcelo Lopes de Oliveira e Souza



Presidente / Orientador(a) / INPE / SJC Campos - SP

Dr. Álvaro Prieto Oliva



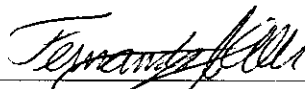
Orientador(a) / EMBRAER / SJC Campos - SP

Dr. Waldemar de Castro Leite Filho



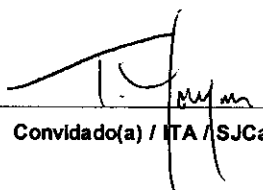
Membro da Banca / IAE/CTA / SJC Campos - SP

Dr. Fernando José de Oliveira Moreira



Convidado(a) / EMBRAER / SJC Campos - SP

Dr. Takashi Yoneyama



Convidado(a) / ITA / SJC Campos - SP

Aluno (a): Adilson de Jesus Teixeira

São José dos Campos, 09 de dezembro de 2005



*A prova da existência de um CRIADOR aparece em tudo o que está a nossa volta e no que sentimos. Ela também está na SUA manifestação por meio do ESPÍRITO SANTO que faz com o que inicialmente era impossível se tornar possível.*

ADILSON DE JESUS TEIXEIRA



*À minha esposa e filhos,  
MARIA ANGÉLICA PEREIRA TEIXEIRA,  
RODRIGO JOSÉ TEIXEIRA,  
JOÃO PAULO TEIXEIRA e  
PEDRO HENRIQUE TEIXEIRA.*





*A meus pais,  
JOÃO TEIXEIRA NETO (†) e  
GENECY ROSA PINTO TEIXEIRA.*



## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço a todas as pessoas que me ajudaram a vencer mais esta etapa da vida.

Ao Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais – INPE, pela oportunidade de estudos e utilização de suas instalações.

Ao Instituto de Aeronáutica e Espaço – IAE, pela oportunidade de estudos e utilização de suas instalações.

Aos professores do INPE pelo conhecimento compartilhado.

Ao meu orientador Prof. Dr. Marcelo Lopes de Oliveira e Souza, pelo conhecimento passado, pela orientação, pelas muitas horas de reuniões dedicadas para avaliar as técnicas pesquisadas e no auxílio para solucionar os problemas encontrados nas técnicas selecionadas. O seu apoio permitiu avançar este trabalho além das propostas iniciais previstas.

Ào Dr. Álvaro Prieto Oliva, pela orientação, apoio na realização deste trabalho e principalmente pela pessoa especial que demonstrou ser, dedicando horas de seu serviço na revisão desta documentação.

Aos meus chefes Sérgio Costa e Cláudio Roberto Perez Rodrigues, pela confiança dada para conclusão deste trabalho.

Ao Eng. Marco Antonio Teodoro da Silva e Eng. Mara Lucia Storino Teodoro ao grande apoio dado durante a minha licença para conclusão deste trabalho.

Aos amigos da AEL e da ASE que ajudaram na coleta de informações, na documentação e nas palavras de apoio.

A meus pais por sempre acreditarem na importância do estudo.

Aos meus familiares que sempre me ouviram a respeito deste trabalho, por suas palavras de incentivo.

A minha esposa e filhos, pela compreensão das muitas horas sacrificadas de nosso convívio para dedicação aos estudos, pesquisa e elaboração deste trabalho.



## RESUMO

Este trabalho tem como objetivo desenvolver uma técnica para a detecção, identificação e reconfiguração de falhas múltiplas em sensores (DIRFMS) de sistemas lineares invariantes no tempo utilizando a abordagem da redundância analítica. Ele é o resultado do estudo de várias técnicas de detecção e identificação de falhas encontradas na literatura que utilizam a técnica de observadores de estado, devido à sua rapidez de resposta, mas que, originalmente, foram desenvolvidas para detectar e identificar falhas simples em sensores. Dentre as técnicas estudadas duas foram selecionadas e estendidas para detectar e identificar falhas múltiplas em sensores. Este trabalho também desenvolveu nova técnica, que foi testada com três auto-estruturas diferentes do observador de Luenberger, para detectar e identificar falhas múltiplas em sensores. Vários estudos de casos, baseados num modelo linearizado e com parâmetros congelados inspirado em um Veículo Lançador de Satélites (VLS), são apresentados para comparar o desempenho das duas técnicas selecionadas e estendidas e da técnica desenvolvida. Dentre elas, a que apresentou o melhor desempenho foi escolhida; e, para tornar os estudos mais realistas, foram também avaliadas as influências dos ruídos nos sensores. Após desenvolver tal subsistema de detecção e identificação das falhas múltiplas em sensores, um subsistema para a reconfiguração da lei de controle foi projetado visando manter a planta controlada estável, mesmo quando um ou vários sensores falharem. Os resultados mostram que a técnica escolhida consegue detectar, identificar e reconfigurar falhas múltiplas em sensores dentro das hipóteses adotadas e das condições simuladas. Finalmente, foi verificada a influência das perturbações nos atuadores e das variações de parâmetros na dinâmica da planta no subsistema DIRFMS.



# **DETECTION, IDENTIFICATION AND RECONFIGURATION OF MULTIPLE FAULTS IN SENSORS OF LINEAR TIME INVARIANT SYSTEMS**

## **ABSTRACT**

This work has as objective to develop a technique for the detection, identification and reconfiguration of multiple faults in sensors of linear time invariant systems using the analytical redundancy approach. It is the result of the study of several fault detection and identification techniques found in the literature, that use the state observer method due its speed of response but that, originally, were developed for single faults in sensors. Among the techniques studied, we selected two of them and extended it to detect and identify multiple faults in sensors. This work also developed a new technique, which was tested with three different Luenberger observer eigenstructure, to detect and identify multiple faults in sensors. Several case studies, based on a linearized and frozen model inspired in a Satellite Launcher Vehicle –VLS, are presented to compare the two selected and extended techniques and the developed techniques. Among these techniques, that one with the best performance was chosen; and, to make the studies more realistic, the influences of the noises in its sensors were evaluated. After developing such detection and identification subsystem for multiple faults in sensors, a subsystem to reconfigure the control law was designed, aiming to keep the controlled plant stable when one or more sensors fail. The results show that the chosen technique can detect, identify and reconfigure multiple faults in sensors under the hypotheses assumed and the conditions simulated. Finally, the influence of disturbances in the actuators and the parameters variation in the plant dynamics were evaluated on the DIRFMS subsystem.





## SUMÁRIO

Pág.

### LISTA DE FIGURAS

### LISTA DE TABELAS

### LISTA DE SÍMBOLOS

### LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

<b>CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO .....</b>	<b>39</b>
1.1     Objetivos .....	39
1.2     Motivação e Justificativa .....	39
1.3     Originalidade, Generalidade e Utilidade .....	40
1.4     Contribuições deste Trabalho .....	41
1.5     Organização .....	44
<b>CAPÍTULO 2 - FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA .....</b>	<b>47</b>
2.1     Introdução .....	47
2.2     Revisão Bibliográfica .....	47
2.3     Características das Falhas .....	48
2.4     Detecção e Identificação das Falhas .....	50
2.5     Técnicas Baseada em Modelo .....	51
2.6     Resíduos .....	51
2.7     Estratégias de Identificação .....	54
2.7.1     Vetor de Resíduos Estruturados .....	54
2.7.2     Direção do Vetor de Resíduos .....	56
2.8     Requisitos de Robustez às Variações de Parâmetros, aos Ruídos e às Perturbações .....	57
2.9     Função de Decisão e Lógica de Decisão .....	57
2.10    Reconfiguração .....	59
<b>CAPÍTULO 3 - MODELO PARA ESTUDO DE UM SISTEMA LINEAR INVARIANTE NO TEMPO .....</b>	<b>61</b>
3.1     Introdução .....	61
3.2     Modelo da Dinâmica de um Sistema Linear Invariante no Tempo .....	64
3.3     Hipóteses Simplificadoras Utilizadas a partir do Modelo Matemático do VLS .....	65
3.4     Subsistema de Controle para Planta .....	69
3.5     Falhas em Sensores .....	71
3.5.1    Falhas Abruptas Simples .....	77
3.5.2    Falhas Incipientes Simples .....	83

<b>CAPÍTULO 4 - TÉCNICAS PARA DETECÇÃO E IDENTIFICAÇÃO DE FALHAS EM SENSORES .....</b>		<b>87</b>
4.1	Introdução.....	87
4.2	Subsistema de DIFS Utilizando o Observador de Doyle-Stein.....	90
4.2.1	Introdução.....	90
4.2.2	Desenvolvimento do Observador Doyle-Stein.....	90
4.2.3	Funções de Decisão.....	93
4.2.4	Lógica de Decisão.....	94
4.2.5	Projeto de um Subsistema DIFS para a Planta Utilizando os Observadores Doyle-Stein.....	95
4.2.5.1	Introdução.....	95
4.2.5.2	Projeto dos Observadores.....	97
4.2.5.3	Funções de Decisão.....	101
4.2.5.4	Casos de Falhas e seus Resultados.....	101
4.3	Subsistema de DIFS Utilizando o Filtro de Detecção Modificado.....	105
4.3.1	Introdução.....	105
4.3.2	Direção do Vetor de Resíduos para Falhas em Sensores.....	105
4.3.3	Funções de Decisão.....	115
4.3.4	Projeto de um Subsistema DIFS para a Planta Utilizando o Filtro de Detecção Modificado.....	116
4.3.4.1	Projeto do Observador.....	116
4.3.4.2	Funções de Decisão.....	118
4.3.4.3	Casos de Falha e seus Resultados.....	121
4.4	Subsistema de DIFS Utilizando o Observador de Luenberger.....	124
4.4.1	Introdução.....	124
4.4.2	Desenvolvimento do Observador de Luenberger.....	124
4.4.3	Funções de Decisão.....	126
4.4.4	Subsistema de DIFS para a Planta Utilizando o Observador de Luenberger.....	127
4.4.4.1	Projeto dos Observadores.....	127
4.4.4.2	Vetores de Funções de Decisão.....	129
4.4.4.3	Casos de Falha e seus Resultados.....	132
4.5	Observador Identidade de Luenberger.....	143
4.5.1	Introdução.....	143
4.5.2	Desenvolvimento Matemático do Observador Identidade de Luenberger.....	143
4.5.3	Funções de Decisão.....	146
4.5.4	Projeto do Observador Identidade de Luenberger para a Planta.....	146
4.5.4.1	Projeto dos Observadores.....	146
4.5.4.2	Casos de Falha e seus Resultados.....	148
4.6	Comentários e Conclusões.....	154
 <b>CAPÍTULO 5 - DETECÇÃO E IDENTIFICAÇÃO DE FALHAS MÚLTIPLAS EM SENSORES .....</b>		<b>157</b>
5.1	Introdução.....	157
5.2	Robustez dos Observadores às Variações de Parâmetros da Planta.....	157
5.3	Funções de Decisão.....	160

5.4	Lógica de Decisão .....	174
5.5	Resultados Obtidos.....	178
<b>CAPÍTULO 6 - RECONFIGURAÇÃO.....</b>		<b>181</b>
6.1	Introdução.....	181
6.2	Leis de Controle Alternativas.....	181
6.3	Influência do Ruído nos Sensores .....	186
6.3.1	Ruído .....	186
6.4	Observadores Identidade para Geração de Pulsos.....	203
6.5	Funções de Decisão para os Pulsos .....	205
6.6	Lógica de Decisão .....	206
6.7	Modelo Analítico.....	213
6.8	Reconfiguração da Lei de Controle.....	214
6.9	Casos de Falha e seus Resultados.....	214
6.9.1	Reconfiguração da Lei de Controle sem Ruído nos Sensores .....	214
6.9.2	Reconfiguração da Lei de Controle com Ruído nos Sensores.....	220
6.9.3	Reconfiguração da Lei de Controle para o Sinal de Referência do Plano de Guinada.....	226
6.10	Falhas em Atuadores, Variações de parâmetros da Planta e Perturbações Externas Agindo no Sistema .....	230
6.10.1	Falhas no Atuador.....	231
6.10.2	Variações de Parâmetros da Planta.....	238
6.11	Comentários Finais.....	243
<b>CAPÍTULO 7 - COMENTÁRIOS E CONCLUSÕES.....</b>		<b>245</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>		<b>249</b>
<b>REFERÊNCIAS RECOMENDADAS.....</b>		<b>251</b>
<b>APÊNDICE A - EQUAÇÕES GERAIS DO MOVIMENTO DO VLS.....</b>		<b>253</b>
<b>APÊNDICE B – LISTAGENS.....</b>		<b>297</b>



## LISTA DE FIGURAS

1.1	– Técnicas selecionadas para o desenvolvimento deste trabalho.....	42
2.1	– Estrutura geral de um gerador de residual linear. ....	53
2.2	– Exemplos de resíduos.....	53
2.3	– Estrutura DOS em uma aplicação de DIF.....	55
2.4	– Estrutura GOS em uma aplicação de DIF.....	55
2.5	– Vetores de falhas e o vetor de resíduos para falha de um atuador ou de um componente. ....	57
2.6	– Estágios da detecção e identificação de falhas.....	58
3.1	– Subsistemas do VLS. ....	62
3.2	– Fases do vôo do VLS .....	63
3.3	– Resposta da planta a uma entrada degrau. ....	69
3.4	– Diagrama de blocos da planta com a sua lei de controle. ....	71
3.5	– Resposta da planta controlada a uma entrada degrau de 0,1rad.....	71
3.6	– Diagrama de blocos da planta controlada com simulador de falhas em sensores. ....	73
3.7	– Diagrama de blocos do módulo: Simulador de Falhas.....	75
3.8	– Sinal de entrada de referência de arfagem, em rad, para a planta.....	76
3.9	– Velocidade linear, em m/s, velocidade angular, em rad/s, e ângulo de arfagem, em rad, da planta para o sinal de referência em arfagem. ....	77
3.10	– Diagrama de tempo de ativação das falhas nos sensores.....	78
3.11	– Velocidade linear, em m/s, velocidade angular, em rad/s e ângulo de arfagem, em rad, da planta controlada para falha intermitente com valor de fundo de escala no sensor $w$ . ....	80
3.12	– Velocidade linear, em m/s, velocidade angular, em rad/s, e ângulo de arfagem, em rad, da planta controlada para falha intermitente com valor nulo no sensor $q$ .....	81
3.13	– Velocidade linear, em m/s, velocidade angular, em rad/s, e ângulo de arfagem, em rad, da planta controlada para falha intermitente do tipo último valor no sensor $\theta$ .....	82
3.14	– Velocidade linear, em m/s, velocidade angular, em rad/s, e ângulo de arfagem, em rad, da planta controlada para falha intermitente do tipo deriva de “offset” no sensor $q$ .....	84
3.15	– Velocidade linear, em m/s, velocidade angular, em rad/s, e ângulo de arfagem, em rad, da planta controlada para falha intermitente do tipo deriva de fator de escala no sensor $\theta$ . ....	85
4.1	– Técnicas estudadas para o desenvolvimento deste trabalho. ....	88
4.2	– Diagrama de blocos do observador Doyle-Stein.....	92
4.3	– Diagrama de bloco da planta controlada com os observadores Doyle-Stein e as respectivas funções de decisão.....	96
4.4	– Diagrama de blocos do banco de observadores de ordem reduzida para a estrutura DOS.....	99

4.5	– Medida e estimação dos valores para os sensores $w$ , $q$ e $\theta$ utilizando o observador Doyle-Stein.....	99
4.6	– Diagrama de blocos das funções de decisão para o observador de ordem reduzida.....	101
4.7	– Funções de decisão para o observador de ordem reduzida quando não há falhas nos sensores.....	102
4.8	– Sinal gerado pelas funções de decisão para o observador Doyle-Stein.....	103
4.9	– Ampliação do sinal gerado pelas das funções de decisão para o observador Doyle-Stein.....	103
4.10	– Medidas e respectivos valores estimados para os sensores de $w$ , $q$ e $\theta$ , através dos observadores Doyle-Stein.....	104
4.11	– Diagrama de blocos do observador para o filtro de detecção modificado.....	117
4.12	– Vetor de resíduos quando não há falhas em sensores.....	118
4.13	– Diagrama de blocos da função de decisão para o filtro de detecção modificado.....	121
4.14	– Medidas dos sensores, com falha, e valores estimados pelo observador do filtro de detecção modificado.....	122
4.15	– Sinal gerado pela função de decisão para o filtro de detecção modificado e a respectiva ampliação.....	123
4.16	– Diagrama de blocos do observador de Luenberger.....	126
4.17	– Diagrama de blocos dos observadores de Luenberger para a estrutura DOS..	129
4.18	– Diagrama de blocos das funções de decisão para os observadores de Luenberger.....	131
4.19	– Resíduos das medidas estimadas, em $V$ , pelo observador de Luenberger para os sensores $w$ , $q$ e $\theta$ .....	133
4.20	– Sinais gerados pelas funções de decisão, em $V$ , para o observador de Luenberger para os sensores $w$ , $q$ e $\theta$ .....	134
4.21	– Medidas e valores estimados para o sensor $w$ , em $m/s$ , para o observador de Luenberger.....	136
4.22	– Medidas e valores estimados para o sensor $q$ , em $rad/s$ , para o observador de Luenberger.....	136
4.23	– Medidas e ampliação dos valores estimados para o sensor $q$ , em $rad/s$ , para o observador de Luenberger.....	137
4.24	– Medidas e valores estimados para o sensor $T$ , em $rad$ , para o observador de Luenberger.....	137
4.25	– Medidas e ampliação dos valores estimados para o sensor $T$ , em $rad$ , para o observador de Luenberger.....	138
4.26	– Medidas e resíduos para o sensor $w$ , em $V$ , para o observador de Luenberger.....	138
4.27	– Medidas e ampliação dos resíduos para o sensor $w$ , em $V$ , para o observador de Luenberger.....	139
4.28	– Medidas e resíduos para o sensor $q$ , em $V$ , para o observador de Luenberger.....	139
4.29	– Medidas e ampliação dos resíduos para o sensor $q$ , em $V$ , para o observador de Luenberger.....	140
4.30	– Medidas e resíduos para o sensor $\theta$ , em $V$ , para o observador de Luenberger.....	140

4.31	– Medidas e ampliação dos resíduos para o sensor $\theta$ , em V, para o observador de Luenberger.....	141
4.32	– Funções de decisão para o sensor w, em V, para o observador de Luenberger. ....	141
4.33	– Funções de decisão para o sensor q, em V, para o observador de Luenberger. ....	142
4.34	– Funções de decisão para o sensor $\theta$ , em V, para o observador de Luenberger. ....	142
4.35	– Diagrama de bloco de um observador identidade de Luenberger.....	146
4.36	– Diagrama de blocos dos observadores identidade de Luenberger para a estrutura DOS.....	147
4.37	– Resíduos obtidos para o sensor w, em V, na ausência de falhas, para o observador identidade de Luenberger. ....	148
4.38	– Resíduos obtidos para o sensor q, em V, na ausência de falhas nos sensores, para o observador identidade de Luenberger. ....	149
4.39	– Resíduos obtidos para o sensor $\theta$ , em V, quando não há falhas em sensores, para o observador identidade de Luenberger. ....	149
4.40	– Sinais gerados pelas funções de decisão para o sensor w, em V, na ausência de falhas, para o observador identidade de Luenberger.....	150
4.41	– Sinais gerados pelas funções de decisão para o sensor q, em V, na ausência de falhas, para o observador identidade de Luenberger.....	150
4.42	– Sinais gerados pelas funções de decisão para o sensor $\theta$ , em V, na ausência de falhas, para o observador identidade de Luenberger.....	151
4.43	– Vetor de resíduos para o sensor w, em V, obtido através do observador identidade de Luenberger, quando há falhas em sensores. ....	152
4.44	– Vetor de resíduos para o sensor q, em V, obtido através do observador identidade de Luenberger, quando há falhas em sensores. ....	152
4.45	– Ampliação do vetor de resíduos para o sensor q, em V, obtido através do observador identidade de Luenberger, quando há falhas em sensores.....	153
4.46	– Vetor de resíduos para o sensor $\theta$ , em V, obtido através do observador identidade de Luenberger, quando há falhas em sensores. ....	153
4.47	– Ampliação do vetor de resíduos para o sensor $\theta$ , em V, obtido através do observador identidade de Luenberger, quando há falhas em sensores.....	154
5.1	– Diagrama de blocos da planta controlada com um subsistema de DIFMS.....	161
5.2	– Limiar de decisão para o sensor w, em V. ....	162
5.3	– Limiar de decisão para o sensor q, em V, e respectiva ampliação na escala de tempo.....	163
5.4	– Limiar de decisão para o sensor $\theta$ , em V, e respectiva ampliação na escala de tempo.....	164
5.5	– Sinal do sensor q, do sensor $\theta$ , do resíduo $[q - (q \theta)]$ e da função de decisão $\ q - (q \theta)\ $ , em V.....	166
5.6	– Sinal do sensor q, do sensor $\theta$ , do resíduo $[q - (q \theta)]$ e da função de decisão $\ q - (q \theta)\ $ , em V.....	166
5.7	– Função de decisão com acréscimo das não-linearidades .....	168
5.8	– Maiores intervalos de tempo com perda de alarme para o sensor q, em V.....	169
5.9	– Maior intervalo de tempo com perda de alarme para o sensor $\theta$ , em V.....	169
5.10	– Diagrama de blocos das funções de decisão não-lineares.....	171
5.11	– Funções de decisão não-lineares para o sensor w, em V. ....	172

5.12	– Funções de decisão não-lineares para o sensor $q$ , em $V$ , e respectiva ampliação na escala do tempo.....	173
5.13	– Funções de decisão não-lineares para o sensor $\theta$ , em $V$ , e respectiva ampliação na escala do tempo.....	174
5.14	– Diagrama de blocos da lógica de decisão para identificação de falhas múltiplas em sensores.....	177
5.15	– Diagrama de tempo da identificação da falhas nos sensores.....	179
6.1	– Diagrama de blocos da planta com reconfiguração da lei de controle.....	185
6.2	– Função densidade de probabilidade normal padronizada.....	187
6.3	– Diagrama de blocos do simulador de falhas com o recurso de adicionar ruído colorido para os sensores.....	188
6.4	– Velocidades $w$ , em m/s, e $q$ , em rad/s, da planta no plano de arfagem quando há ruído nos sensores.....	189
6.5	– Ângulo de atitude, em rad, da planta no plano de arfagem quando há ruído nos sensores.....	189
6.6	– Velocidade normal estimada do veículo, em m/s, quando há ruído nos sensores.....	190
6.7	– Velocidade angular estimada do veículo, em rad/s, quando há ruído nos sensores.....	190
6.8	– Ângulo de arfagem do veículo, em rad, quando há ruído nos sensores.....	191
6.9	– Diagrama de blocos para obtenção da média e do desvio padrão do ruído nos sinais estimados.....	195
6.10	– Funções de decisão para o sensor $w$ para o novo conjunto de pólos.....	202
6.11	– Funções de decisão para o sensor $q$ para o novo conjunto de pólos.....	202
6.12	– Funções de decisão para o sensor $\theta$ para o novo conjunto de pólos.....	203
6.13	– Diagrama de blocos do banco de observadores para a estrutura DOS com inclusão dos observadores para gerar os pulsos de confirmação de falhas nos sensores.....	204
6.14	– Pulsos, em $V$ , de confirmação de falhas nos sensores $w$ , $q$ e $T$ .....	206
6.15	– Diagrama de blocos das funções de decisão com inclusão das funções de confirmação de falhas nos sensores.....	207
6.16	– Limiares de decisão para determinação de que o observador controlado pelo sensor $w$ está fornecendo estimativas corretas.....	210
6.17	– Limiares de decisão para determinação de que o observador controlado pelo sensor $q$ está fornecendo estimativas corretas.....	210
6.18	– Limiares de decisão para determinação de que o observador controlado pelo sensor $\theta$ está fornecendo estimativas corretas.....	211
6.19	– Diagrama de blocos da lógica de decisão com seleção da lei de controle.....	212
6.20	– Diagrama de blocos de um subsistema com reconfiguração da lei de controle.....	215
6.21	– Velocidade linear $w$ , em m/s, da planta quando há falhas múltiplas em sensores sem ruído e há reconfiguração da lei de controle.....	216
6.22	– Velocidade angular $q$ , em rad/s, da planta quando há falhas múltiplas em sensores sem ruído e há reconfiguração da lei de controle.....	216
6.23	– Atitude $\theta$ , em rad, da planta quando há falhas múltiplas em sensores sem ruído e há reconfiguração da lei de controle.....	217



6.24 – Identificação das falhas nos sensores e nos observadores. ....	218
6.25 – Sinais de controle para reconfiguração da lei de controle.....	219
6.26 – Velocidade linear $w$ da planta, em m/s, para falhas múltiplas em sensores com ruído e reconfiguração da lei de controle. ....	220
6.27 – Velocidade angular $q$ da planta, em rd/s, para falhas múltiplas em sensores com ruído e reconfiguração da lei de controle. ....	221
6.28 – Atitude $\theta$ da planta da planta, em rad, para falhas múltiplas em sensores com ruído e reconfiguração da lei de controle. ....	221
6.29 – Ampliação do sinal de monitoramento da velocidade linear $w$ , em m/s, quando há falhas em todos os sensores. ....	222
6.30 – Ampliação do sinal de monitoramento da velocidade angular $q$ , em rad/s, quando há falhas em todos os sensores. ....	223
6.31 – Ampliação do sinal de monitoramento da atitude $\theta$ , em rad, quando há falhas em todos os sensores. ....	223
6.32 – Resíduo entre o estado da planta e o estado do modelo analítico, logo que ocorrem falhas em todos os sensores. ....	224
6.33 – Identificação das falhas nos sensores e dos observadores quando há ruído nos sensores.....	225
6.34 – Sinais de controle de realimentação quando há ruído nos sensores.....	225
6.35 – Velocidade linear $w$ da planta controlada, em m/s, com falhas múltiplas nos sensores com ruído, para a entrada de referência do plano de guinada. ....	227
6.36 – Velocidade angular $q$ da planta controlada, em rad/s, com falhas múltiplas nos sensores com ruído, para a entrada de referência do plano de guinada. ....	227
6.37 – Ângulo de arfagem $\theta$ da planta controlada, em rad, com falhas múltiplas nos sensores com ruído, para a entrada de referência do plano de guinada. ....	228
6.38 – Identificação das falhas nos sensores e nos observadores, quando há ruído nos sensores, para o sinal de referência de guinada. ....	229
6.39 – Sinais de controle de realimentação para falhas incipientes, em sensores com ruído, para o sinal de referência de guinada. ....	230
6.40 – Diagrama de blocos de um sistema com reconfiguração da lei de controle e com acréscimo da falha em atuador. ....	232
6.41 – Velocidade linear $w$ da planta, em m/s, quando há falha no atuador do tipo “offset”, com valor de $0,005^\circ$ .....	233
6.42 – Velocidade angular $q$ da planta, em rad/s, quando há falha no atuador do tipo “offset”, com valor de $0,005^\circ$ .....	234
6.43 – Atitude $\theta$ da planta, em rad, quando há falha no atuador do tipo “offset”, com valor de $0,005^\circ$ . ....	234
6.44 – Sinais de controle de reconfiguração do sinal de realimentação, quando há falha no atuador do tipo “offset”, com valor de $0,005^\circ$ .....	235
6.45 – Velocidade linear $w$ da planta, em m/s, quando há falha no atuador do tipo “offset”, com valor de $0,11^\circ$ .....	236
6.46 – Velocidade angular $q$ da planta, em rad/s, quando há falha no atuador do tipo “offset”, com valor de $0,11^\circ$ .....	236
6.47 – Atitude $\theta$ da planta, em rad, quando há falha no atuador do tipo “offset”, com valor de $0,11^\circ$ . ....	237

6.48	– Sinais de controle de reconfiguração do sinal de realimentação, quando há falha no atuador do tipo “offset”, com valor de $0,11^\circ$ .....	237
6.49	– Velocidade linear $w$ da planta, em m/s, quando há variação de 0,5% nos parâmetros das derivadas de estabilidade aerodinâmica da planta. ....	238
6.50	– Velocidade angular $q$ da planta, em rad/s , quando há variação de 0,5% nos parâmetros das derivadas de estabilidade aerodinâmica da planta. ....	239
6.51	– Atitude $\theta$ da planta, em rad , quando há variação de 0,5% nos parâmetros das derivadas de estabilidade aerodinâmica da planta. ....	239
6.52	– Sinais de controle de reconfiguração do sinal de realimentação, quando há variação de 0,5% nos parâmetros das derivadas de estabilidade aerodinâmica da planta. ....	240
6.53	– Velocidade linear $w$ da planta, em m/s , quando há variação de 2,5% nos parâmetros das derivadas de estabilidade aerodinâmica da planta. ....	241
6.54	- Velocidade angular $q$ da planta, em rad/s , quando há variação de 2,5% nos parâmetros das derivadas de estabilidade aerodinâmica da planta. ....	241
6.55	– Atitude $\theta$ da planta, em rad , quando há variação de 2,5% nos parâmetros das derivadas de estabilidade aerodinâmica da planta.....	242
6.56	– Sinais de controle de reconfiguração do sinal de realimentação, quando há variação de 2,5% nos parâmetros das derivadas de estabilidade aerodinâmica da planta. ....	242
A.1	– Representação das forças resultantes que agem sobre um foguete. ....	254
A.2	– Sistema do corpo e sistema local. ....	256
A.3	– Representação da força aerodinâmica agindo no veículo. ....	275
A.4	– Representação da força de empuxo do propulsor A. ....	280
A.5	– Representação esquemática da força de empuxo dos propulsores centrais. ....	282
A.6	– Posição dos propulsores para o basculamento. ....	284
A.7	– Representação da resultante da força aerodinâmica com ângulo de ataque e de derrapagem. ....	285

## LISTA DE TABELAS

3.1	– Valores dos parâmetros utilizados para o modelo do veículo.....	68
3.2	– Ganhos do controlador da planta usando a técnica LQR.....	70
3.3	– Tipo de falhas e tempos de comutação de estado dos sensores.....	79
3.4	– Tipo de falhas incipientes e tempos de comutação de estado dos sensores.....	83
4.1	– Valores dos parâmetros das matrizes e vetores para implementação dos observadores.....	98
4.2	– Matrizes e vetores calculados para o observador $w$ .....	128
4.3	– Matrizes e vetores calculados para o observador $q$ .....	128
4.4	– Matrizes e vetores calculados para o observador $\theta$ .....	129
4.5	– Fatores de escala para conversão das medidas dos sensores.....	130
4.6	– Valores dos parâmetros das matrizes e vetores para os observadores identidade.....	147
5.1	– Valor máximo qualitativo dos módulos dos resíduos para cada observador, obtido em função das variações de parâmetros da planta.....	158
5.2	– Parâmetros calculados das não-linearidades para as funções de decisão.....	170
5.3	– Tabela da verdade para detecção de até $p - 2$ falhas.....	178
5.4	– Tabela verdade do “S-R Flip Flop” da biblioteca do Simulink.....	178
5.5	– Tempos de identificação das falhas nos sensores.....	179
6.1	– Ruídos adicionados às medidas dos sensores.....	187
6.2	– Influência do ruído nos resíduos em função dos pólos dos observadores.....	196
6.3	– Valores dos parâmetros para as matrizes e os vetores para os observadores controlados pelos sensores $w$ , $q$ e $\theta$ .....	199
6.4	– Nível do ruído nos resíduos para o novo conjunto de pólos.....	199
6.5	– Limiares necessários devido ao ruído nos sensores.....	200
6.6	– Comparação entre os desvios padrões dos sensores e os permitidos.....	200
6.7	– Novos limiares de decisão devido ao redução de ruído nos sensores.....	201
6.8	– Valores dos parâmetros das matrizes e dos vetores para os observadores para gerar os pulsos de confirmação de falhas nos sensores $w$ , $q$ e $\theta$ .....	205
6.9	– Lógica de seleção do sinal redundante para o sensor $w$ .....	208
6.10	– Lógica de seleção do sinal redundante para o sensor $q$ .....	209
6.11	– Lógica de seleção do sinal redundante para o sensor $\theta$ .....	209
6.12	– Parâmetros para as não-linearidades das funções de decisão.....	211
6.13	– Tipo de falhas e tempos de comutação de estado dos sensores.....	218
6.14	– Tipo de falhas e tempos de comutação do estado dos sensores com ruídos.....	226
6.15	– Tipos de falhas incipientes e tempos de comutação do estado dos sensores.....	226
6.16	– Tipos e tempos de ativação das falhas e tempos de detecção das falhas nos sensores, quando há ruído nos sensores.....	229



## LISTA DE SÍMBOLOS

$A$	- Matriz da dinâmica do sistema de ordem $n \times n$
$a_{abs}$	- Aceleração de um elemento de massa $dm$ no SI
$a_{CME}$	- Aceleração do CM em relação à estrutura do foguete
$A_e$	- Área da superfície de escape dos gases
$a_g$	- Aceleração dos gases do produto da combustão em relação ao CM
$A_r$	- Área de referência do corpo
$B$	- Matriz de distribuição do controle ordem $n \times r$
$B_{CM}$	- Momento da força total sobre um corpo rígido em relação ao seu CM
$C$	- Matriz de medidas de ordem $p \times n$
$C_D$	- Coeficiente adimensional de arrasto
$C_L$	- Coeficiente adimensional de sustentação
$C_N$	- Coeficientes aerodinâmicos normal
$C_T$	- Coeficientes aerodinâmicos tangencial
$D$	- Matriz de realimentação direta, de ordem $p \times r$ , considerada nula para o modelo em estudo.
$d(t)$	- Vetor das perturbações agindo no sistema
$d/dt$	- Anotação para as derivadas no sistema de referência inercial
$dm$	- Elemento de massa
$E$	- Matriz de distribuição das perturbações que agem no sistema
$e_\theta$	Integral do erro da atitude de arfagem
$F$	- Matriz da dinâmica do observador
$f(x \mu,\sigma)$	- Função de densidade de probabilidade gaussiana com média $\mu$ e desvio padrão $\sigma$

$F_A$	- Força aerodinâmica
$f_a(t)$	- Vetor de falhas dos atuadores
$F_{CO}$	- Força de Coriolis
$F_E$	- Força de Empuxo
$F_G$	- Força Gravitacional
$F_{RE}$	- Força Relativa
$F_s$	- Matriz de distribuição de falhas dos sensores
$f_s(t)$	- Vetor de falhas dos sensores
$F_{SC}$	- Força total no SC
$F_{SI}$	- Força total do movimento translacional sobre um corpo no SI
$g$	- Aceleração da gravidade local
$G$	- Vetor (matriz) que define a(s) contribuição(ões) do(s) resíduo(s) entre a(s) medida(s) fornecida(s) e a(s) medida(s) estimada(s) pelo observador
$G$	- Constante gravitacional universal dada por: $6,6732 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{Kg}/\text{s}^2$
$G_r$	- Vetor de Ganhos do Sinal de Realimentação
$G_w$ $G_q$ $G_\theta$ $G_{e\theta}$ $G_0$	} Ganhos do Controlador da Planta
$H$	- Vetor que define a contribuição da entrada de controle que é aplicado à planta
$H_s$	- Matriz cujas colunas formam o subespaço de falha do sensor $s$
$I$	- Tensor de inércia
$I_n$	- Matriz identidade de ordem $n \times n$
$I_{xx}$ $I_{yy}$ $I_{zz}$	} Momentos de inércia

$I_{xy}$	}	Produtos de inércia
$I_{yz}$		
$I_{xz}$		
$L_i$		- Limiar de decisão para o elemento $i$ do vetor de funções de decisão
$\mathbf{M}$		- Vetor de distribuição da medida dada pelo sensor para estimação do estado da planta
$m$		- Massa total de um corpo
$\mathbf{M}_A$		- Momento da força gravitacional
$\mathbf{M}_{CM}$		- Momento da força total em torno do CM vista no SC
$\mathbf{M}_{CO}$		- Momento da força de Coriolis
$\mathbf{M}_{cs}$		- Matriz composta dos vetores de ponderação da contribuição da medida do sensor
$\mathbf{M}_E$		- Momento da força de empuxo
$m_f$		- Fluxo de massa total através da área de superfície $A_e$
$\mathbf{M}_{IN}$		- Momento da força inercial
$\mathbf{M}_{RE}$		- Momento da força relativa
$\mathbf{M}_{SI}$		- Momento da força total do movimento rotacional sobre um corpo no SI
$M_T$		- Massa total da Terra dada por: $5,976 \times 10^{24}$ Kg
$\mathbf{N}$		- Matriz de distribuição da variável de estado do observador para estimação do estado da planta
$n$		- Ordem da dinâmica da planta
$\mathbf{N}$		- Vetor unitário normal a superfície de escape dos gases
$\mathbf{P}$		- Matriz de projeção do vetor de resíduos no subespaço de falha de um sensor ou força peso
$p$		- Ordem do vetor de saída da planta ou número de sensores disponíveis
$\mathbf{p}$		- Vetor posição de um elemento de massa $dm$ no SC
$\mathbf{p}_A$		- Vetor da posição do CP visto no SC
$P_{din}$		- Pressão dinâmica

- $\mathbf{p}_E$  - Vetor da posição do centro de fluxo de massa
- $\mathbf{P}_F$  - Matriz com os autovalores desejados para o observador, em sua diagonal principal
- $\mathbf{p}_o$  - Vetor da localização do ponto de aplicação da força total externa em relação ao SC
- $P_s$  - Pulso de confirmação de falha do sensor  $s$
- $q$  - Velocidade angular de arfagem (“pitch-rate”) em rad/s, isto é, a velocidade angular em torno do eixo  $y$  no SC
- $q|s$  - Valor estimado da velocidade angular de arfagem obtida a partir das medidas fornecidas pelo sensor  $s$
- $r$  - Ordem da entrada de controle da planta
- $\mathbf{r}$  - Vetor da posição do elemento de massa  $dm$  com relação ao SI
- $\mathbf{R}$  - Vetor da posição da origem do sistema de referência do corpo em relação ao SI
- $\mathbf{R}(s)$  - Vetor dos resíduos das falhas dos sensores no domínio da frequência
- $\mathbf{R}_{CM}$  - Vetor da distância do CM de um corpo à origem do SI
- $Ref$  - Sinal de entrada de referência em rad usado no Simulink
- $\mathbf{r}_o$  - Vetor da localização do ponto de aplicação da força total externa em relação ao SI
- $s$  - Índice para designação do sensor ou da variável de estado da planta.  $s = \{w, q, \theta\}$ .
- $\left. \begin{array}{l} \text{Sensw} \\ \text{Sensq} \\ \text{SensT} \end{array} \right\}$  Sinais de  $w, q$  e  $\theta$  fornecidos pelos sensores
- $\mathbf{T}$  - Matriz não singular de transformação entre subespaços
- $t$  - Variável para indicar tempo ou índice para indicar as matrizes e os vetores resultantes de uma transformação de similaridade
- $\mathbf{T}_{CI}$  - Matriz de rotação do sistema de referência inercial (SI) para o sistema de referência do corpo (SC)
- $\mathbf{u}(t)$  - Vetor de controle do sistema ou de sinal de entrada de ordem  $n \times r$



$U_0$	- Módulo da velocidade linear do veículo	
$v_A$	- Autovetor à direita da matriz $A$ , da dinâmica da planta	
$V_A$	- Matriz de autovetores à direita da matriz $A$ , da dinâmica da planta	
$V_{abs}$	- Vetor da velocidade absoluta de um elemento de massa $dm$	
$V_{CM}$	- Vetor da velocidade do CM de um corpo no SI	
$V_{CME}$	- Vetor da velocidade do CM em relação à estrutura do foguete	
$V_E$	- Vetor da velocidade média de exaustão dos gases	
$V_F$	- Matriz dos autovetores à direita da matriz $F$ da dinâmica do observador	
$V_g$	- Vetor da velocidade de escape dos gases em relação à estrutura do foguete	
$w$	- Velocidade linear em m/s, na direção do eixo z no SC	
$w$ $q$ $T$	} Letras para representação dos sinais $w$ , $q$ e $\theta$ , fornecidos pela planta, no ambiente do Simulink	
$w s$		- Valor estimado da velocidade normal obtido a partir das medidas fornecidas pelo sensor $s$
$x(t)$		- Vetor do estado do sistema de ordem $n \times 1$
$\hat{x}$	- Vetor do estado estimado da planta a partir da medida fornecida pelo sensor e da entrada de controle da planta	
$y$	- Vetor com as medidas feitas pelos sensores ou vetor de sinais de saída da planta	
$\hat{y}$	- Vetor das saídas estimadas da planta fornecido pelo observador	
$y(t)$	- Vetor das medidas do sistema de ordem $p \times 1$	
$y s$	- Vetor das medidas estimadas a partir das medidas do sensor $s$	
$z$	- Vetor das variáveis de estado do observador obtido a partir da medida de um sensor e da entrada de controle	

$Z_w$	}	Derivadas de estabilidade do VLS
$Z_q$		
$M_w$		
$M_q$		
$Z_{\beta z}$		
$M_{\beta z}$		
$\alpha$	-	Ângulo de ataque
$\beta$	-	Ângulo de derrapagem
$\beta_p$	-	Ângulo de deflexão da tubeira dos propulsores $p$
$\beta_z$	-	Ângulo de deflexão do atuador em rad, em torno do eixo y no SC
$\Delta s$	-	Varição do sinal
$\delta_p$	-	Ângulo de inclinação da tubeira do propulsor $p$ do 1º estágio
$\delta/\delta t$	-	Anotações para as derivadas no sistema de referência não inercial
$\Delta T$	-	Passo de integração ( $\Delta T = 0,01s$ )
$\varepsilon$	-	Ângulo entre o eixo longitudinal do veículo e o vetor velocidade do vento
$\eta_s$	-	Função de decisão para o sensor $s$
$\theta$	-	Ângulo de arfagem em rad, isto é, o ângulo em torno do eixo y no S)
$\theta _s$		Valor estimado da atitude de arfagem obtido a partir das medidas fornecidas pelo sensor $s$
$\theta_{ref}$	-	Atitude de arfagem de referência em rad
$\kappa_s$	-	Função de confirmação de falha para o sensor $s$
$\mu$	-	Média aritmética
$\mu_a$	-	Viscosidade do ar
$\mu_N$	-	Média aritmética do resíduo normalizado em tensão V
$\underline{E}_s$	-	Função de decisão com não linearidades para o sensor $s$
$\xi_s$	-	Função do alarme de falha para o sensor $s$
$\mathbf{v}$	-	Vetor de ruído dos sensores

- $\Pi_{\text{AND}}$  - Função com operações de lógica AND aplicada aos resultados do teste das  $p - 1$  funções de decisão para o sensor  $j$ , para  $i \neq j$ , em relação aos seus respectivos limiares de decisão
- $\rho$  - Densidade do fluxo dos gases
- $\rho_a$  - Densidade do ar
- $\varphi$  - Ângulo entre o plano de referência longitudinal do veículo e o plano formado pelo eixo longitudinal do veículo e o vetor velocidade do vento no SC
- $\sigma$  - Desvio padrão
- $\sigma_N$  - Desvio padrão do resíduo normalizado em tensão V
- $\phi$  - Ângulo de rotação em torno do eixo Y do SI
- $\Phi_A$  - Matriz de transição de estado da dinâmica da planta
- $\Phi_F$  - Matriz de transição de estado da dinâmica do observador
- $\psi$  - Ângulo de rotação em torno do eixo Z do SI
- $\Omega$  - Velocidade angular do SC em relação ao SI



## LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

- ARMA - “Autoregressive Moving Average” (Média Móvel Autoregressiva)
- CG - Centro de Gravidade
- CM - Centro de Massa
- CP - Centro de Pressão
- DIF - Detecção e Identificação de Falhas
- DIFMS - Detecção e Identificação de Falhas Múltiplas em Sensores
- DIRFMS - Detecção, Identificação e Reconfiguração de Falhas Múltiplas em Sensores
- DIFS - Detecção e Identificação de Falha em Sensores
- DLL - “Dynamic Link Library”
- DOS - “Dedicated Observer Scheme” (Esquema de Observadores Dedicados)
- GOS - “Generalized Observer Scheme” (Esquema de Observadores Generalizados)
- LQR - “Linear Quadratic Regulator” (Regulador Quadrático Linear)
- SA - Sistema de Referência Aerodinâmica
- SC - Sistema de Referência do Corpo
- SI - Sistema de Referência Inercial
- SL - Sistema de Referência Local
- VLS - Veículo Lançador de Satélites



# CAPÍTULO 1

## INTRODUÇÃO

### 1.1 Objetivos

Este trabalho tem como objetivo desenvolver uma técnica para a detecção, identificação e reconfiguração de falhas múltiplas em sensores de sistemas lineares invariantes no tempo utilizando a abordagem da redundância analítica. Para tanto pretende: 1) avaliar o desempenho de algumas técnicas, baseadas na estimação das variáveis de estado do sistema, para detecção de falhas em sensores de sistemas lineares invariantes no tempo; 2) desenvolver a função de decisão para estas técnicas; 3) selecionar as técnicas que permitam detectar e identificar falhas múltiplas em sensores e desenvolver a respectiva lógica de decisão; 4) verificar as influências dos ruídos nos sensores; 5) para a técnica que apresentar melhor desempenho, desenvolver subsistema para detecção, identificação e reconfiguração de falhas múltiplas em sensores, e 6) verificar a influência das falhas em atuadores, das perturbações externas e das variações de parâmetros da dinâmica da planta no subsistema para detecção, identificação e reconfiguração de falhas múltiplas em sensores.

### 1.2 Motivação e Justificativa

A motivação deste trabalho está no fato de que uma lei de controle, projetada para trabalhar em malha fechada, perde a sua eficiência se os sensores, utilizados para fornecer informações do estado do sistema controlado, apresentarem falhas ou erros de medida além das especificações máximas admissíveis pelo subsistema de controle. No caso de sistemas instáveis, como é o caso dos veículos lançadores de satélites, aeronaves de alto desempenho ou sistemas similares, a falha em um sensor pode ser catastrófica, causando grande perda de investimentos, sérios acidentes e riscos à vida humana, se o subsistema de controle não tiver nenhum grau de redundância, física ou analítica.

Portanto, junto ao projeto do subsistema de controle deve ser projetado um subsistema com a capacidade de detectar e identificar falhas nos sensores o mais rápido possível, de modo que possa reconfigurar o uso dos sensores restantes ou até mesmo reconfigurar a lei de controle com falha para uma lei de controle alternativa.

Em veículos da classe de lançadores de satélites e veículos de sondagem, é necessário maximizar a razão entre o peso da carga útil e o peso dos componentes necessários para satelitização e de minimizar a complexidade de integração dos equipamentos embarcados. Esta necessidade vem de encontro às técnicas da redundância analítica, justificando, portanto, o estudo da viabilidade da implementação de um subsistema para detecção e identificação de falhas em sensores, pois não utilizam a redundância física. Além disso, na redundância física, o evento que provoca a falha em um sensor também pode provocar a falha no sensor redundante. Sendo assim, a abordagem da redundância analítica se torna muito atraente, pois, como ela não utiliza sensores físicos redundantes, ela não necessita de espaço físico, não aumenta o peso e nem a complexidade para integração dos equipamentos embarcados. A redundância analítica compreende a um algoritmo que deve ser acrescentado ao aplicativo do computador de bordo, responsável para a realização da missão. Como o computador de bordo pode ser colocado em qualquer lugar do veículo, ele pode ser instalado na sua região mais segura e com sistema de amortecimento para reduzir os níveis de vibração. Estes motivos justificam os estudos que utilizam a abordagem da redundância analítica para o desenvolvimento de um subsistema de controle tolerante a falhas.

### **1.3 Originalidade, Generalidade e Utilidade**

A originalidade deste trabalho está na extensão/adaptação de uma técnica e sua teoria, existente na literatura, para detecção e identificação de falha em um único sensor e sem ruído para um procedimento para detecção e identificação de falhas múltiplas em sensores com ruído e com possibilidade de reconfiguração da lei de controle. Este trabalho compreende aos estudos iniciais de viabilidade de aplicação de uma técnica para detecção e identificação de falhas em sensores inerciais e reconfiguração da lei de controle para um Veículo Lançador de Satélites (VLS), utilizando a abordagem da redundância analítica.



A generalidade deste trabalho está no fato do seu desenvolvimento ser baseado em um modelo matemático do sistema de parâmetros concentrados, linear e invariante no tempo com uma entrada e múltiplas saídas representadas no espaço de estados. Deste modo, se torna mais fácil a adequação destes estudos em vários outros tipos de sistemas, tais como: veículos lançadores de satélites, satélites e outras aplicações espaciais/aeronáuticas, que possam ser representados por este tipo de modelo matemático. A técnica baseada na estimação das variáveis de estado foi escolhida porque ela apresenta uma resposta rápida na detecção de falhas em sensores.

A utilidade deste trabalho está no fato de se poder obter um subsistema de controle tolerante a falhas múltiplas em sensores para um sistema linear e invariante no tempo, ou seja, que ele possa continuar controlável mesmo quando há falhas em seus sensores, mas com alguma de suas funções. Uma vez que seja concluído o desenvolvimento desta técnica de abordagem analítica, a sua implementação é viável, pois ela não requer alteração física do sistema. Necessita somente do acréscimo de funções ao programa embarcado, para adicionar os recursos de detecção e identificação de falhas múltiplas em sensores e reconfiguração da lei de controle para utilização das informações redundantes analíticas. Com as informações de falhas nos sensores, o subsistema de computador de bordo pode determinar a gravidade da situação e auxiliar nas tomadas de decisão das medidas de segurança a serem adotadas para a missão.

Esta técnica também pode ser aplicada para aumentar o desempenho em subsistemas votadores. Por exemplo, subsistemas votadores, com tomada de decisão por maioria, apresentam o inconveniente de selecionar o componente ruim, quando o número de componentes redundantes com falhas é maior do que o número de componentes bons. Pode também detectar e identificar a falha em um sensor quando houver somente redundância dupla de sensores.

#### **1.4 Contribuições deste Trabalho**

Na literatura normalmente é encontrada a abordagem para detecção e identificação de falhas em um único sensor para modelos acadêmicos. Este trabalho foi elaborado para um sistema linear invariante no tempo inspirado no modelo matemático de um VLS no

plano de arfagem. Para esta classe de veículo é necessário ter um subsistema de detecção e identificação de falhas múltiplas em sensores que apresente resposta rápida. Das pesquisas feitas, as técnicas apresentadas na Figura 1.1 foram consideradas como as mais apropriadas para o desenvolvimento deste trabalho.

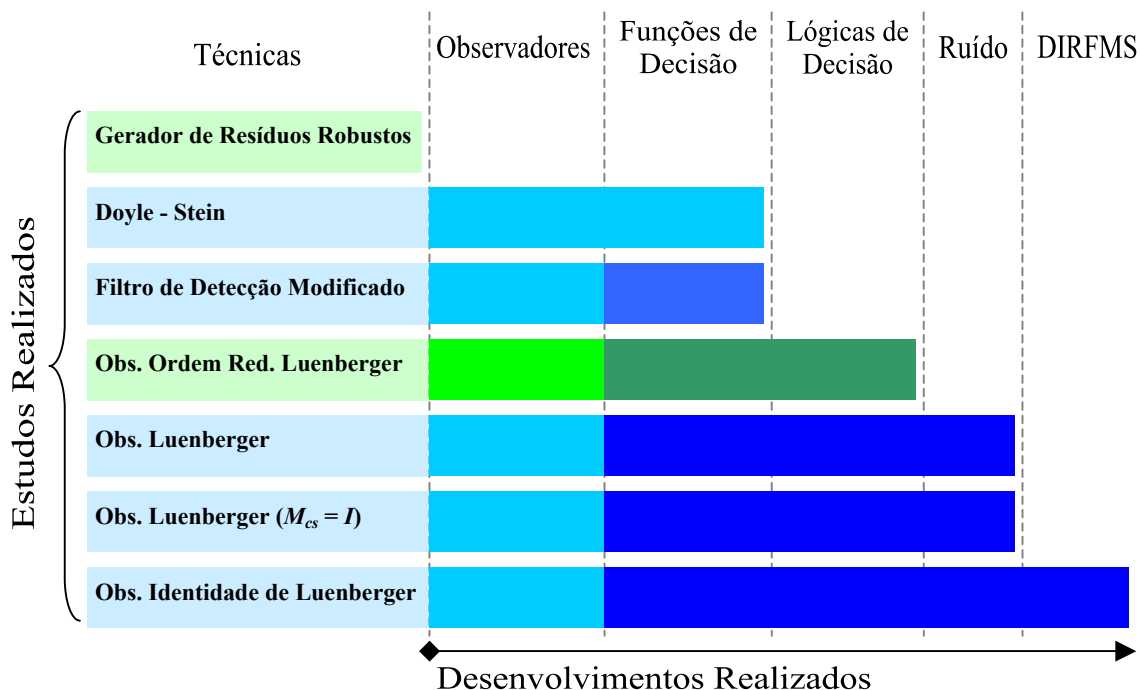


FIGURA 1.1 – Técnicas selecionadas para o desenvolvimento deste trabalho.

As técnicas representadas nas barras azuis estão documentadas neste trabalho. As técnicas na cor verde, Gerador de Resíduos Robustos e Observadores de Ordem Reduzida de Luenberger, estão publicadas respectivamente em Teixeira, Souza e Oliva (2004 e 2005). Quanto à intensidade da cor, temos: a cor clara representa os estudos realizados; a cor intermediária representa os desenvolvimentos necessários para adequação da técnica à planta em estudo, e a cor mais intensa representa novos desenvolvimentos necessários para a realização deste trabalho, tais como: desenvolvimentos de algoritmos para os cálculos dos parâmetros dos observadores para à planta; desenvolvimentos matemáticos para as funções de decisão e lógicas de decisão; implementações dos modelos matemáticos no Simulink; realização de simulações para testes e comparação de resultados, etc.

Nas colunas desenvolvimentos realizados são apresentados os desenvolvimentos efetuados para aplicação de cada técnica para a planta selecionada. Nestas mesmas colunas podemos também verificar o estágio em que cada técnica falha, não podendo, portanto, dar prosseguimento ao desenvolvimento de um subsistema de detecção e identificação de falhas múltiplas em sensores. Os desenvolvimentos feitos para cada uma destas técnicas estão detalhados no Capítulo 4.

Para a simulação de falhas em sensores e dos respectivos ruídos, foram desenvolvidas rotinas DLL específicas, escritas em linguagem C, para utilização no bloco “S-Function” do Simulink. Pois a implementação convencional em diagrama de blocos é muito complexa e a implementação em função do MatLab tornava a simulação muito lenta.

Foi feita também uma análise da influência dos ruídos nos sensores nos sinais estimados, onde se verifica, em alguns casos, que a sua amplitude pode ser até maior do que o do próprio sinal estimado. A partir desta constatação, foi verificada analiticamente a influência da dinâmica do observador de Luenberger no nível de ruído. Para a solução do sistema de equações do observador de estado, foi desenvolvido um procedimento matemático que utiliza a abordagem da auto-estrutura para resolver a equação de Lyapunov.

Para poder medir o ruído nos resíduos em cada simulação, variando a dinâmica do observador, foi desenvolvida uma rotina DLL, escrita em linguagem C para uso no bloco “S-Function” do Simulink. Esta rotina é um processo recursivo que determina a média e a variância do ruído presente nos resíduos durante a simulação.

Foram desenvolvidas também funções de decisão não lineares, que associadas às lógicas de decisão, permitem detectar e identificar falhas múltiplas intermitentes em sensores.

No estudo de um caso extremo em que haja a falha de todos os sensores, foi desenvolvido um modelo analítico da planta, para aumentar o seu tempo de permanência dentro do seu envelope de controlabilidade.

## 1.5 Organização

Este trabalho está organizado da seguinte forma:

- **Capítulo 2 – Fundamentação Teórica:** contém os conceitos e as convenções utilizadas para o desenvolvimento de um subsistema de detecção e identificação de falhas múltiplas em sensores.
- **Capítulo 3 – Modelo para Estudo de um Sistema Linear Invariante no Tempo:** contém as hipóteses simplificadoras utilizadas para o modelo matemático do movimento do VLS, no plano de arfagem, para linearizá-lo e congelá-lo em um ponto de operação e assim obter um sistema de parâmetros concentrados, linear e invariante no tempo com uma entrada e múltiplas saídas, representado no espaço de estados. Contém; a definição do repertório de falhas e o padrão de combinação de falhas múltiplas em sensores para comparação de resultados. Apresenta ainda a influência da falha intermitente em cada um dos sensores no controle de estabilidade da planta controlada.
- **Capítulo 4 – Técnicas para Detecção e Identificação de Falhas em Sensores:** contém o desenvolvimento de algumas técnicas para detecção e identificação de falhas em um único sensor. Os sinais gerados pelas funções de decisão, propostas por estas técnicas, são testados quando ocorrem falhas múltiplas em sensores. Em função dos resultados obtidos, foi desenvolvida uma técnica, direcionada para detecção e identificação de falhas em múltiplos sensores, com três variações da auto-estrutura do observador de Luenberger.
- **Capítulo 5 – Detecção e Identificação de Falhas Múltiplas em Sensores:** contém as considerações para o desenvolvimento de uma função de decisão não linear e de uma lógica de decisão para detecção e identificação de falhas múltiplas em sensores.
- **Capítulo 6 – Reconfiguração da Lei de Controle:** contém a análise um pouco mais realista do sensor, pois é adicionado um ruído colorido e gaussiano nas suas medidas. É apresentada a sua influência nos sinais estimados de acordo

com a variação da dinâmica dos observadores de estado. São desenvolvidos os módulos para controle de reconfiguração da lei de controle com falhas para uma lei de controle alternativa sem falhas. É também verificada a possibilidade de se trabalhar com um modelo analítico redundante da planta, quando houver falhas em todos os sensores.

- **Capítulo 7 – Comentários e Conclusões:** são apresentados os comentários e as conclusões deste trabalho. São também sugeridos alguns trabalhos futuros para dar prosseguimento a este trabalho.



## CAPÍTULO 2

### FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

#### 2.1 Introdução

Neste Capítulo será apresentada a fundamentação teórica aplicada a este trabalho, assim como os conceitos básicos e os termos técnicos empregados, com as suas respectivas definições.

#### 2.2 Revisão Bibliográfica

Algumas revisões de boas referências sobre as técnicas para detecção de falhas em sistemas dinâmicos podem ser encontradas em Willsky (1976), Gertler (1984) e Frisk (1996). Um sistema para detecção determinística de falha simples e redundância analítica para um sistema de controle de um veículo lançador de satélites é apresentado em Oliva (1998). Um Filtro de Detecção de Falhas Modificado, proposto por Mello e Souza (1997), detecta e identifica falha tanto em atuadores quanto em sensores. A estrutura do sistema de controle utilizado no VLS brasileiro é apresentada em Leite Filho (2002), com enfoque na descrição dos algoritmos das diversas malhas que compõem o sistema e contém ótimas referências para obter o modelo controlado do veículo. Baseando-se nas diretrizes apresentada em Oliva (1998), foi utilizado Cornelisse, Scöyer e Wakker (1979) para obter um modelo matemático para descrever a equação do movimento de um veículo lançador de satélites no plano de arfagem. O sistema de controle é apresentado em Oliva (1998) e foi projetado através da técnica *Linear Quadratic Regulator* (LQR), descrito em Rynaski (1982). As técnicas utilizados para o projeto dos observadores de ordem reduzida podem ser encontrados em Friedland (1986), Chen (1984) e Luemberger (1966, 1971). A função de decisão e a lógica de decisão para detecção e identificação de falhas múltiplas foram projetadas utilizando os conceitos de detectabilidade forte apresentado em Frisk (1996), a modificação da técnica da estrutura DOS, apresentada em Patton (1989), para teste do vetor de resíduos são apresentados em Teixeira, Souza e Oliva (2003a, 2003b, 2004 e 2005).

Outras referências são apresentadas nas referências recomendadas para as pessoas que necessitarem avaliar outras abordagens relativas à detecção e identificação de falhas em sensores.

### 2.3 Características das Falhas

A detecção e identificação das falhas em plantas de processos complexos são umas das tarefas mais importantes destinadas ao seu computador de monitoramento. Uma **falha** pode ser definida como um mau funcionamento de qualquer componente de um sistema, causando desde a sua perda de desempenho até a total parada da execução de suas funções. A falha pode ser dividida em:

- **Falha Abrupta:** falha repentina de um componente.
- **Falha Incipiente:** falha que ocorre lentamente em um componente.

A indicação de uma falha incipiente com antecedência pode ajudar a evitar desde a pane total da planta até catástrofes, que poderiam resultar em perda de material significativa ou fatalidades graves em pessoas. Do mesmo modo, a detecção e identificação de falhas têm se tornado um requisito crítico na operação de aviões de alto desempenho, navios, submarinos, veículos lançadores de satélites, veículos espaciais e grandes estruturas, onde a segurança das pessoas, a realização da missão e/ou quando um valor significativo de material está em jogo.

Idealmente, deseja-se ter um **sistema tolerante à falhas**, ou seja, um sistema que pode continuar a fazer a sua tarefa, mesmo na presença de falhas em “hardware” ou erros de “software”. Infelizmente a implementação de tal sistema não é fácil de ser feita.

A terminologia utilizada neste trabalho é baseada na terminologia empregada em Chow and Willsky (1984), onde a detecção e identificação de falhas compreendem a:

- **Detecção da Falha:** é a indicação de que alguma coisa está errada no sistema. Deve ser dada ênfase especial em falhas incipientes porque o seu início é difícil de ser detectado, e



- **Identificação da Falha:** é a determinação da localização da falha, ou seja, é a identificação de qual é o componente que falhou.

A classificação das falhas reflete, explicitamente ou implicitamente, o contexto em que o problema da detecção e identificação é apresentado. Uma classificação baseada no trabalho desenvolvido por Gertler (1988), correspondente a um contexto baseado em modelo (“model-based framework”), considera quatro classes de falhas:

- **Falhas de Medidas Aditivas:** são as discrepâncias entre as medidas das saídas da planta e os seus respectivos valores verdadeiros ou entre as medidas das entradas da planta e os seus valores verdadeiros. Tais falhas podem descrever o mau funcionamento nos sensores ou nos, atuadores resultante das tendências de medidas (“bias”) ou de perdas de atualizações de medidas.
- **Falhas de Medidas Multiplicativas:** são mudanças (abruptas ou graduais) entre as medidas das saídas da planta e os seus respectivos valores verdadeiros ou entre as medidas das entradas da planta e os seus respectivos valores verdadeiros. Podem descrever a falha devido à perda de alimentação, mau funcionamento de um condicionador do sinal da medida ou variação do fator de escala da medida de um sensor ou de um atuador.
- **Falhas de Processos Aditivas:** são as perturbações (entradas não medidas) agindo na planta, normalmente consideradas nulas, mas que causam um desvio nas saídas, independente das entradas medidas. Tais falhas descrevem as fugas, variação de cargas, etc.
- **Falhas de Processos Multiplicativas:** são mudanças (abruptas ou graduais) dos parâmetros da planta. Tal falha descreve a deterioração dos componentes da planta, tais como, perda de potência, contaminação de superfície, etc.

#### 2.4 Detecção e Identificação das Falhas

A detecção e a identificação das falhas, baseando-se em Gertler (1988), podem ser obtidas pelas seguintes abordagens:

- **Verificação de Limites:** as medidas obtidas da planta são comparadas com limites predeterminados, e se excederem estes limites, indicará uma situação de falha. Em muitos sistemas há dois níveis de limites: o primeiro nível serve para dar indicação de alarme, enquanto que o segundo nível aciona ações de emergência.
- **Instalação de sensores Especiais:** podem ser basicamente os sensores que verificam limites no “hardware” (ex.: limite de temperatura ou pressão) ou sensores medindo algumas variáveis especiais (ex.: som, acústica, vibração, alongação, etc).
- **Instalação de Múltiplos Sensores:** é a redundância física (“hardware redundancy”). Esta abordagem é destinada especialmente para detectar e identificar falhas em sensores. As medidas da mesma variável fornecida por vários sensores são comparadas, e qualquer discrepância significativa é uma indicação de falha em pelo menos um sensor. A medida, que provavelmente é considerada correta, pode ser selecionada através de um sistema de votação.
- **Análise de Frequência das Medidas da Planta:** algumas medidas da planta têm um espectro de frequências típico em condições normal de operação. Qualquer desvio neste espectro é uma indicação de anormalidade. Certos tipos de falhas têm uma assinatura característica no espectro de frequência que podem ser usados para a sua identificação.
- **Sistema Especialista:** apresenta uma abordagem completamente diferente das apresentadas anteriormente. Ela é direcionada na avaliação dos resultados obtidos pelo “hardware” ou “software” de detecção. O sistema normalmente consiste de uma combinação de regras lógicas do tipo: IF sintoma AND sintoma THEN conclusão, onde cada conclusão pode, por sua vez, servir como um indício para uma nova regra lógica, até que a conclusão final seja alcançada. O sistema especialista pode trabalhar com as informações apresentadas pelo “hardware” ou “software” de detecção ou pode interagir com um operador

humano, solicitando informações sobre um sintoma específico e conduzindo-o através de um processo lógico de solução.

## 2.5 Técnicas Baseada em Modelo

Uma ampla classe de técnicas de detecção e identificação de falhas faz uso explícito do modelo matemático da planta (“**model-based methods**”), baseando-se na idéia da redundância analítica (Chow e Willsky, 1984). Em contraste com a **redundância física**, quando medidas de diferentes sensores são comparadas, na **redundância analítica**, as medidas feitas por um sensor são comparadas com o respectivo valor da variável de estado obtida através de técnicas que utilizam o modelo matemático da planta. Tal valor é obtido através de cálculos que utilizam as medidas atuais e/ou anteriores de outras variáveis e o modelo matemático da planta que descreve as suas relações com o valor medido. A idéia pode ainda ser estendida somente para a comparação das quantidades geradas analiticamente, cada uma sendo obtida através de diferentes cálculos. Em ambos os casos, as diferenças resultantes são chamadas de **resíduos**.

Os resíduos, em situações ideais, têm valor zero, mas na prática, isto raramente acontece. Os desvios deste valor são resultados combinados do ruído e das falhas. Se o ruído é desprezível, os resíduos podem ser analisados diretamente para detecção da falha. Na presença de ruído significativo, é necessário fazer uma análise estatística. Em ambos os casos podem ser gerados padrões lógicos das falhas. Tais padrões são chamados de **assinatura da falha**. Deve ser observado que a maioria das técnicas de detecção e identificação de falhas não emprega a informação incorporada nos resíduos além das suas relações com os limiares de teste.

## 2.6 Resíduos

De acordo com Frisk (1996), a abordagem de resíduos pode ser dividida em três subgrupos:

- **Verificação de limite e tendência:** esta abordagem é a mais simples imaginável. As saídas dos sensores são testadas com limites predefinidos e/ou tendências. Esta abordagem não necessita de modelo matemático e é, portanto, a

mais simples de se usar. Porém, é difícil de obter um diagnóstico de alto desempenho.

- **Análise de Sinal:** esta abordagem analisa os sinais, isto é, as saídas dos sensores, para obter um diagnóstico. A análise pode ser feita no domínio do tempo, da frequência ou pela utilização de um modelo do sinal, como por exemplo, um modelo ARMA. Se a influência da falha for maior do que a influência da entrada, em uma faixa de frequências bem conhecida, pode-se então utilizar técnicas de distribuição no tempo ou na frequência para análise.
- **Geração de Resíduo de um Processo Baseado em Modelo:** Estas técnicas são baseadas em um modelo matemático do processo e são divididos em dois grupos: estimação de parâmetros e abordagem de espaço de paridade.

Para abordagem sobre resíduos são necessárias ainda outras definições dadas em Frisk (1996). Um **Resíduo** ou **Vetor de Resíduos**,  $r(t)$ , é um escalar ou vetor que tem valor nulo ou bem pequeno, na de ausência de falhas, e bem diferente de zero quando ocorrem falhas. O vetor de resíduos é, portanto, um vetor no espaço vetorial. Esta definição implica que o vetor de resíduos  $r(t)$  tem que ser independente, ou pelo menos insensível, as perturbações que ocorrem no estado do sistema e nas medidas efetuadas.

No caso de sistemas lineares uma estrutura geral de um gerador de resíduo pode ser esquematizada como na Figura 2.1. A função de transferência do resíduo  $r(t)$  em função da falha  $f(t)$  é dada por:

$$r(s) = H_y(s) G_f(s) f(s) \quad (2.1)$$

A condição a ser satisfeita para o sistema ser capaz de detectar uma falha, utilizando o sinal de resíduo, se baseia na definição de detectabilidade. **Detectabilidade** é capacidade de detectar uma falha em um resíduo quando o seu valor é diferente de zero.

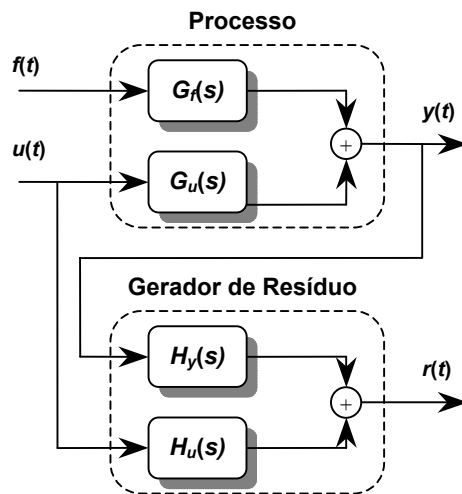


FIGURA 2.1 – Estrutura geral de um gerador de resíduo linear.

Esta condição, no entanto, não é suficiente em algumas situações práticas. Assuma que tenhamos dois geradores de resíduos como à estrutura apresentada na Figura 2.1. Na ocorrência de uma falha podemos ter resíduos como os apresentados na Figura 2.2. Aqui se verifica que há um comportamento fundamentalmente diferente entre  $r_1(t)$  e  $r_2(t)$ , pois  $r_1(t)$  reflete somente as transições para o estado da falha enquanto que  $r_2(t)$  tem aproximadamente a mesma forma do sinal da falha. Deste modo,  $r_1(t)$  não pode ser usado em uma aplicação confiável para Detecção e Identificação de Falhas (DIF), mesmo que seja claro que  $r_1(s) \neq 0$ .

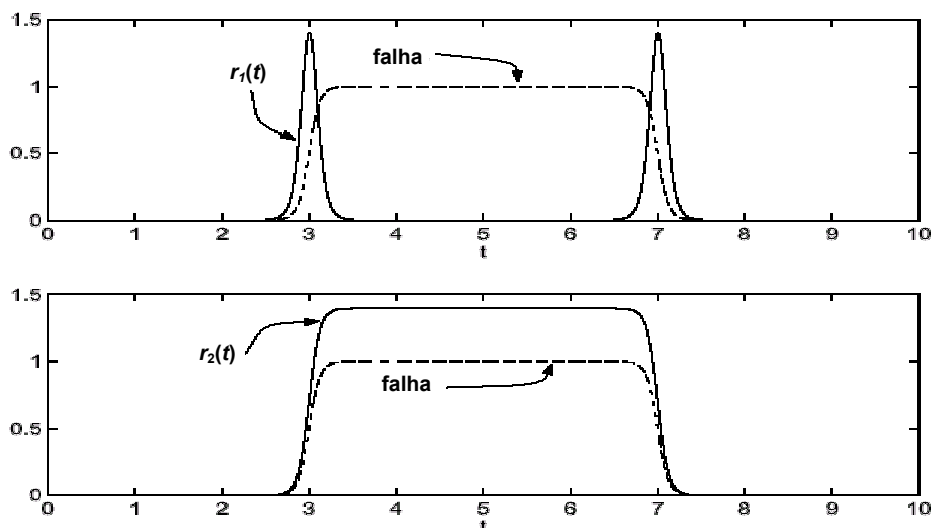


FIGURA 2.2 – Exemplos de resíduos.

A diferença entre os dois resíduos está no valor de acomodação de  $r(s=0)$  ao estado da falha. Claramente podemos ver que o resíduo 1 tem  $r_1(s=0) = 0$  enquanto que o resíduo 2 tem  $r_2(s=0) \neq 0$ . Isto conduz a outra definição denominada de detectabilidade forte.

A  $i$ -ésima falha tem **detectabilidade forte** se e somente se:

$$r_i(s=0) \neq 0 \tag{2.2}$$

## 2.7 Estratégias de Identificação

Se tivermos vetores de resíduos fortemente detectáveis, há duas técnicas gerais descritas em Frisk (1996):

- Vetor de Resíduos Estruturados
- Direção do Vetor de Resíduos

### 2.7.1 Vetor de Resíduos Estruturados

A concepção do vetor de resíduos estruturado baseia-se em um banco de resíduos projetados, de modo que cada resíduo seja insensível a uma falha ou subconjunto de falhas e sensíveis às falhas restantes. Por exemplo: se quisermos identificar uma falha entre 3 componentes, podemos projetar três resíduos  $r_1(t)$ ,  $r_2(t)$  e  $r_3(t)$  de modo que cada um seja insensível à falha de um componente, então, se os resíduos  $r_1(t)$  e  $r_3(t)$  se desviarem do valor nulo, podemos presumir que ocorreu a falha no componente 2.

O vetor de resíduos estruturados também pode ser gerado por meio de um banco de observadores. Há duas estruturas gerais, para um banco de observadores, descrita em Patton (1989): “Dedicated Observer Scheme” (DOS) e “Generalized Observer Scheme” (GOS). Na estrutura **DOS**, somente o sinal de entrada da planta e uma das medidas são utilizados como sinal de entrada para cada observador. O  $i$ -ésimo observador é, portanto, sensível somente a falha no  $i$ -ésimo sensor e insensível às falhas nos demais sensores. A estrutura DOS é apresentada na Figura 2.3.

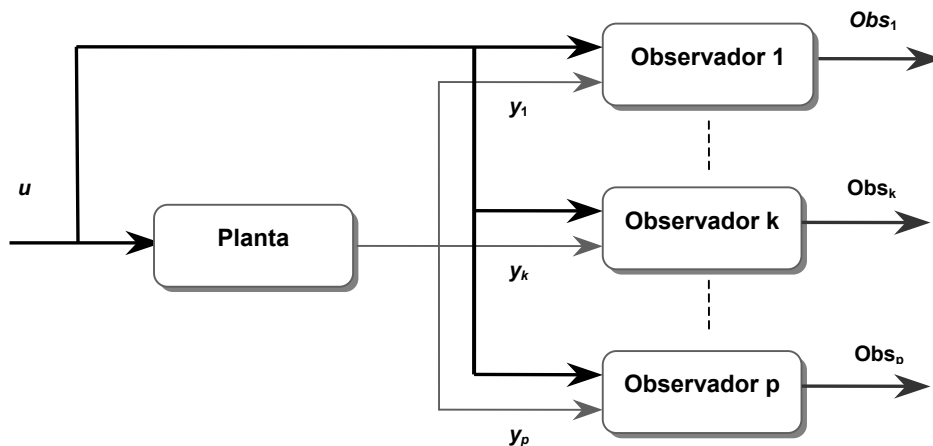


FIGURA 2.3 – Estrutura DOS em uma aplicação de DIF.

Na estrutura **GOS**, cada observador é alimentado pelo sinal de entrada do sistema e por todas as medidas exceto a *i*-ésima, de modo que o *i*-ésimo observador é insensível somente a esta medida. A estrutura GOS é apresentada na Figura 2.4.

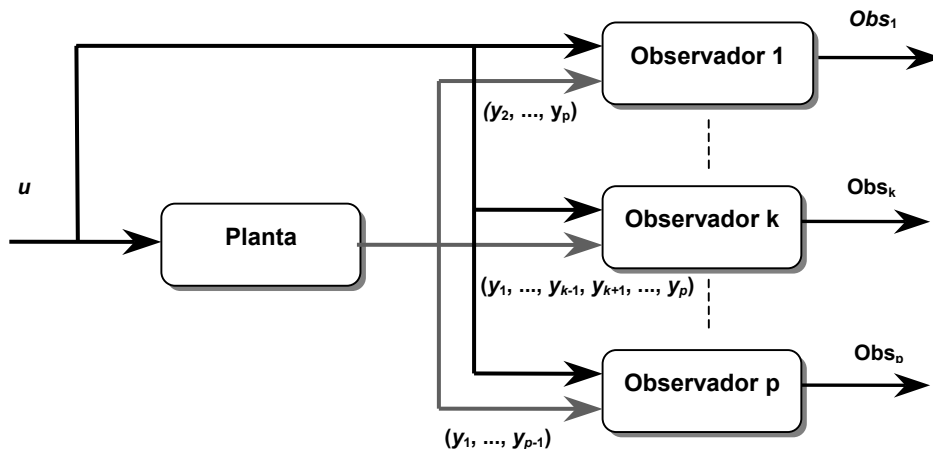


FIGURA 2.4 – Estrutura GOS em uma aplicação de DIF.

Como sempre há erros de modelamento e perturbações não conhecidas, os vetores de resíduos obtidos nunca apresentam valor nulo, mesmo para o caso da ausência de falhas. Isto pode fazer alguns vetores de resíduos darem falso alarme. De acordo com Frisk (1996), é mais provável que através da estrutura GOS seja possível obter vetores de resíduos mais confiáveis do que para a estrutura DOS em um ambiente mais realista. Isto se dá porque se um vetor de resíduos obtidos através de uma estrutura DOS der o alarme falso, isto imediatamente resulta em uma tomada errada de decisão. No entanto, através de uma estrutura GOS, pelo menos mais da metade dos vetores de resíduos

devem gerar o falso alarme, se for utilizada a regra de decisão da maioria, para a tomada de uma decisão errada.

Ainda, de acordo com Frisk (1996), como sempre há um preço a pagar para o aumento de confiabilidade, ou robustez, a estrutura GOS pode somente detectar uma falha de cada vez enquanto que uma estrutura DOS pode detectar falhas em todos os sensores ao mesmo tempo.

### **2.7.2 Direção do Vetor de Resíduos**

Nesta abordagem, o **filtro de detecção de falhas** é projetado de modo que o seu vetor de resíduos tenha uma direção específica, para o caso de falha em um único atuador ou componente, ou que esteja em um plano, no caso de falha em um único sensor.

Uma representação geométrica dos vetores de direção da falha e do vetor de resíduos quando ocorre a falha em um atuador ou em um componente é apresentada na Figura 2.5. A falha mais provável pode ser então determinada procurando qual é o vetor de direção da falha que forma um ângulo com o vetor do resíduo menor ou igual ao de um valor máximo predeterminado.

No caso de falha em um único sensor, teremos um plano de falha em vez de um vetor de direção da falha. Analogamente, ao caso anterior, a falha mais provável pode ser determinada procurando em qual plano de falha o vetor de resíduos forma um ângulo menor ou igual ao de um valor máximo predeterminado.

### **2.8 Requisitos de Robustez às Variações de Parâmetros, aos Ruídos e às Perturbações**

Um problema a ser considerado é que sinais não medidos e erros de modelagem estão sempre presentes no sistema, o que faz com que seja difícil de manter a taxa de falso alarme em um nível apropriado.

Se for conhecido como as incertezas influenciam no processo, estas incertezas são denominadas de incertezas **estruturadas**. Estas informações podem ser utilizadas para reduzir ou eliminar a sua influência nos vetores de resíduos. Se não for conhecido como



as perturbações agem no sistema, há pouco que se possa fazer para desacoplar as suas influências. Neste caso não é apresentada nenhuma robustez, o melhor que se pode fazer é maximizar a sensibilidade às falhas e minimizar a sensibilidade às perturbações sobre todos os pontos de operação.

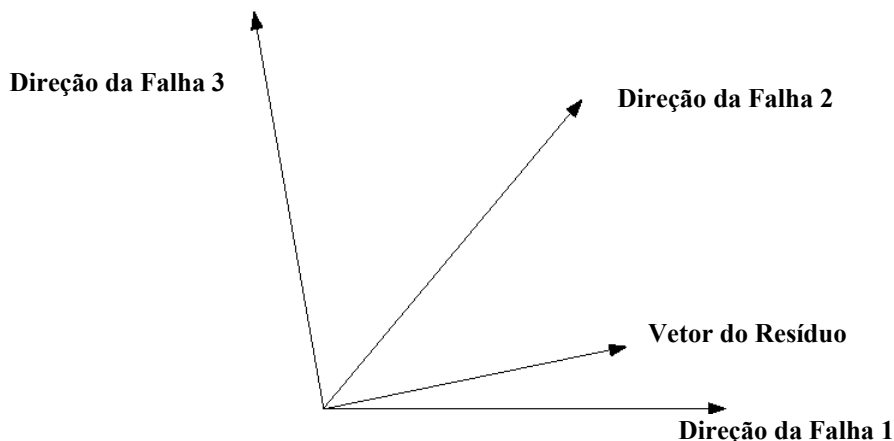


FIGURA 2.5 – Vetores de falhas e o vetor de resíduos para falha de um atuador ou de um componente.

## 2.9 Função de Decisão e Lógica de Decisão

Outra etapa é a análise dos padrões lógicos dos resíduos com o objetivo de identificar a falha ou falhas que geraram o respectivo resíduo. Tal análise pode ser feita através da comparação de um **conjunto de padrões** ou **assinaturas** conhecidas ou pelo uso de algum outro procedimento lógico mais complexo.

Os três estágios do procedimento de detecção e identificação da falha em um sistema, mostrado na Figura 2.6, são: geração de resíduos, processamento dos resíduos através, das funções de decisão; e teste dos resíduos processados de acordo com as assinaturas predeterminadas das falhas, através da lógica de decisão.

Observar que os procedimentos de detecção e identificação de falhas, quando utilizam técnicas de identificação de parâmetros do sistema, podem ser considerados como uma classe especial das técnicas baseadas em modelos (“model-based methods”).

Outros aspectos relevantes na detecção e identificação de falhas são os problemas relativos ao falso alarme e à perda de alarme. **Falso alarme** é a indicação da ocorrência

de uma falha quando na realidade o sistema esta operando na sua condição normal. A **perda de alarme**, por outro lado, é a indicação de que o sistema está operando normalmente, quando na realidade ele está em modo de falha. O **limiar de decisão** (“threshold”) entre o estado de falha e o estado normal de operação deve ser escolhido de modo a minimizar estas duas indicações erradas e conflitantes.

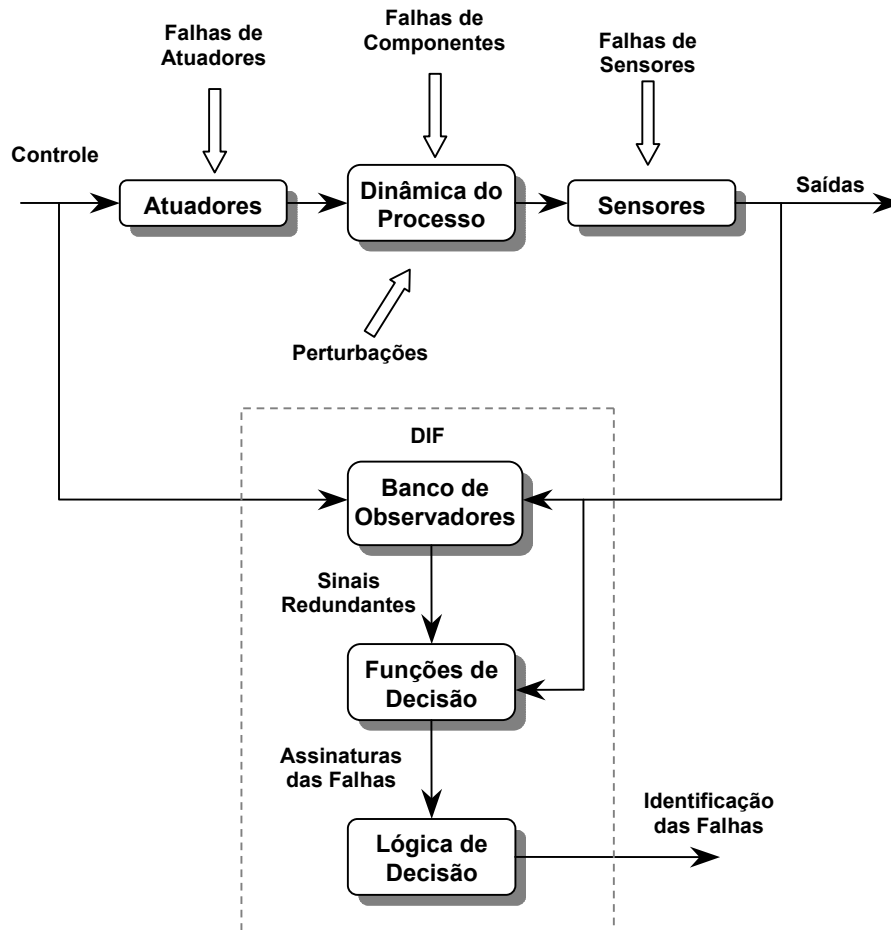


FIGURA 2.6 – Estágios da detecção e identificação de falhas.

## 2.10 Reconfiguração

Projetos de aplicação crítica devem atender a requisitos para garantia de alta confiabilidade. Inclusive de que o sistema deve continuar a executar as suas funções mesmo na presença de falhas de seus componentes, ou seja, **tolerante a falha**. No caso de falhas de seus componentes, ele pode degradar o seu desempenho mas deve continuar a ser operacional, sempre que possível.

Para isto, a função do componente com falha deve ser substituída pela de outro componente redundante ou equivalente, no caso de redundância física, ou que a a informação do componente com falha deve ser substituída pela informação gerada por um algoritmo que gere a informação redundante, no caso de uma redundância analítica.

O enfoque deste trabalho é voltado para redundância analítica, portanto, para incorporar o recurso da redundância analítica no projeto, é necessário estudar o efeito da comutação da informação no subsistema e desenvolver um algoritmo para Detecção, Identificação e Reconfiguração de Falhas Múltiplas em Sensores (DIRFMS).

No caso de existir mais de uma informação redundante, um algoritmo de DIRFMS deve também selecionar aquela que apresentar melhor qualidade de dados.



## CAPÍTULO 3

### MODELO PARA ESTUDO DE UM SISTEMA LINEAR INVARIANTE NO TEMPO

#### 3.1 Introdução

Este trabalho compreende aos estudos iniciais da viabilidade de aplicação de uma estratégia para detecção e identificação de falhas em sensores inerciais e reconfiguração da lei de controle para um Veículo Lançador de Satélites (VLS), que está sendo desenvolvido pelo Instituto de Aeronáutica e Espaço do Centro Técnico Aeroespacial, em São José dos Campos, utilizando a abordagem da redundância analítica. O VLS é um veículo convencional, composto por quatro estágios e sem módulos reutilizáveis, para ser lançado a partir de uma plataforma terrestre. Na decolagem o seu comprimento é de 19m, a sua massa é de 50 toneladas e o seu empuxo é de 1000KN. A propulsão principal é fornecida por propulsores a propelente sólido, em todos os estágios, com massa total de combustível de 41 toneladas.

O desempenho do VLS deve permitir a inserção de satélites, com massa entre 100Kg a 250Kg, em órbita circular de 250Km a 1000Km, em larga faixa de inclinações, desde as órbitas equatoriais até as órbitas polares. Uma representação esquemática dos principais subsistemas do veículo é apresentada na Figura 3.1.

O primeiro estágio do VLS é formado por quatro propulsores iguais, operando simultaneamente e fixados simetricamente ao corpo do segundo estágio. Suas tubeiras se movimentam em planos diferentes para permitir o controle de atitude, em torno dos 3 eixos do sistema de referência do corpo (SC), que está fixado no centro de massa (CM) do veículo. Estes planos têm uma inclinação fixa com a finalidade de minimizar as perturbações sobre o veículo, resultantes de possíveis diferenças de empuxo existente entre os quatros propulsores.

O propulsor do segundo estágio é idêntico ao do primeiro estágio, a menos de sua tubeira que apresenta movimento angular em dois eixos e é adaptada ao vôo em atmosfera rarefeita. O propulsor do terceiro estágio é oriundo do primeiro estágio do foguete SONDA IV e também está equipado com uma tubeira móvel com movimento angular em dois eixos. Como o segundo e o terceiro estágios permitem fazer somente o controle de atitude em torno de 2 eixos do SC: arfagem e guinada, o controle de rolamento é feito por um subsistema de controle de rolamento localizado na baía de controle.

O propulsor do quarto estágio, S44, tem tubeira fixa e é responsável pelo último incremento de velocidade, injetando o satélite em sua órbita. A coifa do VLS é ejetável e tem a função principal de proteger o satélite dos efeitos aerodinâmicos durante a travessia da atmosfera.

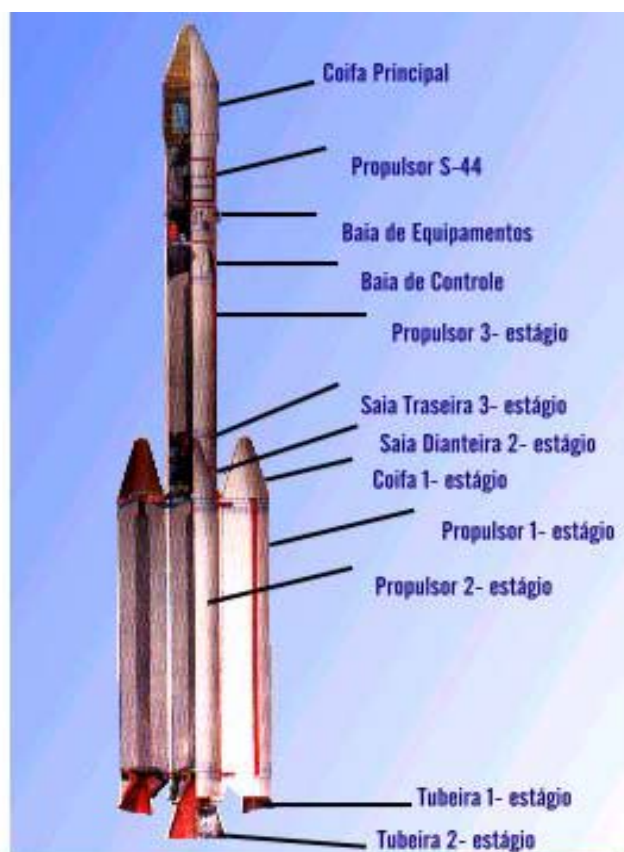


FIGURA 3.1 – Subsistemas do VLS.

As fases do vôo do VLS são apresentadas na Figura 3.2 . Para ativar cada fase do vôo, o VLS tem uma rede pirotécnica que é responsável pela iniciação dos propulsores, pelo

acionamento dos subsistemas de atuação, pela separação de estágios e pela destruição do veículo, caso receba a ordem de teledestruição.

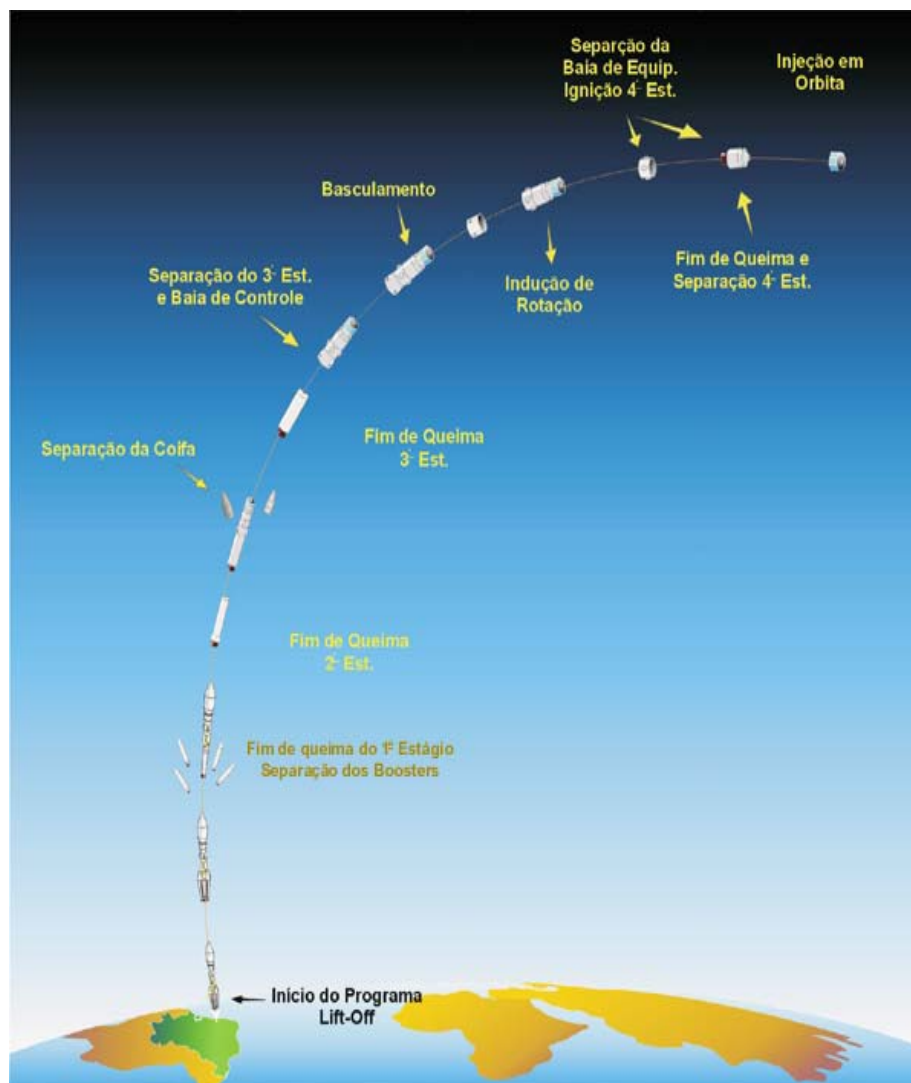


FIGURA 3.2 – Fases do voo do VLS.

O VLS conta também com uma rede elétrica que desempenha inúmeras funções, tais como: suprimento de energia, monitoramento do veículo, sistema de telemetria para enviar os sinais de monitoração, subsistema de computador de bordo para processamento da estratégia de controle, sensores inerciais para fornecer informações de atitude, velocidade angular e aceleração linear do veículo, subsistema de atuadores e subsistema de teledestruição.

A estrutura do sistema de controle do VLS é descrita em Leite Filho (2002), onde podemos encontrar ótimas referências que descrevem o projeto deste subsistema de controle.

### 3.2 Modelo da Dinâmica de um Sistema Linear Invariante no Tempo

O modelo da dinâmica de um Sistema Linear Invariante no Tempo (SLIT) para estudo pode ser representado através de um sistema de equações lineares no espaço de estado de sistemas contínuos, com parâmetros invariante no tempo, dado por:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t) &= \mathbf{A} \mathbf{x}(t) + \mathbf{B} \mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C} \mathbf{x}(t) + \mathbf{D} \mathbf{u}(t) \end{aligned} \tag{3.1}$$

onde:  $\mathbf{x}(t)$  é o vetor de estado do sistema de ordem  $n \times 1$ ;

$\mathbf{u}(t)$  é o vetor de controle do sistema de ordem  $r \times 1$ ;

$\mathbf{y}(t)$  é o vetor de medidas do sistema de ordem  $p \times 1$ ;

$\mathbf{A}$  é a matriz da dinâmica do sistema de ordem  $n \times n$ ;

$\mathbf{B}$  é a matriz de distribuição do controle ordem  $n \times r$ ;

$\mathbf{C}$  é a matriz de medidas de ordem  $p \times n$ , e

$\mathbf{D}$  é a matriz de realimentação direta de ordem  $p \times r$ , considerada nula para o modelo em estudo.

Para este modelo podemos ter três tipos gerais de falhas:

- **Falhas em sensores:** modelado como uma falha de medida acrescentada ao sinal de saída do sistema;
- **Falhas em Atuadores:** modelado como uma falha de medida acrescentada ao sinal de entrada do sistema, e



- **Falhas em Componentes:** modelado como qualquer matriz de distribuição que contém as falhas de processo aditiva ou multiplicativa que é acrescentada a matriz da dinâmica do sistema.

Considerando que as incertezas que agem sobre o sistema e que as entradas e saídas não medidas no processo são estruturadas, estas informações podem ser acrescentadas ao modelo. No caso de incorporarmos as incertezas estruturadas ao modelo, dado pela Equação 3.1, ele passa a ficar mais completo e pode ser representado por:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A} \mathbf{x}(t) + \mathbf{B} [\mathbf{u}(t) + \mathbf{f}_a(t)] + \Delta \mathbf{A} \mathbf{x}(t) + \mathbf{E} \mathbf{d}(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C} \mathbf{x}(t) + \mathbf{f}_s(t)\end{aligned}\tag{3.2}$$

onde:  $\mathbf{f}_a(t)$  é o vetor de falhas nos atuadores;

$\mathbf{f}_s(t)$  é o vetor de falhas nos sensores;

$\mathbf{d}(t)$  são as perturbações agindo no sistema;

$\Delta \mathbf{A}$  é a matriz de variações de parâmetros da dinâmica do sistema, e

$\mathbf{E}$  é a matriz de distribuição das perturbações que agem no sistema.

Nota: Para facilitar o desenvolvimento das equações, deste ponto em diante, os termos que indicam funções de  $t$  serão omitidos, as letras em itálico serão utilizadas para identificar variáveis do tipo escalar, as letras maiúsculas em negrito itálico identificarão as matrizes e as letras minúsculas em negrito itálico identificarão os vetores.

### 3.3 Hipóteses Simplificadoras Utilizadas a partir do Modelo Matemático do VLS

A representação completa do modelo matemático da dinâmica do VLS é muito difícil de ser determinada, pois o seu envelope de vôo é muito amplo e ele pode efetuar vários tipos de manobras. A dinâmica do veículo é instável, não linear e varia em função do tempo, da sua velocidade em mach, da variação da aceleração da gravidade, da variação de massa e da separação dos estágios. Os parâmetros da sua dinâmica são imprecisos, pois não é possível reproduzir as condições de vôo. O veículo está sujeito a

perturbações externas não mensuráveis durante o seu vôo. Os seus subsistemas de atuação apresentam atraso de resposta, erros de atuação, não linearidades, ruído e podem apresentar falhas. Os seus sensores apresentam atraso de resposta, não linearidades, ruídos, erros de medida em função das acelerações e variação de temperatura e também podem apresentar falhas.

Com todas estas influências não desejadas se torna muito difícil ou praticamente impossível desacoplar somente as informações das falhas ou fazer os desenvolvimentos matemáticos necessários. Portanto, foi desenvolvido um SLIT inspirado no modelo matemático do VLS, mas para tal foram necessárias as seguintes hipóteses simplificadoras:

- O modelo matemático, ou planta, utilizado para estudo é o do movimento do VSL no plano de arfagem, cujo desenvolvimento está documentado no Apêndice A;
- Os parâmetros para representação da planta do veículo são bem conhecidos, invariantes no tempo e obtidos em um ponto de sua trajetória, conforme Oliva (1998);
- São desconsideradas as perturbações externas;
- O veículo é considerado simétrico de modo que os parâmetros aerodinâmicos para o modelo do plano de arfagem são os mesmos do plano de guinada, para o mesmo ângulo de incidência aerodinâmica. Deste modo, os estudos efetuados para o movimento do veículo no plano de arfagem também são válidos para o movimento no plano de guinada;
- A Terra é considerada plana, de modo que não há variação de aceleração da gravidade;
- Os controladores e atuadores são ideais e não apresentam falhas. As falhas em atuadores podem ser desconsideradas, pois normalmente, estes tipos de atuadores apresentam uma informação de monitoração de sua posição. Esta

informação pode ser utilizada para alimentar o banco de observadores, fazendo com que a falha em atuador não afete a estimação do estado da planta. Ela também pode ser comparada com o sinal de entrada do atuador com a finalidade de detectar erros e atrasos de atuação, não necessitando, portanto, de uma abordagem analítica para detecção de falha em atuadores, e

- Os sensores inerciais são ideais. O tipo de falha, a sua duração e o ruído são controlados por um simulador de falhas.

De acordo com o Apêndice A e a Equação 3.1, o vetor de estado do modelo no plano de arfagem é dado por:

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= [w \quad q \quad \theta]^T \\ u &= \beta_z \end{aligned} \quad (3.3)$$

onde:  $w$  é a velocidade linear em m/s, na direção do eixo  $z$  no sistema de referência do corpo (SC);

$q$  é a velocidade angular de arfagem (“pitch-rate”) em rad/s, isto é, a velocidade angular em torno do eixo  $y$  no SC;

$\theta$  é o ângulo de arfagem em rad, isto é, o ângulo em torno do eixo  $y$  no sistema de referência inercial (SI), e

$\beta_z$  é o ângulo de deflexão do atuador em rad, em torno do eixo  $y$  no SC.

As matrizes  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$  e  $\mathbf{C}$  da Equação 3.1 são dadas por:

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} Z_w & Z_q + U_0 & -g \\ M_w & M_q & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \\ \mathbf{B} &= [Z_{\beta_z} \quad M_{\beta_z} \quad 0]^T \end{aligned} \quad (3.4)$$

$$\mathbf{C} = \mathbf{I}_3$$

onde:  $g$  é a aceleração da gravidade local;

$I_n$  é a matriz identidade de ordem  $n \times n$ ;

$U_0$  é o módulo da velocidade linear do veículo, e

$Z_w, Z_q, M_w, M_q, Z_{\beta z}$  e  $M_{\beta z}$  correspondem às derivadas de estabilidade no plano de arfagem do VLS.

Os parâmetros utilizados para o modelo, obtidos em Oliva (1998), são apresentados na Tabela 3.1.

TABELA 3.1 – Valores dos parâmetros utilizados para o modelo do veículo.

Variável	Valor
$Z_w$	$-0,0968s^{-1}$
$M_w$	$0,0096m^{-1}s^{-1}$
$Z_q$	$0,1631m/s$
$M_q$	$0,0568s^{-1}$
$U_0$	$544,46m/s$
$g$	$9,7886m/s^2$
$Z_{\beta z}$	$19,3761m/s^2$
$M_{\beta z}$	$7,2769s^{-2}$

Os gráficos da simulação da resposta da planta para uma entrada degrau de amplitude 0,1rad e atraso de 0,1s são apresentados na Figura 3.3. Para as simulações efetuadas neste trabalho foi utilizado o ambiente de simulação de sistemas dinâmico Simulink, versão 5.0, do Matlab, “release” 13, usando o método de integração “ode5 – Dormand-Prince” com passo fixo de integração de 0,01s ( $\Delta T = 0,01s$ ) para sistemas contínuos. Verifica-se nestes gráficos que a planta apresenta um comportamento instável.

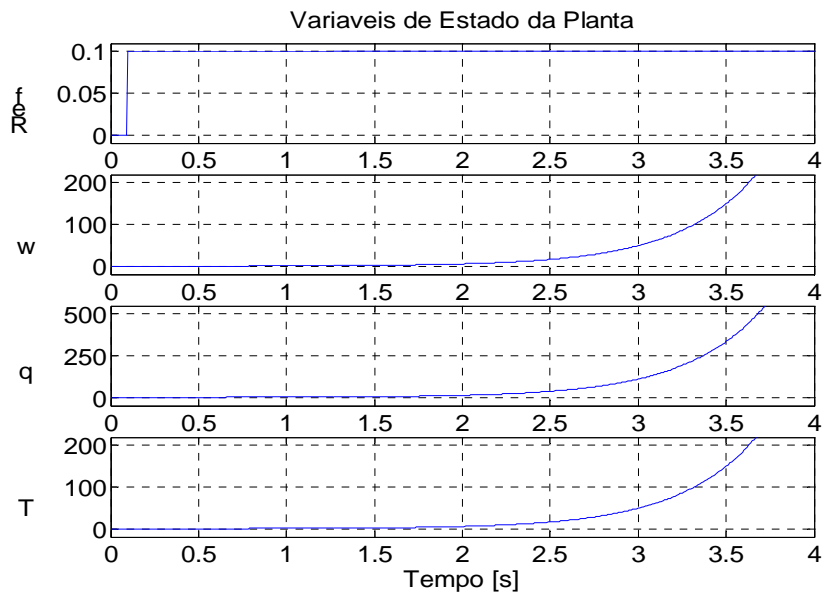


FIGURA 3.3 – Resposta da planta a uma entrada degrau.

onde:  $Ref$  representa o sinal de entrada de referência em rad usado no Simulink, e

$w$ ,  $q$  e  $T$  são as representações das variáveis de estado da planta:  $w$  em m/s,  $q$  em rad/s e  $\theta$  em rad; no ambiente do Simulink.

### 3.4 Subsistema de Controle para Planta

O projeto de um subsistema de controle não faz parte do projeto de um subsistema de DIFS, mas como a planta é instável é necessário ter uma planta controlada estável para poder efetuar os estudos de desempenho do subsistema de DIFS. Para isto, foi utilizado o subsistema de controle projetado em Oliva (1998). Este subsistema de controle foi projetado com o objetivo de fazer o modelo acompanhar uma atitude de arfagem de referência  $\theta_{ref}$  e de ajustar as variáveis de estado restantes. Portanto, o subsistema de controle necessita da informação dos três sensores para operar adequadamente, isto é, as medidas das variáveis de estado:  $w$ ,  $q$  e  $\theta$ . O subsistema de controle longitudinal foi baseado no seguinte modelo estendido:

$$\begin{bmatrix} \dot{w} \\ \dot{q} \\ \dot{\theta} \\ \dot{e}_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_w & Z_q + U_0 & -g & 0 \\ M_w & M_q & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} w \\ q \\ \theta \\ e_\theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Z_{\beta z} \\ M_{\beta z} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} * \beta_z + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} * \theta_{ref} \quad (3.5)$$

$$y = C x$$

A variável de estado  $e_\theta$  é a integral do erro da atitude de arfagem e foi incluída para manter o erro de regime próximo de zero. Este subsistema de controle foi projetado pela técnica LQR, descrito em Rinaski (1982), e a lei de controle é dada por:

$$\beta_z = -G_r x - G_{e\theta} e_\theta - G_0 \theta_{ref} \quad (3.6)$$

onde o vetor com os ganhos de realimentação é dados por:

$$G_r = [G_w \quad G_q \quad G_\theta] \quad (3.7)$$

Na Tabela 3.2 são apresentados os valores dos ganhos do controlador projetado em Oliva (1998). O diagrama de blocos da planta, com a sua lei de controle, é apresentado na Figura 3.4. A resposta da planta controlada para uma entrada degrau de 0,1rad, com atraso de 0,1s, é apresentada na Figura 3.5, como foi feito no item anterior.

Pode-se verificar agora que planta está estável e que o seu tempo de acomodação em atitude de arfagem, para uma entrada degrau e tolerância de 3%, é de aproximadamente 3s.

TABELA 3.2 – Ganhos do controlador da planta usando a técnica LQR.

Ganhos	Valor
$G_w$	$0,0013 \text{ (m/s)}^{-1}$
$G_q$	1,4551 s
$G_\theta$	3,2581 rad
$G_{e\theta}$	-3,1623 rad
$G_0$	-3,257 rad

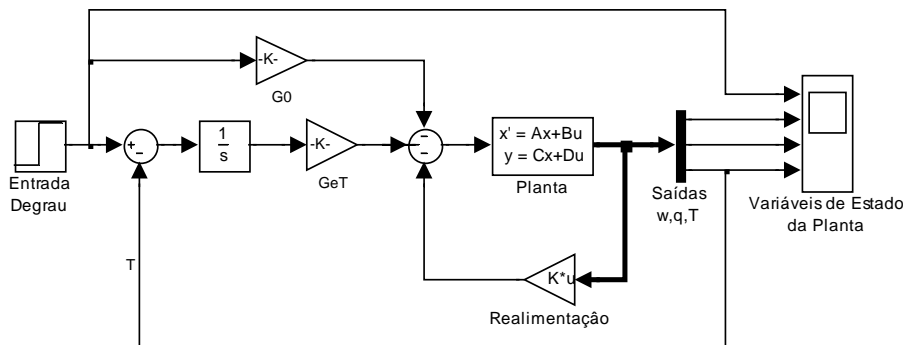


FIGURA 3.4 – Diagrama de blocos da planta com a sua lei de controle.

Nota: As linhas em negrito, nos diagramas de blocos, são utilizadas para representar informações vectoriais.

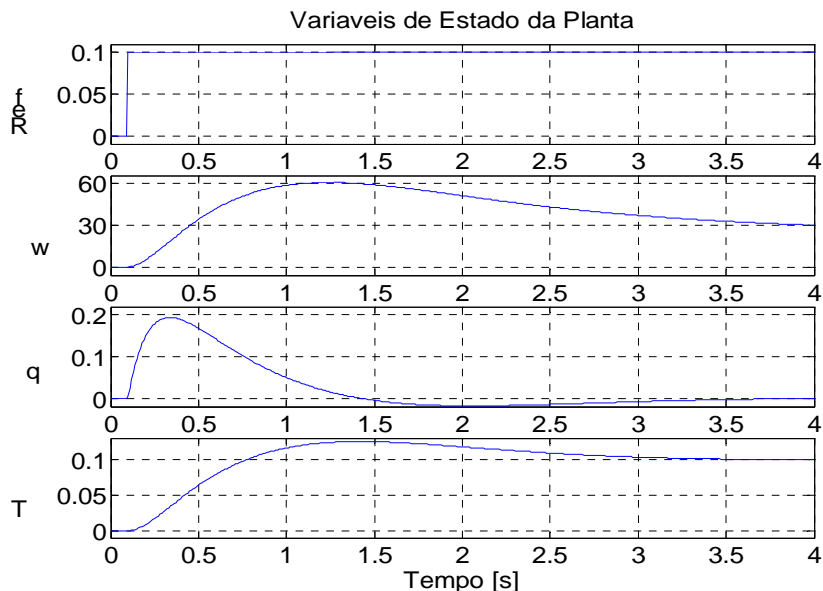


FIGURA 3.5 – Resposta da planta controlada a uma entrada degrau de 0,1rad.

### 3.5 Falhas em Sensores

Um subsistema de Detecção e Identificação de Falhas Múltiplas em Sensores (DIFMS) é necessário devido à influência destas falhas no desempenho de um sistema controlado. Na literatura encontram-se várias técnicas para detecção e identificação de falha em um único componente, portanto, neste trabalho abordaremos o caso da detecção e identificação de falhas múltiplas intermitentes. De acordo com as hipóteses simplificadoras apresentadas no Item 3.3, as falhas  $f_a(t)$ ,  $f_c(t)$  e  $d(t)$  são consideradas nulas e a equação da dinâmica da planta com falha em sensores passa a ser dada por:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{f}_s(t)\end{aligned}\tag{3.8}$$

Uma falha pode apresentar um comportamento qualquer. Para facilitar o estudo serão adotados 4 tipos básicos de falhas, que poderão ser combinados para representação de uma falha qualquer. Os 4 tipos básicos de falhas são:

- **Valor Constante:** o sensor passa a fornecer apenas um valor constante. Permite simular, por exemplo: falha de perda de energia do sensor, quando ele passa a fornecer somente o valor nulo; falha interna em um condicionador de sinal do sensor, quando ele passa a fornecer um valor de fundo de escala positivo ou negativo, ou um valor constante qualquer. Neste tipo de falha em sensor o simulador apresenta uma variação abrupta do valor da medida para o valor constante selecionado;
- **Último Valor:** o sensor passa a fornecer a última medida efetuada antes de ocorrer a falha. Este tipo de falha pode, por exemplo, simular a falha na atualização da informação digital no conversor D/A do sensor, de modo que a saída permanecerá com um valor constante;
- **Deriva de “Offset”:** o valor do “Offset” do sensor altera em função do tempo, e
- **Deriva de Fator de Escala:** o fator de escala do sensor altera em função do tempo.

O diagrama de blocos da planta controlada, considerando a falha em sensores, é apresentado na Figura 3.6. Para simular a falha em sensores foi desenvolvido um módulo simulador de falhas, o qual tem como entrada o estado do modelo e pode inserir um dos 4 tipos básicos de falhas a esta informação.



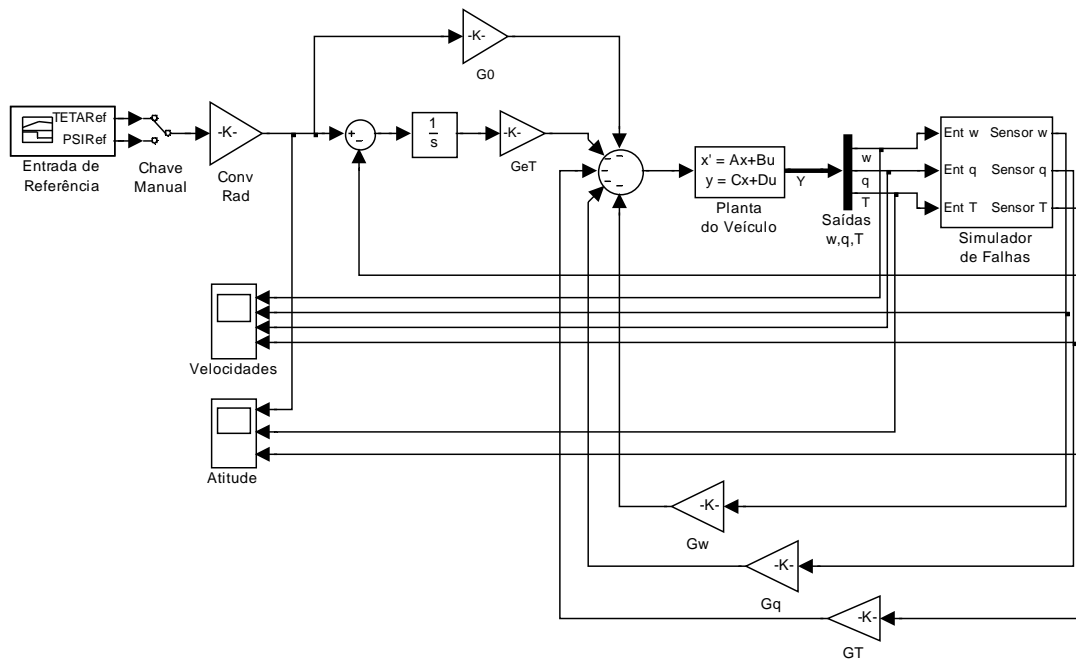


FIGURA 3.6 – Diagrama de blocos da planta controlada com simulador de falhas em sensores.

O diagrama de blocos do módulo Simulador de Falhas é apresentado na Figura 3.7. Neste módulo temos como entrada o estado da planta e para cada uma destas entradas pode ser selecionado qualquer um dos 4 tipos básicos de falhas através da alteração do conteúdo do bloco: **Modo de Operação**  $s$ , onde  $s = \{w, q, \theta\}$  representa a identificação do sensor; que pode ter um dos seguintes valores:

- 0 - **Estado Normal**: sem falha no sensor.
- 1 - **Valor Constante**: a saída do sensor passa para o valor constante, durante os intervalos de falha. O valor desejado, em unidade de engenharia, é digitado no campo do parâmetro “Constant value” do bloco Valor  $s$ ,
- 2 - **Último Valor**: a saída do sensor permanece constante, no último valor antes da ocorrência da falha, durante os intervalos de ocorrência da falha.
- 3 - **Deriva de “Offset”**: gera um sinal de “offset” crescente ou decrescente, durante os intervalos da falha, que é adicionado ao sinal de saída da planta. Este sinal começa com um valor nulo no instante em que inicia um estado de falha, e a sua variação é dada em um valor percentual correspondente ao valor de fundo de

escala de cada sensor, sendo que esta variação é em porcentagem por segundo. O valor desejado da variação, positivo ou negativo, deve ser digitado no campo do parâmetro “Constant value” do bloco: **Valor s**.

4 - **Deriva de Fator de Escala**: gera um valor de fator de escala crescente ou decrescente, durante os intervalos da falha, que é multiplicado ao sinal de saída da planta. Este valor de fator de escala sempre começa com valor unitário no instante em que inicia um estado de falha, e a sua variação é em porcentagem por segundo. O valor desejado da variação, positivo ou negativo, deve ser digitado no campo do parâmetro “Constant value” do bloco: **Valor s**.

O bloco: **Tempo de Comutação de Estado para Sensor s** armazena o vetor de tempos de comutação de estado normal para o estado de falha e vice-versa. O Simulador de Falhas é sempre inicializado com todos os sensores operando em estado normal. Este vetor deve ter um número par de elementos.

Durante a simulação, os dados para simular a falha desejada passam para o bloco: **Falha\_s**, que contém uma rotina DLL, desenvolvida em linguagem C, para processamento da falha. Esta rotina além de inserir a falha, também limita o valor máximo de cada medida, no valor de fundo de escala do respectivo sensor, para representar a sua saturação. A listagem da rotina Falhaw.c, se encontra no Apêndice B. As saídas destas rotinas são os valores do estado da planta com inserção da falha selecionada e com limitação no valor de fundo de escala do sensor.

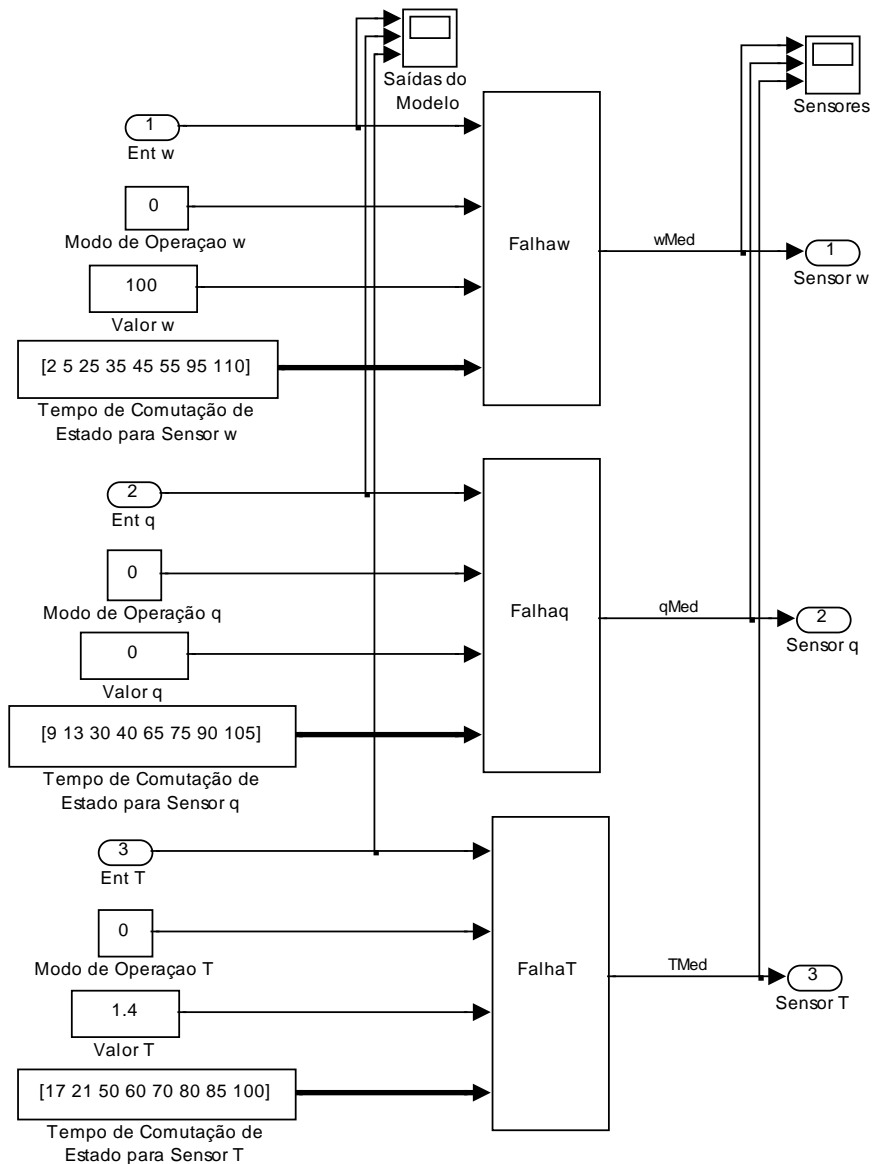


FIGURA 3.7 – Diagrama de blocos do módulo: Simulador de Falhas.

No estudo para um sistema de detecção e identificação de falhas também deve ser levado em consideração qual é o sinal de referência que será utilizado para o sistema executar a sua missão. No presente estudo foi utilizado o perfil de atitude de arfagem apresentado na Figura 3.8, que lembra um perfil de vôo que pode ser utilizado pelo VLS. Este sinal é utilizado no desenvolvimento e na avaliação de desempenho do subsistema de detecção e identificação de falhas.

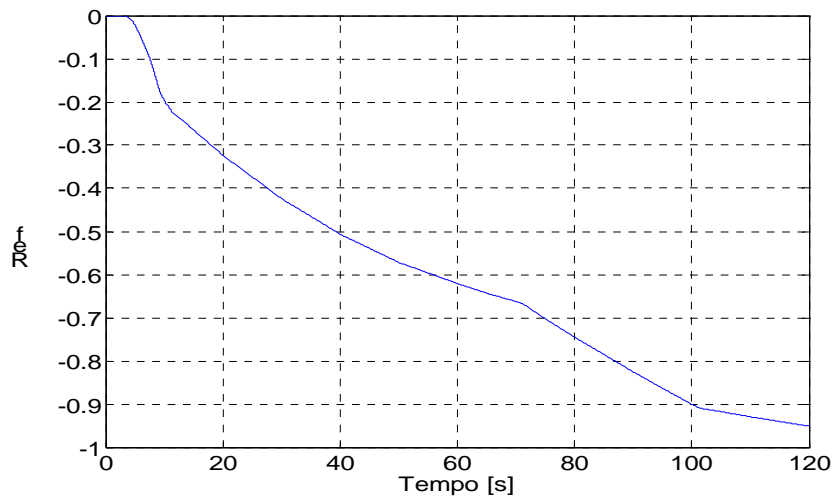


FIGURA 3.8 – Sinal de entrada de referência de arfagem, em rad, para a planta.

Aplicando este sinal de entrada na planta controlada, os sensores, quando operam no modo normal, apresentam as medidas mostradas na Figura 3.9.

Uma falha pode ou não ocorrer no sistema a qualquer momento, enquanto o sistema executa a sua missão. Para facilitar o estudo da influência dos tipos básicos de falhas, elas foram divididas em 2 grupos: falhas abruptas e falhas incipientes. As falhas do tipo abruptas são: Constante e Ultimo Valor. As falhas do tipo incipientes são: Deriva de “Offset” e Deriva de Fator de Escala.

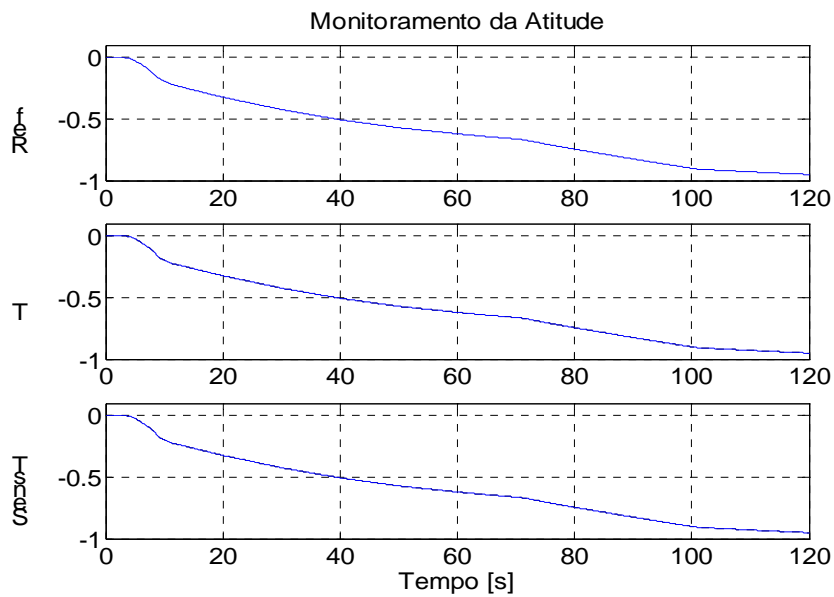
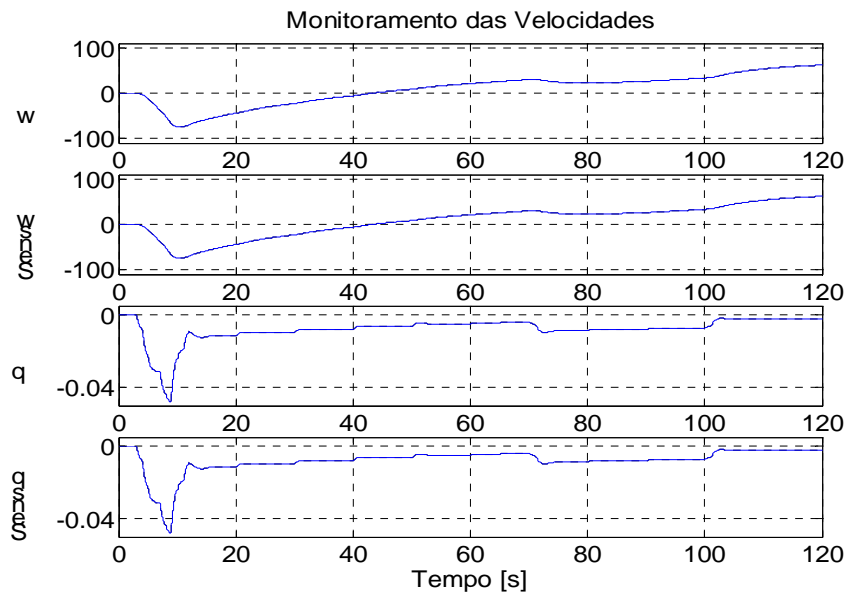


FIGURA 3.9 – Velocidade linear, em m/s, velocidade angular, em rad/s, e ângulo de arfagem, em rad, da planta para o sinal de referência em arfagem.

onde: Sensw, Sensq e SensT são os sinais de  $w$ ,  $q$  e  $\theta$  medidos pelos respectivos sensores.

### 3.5.1 Falhas Abruptas Simples

Inicialmente é apresentado o comportamento da planta controlada para falhas abruptas simples em cada sensor, ou seja, em cada simulação, ocorre somente a falha em um único sensor. Para facilitar a comparação dos resultados das simulações neste trabalho,

foram padronizados os tipos de falha para cada sensor e os tempos de comutação de estado. O diagrama de tempo de ativação de cada falha é apresentado na Figura 3.10 , onde o nível 1 representa estado de falha e o nível 0 representa estado normal do sensor. Foi elaborado este diagrama de tempo, pois ele permite efetuar combinação de falhas múltiplas em sensores, que são utilizadas para análise de comparação de desempenho das técnicas em estudo.

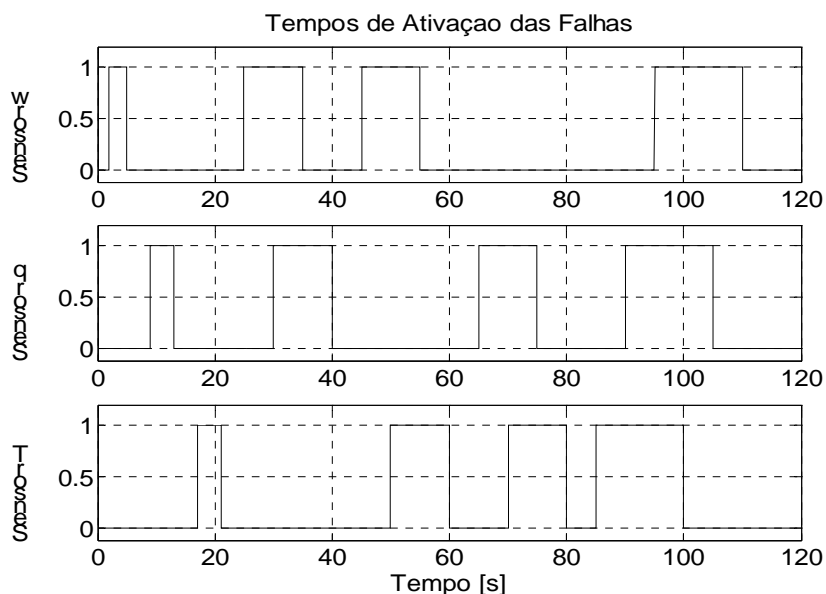


FIGURA 3.10 – Diagrama de tempo de ativação das falhas nos sensores.

Cada combinação de falhas ativadas, obtido no diagrama de tempo de ativação das falhas, é denominada de estado lógico da falha. A duração de cada estado lógico da falha tem aproximadamente 5s, obtidos em função do tempo de acomodação da resposta da planta controlada a uma entrada degrau. Para que o tempo total de simulação não ultrapassar de 120s, foi reduzido o tempo de duração dos estados lógico da falha quando ocorria a falha em um único sensor. Para otimizar o número de gráficos, para comparação de desempenho entre as técnicas, optou-se também em colocar tipos diferentes de falhas em cada sensor, dentre os tipos básicos de falha em estudo. A seleção do tipo de falha para cada sensor foi obtida em função do resultado de várias simulações, onde se notou que a falha do sensor w, de acordo com o diagrama de tempos das falhas, não tornava a planta controlada instável. Portanto, foi utilizada a falha do tipo constante, valor de fundo de escala, que é a que apresenta maior dispersão da trajetória. Já para os sensores q e  $\theta$ , como uma falha em qualquer um deles tornava a

planta controlada instável, foi selecionado o tipo de falha que apresentasse menor influência. Sendo assim, foi selecionada a falha do tipo constante, valor zero, para o sensor  $q$  e a falha do tipo último valor para o sensor  $\theta$ . Na Tabela 3.3 são apresentados os tipos de falhas abruptas adotadas e os tempos de comutação de estado para cada sensor.

TABELA 3.3 – Tipo de falhas e tempos de comutação de estado dos sensores.

Sensor	Tipo de Falha	Tempos de Comutação de Estado [s]	
		Falha	Normal
w	Constante = 100 (Fundo de Escala)	2	5
		25	35
		45	55
		95	110
q	Constante = 0 (Zero)	9	13
		30	40
		65	75
		90	105
$\theta$	Último Valor	17	21
		50	60
		70	80
		85	100

A resposta da planta controlada para falha intermitente com valor de fundo de escala no sensor  $w$  é apresentado na Figura 3.11, a resposta para falha intermitente com valor nulo no sensor  $q$  é apresentado na Figura 3.12 e a resposta para a falha intermitente do tipo último valor no sensor  $\theta$  é apresentado na Figura 3.13.

Como as falhas simples simuladas para os sensores  $q$  e  $\theta$  tornam a planta controlada instável e a falha simples simulada para o sensor  $w$  causa apenas dispersão na sua trajetória, é necessário que um subsistema DIRFS tenha uma resposta rápida para que o subsistema de controle, através de leis de controle alternativa, mantenha o sistema controlável. Deste modo, o grupo de controle de lançamento poderá tomar as medidas de segurança em caso de falhas nos sensores.

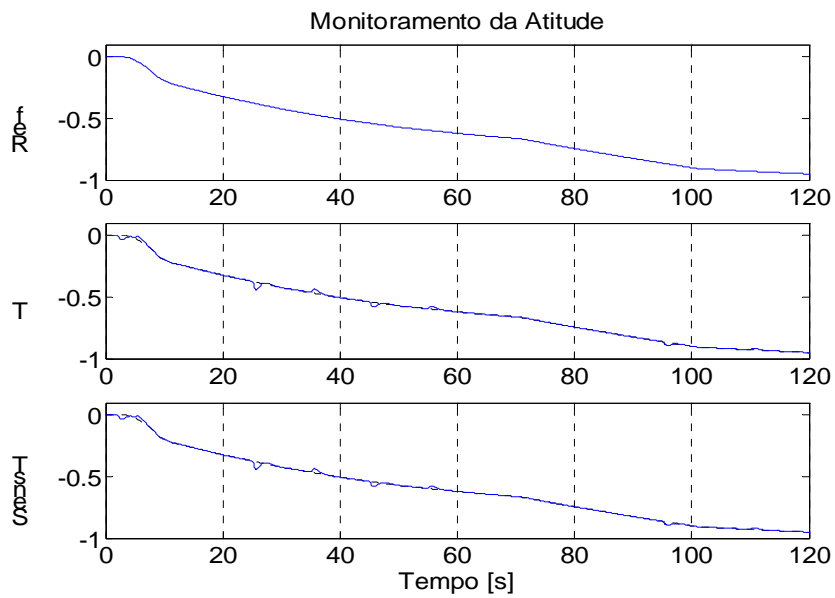
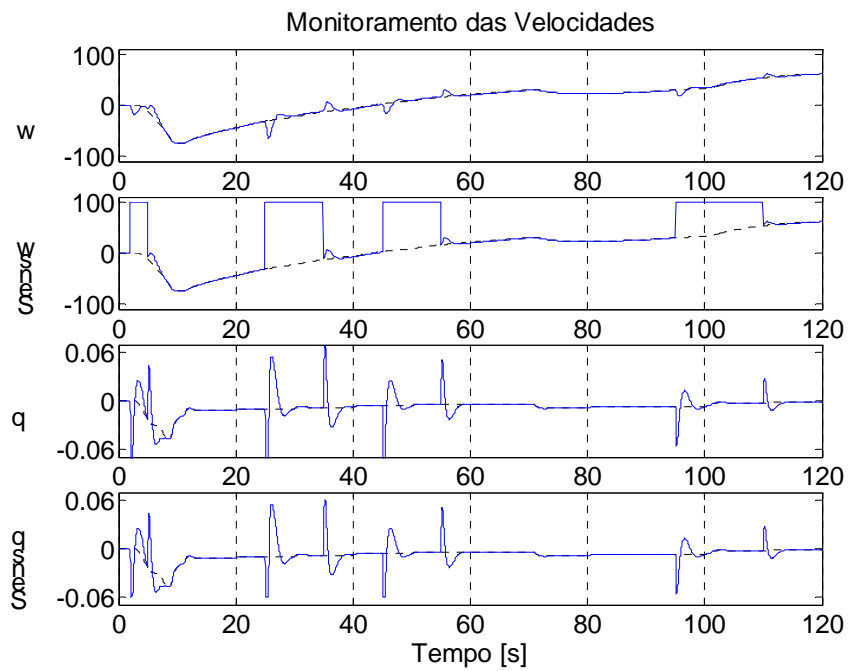


FIGURA 3.11 - Velocidade linear, em m/s, velocidade angular, em rad/s e ângulo de arfagem, em rad, da planta controlada para falha intermitente com valor de fundo de escala no sensor  $w$ .



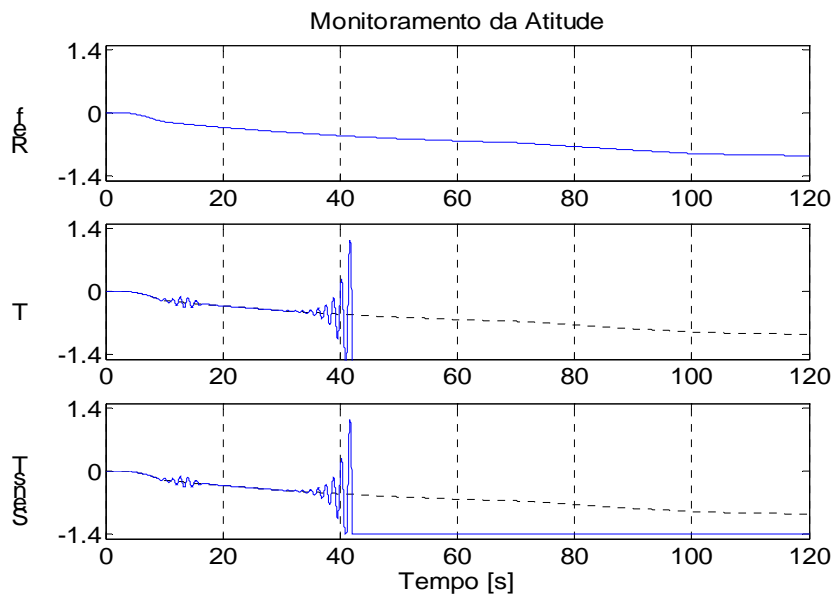
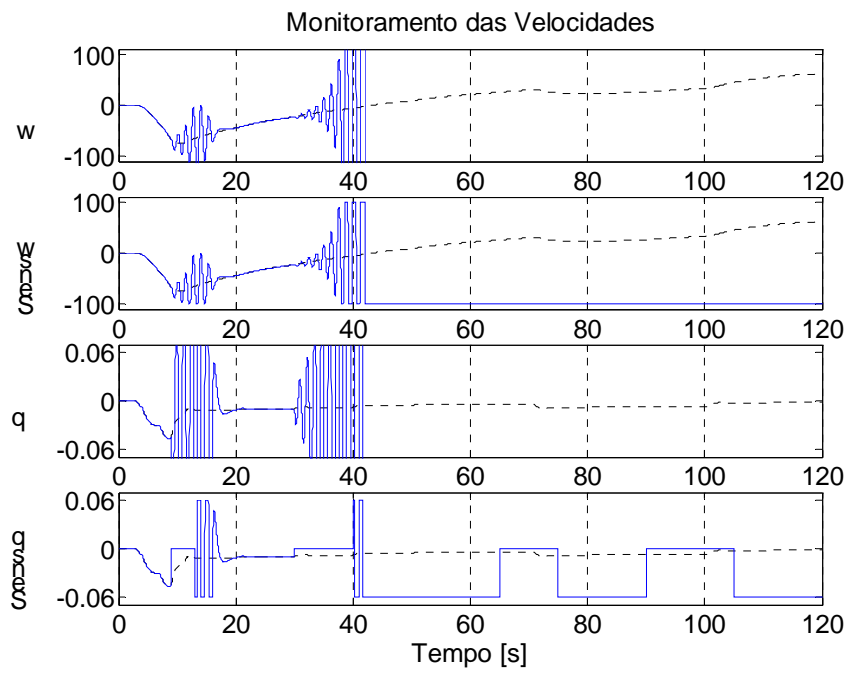


FIGURA 3.12 - Velocidade linear, em m/s, velocidade angular, em rad/s, e ângulo de arfagem, em rad, da planta controlada para falha intermitente com valor nulo no sensor  $q$ .

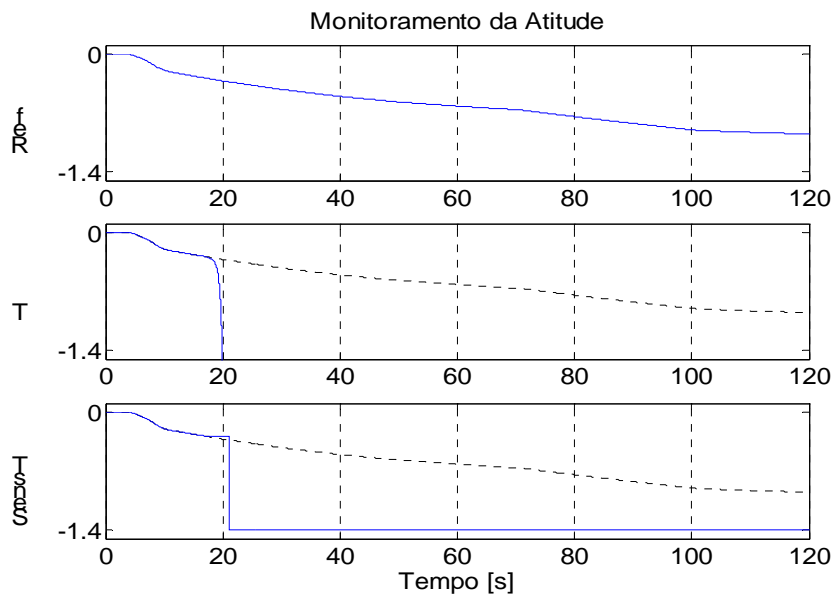
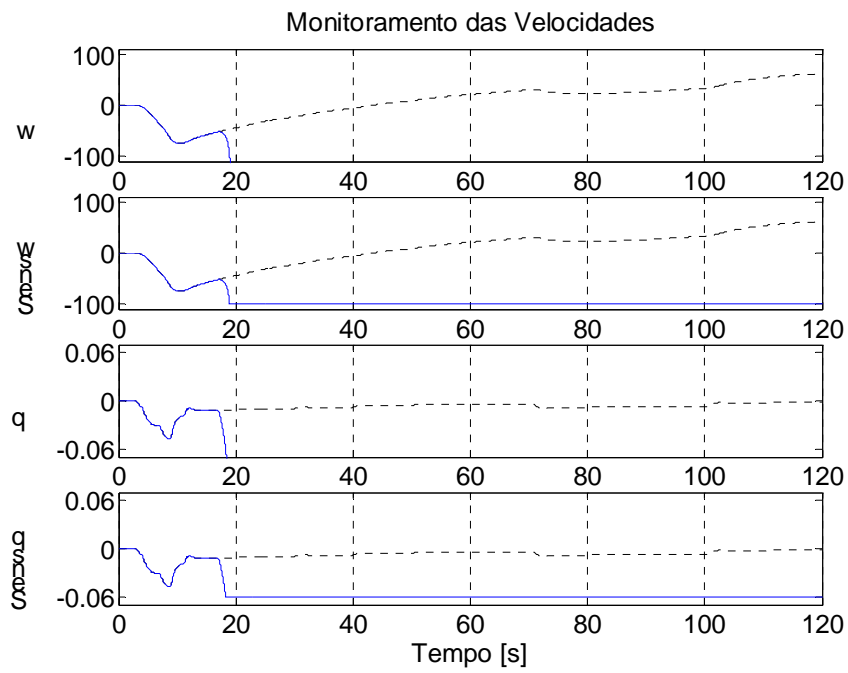


FIGURA 3.13 - Velocidade linear, em m/s, velocidade angular, em rad/s, e ângulo de arfagem, em rad, da planta controlada para falha intermitente do tipo último valor no sensor  $\theta$ .

### 3.5.2 Falhas Incipientes Simples

As falhas incipientes simples, devido a sua característica de agir lentamente no sistema, são mais difíceis de serem detectadas. Para este grupo de falhas foi escolhida a falha incipiente de derivada de “offset” para o sensor  $q$  e a de deriva de fator de escala para o sensor  $\theta$ , pois as falhas destes sensores podem tornar a planta controlada instável. Foi também utilizado o mesmo diagrama de tempo de falhas apresentado na Figura 3.10 para estes sensores. Em cada simulação acontecerá um tipo de falha intermitente em um único sensor. Na Tabela 3.4 são apresentados os tipos de falhas incipientes e os respectivos tempos de comutação de estado destes sensores.

TABELA 3.4 – Tipo de falhas incipientes e tempos de comutação de estado dos sensores.

Sensor	Tipo de Falha	Tempos de Comutação de Estado [s]	
		Falha	Normal
$q$	Deriva de “Offset” (Valor = 5%/s)	9	13
		30	40
		65	75
		90	105
$\theta$	Deriva de Fator de Escala (Valor = 2%/s)	17	21
		50	60
		70	80
		85	100

Na Figura 3.14 é apresentada a resposta da planta controlada para falha intermitente de deriva de “offset” com taxa de variação de 5%/s para o sensor  $q$ . Este valor foi utilizado de modo que a informação do sensor não atingisse a sua saturação. Com este valor simulado para falha incipiente no sensor  $q$ , verifica-se que a planta controlada não se tornou instável. Para este sensor, após várias simulações notou-se que ao aumentar a taxa de variação do “offset”, isto pode levar a instabilização da planta controlada.

Na Figura 3.15 é apresentada a resposta da planta controlada para falha intermitente de deriva do fator de escala com taxa de variação de 2%/s para o sensor  $\theta$ . Este valor foi utilizado de modo que a planta controlada só se tornasse instável após o final do último intervalo de falha, que é o mais longo. Deste modo, pode-se verificar para este tipo de

falha, o valor do erro para a transição do estado com falha para o estado normal pode tornar a planta controlada instável.

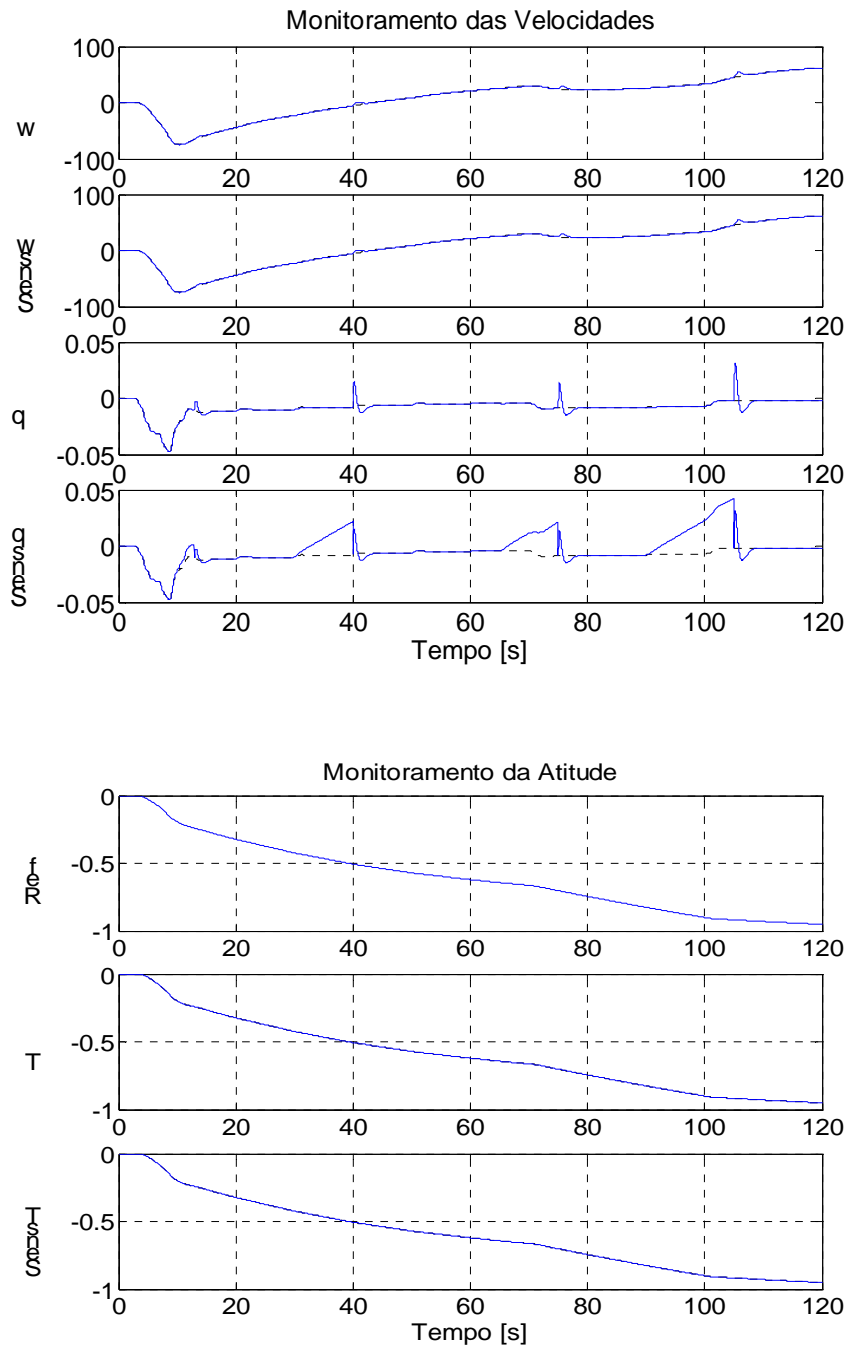


FIGURA 3.14 - Velocidade linear, em m/s, velocidade angular, em rad/s, e ângulo de arfagem, em rad, da planta controlada para falha intermitente do tipo deriva de “offset” no sensor  $q$ .

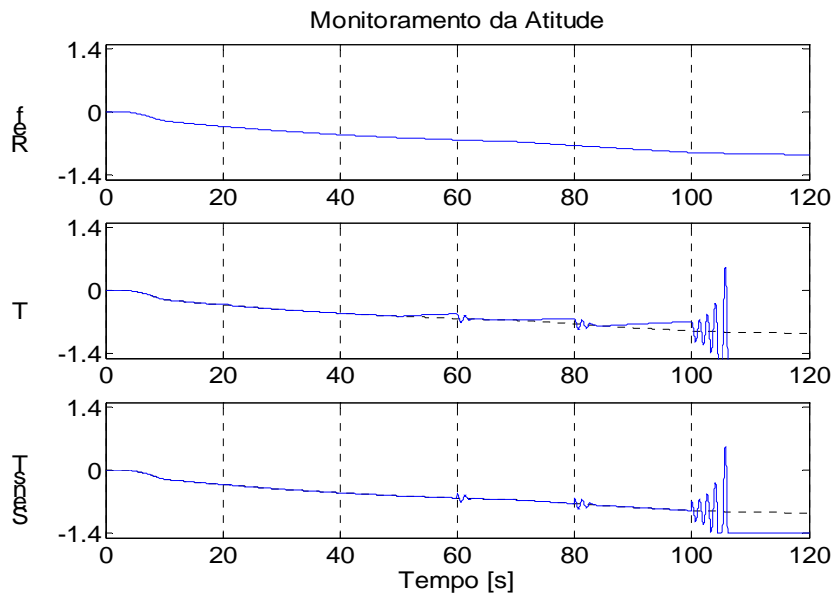
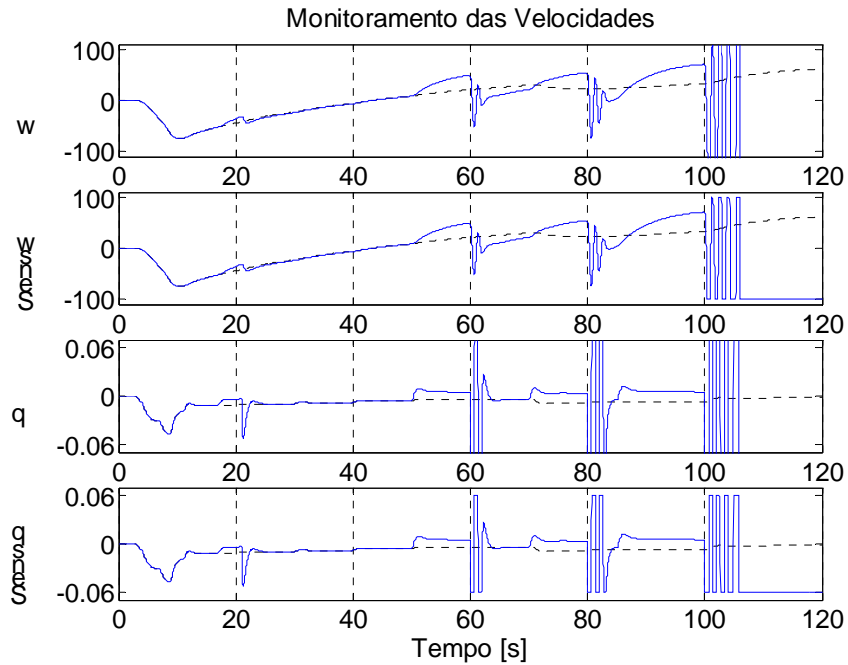


FIGURA 3.15 - Velocidade linear, em m/s, velocidade angular, em rad/s, e ângulo de arfagem, em rad, da planta controlada para falha intermitente do tipo deriva de fator de escala no sensor  $\theta$ .



## CAPÍTULO 4

### TÉCNICAS PARA DETECÇÃO E IDENTIFICAÇÃO DE FALHAS EM SENSORES

#### 4.1 Introdução

Através dos resultados obtidos no Capítulo anterior, verifica-se a necessidade da alteração da lei de controle com falhas para uma lei de controle sem falhas o mais rápido possível. A detecção e identificação de falhas em um sensor só é possíveis de ser obtida através da comparação de alguma informação contida no sinal fornecido por este sensor com a sua respectiva assinatura de falha. O modo mais simples para obter esta informação é através do resíduo entre a medida fornecida pelo sensor e o respectivo sinal redundante.

Na redundância analítica, como não é empregado um sensor físico redundante, é utilizado um algoritmo para geração da informação redundante. Um sistema dinâmico cujas variáveis de estado são as estimativas da variável de estado de outro sistema é chamado de observador. Um observador, portanto, tem a propriedade de reconstruir as informações perdidas de algumas variáveis de estado através das variáveis de estado disponíveis. Luenberger (1966) mostrou que, para qualquer sistema linear observável, um observador pode ser projetado tendo a propriedade de que o erro de estimação, isto é, a diferença entre o estado atual do sistema e o estado do observador, pode tender a zero tão rápido quanto se deseja. Sendo assim, um observador também pode ser usado, sem perda de generalidades, para gerar sinais redundantes.

Para a elaboração deste trabalho foram pesquisadas várias técnicas (vide Teixeira, Souza e Oliva (2003a, b, 2004 e 2005). Entre elas foram selecionadas, duas técnicas que são as mais adequadas para o desenvolvimento de um subsistema de detecção e identificação de falhas em sensores para um SLIT. Durante os estudos destas técnicas, em função dos problemas encontrados para detectar e identificar falhas múltiplas em sensores, foi desenvolvida uma nova técnica, com três variações da auto-estrutura do

observador de Luenberger. As principais técnicas estudadas e desenvolvidas, durante as etapas de elaboração deste trabalho, estão mostradas na Figura 4.1.

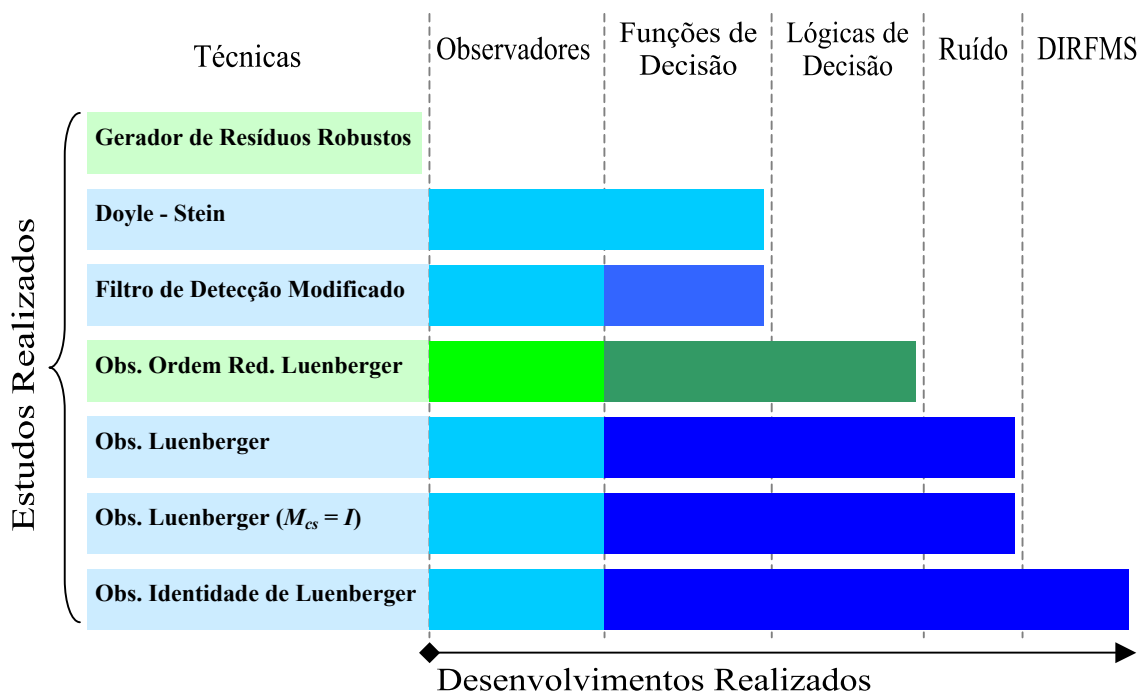


FIGURA 4.1 – Técnicas estudadas para o desenvolvimento deste trabalho.

A Figura 4.1 compreende a um diagrama de barras coloridas que identificam cada etapa dos trabalhos efetuados. A cor verde identifica as técnicas publicadas: Gerador de Resíduos Robustos, em Teixeira, Souza e Oliva (2004), e Observadores de Ordem Reduzida de Luenberger, em Teixeira, Souza e Oliva (2005). A cor azul identifica as técnicas documentadas neste trabalho. Quanto à intensidade da cor, temos: a cor clara representa os estudos aprofundados realizados; a cor intermediária representa os desenvolvimentos necessários para adequação da técnica à planta em estudo, e a cor mais intensa representa novos desenvolvimentos necessários para a realização deste trabalho, tais como: desenvolvimentos de algoritmos para os cálculos dos parâmetros dos observadores para à planta; desenvolvimentos matemáticos para as funções de decisão e lógicas de decisão; implementações dos modelos matemáticos no Simulink; realização de simulações para testes e comparação de resultados, etc.

O estudo realizado em Teixeira, Souza e Oliva (2003b) para um gerador de resíduos robusto foi desenvolvido para obtenção de robustez à falhas de atuadores, quando falha



um único sensor. Esta técnica não se aplica as falhas múltiplas em sensores e, portanto, não foram feitos os respectivos cálculos de parâmetros para a planta em estudo..

O estudo feito em Oliva (1998), utilizando o observador Doyle-Stein, foi desenvolvido para detecção e identificação de falha em um único sensor da planta. Ele foi reproduzido neste trabalho para o ambiente de simulação do Simulink; e o seu desempenho foi verificado para a detecção e identificação de falhas múltiplas intermitentes em sensores.

O desenvolvimento matemático feito em Mello e Souza (1997) foi reproduzido utilizando a abordagem da auto-estrutura no espaço de estado de sistemas contínuo e do subespaço de falhas para cada sensor, com a respectiva função de decisão. Em seguida, foi desenvolvido um estudo de caso para aplicação desta técnica, utilizando a planta em estudo neste trabalho, para verificar o desempenho desta técnica na detecção e identificação de falhas múltiplas intermitentes em sensores.

O desenvolvimento apresentado em Teixeira, Souza e Oliva (2005) refere-se a uma técnica que permite detectar falhas múltiplas em sensores, mas, como está técnica utiliza observador de ordem reduzida de Luenberger, ela fica limitada na detecção de até p-2 falhas simultâneas de sensores.

Com os resultados obtidos anteriormente e dos estudos realizados em Teixeira, Souza e Oliva (2003a, 2003b, 2004 e 2005) foi desenvolvida mais uma técnica, que foi testada com três auto-estruturas diferentes para os observadores: observador de Luenberger, observador de Luenberger com fornecimento do vetor de ganho do sinal do sensor ( $M_{cs} = I$ ) e observador identidade de Luenberger. Para esta foram desenvolvidas as funções de decisão e lógica de decisão para permitir detecção e identificação de falhas múltiplas intermitentes em sensores.

Para cada uma das técnicas acima foram desenvolvidas rotinas para cálculo dos parâmetros dos respectivos observadores.

## 4.2 Subsistema de DIFS Utilizando o Observador de Doyle-Stein

### 4.2.1 Introdução

O emprego de qual é a melhor dinâmica para ser utilizada para um observador é difícil de ser obtida. A utilização de um observador de Doyle-Stein para a estrutura DOS para o VLS foi inicialmente proposta em Oliva (1998), pois este é um observador robusto. O trabalho apresentado em Oliva (1998) foi desenvolvido para detecção de falha em um único sensor de cada vez, ele foi reproduzido para verificar o seu desempenho para detecção e identificação de falhas múltiplas intermitentes em sensores.

### 4.2.2 Desenvolvimento do Observador Doyle-Stein

A matriz  $F$  da dinâmica do observador corresponde a matriz da dinâmica de um observador robusto apresentado em Doyle e Stein (1989). De acordo com Oliva (1998),  $F$  é uma matriz diagonal, cujos elementos são obtidos dos zeros de transmissão da função de transferência de malha aberta da planta dadas por:  $w(s)/\beta_z(s)$ ,  $q(s)/\beta_z(s)$  e  $\theta(s)/\beta_z(s)$ . Como estas funções de transferência têm apenas dois zeros de transmissão finitos, o uso de um observador de ordem reduzida é, portanto, o mais adequado. O projeto de um observador de ordem reduzida pode ser encontrado em Chen (1984), Friedland (1986) e Luenberger (1971). A descrição da estrutura DOS pode ser encontrada em Patton (1989).

Um observador de ordem reduzida se baseia na consideração de que não há necessidade de estimar uma variável de estado que está disponível. Deste modo, pode ser reduzida a ordem do observador e, conseqüentemente, reduzir a carga de processamento para estimação das variáveis não disponíveis.

A dinâmica dos observadores de Doyle-Stein, de acordo com Oliva (1998), e baseando-se na planta dada pelas Equações 3.3 e 3.4, é dada por:

$$\dot{z} = F z + G y + H \beta_z \quad (4.1)$$

onde:  $z$  é um vetor  $2 \times 1$  com as variáveis de estado do observador, obtido a partir da medida de um sensor e da entrada de controle;

$y$  é um escalar com a medida feita por um sensor;

$F$  é uma matriz 2x2 que define a dinâmica do observador, obtida à partir do projeto de um observador robusto de acordo com Doyle e Stein (1979);

$G$  é um vetor 2x1 que define a contribuição da medida fornecida pelo sensor, o seu valor é atribuído de modo que o conjunto  $\{F, G\}$  seja controlável e

$H$  é um vetor 2x1 que define a contribuição da entrada de controle que é aplicado à planta, obtido através da relação  $H = T B$ , onde a matriz  $T$  é obtida através da equação de Lyapunov  $TA - FT = GC$ .

Os estados estimados são dados por:

$$\hat{x} = N z + M y \quad (4.2)$$

onde:  $\hat{x}$  é um vetor 3x1 dos estados estimados a partir da medida do sensor;

$M$  é um vetor 3x1 de distribuição da medida dada pelo sensor, e

$N$  é uma matriz 3x2 de distribuição da variável de estado do observador.

De acordo com Oliva (1998), a matriz composta  $[M N]$  é dada por:

$$[M N] = P^{-1} \quad (4.3)$$

onde:  $P^T = [C T]$

Nota: o desenvolvimento matemático para obter a Equação 4.3 pode ser visto no Item 4.4.

As saídas estimadas são dadas por:

$$\hat{y} = C \hat{x} \quad (4.4)$$

Na Figura 4.2 é apresentado o diagrama de blocos para um observador de ordem reduzida.

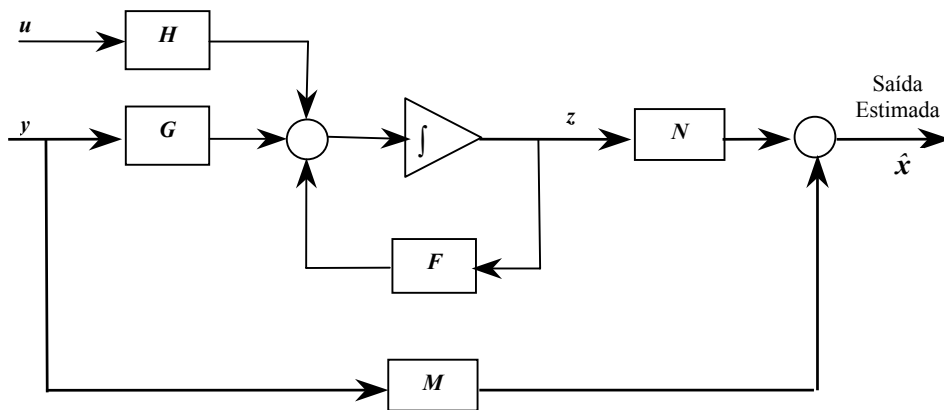


FIGURA 4.2 – Diagrama de blocos do observador Doyle-Stein.

Para a estrutura DOS, de acordo com Patton (1989), é necessário ter um observador para cada sensor do sistema. Para identificar qual é o sensor que controla o observador que gera dos sinais estimados, é utilizada a identificação ‘|s’. Sendo assim, temos os seguintes sinais estimados:

$q|w$  valor estimado da velocidade angular de arfagem obtida a partir das medidas fornecidas pelo sensor  $w$ ;

$\theta|w$  valor estimado da atitude de arfagem obtido a partir das medidas fornecidas pelo sensor  $w$ ;

$w|q$  valor estimado da velocidade normal obtido a partir das medidas fornecidas pelo sensor  $q$ ;

$\theta|q$  valor estimado da atitude de arfagem obtido a partir das medidas fornecidas pelo sensor  $q$ ;

$w|\theta$  valor estimado da velocidade normal obtida a partir das medidas fornecidas pelo sensor  $\theta$ , e

$q|\theta$  valor estimado da velocidade angular de arfagem obtida a partir das medidas fornecidas pelo sensor  $\theta$ .

A partir da Equação 4.2 e de acordo com a Equação 3.3 são obtidos três vetores das medidas estimadas, através dos seguintes observadores de ordem reduzida projetados para o sistema:

- **Observador w** tem como entrada a medida fornecida pelo sensor w e o comando de atuação  $\beta_z$ . A sua saída é o vetor  $y|w$  com as medidas estimadas, representado por:

$$y|w = \begin{bmatrix} q|w \\ \theta|w \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

- **Observador q** tem como entrada a medida fornecida pelo sensor q e o comando de atuação  $\beta_z$ . A sua saída será é o  $y|q$  com as medidas estimadas, representado por:

$$y|q = \begin{bmatrix} w|q \\ \theta|q \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

- **Observador  $\theta$**  tem como entrada a medida fornecida pelo sensor  $\theta$  e o comando de atuação  $\beta_z$ . A sua saída é o vetor  $y|\theta$  com as medidas estimadas, representado por:

$$y|\theta = \begin{bmatrix} w|\theta \\ q|\theta \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

Através destas medidas estimadas podemos ter os sinais redundantes para gerar os resíduos que são utilizados nas funções de decisão dada para esta técnica.

### 4.2.3 Funções de Decisão

As funções de decisão são necessárias para gerar a assinatura de falha de cada sensor. O projeto das funções de decisão apresentadas em Oliva (1998) é baseada na técnica apresentada no Capítulo 2 de Patton (1989) para uma estrutura DOS. Elas são funções

não lineares compostas pelo produto do módulo de resíduos, onde cada resíduo é o erro entre a medida fornecida por um sensor e o seu respectivo valor estimado por um dos observadores controlado por outro sensor. Estas funções de decisão são dadas por:

$$\left. \begin{aligned} f_{q|w} &= \|q - (q | w)\| \\ f_{\theta|w} &= \|\theta - (\theta | w)\| \end{aligned} \right\} \eta_w = f_{q|w} \cdot f_{\theta|w} \quad (4.8)$$

$$\left. \begin{aligned} f_{w|q} &= \|w - (w | q)\| \\ f_{\theta|q} &= \|\theta - (\theta | q)\| \end{aligned} \right\} \eta_q = f_{w|q} \cdot f_{\theta|q} \quad (4.9)$$

$$\left. \begin{aligned} f_{w|\theta} &= \|w - (w | \theta)\| \\ f_{q|\theta} &= \|q - (q | \theta)\| \end{aligned} \right\} \eta_\theta = f_{w|\theta} \cdot f_{q|\theta} \quad (4.10)$$

onde:  $\eta_w$  representa a função de decisão para o sensor w;

$\eta_q$  representa a função de decisão para o sensor q, e

$\eta_\theta$  representa a função de decisão para o sensor  $\theta$ .

#### 4.2.4 Lógica de Decisão

Utilizando as funções de decisão dadas pelas Equações 4.8, 4.9 e 4.10, é possível construir uma lógica de decisão. Fazendo uma análise qualitativa, se, por exemplo, o sensor da atitude de arfagem falhar, as funções  $f_{w|\theta}$  e  $f_{q|\theta}$  crescerão rapidamente e  $\eta_\theta$  crescerá ainda mais rapidamente. Já para as outras funções de decisão somente as funções  $f_{\theta|w}$  e  $f_{\theta|q}$  crescerão, enquanto que  $f_{q|w}$  e  $f_{w|q}$  permanecerão com valores bem pequenos, resultando que  $\eta_w$  e  $\eta_q$  terão valores bem menores do que o de  $\eta_\theta$ . Este fato permite identificar que o sensor da atitude de arfagem falhou. É então necessário encontrar qual é o valor apropriado para o limiar de decisão para cada função de decisão para identificar o sensor que falhou. Deve ser levado em consideração que este valor deve ser tal que minimize a taxa de falso alarme e a de perda de alarme.

## **4.2.5 Projeto de um Subsistema DIFS para a Planta Utilizando os Observadores Doyle-Stein**

### **4.2.5.1 Introdução**

Os observadores de ordem reduzida foram projetados para aplicação na planta, de acordo com a técnica apresentada. Foram realizadas algumas simulações para verificação dos sinais obtidos através das funções de decisão para o caso em que não há falha e para o caso de falhas múltiplas em sensores. As falhas foram simuladas de acordo com o diagrama de tempo e os tipos apresentados no Item 3.5.1, sendo que agora elas ocorrerão simultaneamente. Isto permitirá verificar as assinaturas de falhas dos sinais gerados pelas funções de decisão para o caso de falha simples intermitente, das combinações de falhas múltiplas intermitentes e da falha total intermitente em todos os sensores.

Para poder fazer uma avaliação do comportamento dos observadores e das funções de decisão, é necessário que a planta controlada permaneça estável, ou seja, as falhas em sensores não podem ser injetadas no sinal de realimentação utilizado pelo subsistema de controle da planta. Caso isto ocorra, teremos a contribuição indesejada da influência das falhas em sensores, podendo tornar a planta controlada instável. Se a planta controlada se tornar instável, é difícil de determinar a assinatura de falha e pode conduzir a um desenvolvimento equivocado da lógica de decisão. Portanto, o subsistema de controle da planta recebe as variáveis de estado da planta enquanto que os blocos dos Observadores e das Funções de Decisão recebem esta mesma informação processada pelo bloco Simulador de Falhas. Na Figura 4.3 é apresentado o diagrama de blocos desenvolvido para avaliação de desempenho das funções de decisão para detecção e identificação de falhas múltiplas em sensores.

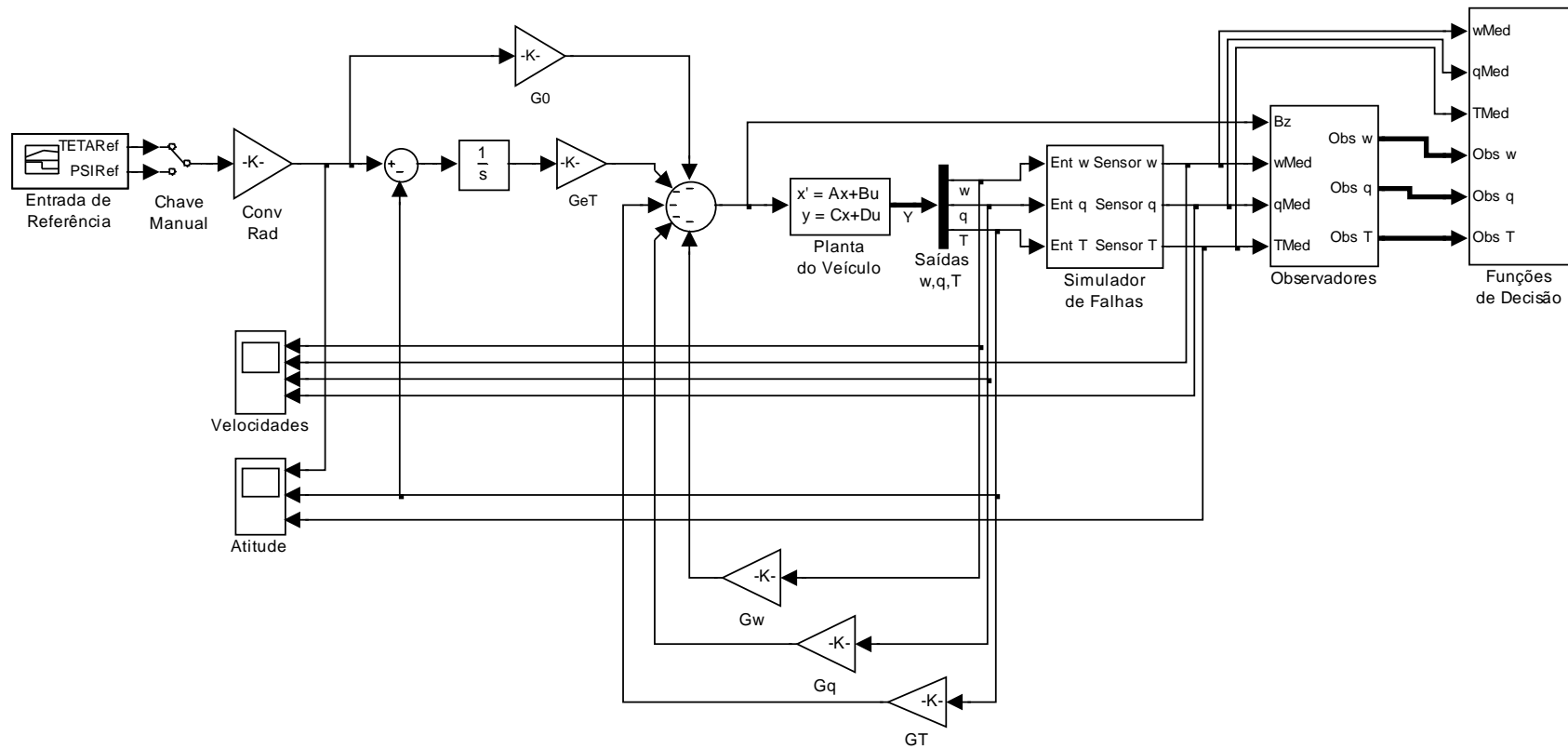


FIGURA 4.3 – Diagrama de bloco da planta controlada com os observadores Doyle-Stein e as respectivas funções de decisão.



#### 4.2.5.2 Projeto dos Observadores

No projeto dos observadores, de acordo com Oliva(1998), a matriz  $F$  é uma matriz diagonal com seus elementos obtidos entre os zeros de transmissão das funções de transferência de malha aberta da planta dada por:  $w(s)/\beta_z(s)$ ,  $q(s)/\beta_z(s)$  e  $\theta(s)/\beta_z(s)$ .

O vetor  $G$  foi escolhido de modo que o conjunto  $\{F, G\}$  seja controlável:

$$G = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Para a determinação dos parâmetros da matriz  $N$  e dos vetores  $M$  e  $H$ , foi desenvolvida a função: GanObsRedOliv.m. A listagem desta função se encontra no Apêndice B, e contém a descrição das variáveis de entrada e das variáveis de saída. Na Tabela 4.1 são apresentados os dados desejados para a dinâmica do observador e os parâmetros calculados para a sua implementação.

Na Figura 4.4 é apresentado o diagrama de blocos do banco de observadores de ordem reduzida, utilizando a estrutura DOS, para estimação das medidas dos sensores.

TABELA 4.1 – Valores dos parâmetros das matrizes e vetores para implementação dos observadores.

Observador	Matriz/Vetor	Parâmetros do Observador w	
w	$F_w$	-20,0000 0,00000	0,0000 -0,12240
	$G_w$	1 1	
	$H_w$	-9,08233 758,011	
	$M_w$	0,169971 7.39538	
	$N_w$	-3,35918 -146,404	-0,0349937 -1,94322
q	$F_q$	-20,0000 0,00000	0,00000 -0,12240
	$G_q$	1 1	
	$H_q$	0,367162 -4,65727e-5	
	$M_q$	2086,00 -26,0507	
	$N_q$	-41290,348 5,16582e2	-3,84310 7,85219
$\theta$	$F_\theta$	-20,0000 0,00000	0,00000 -0,12240
	$G_\theta$	1 1	
	$H_\theta$	-0,0183581 3,80496e-4	
	$M_\theta$	597,695 20,0824	
	$N_\theta$	-1057,03 -396,387	-76,4900 -0,0368938

Para avaliação do desempenho destes observadores de ordem reduzida, eles foram inicialmente testados na condição de ausência de falha. Os gráficos dos sinais redundantes gerados a partir da medida de cada sensor são apresentados na Figura 4.5 . Verifica-se que o desempenho dos observadores de ordem reduzida é muito bom para gerar as medidas redundantes necessárias.

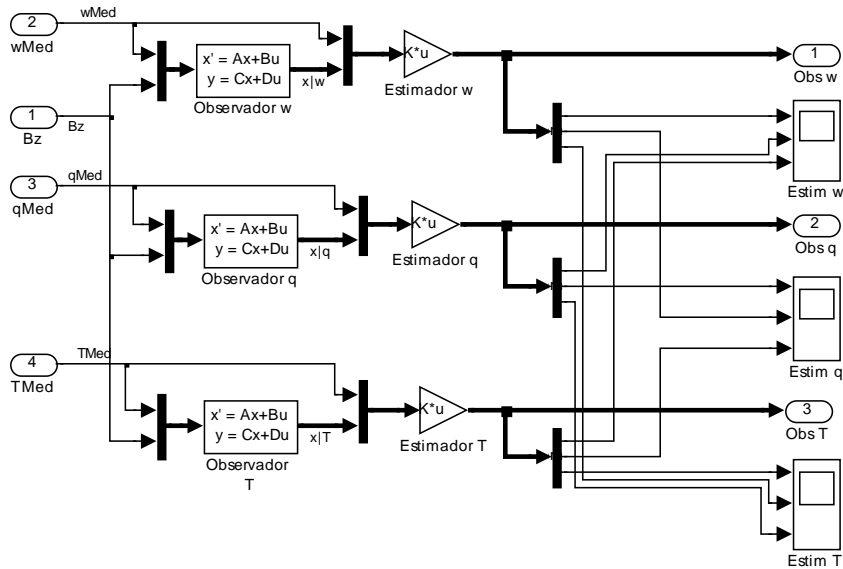


FIGURA 4.4 – Diagrama de blocos do banco de observadores de ordem reduzida para a estrutura DOS.

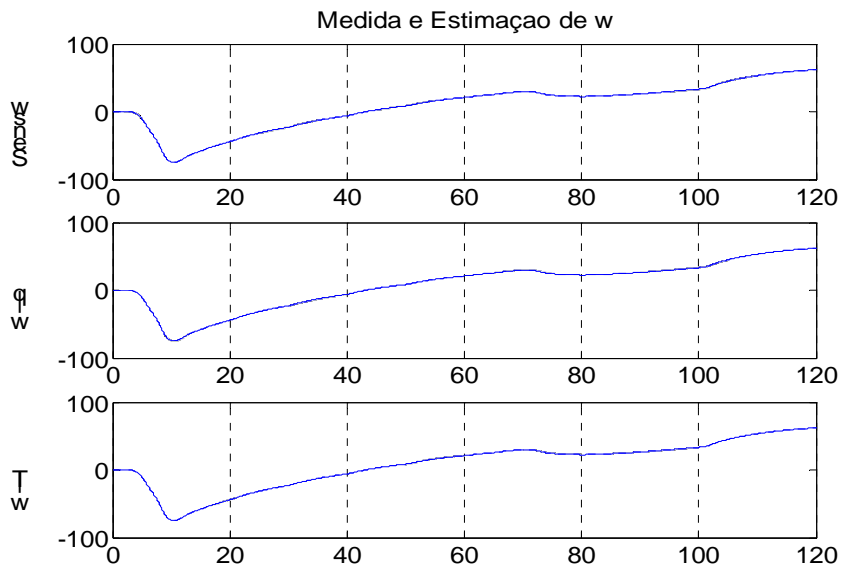


FIGURA 4.5 – Medida e estimação dos valores para os sensores w, q e  $\theta$  utilizando o observador Doyle-Stein.

(continua)

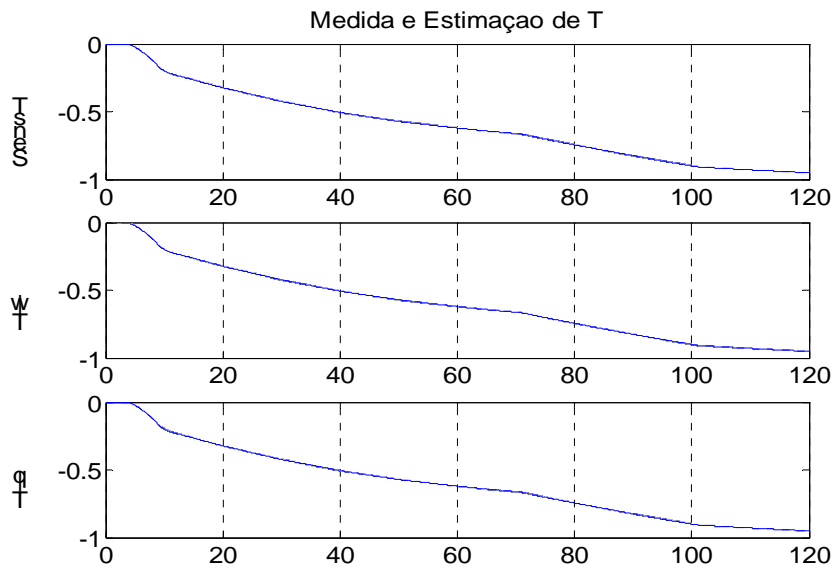
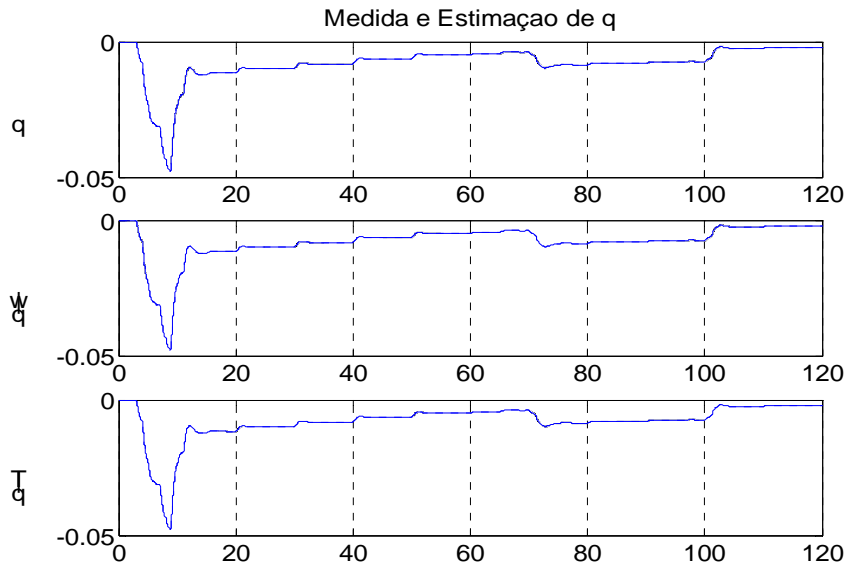


FIGURA 4.5 – Conclusão.

### 4.2.5.3 Funções de Decisão

As funções de decisão irão gerar as assinaturas dos resíduos para os casos sem falha e com falha nos sensores. Para cada caso, é gerada uma amplitude de sinal que irá limitar o valor do limiar de decisão. Nesta técnica, portanto, a função de decisão será testada por nível. No primeiro caso determinaremos o valor mínimo para o limiar de decisão e no segundo caso o seu valor máximo.

O diagrama de blocos para representar as funções de decisão, de acordo com as Equações 4.8, 4.9 e 4.10, no Simulink é apresentado na Figura 4.6 . Os blocos Eta w, Eta q e Eta T são os blocos de funções definidas pelo usuário no Simulink, onde são escritas as respectivas expressões destas equações.

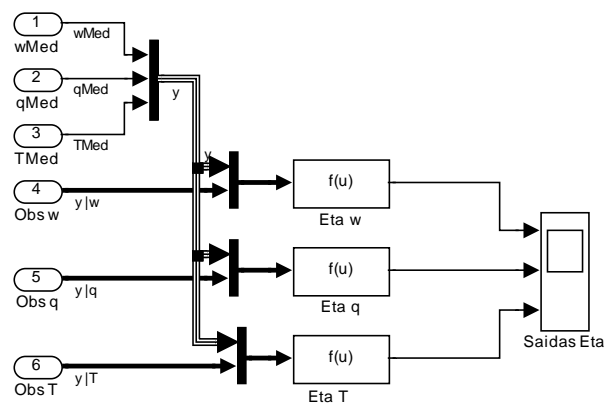


FIGURA 4.6 – Diagrama de blocos das funções de decisão para o observador de ordem reduzida.

### 4.2.5.4 Casos de Falhas e seus Resultados

Na Figura 4.7 é apresentado o gráfico da resposta das funções de decisão quando não há falhas nos sensores. O valor mínimo do limiar de decisão, para cada sensor, deve ser maior do que o valor máximo da respectiva curva gerada pela função de decisão. Deste modo pode-se evitar o falso alarme quando não há falhas nos sensores.

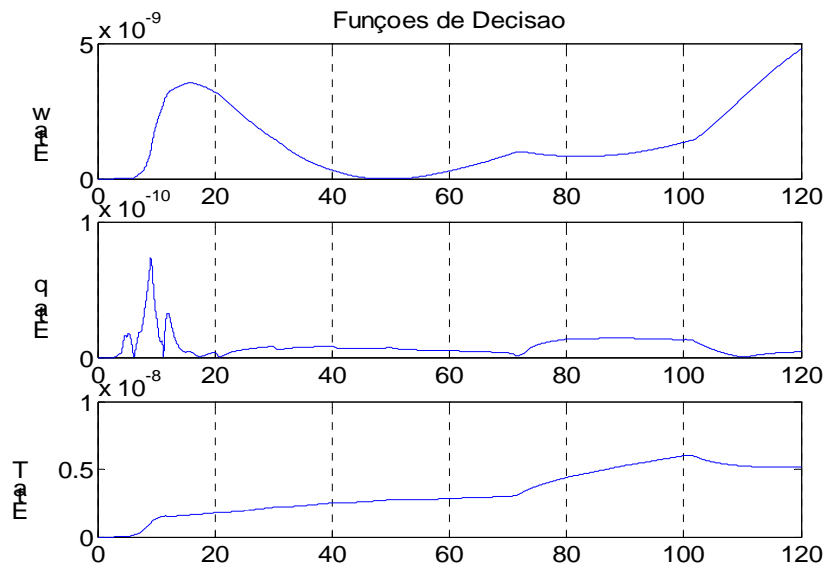


FIGURA 4.7 – Funções de decisão para o observador de ordem reduzida quando não há falhas nos sensores.

Na Figura 4.8 são apresentados os gráficos gerados pelas das funções de decisão obtidas para o padrão de falhas nos sensores apresentados na Figura 3.10. Para facilitar a visualização da influência das falhas nos sinais gerados pelas funções de decisão foi adotado o seguinte código de cores:

- Vermelho: falha no sensor  $i$ .
- Verde: falha no sensor  $j$  que fornece informação para o observador gerar o sinal estimado do sensor  $i$ .
- Lima: falhas nos sensores  $i$  e  $j$ . Esta situação caracteriza a condição de falha múltipla.

Na Figura 4.9 é apresentado uma ampliação dos sinais gerados pelas funções de decisão. Nota-se neste gráfico que não é possível obter um valor adequado sem que haja uma alta taxa de falso alarme e de perda de alarme. Isto ocorre porque a função de decisão, que neste caso é o produto do módulo de dois resíduos, foi projetada para detectar e identificar falha simples contínua, ou seja, para detectar o instante de início da falha. No caso de falhas intermitentes, a dinâmica do observador é muito lenta, quando comparada com a dinâmica da planta e com o padrão de falhas proposto.

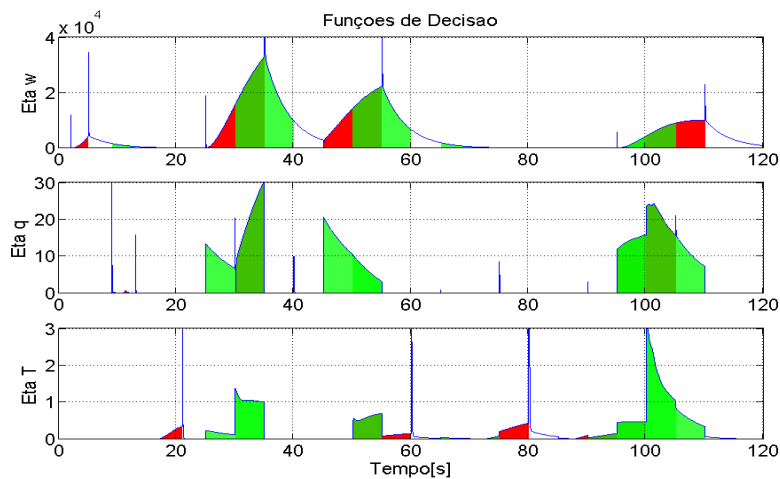


FIGURA 4.8 – Sinal gerado pelas funções de decisão para o observador Doyle-Stein.

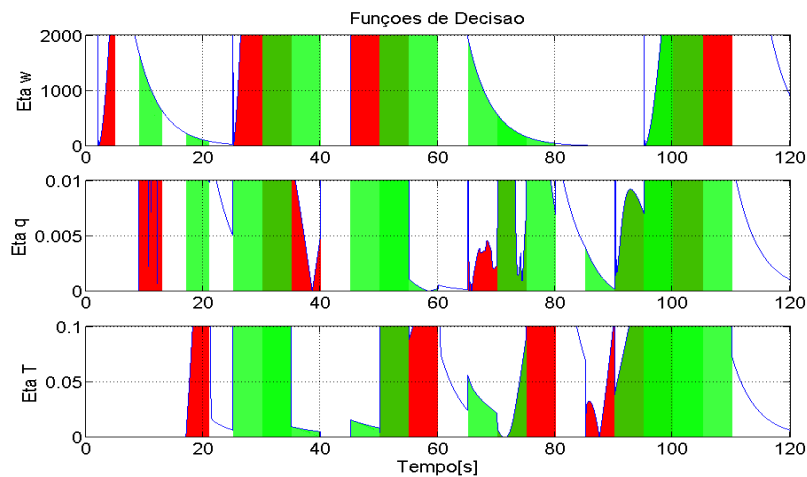


FIGURA 4.9 – Ampliação do sinal gerado pelas das funções de decisão para o observador Doyle-Stein.

Na Figura 4.10 é apresentado os sinais estimados pelos observadores para o padrão de falhas adotado. Nota-se que os observadores têm uma dinâmica muito lenta para acomodação ao estado de funcionamento do sensor. Durante este tempo de acomodação e durante o tempo de falha no sensor, os sinais estimados pelo observador controlado por este sensor não são confiáveis. Um fato interessante ocorreu no sinal estimado  $w|q$ , pois o observador que gera este sinal apresentou uma robustez muito boa, sendo pouco sensível à falha no sensor  $q$ .

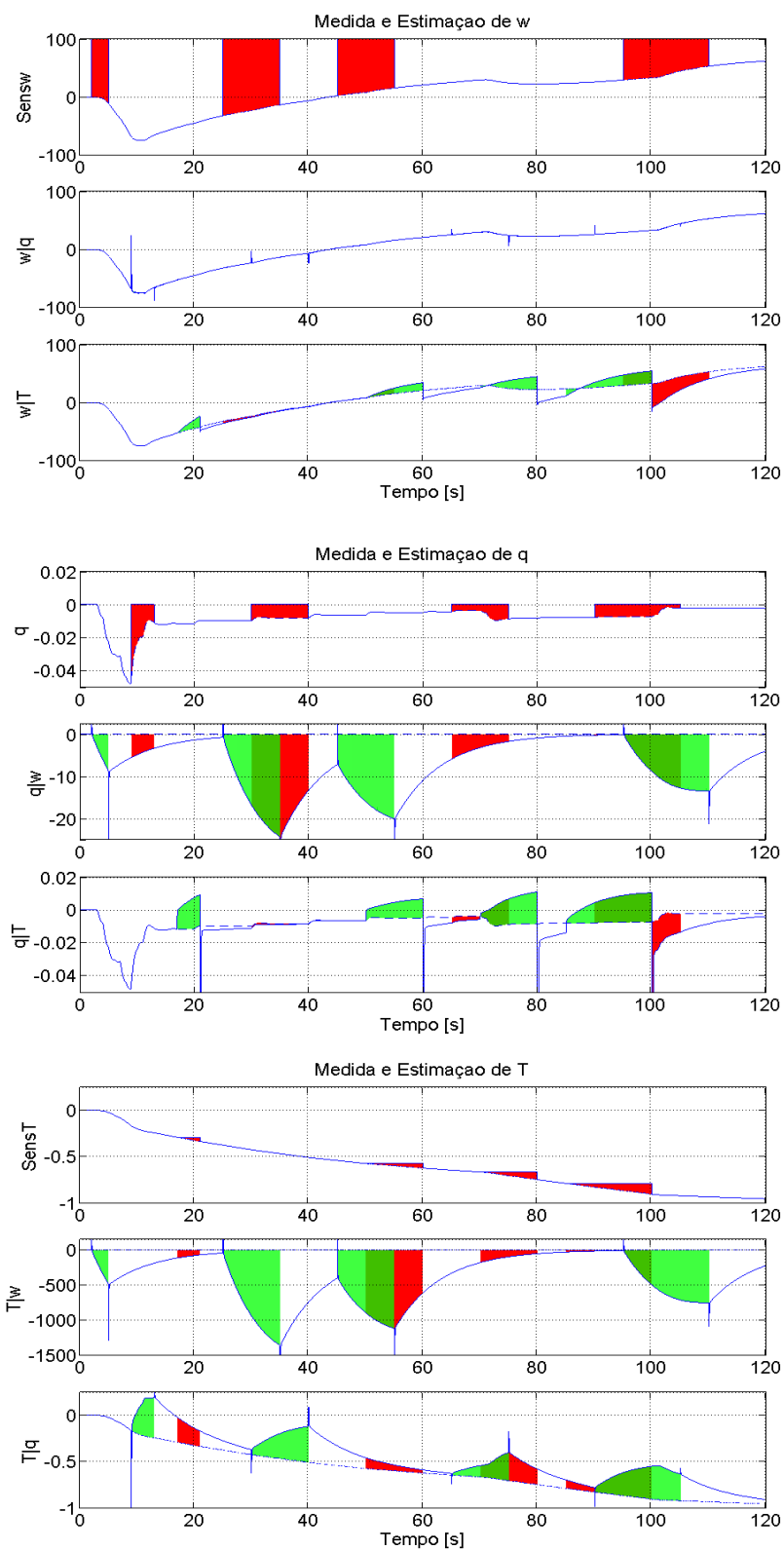


FIGURA 4.10 – Medidas e respectivos valores estimados para os sensores de  $w$ ,  $q$  e  $\theta$ , através dos observadores Doyle-Stein.



### 4.3 Subsistema de DIFS Utilizando o Filtro de Detecção Modificado

#### 4.3.1 Introdução

Uma outra abordagem para um gerador de resíduos pode ser encontrada em no projeto do filtro de detecção modificado desenvolvido por Mello e Souza (1997). Esta técnica se baseia em desenvolver observadores de tal modo que os vetores de resíduos, entre as medidas dos sensores e as respectivas medidas estimadas, estejam em um plano predeterminado, quando há falha de um sensor,. Esta técnica é baseada no filtro de detecção desenvolvido por Beard (1971) e Jones (1973), para detecção e identificação de falhas em um sistema linear com parâmetros invariante no tempo. O desenvolvimento feito em Mello e Souza (1997) foi no tempo discreto e facilita o cálculo dos ganhos dos observadores e dos planos de falha para os sensores. Aqui o trabalho foi reproduzido utilizando uma abordagem no tempo contínuo e utilizando a técnica de auto-estrutura para facilitar a interpretação da direção dos vetores dos resíduos gerados.

#### 4.3.2 Direção do Vetor de Resíduos para Falhas em Sensores

No desenvolvimento matemático dos observadores, utilizando a técnica proposta em Mello e Souza (1997), a equação do observador de Luenberger é dada por:

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}(t) &= A\hat{x}(t) + Bu(t) + G[y(t) - \hat{y}(t)] \\ \hat{y}(t) &= C\hat{x}(t)\end{aligned}\tag{4.11}$$

Considerando que o erro de estimação é dado por:  $e = x - \hat{x}$  e o sistema modelado com incertezas estruturadas dada pela Equação 3.2, a dinâmica do erro de estimação passa a ser:

$$\dot{e} = \dot{x} - \dot{\hat{x}} = (A - GC)e + Bf_a + \Delta Ax + Ed - Gf_s\tag{4.12}$$

onde a matriz da dinâmica do observador é dada por:

$$F = (A - GC)\tag{4.13}$$

Deste modo, o erro de estimação fica sendo:

$$\dot{e} = \mathbf{F}e + \mathbf{B}f_a + \Delta\mathbf{A}x + \mathbf{E}d - \mathbf{G}f_s \quad (4.14)$$

e o vetor de resíduos:

$$\mathbf{r} = \mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}} = \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{f}_s - \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}}$$

$$\mathbf{r} = \mathbf{C}e + \mathbf{f}_s \quad (4.15)$$

Para cada tipo de falha: atuador, componente ou sensor; teremos um comportamento diferente dos vetores de direção da falha. No procedimento de detecção e identificação de falhas em sensores, os termos referentes à falha em atuadores, variações de parâmetros e perturbações agindo na planta serão considerados nulos,  $f_a = \Delta\mathbf{A} = \mathbf{d} = 0$ . Estes termos serão considerados novamente no final deste trabalho, para verificarmos a sua influência no subsistema para detecção, identificação e reconfiguração de falhas múltiplas em sensores para um SLIT. Desconsiderando estes termos nas Equações 4.14 e 4.15 obtém-se:

$$\dot{e} = \mathbf{F}e - \mathbf{G}f_s \quad (4.16)$$

$$\mathbf{r} = \mathbf{C}e + \mathbf{f}_s \quad (4.17)$$

Passando estas equações para o domínio da frequência, considerando condições iniciais nulas, temos:

$$\mathbf{E}(s) = - (s\mathbf{I} - \mathbf{F})^{-1} \mathbf{G}f_s(s) \quad (4.18)$$

$$\mathbf{R}(s) = - \mathbf{C} (s\mathbf{I} - \mathbf{F})^{-1} \mathbf{G}f_s(s) + f_s(s) \quad (4.19)$$

Nota: as variáveis, os vetores e matrizes utilizadas nos Lemas, Colorários e Teoremas só tem validade dentro de seus respectivos escopo.

Corolário 4.1 – A relação entre os autovetores  $\mathbf{v}_i$  à direita da matriz  $\mathbf{A}$  e os seus respectivos autovalores  $\lambda_i$ , considerando a hipótese de que  $\lambda_i \neq \lambda_j$  para  $i \neq j$ , é dada por:

$$\mathbf{A} \mathbf{v}_i = \lambda_i \mathbf{v}_i$$

Na forma matricial temos:

$$\mathbf{A} \mathbf{V} = \mathbf{V} \mathbf{\Lambda}$$

■

Corolário 4.2 – O produto de  $\mathbf{V}^{-1}$  por  $\mathbf{v}_i$  é dado por:

$$\mathbf{V}^{-1} \mathbf{v}_i = \mathbf{i}_i$$

onde  $\mathbf{i}_i$  é um vetor com o  $i$ -ésimo elemento unitário e os demais elementos nulos.

■

Lema 4.1 – O resolvendo  $(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$  pode ser expandido em sua auto-estrutura:

$$(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} = \mathbf{V} (s\mathbf{I} - \mathbf{\Lambda})^{-1} \mathbf{V}^{-1}$$

Prova: Aplicando o Corolário 4.1 temos:

$$\begin{aligned} (s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} &= (s\mathbf{I} - \mathbf{V} \mathbf{A} \mathbf{V}^{-1})^{-1} \\ &= (\mathbf{V} s \mathbf{V}^{-1} - \mathbf{V} \mathbf{A} \mathbf{V}^{-1})^{-1} \\ &= \mathbf{V} (s\mathbf{I} - \mathbf{\Lambda})^{-1} \mathbf{V}^{-1} \end{aligned}$$

■

Aplicando o Lema 4.1 na Equação 4.18 temos:

$$\mathbf{E}(s) = -\mathbf{V}_F (s\mathbf{I} - \mathbf{P}_F)^{-1} \mathbf{V}_F^{-1} \mathbf{G} f_{ai}(s) \quad (4.20)$$

onde:  $\mathbf{V}_F$  é uma matriz formada pelos de autovetores  $\mathbf{v}_{Fi}$  à direita da matriz  $\mathbf{F}$ , e

$\mathbf{P}_F$  é uma matriz diagonal formada pelos autovalores  $\rho_i$  da matriz  $\mathbf{F}$ .

Para que o vetor do erro esteja em uma única direção, de acordo com o Corolário 4.2, a matriz  $\mathbf{G}$  deve ser composta por autovetores à direita da matriz  $\mathbf{F}$ .

Do Corolário 4.1 temos que:

$$\begin{aligned}\mathbf{F} \mathbf{v}_{Fi} &= \rho_i \mathbf{v}_{Fi} \\ (\mathbf{A} - \mathbf{G} \mathbf{C}) \mathbf{v}_{Fi} &= \rho_i \mathbf{v}_{Fi}\end{aligned}\tag{4.21}$$

A técnica desenvolvida por Beard (1971) e Jones(1973), quando aplicado a sensores apresenta a dificuldade para solução da Equação 4.21, pois os autovetores  $\mathbf{v}_{Fi}$  da matriz  $\mathbf{F}$ , que desejamos encontrar, agora são também as colunas de  $\mathbf{G}$ , sendo que  $\mathbf{G}$  é o ganho do observador a ser determinado.

A idéia simplificadora da técnica do filtro de detecção modificado é a de fazer uma transformação de similaridade da planta de modo a utilizar os vetores de base como autovetores para as falhas em sensores.

Lema 4.2 – A transformação de similaridade entre sistemas lineares representados pela Equação 4.11 é dada por:

$$\mathbf{x}_t = \mathbf{T} \mathbf{x}$$

$$\mathbf{A}_t = \mathbf{T} \mathbf{A} \mathbf{T}^{-1}$$

$$\mathbf{B}_t = \mathbf{T} \mathbf{B}$$

$$\mathbf{C}_t = \mathbf{C} \mathbf{T}^{-1}$$

onde  $\mathbf{T}$  é uma matriz não singular para transformação de similaridade e o índice  $t$  indica as matrizes e os vetores do modelo após a transformação de similaridade.

Prova: Dado um sistema de equações diferenciais lineares representadas no espaço de estado por:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{x}\end{aligned}$$

e dado um sistema similar:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}_t &= \mathbf{A}_t\mathbf{x}_t + \mathbf{B}_t\mathbf{u} \\ \mathbf{y}_t &= \mathbf{C}_t\mathbf{x}_t\end{aligned}$$

O vetor de estado  $\mathbf{x}_t$  fornecerá a mesma informação que o vetor  $\mathbf{x}$ , mas em outro subespaço, se for obedecida a relação:

$$\mathbf{x}_t = \mathbf{T}\mathbf{x}$$

Substituindo a relação acima no sistema similar resulta em:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}_t\mathbf{T}\mathbf{x} + \mathbf{T}^{-1}\mathbf{B}_t\mathbf{u} \\ \mathbf{y}_t &= \mathbf{C}_t\mathbf{T}\mathbf{x}\end{aligned}$$

Como dois sistemas similares apresentam o mesmo vetor de saída, temos que  $\mathbf{y} = \mathbf{y}_t$ . Fazendo uma comparação entre os termos destes sistemas obtemos as seguintes relações:

$$\mathbf{A}_t = \mathbf{T}\mathbf{A}\mathbf{T}^{-1}$$

$$\mathbf{B}_t = \mathbf{T}\mathbf{B}$$

$$\mathbf{C}_t = \mathbf{C}\mathbf{T}^{-1}$$



Lema 4.3 – Uma transformação de similaridade não altera o valor dos autovalores.

Prova: De acordo com Ogata (1982), esta prova pode ser feita demonstrando que estes dois sistemas apresentam a mesma equação característica. A equação característica do sistema similar é dada por:

$$|\lambda\mathbf{I} - \mathbf{A}_t| = |\lambda\mathbf{I} - \mathbf{T}\mathbf{A}\mathbf{T}^{-1}|$$

$$\begin{aligned}
&= |\mathbf{T}\lambda \mathbf{T}^{-1} - \mathbf{T}\mathbf{A} \mathbf{T}^{-1}| \\
&= |\mathbf{T}| |\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A}| |\mathbf{T}^{-1}| \\
&= |\mathbf{T}| |\mathbf{T}^{-1}| |\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A}| \\
&= |\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A}|
\end{aligned}$$

Portanto, os autovalores não são alterados através de uma transformação de similaridade. ■

Aplicando o Lema 4.2 para a transformação de similaridade e utilizando uma matriz não singular  $\mathbf{T}$  em um modelo representado pela Equação 4.11, desejamos colocar a matriz da dinâmica do modelo com a seguinte distribuição de parâmetros:

$$\begin{aligned}
\mathbf{A}_t &= \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{t11} & \mathbf{A}_{t12} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_{t22} \end{bmatrix} & (4.22) \\
\mathbf{C}_t &= [\mathbf{C}_{t11} \quad \mathbf{C}_{t12}] = [\mathbf{I}_p \quad \mathbf{0}]
\end{aligned}$$

onde:  $\mathbf{A}_{t11}$  é uma submatriz de ordem  $p \times p$ ;

$\mathbf{A}_{t12}$  é uma submatriz de ordem  $p \times (n - p)$ ;

$\mathbf{A}_{t21}$  é a submatriz nula de ordem  $(n - p) \times p$ ;

$\mathbf{A}_{t22}$  é uma submatriz de ordem  $(n - p) \times (n - p)$ ;

$\mathbf{C}_{t11}$  é uma submatriz identidade de ordem  $p \times p$ , e

$\mathbf{C}_{t12}$  é uma submatriz nula de ordem  $p \times (n - p)$ .

Para determinar a matriz de transformação de similaridade  $\mathbf{T}$  são apresentados os seguintes lemas abaixo:

Lema 4.4 – A forma canônica para  $\mathbf{A}_t$ , de acordo com Mello e Souza (1997), pode ser obtida através da matriz de transformação de similaridade composta por:

1)  $T = [C \ W]^T$  e  $T^{-1} = [P \ Q]$ , o qual define  $P$  e  $Q$ .

2)  $W$  é obtido selecionando as  $(n - p)$  linhas da matriz do autovetores à esquerda de  $A$ , referente aos seus autovalores estáveis, de modo a completar um conjunto de  $n$  linhas linearmente independente em  $T$ .

Prova: de acordo com Mello e Souza (1997): da hipótese (1) temos que:

$$TT^{-1} = \begin{bmatrix} CP & CQ \\ WP & WQ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_p & 0 \\ 0 & I_{n-p} \end{bmatrix}$$

Do Lema 4.2 temos que  $C_t = CT^{-1} = [CP \ CQ]$ , onde obtemos:

$$C_t = [I_p \ 0]$$

Do Lema 4.2 também temos que  $A_t = TAT^{-1}$ :

$$A_t = \begin{bmatrix} C \\ W \end{bmatrix} A [P \ Q] = \begin{bmatrix} CAP & CAQ \\ WAP & WAQ \end{bmatrix}$$

Da hipótese (2) temos:

$$A_{t21} = WAP = \begin{bmatrix} w_1 AP \\ \vdots \\ w_{n-m} AP \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1 w_1 P \\ \vdots \\ \lambda_{n-m} w_{n-m} P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

desde que:

$$WP = \begin{bmatrix} w_1 P \\ \vdots \\ w_{n-m} P \end{bmatrix} = 0 \quad \blacksquare$$

Lema 4.5 –  $A_{t22}$  é uma submatriz diagonal formada pelos  $(n - p)$  autovalores  $\lambda_j$  correspondente aos  $(n - p)$  autovetores linhas  $w_j$  de  $W$ .

Prova: de acordo com Mello e Souza (1997):

$$A_{t22} = \mathbf{W}\mathbf{A}\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} w_1 \mathbf{A}\mathbf{Q} \\ \vdots \\ w_{n-m} \mathbf{A}\mathbf{Q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1 w_1 \mathbf{Q} \\ \vdots \\ \lambda_{n-m} w_{n-m} \mathbf{Q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & \lambda_{n-m} \end{bmatrix}$$

.desde que:

$$\mathbf{W}\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} w_1 \mathbf{Q} \\ \vdots \\ w_{n-m} \mathbf{Q} \end{bmatrix} = \mathbf{I}_{n-m} \quad \blacksquare$$

Seja a matriz de distribuição de falhas, dos  $p$  sensores, representada por:

$$\mathbf{F}_s = [\mathbf{f}_1 \ \mathbf{f}_2 \ \cdots \ \mathbf{f}_p] = [\mathbf{I}_p] \quad (4.23)$$

A matriz  $\mathbf{G}_t$ , chamada de matriz de ganho do observador, é projetada considerando que:

$$\mathbf{V}_{F_t} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_s \\ \mathbf{0}_{n-p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_p \\ \mathbf{0}_{n-p} \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

deve ser a matriz de autovetores à direita de  $\mathbf{F}_t = [\mathbf{A}_t - \mathbf{G}_t \mathbf{C}_t]$ , correspondente aos autovalores desejados  $\rho_i$ , para  $i = \{1, \dots, p\}$ . É montada, então, a matriz  $\mathbf{P}_F$  de ordem  $(p \times p)$  com os autovalores desejados em sua diagonal principal. Estes autovalores devem ser escolhidos de modo que o observador seja estável. Aplicando o Corolário 4.1, temos:

$$\mathbf{F}_t \mathbf{V}_{F_t} = \mathbf{V}_{F_t} \mathbf{P}_F \quad (4.25)$$

$$(\mathbf{A}_t - \mathbf{G}_t \mathbf{C}_t) \mathbf{V}_{F_t} = \mathbf{V}_{F_t} \mathbf{P}_F \quad (4.26)$$

Substituindo a Equação 4.22 na Equação 4.26, temos:

$$\left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{t11} & \mathbf{A}_{t12} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_{t22} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{t1} \\ \mathbf{G}_{t2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_p & \mathbf{0} \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_p \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_p \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{P}_F$$



$$\left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{t11} - \mathbf{G}_{t1} & \mathbf{A}_{t12} \\ -\mathbf{G}_{t2} & \mathbf{A}_{t22} \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_p \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_F \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

Obtendo o ganho do observador:

$$\mathbf{G}_t = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{t11} - \mathbf{P}_F \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

Substituindo a Equação 4.28 na Equação 4.13 temos:

$$\mathbf{F}_t = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{t11} & \mathbf{A}_{t12} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_{t22} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{t11} - \mathbf{P}_F \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_p & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

Portanto, a dinâmica do observador para a planta após a transformação de similaridade é dada por:

$$\mathbf{F}_t = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_F & \mathbf{A}_{t12} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_{t22} \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

Aplicando o Lema 4.2 na Equação 4.19, podemos determinar a direção do resíduo para falha em cada sensor:

$$\mathbf{R}(s) = -\mathbf{C}_t (s\mathbf{I} - \mathbf{F}_t)^{-1} \mathbf{G}_t \mathbf{f}_s(s) + \mathbf{f}_s(s) \quad (4.31)$$

Substituindo as Equações 4.22, 4.28 e 4.30 na Equação 4.31, temos:

$$\mathbf{R}(s) = -\begin{bmatrix} \mathbf{I}_p & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s\mathbf{I}_p - \mathbf{P}_F & -\mathbf{A}_{t12} \\ \mathbf{0} & s\mathbf{I}_{n-p} - \mathbf{A}_{t22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{t11} - \mathbf{P}_F \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{f}_s(s) + \mathbf{f}_s(s) \quad (4.32)$$

Lema 4.6 – Seja:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C} \end{bmatrix}$$

, sendo  $M$ ,  $A$  e  $C$  matrizes não singulares. Então:

$$M^{-1} = \begin{bmatrix} A^{-1} & -A^{-1}BC^{-1} \\ \mathbf{0} & C^{-1} \end{bmatrix}$$

Prova: Do produto:

$$\begin{bmatrix} A & B \\ \mathbf{0} & C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} \\ X_{21} & X_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_p & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & I_{n-p} \end{bmatrix}$$

, obtemos o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} AX_{11} + BX_{21} = I_p \\ AX_{12} + BX_{22} = \mathbf{0} \\ CX_{21} = \mathbf{0} \\ CX_{22} = I_{n-p} \end{cases}$$

Como  $C \neq \mathbf{0}$ , temos que:

$$X_{21} = \mathbf{0} \implies X_{22} = C^{-1}$$

$$AX_{11} = I_p \implies X_{11} = A^{-1}$$

Substituindo  $X_{22}$  na segunda equação temos:

$$AX_{12} = -BC^{-1} \implies X_{12} = -A^{-1}BC^{-1}$$

Portanto:

$$M^{-1} = \begin{bmatrix} A^{-1} & -A^{-1}BC^{-1} \\ \mathbf{0} & C^{-1} \end{bmatrix} \quad \blacksquare$$

Aplicando o Lema 4.6 na Equação 4.32 e simplificando, temos:

$$R(s) = -(sI_p - P_F)^{-1}(A_{t11} - P_F)f_s(s) + f_s(s) \quad (4.33)$$

A Equação 4.33 pode também ser escrita na forma:

$$\mathbf{R}(s) = -(s\mathbf{I}_p - \mathbf{P}_F)^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_p & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} - \mathbf{P}_F \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{f}_s(s) + \mathbf{f}_s(s) \quad (4.34)$$

Resultando em:

$$\mathbf{R}(s) = -(s\mathbf{I}_p - \mathbf{P}_F)^{-1} \mathbf{C}_t \mathbf{G}_t \mathbf{f}_s(s) + \mathbf{f}_s(s) \quad (4.35)$$

Para que o vetor da falha em um sensor esteja em um subespaço formado apenas por dois vetores, é necessário ainda que  $\rho_i = \rho$ . Sendo assim, a falha em cada sensor é dado por:

$$\mathbf{R}_i(s) = -[(s - \rho)^{-1} \mathbf{G}_{ti} + \mathbf{i}_i] \mathbf{f}_{si}(s) \quad (4.36)$$

onde:  $\mathbf{R}_i(s)$  é o vetor de resíduos para falha no i-ésimo sensor;

$\mathbf{G}_{ti}$  é a i-ésima coluna de  $\mathbf{G}_t$ ;

$\mathbf{i}_i$  é um vetor coluna com valor unitário no seu i-ésimo elemento e os demais elementos são nulos, e

$\mathbf{f}_{si}(s)$  é a função que descreve a falha para o i-ésimo sensor.

Portanto, a direção do vetor de resíduos para falha em cada sensor estará no subespaço  $\mathbf{H}$  formado pelos vetores  $\mathbf{G}_{ti}$  e  $\mathbf{i}_i$ . De acordo com Mello e Souza (1997), se a condição inicial do erro for nula,  $\mathbf{e}(t_f) = \mathbf{0}$ , no tempo  $t_f$  em que ocorre a falha, de valor desconhecido em um único sensor, descrito pela função  $\mathbf{f}_{si}(t_f + t)$ , o vetor do resíduo  $\mathbf{r}(t_f + t)$ , terá uma direção distinta contida no subespaço expandido pelos vetores  $\mathbf{G}_{ti}$  e  $\mathbf{i}_i$ . Se  $\mathbf{e}(t_f) \neq \mathbf{0}$  então  $\mathbf{r}(t_f + t)$  irá convergir assintoticamente para o plano expandido pelos vetores  $\mathbf{G}_{ti}$  e  $\mathbf{i}_i$ .

### 4.3.3 Funções de Decisão

A função de decisão, para o filtro de detecção modificado, deve indicar se o vetor de resíduos está em um subespaço de falha ou fora deste. Uma maneira para fazer este teste é através do cálculo da razão entre os módulos da componente do vetor de resíduos

ortogonal ao subespaço de falha e da sua projeção neste subespaço. Se esta razão estiver abaixo de um limiar de decisão predeterminado, então o vetor de resíduos é considerado que está contido no subespaço de falha, de modo que temos uma indicação de falha, caso contrário não estará contido neste subespaço. Deste modo, é possível obter um teste com detectabilidade forte para falha em um único sensor, pois o vetor de resíduos permanece contido no subespaço de falha do sensor, enquanto ele estiver no estado de falha.

Dado o subespaço de falha  $\mathbf{H}$ , a matriz de projeção  $\mathbf{P}_r$  para este subespaço, de acordo com Strang (1988), é dada por:

$$\mathbf{P}_r = \mathbf{H}(\mathbf{H}^T\mathbf{H})^{-1}\mathbf{H}^T \quad (4.37)$$

A componente do vetor do resíduo  $\mathbf{r}$  que é ortogonal ao subespaço  $\mathbf{H}$  é dada por:

$$\mathbf{r} - \mathbf{P}_r \mathbf{r} \quad (4.38)$$

Portanto, a função de decisão é dada por:

$$\eta = \frac{\|\mathbf{r} - \mathbf{P}_r \mathbf{r}\|}{\|\mathbf{P}_r \mathbf{r}\|} \quad (4.39)$$

#### 4.3.4 Projeto de um Subsistema DIFS para a Planta Utilizando o Filtro de Detecção Modificado

##### 4.3.4.1 Projeto do Observador

Para o modelo do sistema em estudo, dado pela Equação 3.4, foi projetado um filtro de detecção modificado para falha em cada sensor. Os autovalores e autovetores à direita da planta são dados por:

$$\mathbf{A} = \{-2,31670; 2,25874; 0,0179580\}$$

$$\mathbf{V}_e = \begin{bmatrix} 0,999990 & 0,999989 & -0,0724561 \\ -0,00404463 & 0,00435975 & 0,0179079 \\ 0,00174586 & 0,00193017 & 0,997211 \end{bmatrix}$$

O par  $\{A, C\}$  é completamente observável. Como a matriz  $C$  é uma matriz identidade não há necessidade de efetuar a transformação de similaridade. Podemos também escolher todos os autovalores da matriz  $F$ , de modo que, a matriz diagonal  $P_F$ , com os autovalores selecionados, terá a mesma dimensão da matriz da dinâmica do observador. Foram escolhidos os autovalores:  $\{-7; -7; -7\}$ , para que o observador tenha uma dinâmica mais rápida do que a da planta. Utilizando estas considerações na Equação 4.28, temos que o ganho do observador é dado por:

$$G = A - P_F$$

$$G = \begin{bmatrix} 6,9032 & 544,62 & -9,7886 \\ 0,0096 & 7,0568 & 0 \\ 0 & 1 & 7 \end{bmatrix}$$

Esta técnica emprega somente um observador e o seu diagrama de blocos para implementação no Simulink é apresentado na Figura 4.11 . Na Figura 4.12 é apresentado o gráfico dos parâmetros do vetor de resíduos quando não há falhas em sensores.

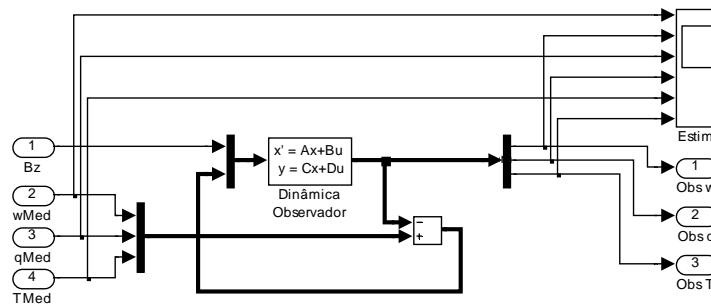


FIGURA 4.11 – Diagrama de blocos do observador para o filtro de detecção modificado.

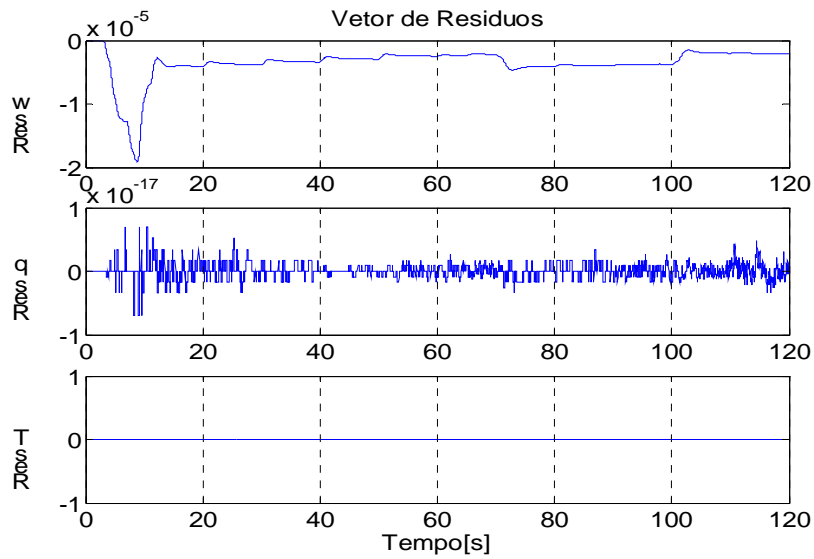


FIGURA 4.12 – Vetor de resíduos quando não há falhas em sensores.

#### 4.3.4.2 Funções de Decisão

As funções de decisão irão fornecer os padrões da assinatura dos resíduos para as falhas nos sensores. Utilizando os parâmetros da planta e o ganho calculado na Equação 4.36, podemos determinar as seguintes equações dos resíduos das falhas nos sensores:

- Sensor w:

$$\mathbf{R}_w(s) = \left( \frac{1}{s+7} \begin{bmatrix} 6,9032 \\ 0,0096 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right) f_w(s) \quad (4.40)$$

- Sensor q:

$$\mathbf{R}_q(s) = \left( \frac{1}{s+7} \begin{bmatrix} 544,62 \\ 7,0568 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \right) f_q(s) \quad (4.41)$$

- Sensor  $\theta$ :

$$\mathbf{R}_\theta(s) = \left( \frac{1}{s+7} \begin{bmatrix} -9,7886 \\ 0 \\ 7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right) f_\theta(s) \quad (4.42)$$

Com estas equações é obtido o subespaço de falha em cada sensor, de acordo com a Equação 4.36. Em seguida é determinada a matriz de projeção em cada subespaço de

falha, a partir da Equação 4.37. E finalmente é utilizada a Equação 4.39 para determinar cada função de decisão. A seguir temos os resultados obtidos em cada passo para determinar a função de decisão para cada sensor:

- Sensor w:

O subespaço de falha é dado por:

$$\mathbf{H}_w = \begin{bmatrix} 6,9032 & 1 \\ 0,0096 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

A matriz de projeção no subespaço de falha é dada por:

$$\mathbf{P}_w = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

E a função de decisão é dada por:

$$\eta_w = \frac{\|\mathbf{r} - \mathbf{P}_w \mathbf{r}\|}{\|\mathbf{P}_w \mathbf{r}\|}$$

- Sensor q:

O subespaço de falha é dado por:

$$\mathbf{H}_q = \begin{bmatrix} 544,62 & 0 \\ 7,0568 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

A matriz de projeção no subespaço de falha é dada por:

$$\mathbf{P}_q = \begin{bmatrix} 0,999997 & 0 & 0,001836 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0,001836 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

E a função de decisão é dada por:

$$\eta_q = \frac{\|r - P_q r\|}{\|P_q r\|}$$

- Sensor  $\theta$ :

O subespaço de falha é dado por:

$$H_\theta = \begin{bmatrix} -9,7886 & 0 \\ 0 & 0 \\ 7 & 1 \end{bmatrix}$$

A matriz de projeção no subespaço de falha é dada por:

$$P_\theta = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

E a função de decisão é dada por:

$$\eta_\theta = \frac{\|r - P_\theta r\|}{\|P_\theta r\|}$$

O cálculo do ganho do observador e da matriz de projeção no subespaço de falha pode também ser obtida através da função `GanObsFiltMod.m` para uso no Matlab. A listagem desta função, assim como a descrição de suas variáveis, se encontra no Apêndice B.

Na Figura 4.13 é apresentado o diagrama de blocos da implementação das funções de decisão para o Simulink. Neste diagrama foi incluída uma chave para seleção do vetor que é processado pela função de decisão. Ela foi necessária, pois quando não há falhas em sensores, o vetor de resíduos apresenta valor aleatório com módulo bem pequeno, podendo estar em um subespaço de falha qualquer e conseqüentemente gerando falso alarme. Utilizando esta chave, é feito um teste do módulo do vetor de resíduos, de modo que ele somente será processado pela função de decisão quando o seu valor for superior



a 0,005. Este valor foi obtido através de simulação, de tal modo que o atraso para detecção de falha simples em sensor fosse muito pequeno. Quando o valor do módulo do vetor de resíduos for inferior a 0,005 é utilizado o vetor  $\{1; 1; 1\}$  que não está contido em nenhum dos subespaços de falha dos sensores, evitando assim o falso alarme.

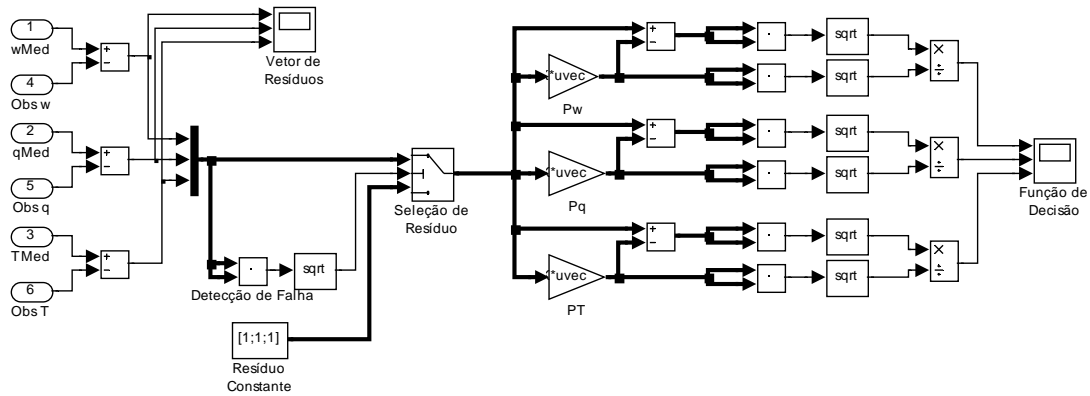


FIGURA 4.13 – Diagrama de blocos da função de decisão para o filtro de detecção modificado.

#### 4.3.4.3 Casos de Falha e seus Resultados

Para a análise de desempenho entre as técnicas é utilizado o diagrama de tempo das falhas apresentado na Figura 3.10, com os tipos e os intervalos das falhas apresentados na Tabela 3.3. Para estes padrões de falhas, os gráficos das medidas fornecidas pelos sensores e os respectivos valores estimados pelo observador é apresentado na Figura 4.14 .

Na Figura 4.15 é apresentado o gráfico dos sinais gerados pelas funções de decisão e a respectiva ampliação. Note que o limiar de decisão para o filtro de detecção modificado segue uma lógica contrária a utilizada na técnica anterior. Nesta técnica é considerado que há falha quando o valor da função de decisão for menor do que o valor do limiar de decisão, indicando que o vetor está praticamente contido no subespaço de falha. Na ampliação pode ser observado o que ocorre quando há falhas múltiplas em sensores. As regiões em vermelho são bem definidas indicando que há falha em um único sensor e que o resíduo gerado está no respectivo subespaço de falha. As regiões em verde indicam que houve falha somente do sensor  $j$  e que o vetor de resíduos não deve estar contido no subespaço de falha do sensor  $i$ , exceto quando ele estiver no subespaço de

intersecção entre os dois subespaços de falha, o que causará um falso alarme. As regiões na cor lima indicam que houve falhas nos sensores  $i$  e  $j$ . Neste caso, o gráfico indica que houve perda de alarme porque o vetor de resíduos resultante da influência da falha múltipla pode não pertencer a nenhum dos subespaços de falha destes sensores.

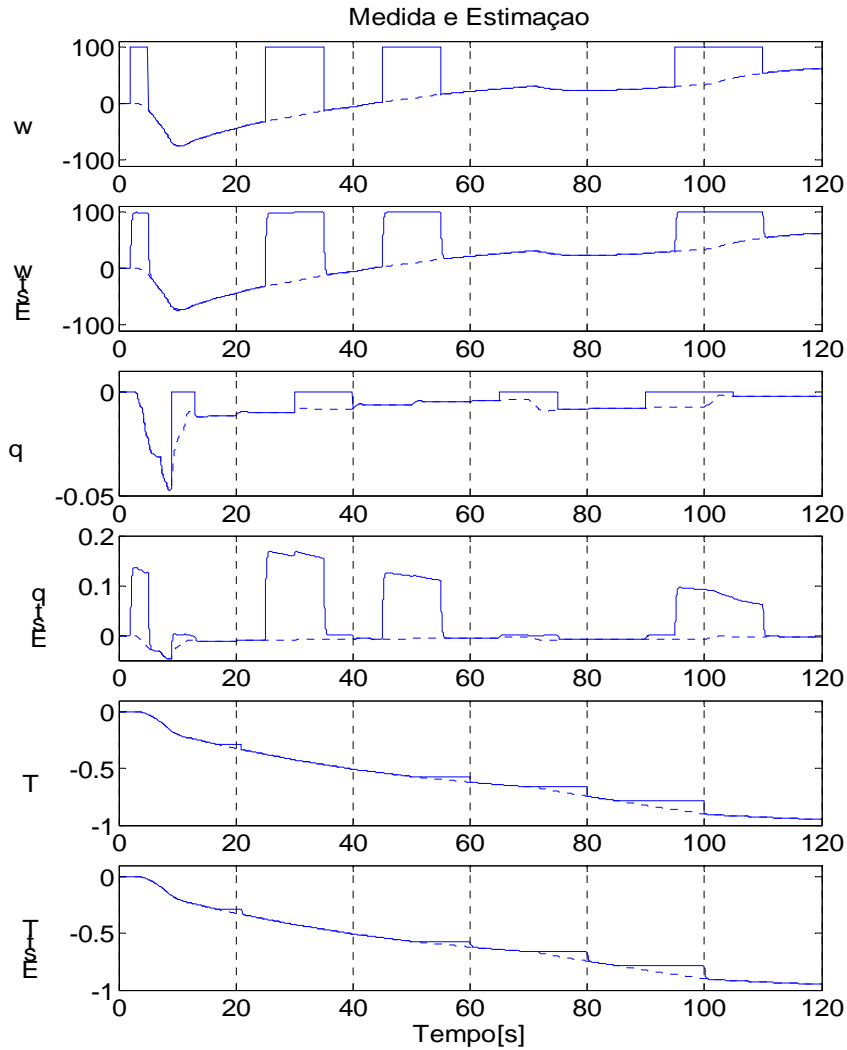


FIGURA 4.14 – Medidas dos sensores, com falha, e valores estimados pelo observador do filtro de detecção modificado.

Como foram obtidos três subespaços de falha de ordem 2 em um espaço de ordem 3, é claro que há intersecção entre estes subespaços. No caso de falha simples, quando um vetor de resíduos da falha de um sensor passar por uma intersecção com o subespaço de falha de outro sensor, haverá uma indicação de falso alarme para este outro sensor.

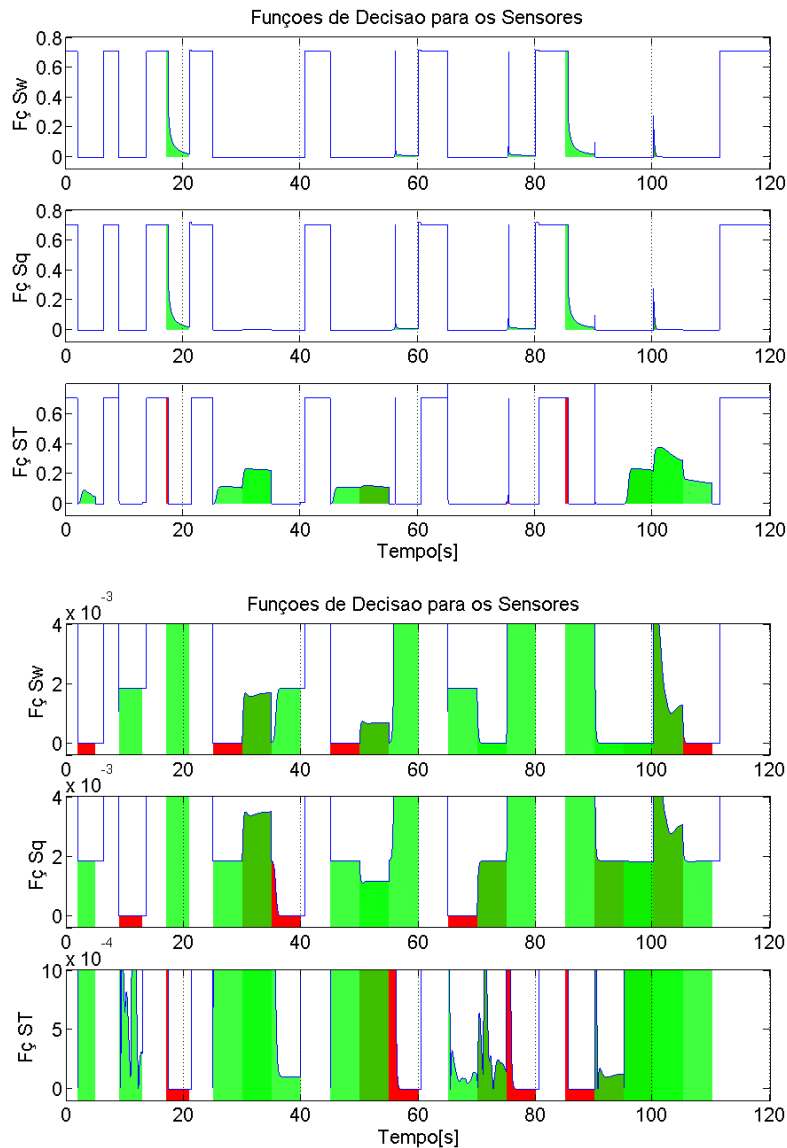


FIGURA 4.15 – Sinal gerado pela função de decisão para o filtro de detecção modificado e a respectiva ampliação.

Um modo de tentar reduzir o falso alarme é reduzir o máximo possível o limiar de decisão. Mas por outro lado, isto também causa um atraso para a identificação da falha. Para os gráficos acima, os valores dos limiares de decisão para detecção e identificação de falha simples são aproximadamente de:

$$L_w = (0; 1,8e-3)$$

$$L_q = (0; 1.8e-3)$$

$$L_\theta = (0; 1.0e-4)$$

## 4.4 Subsistema de DIFS Utilizando o Observador de Luenberger

### 4.4.1 Introdução

No Item 4.2 foram projetados observadores de Doyle-Stein, que é um observador robusto de ordem reduzida. Este tipo de observador, de acordo com o desempenho desejado, apresenta uma dinâmica muito lenta para trabalhar com falhas múltiplas e intermitentes em sensores. A escolha de uma dinâmica mais rápida do que a planta e o projeto de uma nova função de decisão bastariam. Mas em estudos realizados em Teixeira, Souza e Oliva (2005), verificou-se que o observador de ordem reduzida pode gerar assinaturas de falhas que permitem detectar e identificar até “ $p - 2$ ” falhas. Para aumentar este valor para  $p$  falhas foi utilizado o observador de Luenberger (1971). O desenvolvimento matemático para este observador é apresentado a seguir.

### 4.4.2 Desenvolvimento do Observador de Luenberger

No desenvolvimento do observador de Luenberger foi utilizada a mesma notação adotada no Item 4.2, sendo assim, este observador pode ser representado pelas seguintes equações:

$$\dot{z} = Fz + Gy + Hu \quad (4.43)$$

$$\hat{x} = My + Nz \quad (4.44)$$

$$\hat{y} = C\hat{x} \quad (4.45)$$

A equação do erro é dada por:

$$e = Tx - z \quad (4.46)$$

onde  $T$  é uma matriz não singular de transformação de estado.

As matrizes  $F$ ,  $G$ ,  $H$ ,  $M$  e  $N$  devem ser calculadas de modo a fazer com que o erro dado pela Equação 4.46 seja nulo. A equação diferencial para o erro é dada por:

$$\dot{e} = T\dot{x} - \dot{z} \quad (4.47)$$

Substituindo as Equações 4.43 e 4.44 na Equação 4.47 temos:

$$\dot{e} = T(Ax + Bu) - Fz - GCx - Hu \quad (4.48)$$

Substituindo a Equação 4.46 na Equação 4.48 temos:

$$\dot{e} = (TA - FT - GC)x + (TB - H)u + Fe \quad (4.49)$$

O resíduo é dado por:

$$r = y - \hat{y} \quad (4.50)$$

Substituindo as Equações 3.1, 4.44 e 4.45 na Equação 4.50, temos:

$$r = Cx - CM_y - CN_z \quad (4.51)$$

Substituindo agora as Equações 3.1 e 4.46 na Equação 4.51, temos:

$$r = CNe + (C - CMC - CNT)x \quad (4.52)$$

Para que o erro seja nulo e o resíduo tenda a zero assintoticamente, independente de  $x$  e  $u$ , os coeficientes de  $x$  e  $u$  das Equações 4.49 e 4.52 devem ser igualados a zero e a matriz  $F$  deve ser uma matriz cuja dinâmica seja a de um sistema estável. Deste modo, devemos ter:

$$TA - FT - GC = 0 \quad (4.53)$$

$$TB - H = 0 \quad (4.54)$$

$$MC + NT = I \quad (4.55)$$

A Equação 4.53 é uma equação de Lyapunov, cuja solução fornece o valor da matriz  $T$ . Os valores de  $M$  e  $N$ , da Equação 4.55, podem ser calculados por:

$$[M \quad N] = \begin{bmatrix} C \\ T \end{bmatrix}^{-1*} \quad (4.56)$$

onde “-1\*” indica o cálculo de uma pseudo-inversa.

Caso o valor de  $M$  seja especificado, o valor de  $N$  pode ser obtido por:

$$N = (I - MC)T^{-1} \quad (4.57)$$

O diagrama de blocos de um observador de ordem completa de Luenberger é mostrado na Figura 4.16 .

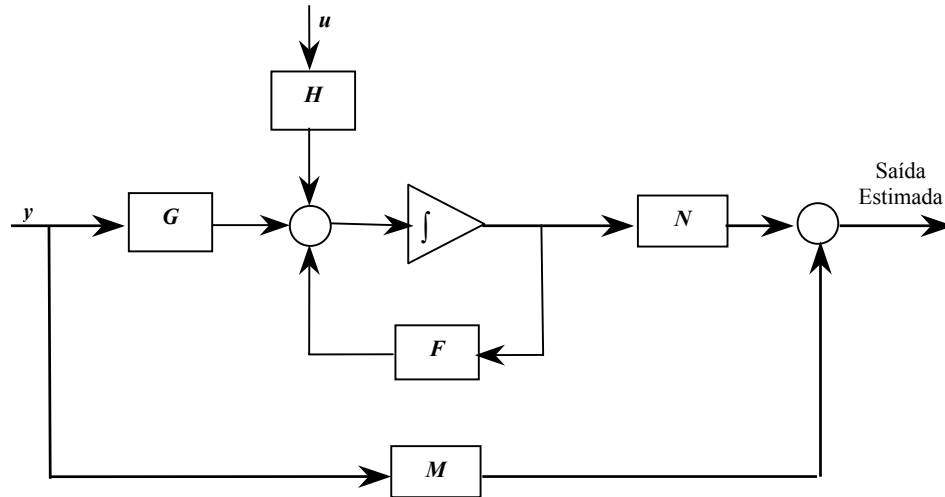


FIGURA 4.16 – Diagrama de blocos do observador de Luenberger.

#### 4.4.3 Funções de Decisão

As funções de decisão são projetadas para gerar um padrão de assinatura de falhas, o qual pode auxiliar na detecção e identificação de falhas no sensor. De acordo com os estudos feitos em Teixeira, Souza e Oliva (2005), verificou-se que o desempenho para detecção e identificação de falhas pode ser aumentado quando se trabalha com um vetor de funções de decisão, sendo que cada uma delas é dada pelo módulo do resíduo entre a medida fornecida pelo sensor e o respectivo valor redundante fornecido por um dos observadores. A função decisão assim descrita é dada por:

$$\eta_{i,j} = || r_{i,j} || = || y_j - (y_j|v_i) || \quad \begin{cases} i = 1, \dots, p \\ j = 1, \dots, p \end{cases} \quad (4.58)$$

onde:  $\eta_{i,j}$  : é o i-ésimo elemento do vetor da função de decisão para o sensor  $j$ ;

$r_{i,j}$  : é o i-ésimo elemento do vetor de resíduos entre a medida  $j$ , e o respectivo valor estimado/redundante dado pelo observador  $i$ ;

$(y_j|y_i)$  : é o valor redundante da medida  $j$  fornecido pelo observador controlado  $i$ ;

$p$  : é o número de sensores do modelo, e

$y_j$  : é a medida fornecida pelo sensor  $j$ .

O vetor de resíduos é da ordem  $p$ . Todos os elementos do vetor de resíduos para a função de decisão, exceto o elemento dado por  $i = j$ , têm detectabilidade forte quando houver uma falha simples de sensor. Portanto, uma falha pode ser declarada quando todos os elementos  $i \neq j$  de um vetor de funções de decisão tiverem um valor superior ao de um limiar de decisão pré-determinado. Deste modo, é possível detectar e identificar até  $p - 2$  falhas múltiplas simultâneas.

Para facilitar a determinação dos limiares de decisão para a lógica de decisão, os valores das medidas dos sensores e os valores estimados pelos observadores, em unidade de engenharia, podem ser normalizados para os seus respectivos valores em unidades de tensão. Este procedimento facilita a análise, pois todos os valores de resíduos de sensores diferentes passarão a trabalhar na mesma faixa de excursão de sinal. Uma sugestão para escolha da faixa de tensão é de -10V a +10V, pois esta faixa é amplamente utilizada por circuitos analógicos e digitais empregados para este tipo de informação.

#### **4.4.4 Subsistema de DIFS para a Planta Utilizando o Observador de Luenberger**

##### **4.4.4.1 Projeto dos Observadores**

A partir do desenvolvimento no Item 4.4.2, foi elaborada a função “GanObsLyap2Inv.m”, para utilização no ambiente MatLab, para o cálculo das matrizes e vetores que compõe o observador de Luenberger. A listagem e as variáveis de entrada e saída desta função estão descritas no Apêndice B. Esta técnica necessita que sejam atribuídos os valores dos parâmetros da matriz  $F$ , e do vetor  $G$ . Esta técnica apresenta liberdade para escolher os autovalores, desde que sejam distintos e forneçam um observador estável, e os autovetores da dinâmica do observador. Sendo assim, foram atribuídos os seguintes valores para a matriz  $F$  e para o vetor  $G$ :

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} -7 & 0 & 0 \\ 0 & -8 & 0 \\ 0 & 0 & -9 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 7 \\ 8 \\ 9 \end{bmatrix}$$

Nas Tabelas 4.2 , 4.3 e 4.4 é apresentado os valores calculados para as matrizes e vetores dos observadores de Luenberger.

TABELA 4.2 – Matrizes e vetores calculados para o observador  $w$ .

Matriz/Vetor	Parâmetros do Observador $w$		
$\mathbf{H}_w$	-617,7694	-522,42382	-453,07853
$\mathbf{M}_w$	0,99981164	2,9706606	163,66039
$\mathbf{N}_w$	0,0040941114	-0,011006301	0,0071005078
	10,435297	-3,0258838	-10,435297
	577,97699	-167,26998	-588,19736

TABELA 4.3 – Matrizes e vetores calculados para o observador  $q$ .

Matriz/Vetor	Parâmetros do Observador $q$		
$\mathbf{H}_q$	8,0587357	7,8480872	7,7115155
$\mathbf{M}_q$	1637,6585	0,99981165	-658,88014
$\mathbf{N}_q$	2675,5611	-1105,8604	-3213,4348
	0,0040941114	-0,011006301	0,0071005078
	-2332,6871	674,48446	2373,0356



TABELA 4.4 - Matrizes e vetores calculados para o observador  $\theta$ .

Matriz/Vetor	Parâmetros do Observador $\theta$		
$H_\theta$	-1,151248		
	-0,9810109		
	-0,85683506		
$M_\theta$	6835,5063		
	15,778311		
	0,99981165		
$N_\theta$	22576,976	-6501,2056	-22913,768
	25,685619	-10,616885	-30,848571
	0,0040941114	-0,011006301	0,0071005078

O diagrama de blocos desenvolvido no Simulink para simular os observadores de Luenberger para a estrutura DOS, é apresentado na Figura 4.17 .

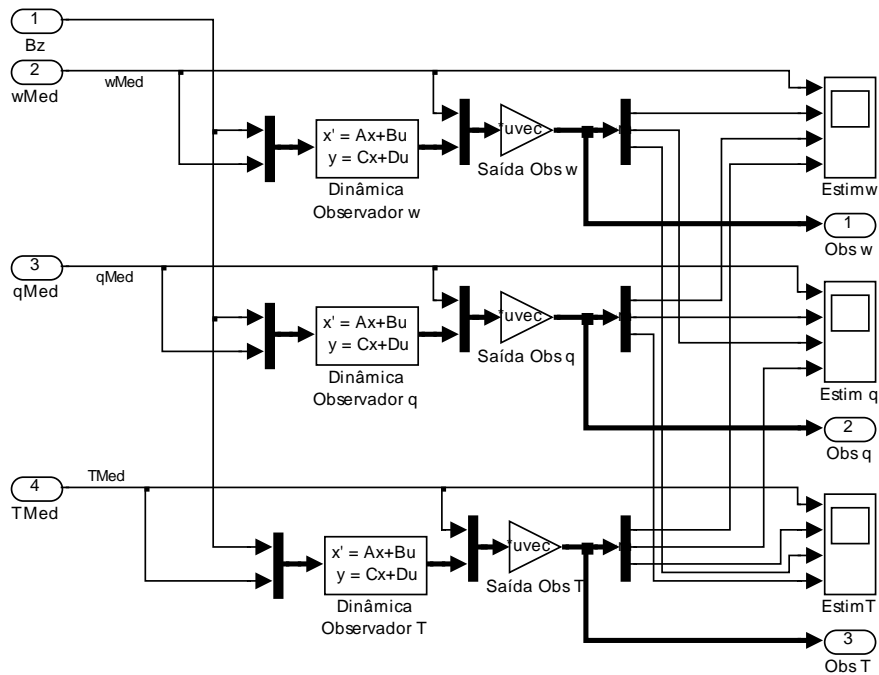


FIGURA 4.17 – Diagrama de blocos dos observadores de Luenberger para a estrutura DOS.

#### 4.4.4.2 Vetores de Funções de Decisão

No desenvolvimento das funções de decisão foi utilizada a conversão das medidas fornecidas em unidade de engenharia para a faixa de tensão de -10V a 10V. Para determinação do fator de escala para conversão de medidas, foi considerado que o fundo de escala de cada sensor é aproximadamente 20% superior ao valor máximo da medida

necessária para o controle da planta, utilizando o sinal de referência apresentado na Figura 3.8 .

Na Tabela 4.5 é apresentado o valor máximo do módulo das medidas fornecido para cada sensor em unidade de engenharia e o seu respectivo fator de escala para conversão das medidas para a faixa de tensão de -10V a +10V.

TABELA 4.5 – Fatores de escala para conversão das medidas dos sensores.

Sensor	Módulo do Valor Máximo das Medidas	Fator de Escala para Conversão para Faixa de Tensão de -10V a +10V
$w$	84m/s	$fe_w = 10 / 100$
$q$	0,048 rad/s	$fe_q = 10 / 0,060$
$\theta$	1,1 rad	$fe_\theta = 10 / 1,4$

Aplicando o fator de escala no vetor de funções de decisão dada pela Equação 4.58 e detalhando para o modelo em estudo, temos os seguintes vetores de funções de decisão:

$$\mathbf{n}_w = \begin{bmatrix} \eta_{w|w} \\ \eta_{w|q} \\ \eta_{w|\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \|w - w\| fe_w \\ \|w - w\| fe_w \\ \|w - w\| fe_w \end{bmatrix} \quad (4.59)$$

$$\mathbf{n}_q = \begin{bmatrix} \eta_{q|q} \\ \eta_{q|w} \\ \eta_{q|\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \|q - q\| fe_q \\ \|q - q\| fe_q \\ \|q - q\| fe_q \end{bmatrix} \quad (4.60)$$

$$\mathbf{n}_\theta = \begin{bmatrix} \eta_{\theta|\theta} \\ \eta_{\theta|w} \\ \eta_{\theta|q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \|\theta - \theta\| fe_\theta \\ \|\theta - \theta\| fe_\theta \\ \|\theta - \theta\| fe_\theta \end{bmatrix} \quad (4.61)$$

Na Figura 4.18 é apresentado o diagrama de blocos, da implementação destes vetores de funções de decisão, para uso no Simulink.

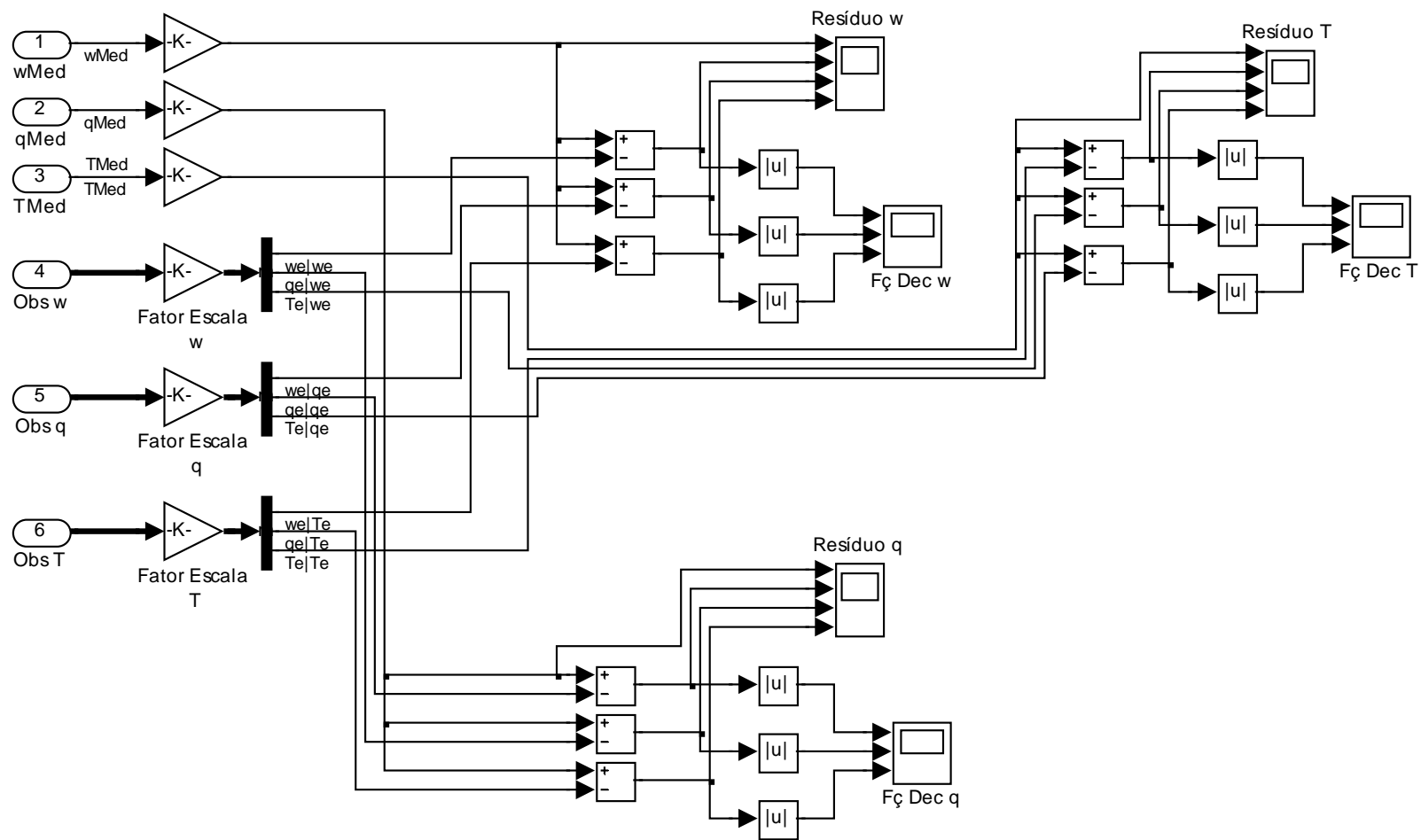


FIGURA 4.18 – Diagrama de blocos das funções de decisão para os observadores de Luenberger.

#### 4.4.4.3 Casos de Falha e seus Resultados

Inicialmente é verificado o comportamento dos resíduos e dos sinais gerados pelas funções de decisão quando não há falhas em sensores. Isto permite determinar o valor mínimo para o limiar de decisão. Os resíduos dos sinais estimados pelo observador de Luenberger são apresentados na Figura 4.19 , onde pode ser observado que os sinais estimados têm precisão muito boa. Os sinais gerados pelas respectivas funções de decisão são apresentados na Figura 4.20 .

A seguir é apresentado o sinal gerado pelas funções de decisão quando há falhas em sensores. Para comparação de desempenho, entre estas técnicas, foi utilizado o mesmo diagrama de tempo das falhas apresentado na Figura 3.10 e os mesmos tipos de falhas apresentados na Tabela 3.3. Nas Figuras 4.21 , 4.22 , 4.23, 4.24 e 4.25 temos os gráficos dos valores medidos e estimados obtidos para cada sensor. Nota-se nos gráficos, de acordo com o código de cores adotado, que os valores estimados não são confiáveis quando o observador está sendo alimentado por um sensor que está no estado de falha e que a amplitude do sinal pode ser muito superior ao valor máximo esperado da medida. Nota-se também que o tempo de acomodação do observador, quando há mudança de estado do sensor, diminuiu em relação ao observador de Doyle-Stein.

Nas Figuras 4.26 , 4.27, 4.28 , 4.29, 4.30 e 4.31 são apresentadas os gráficos dos resíduos obtidos na simulação. Nestes gráficos pode-se observar melhor o tempo de acomodação do observador quando há mudança de estado do sensor do modo normal para o estado de falha e vice-versa. Como foi mencionado anteriormente, estes resíduos têm detectabilidade forte quando o sinal é estimado por um observador que está sendo controlado por um sensor no estado normal. Devido a amplitude dos sinais estimados, quando o observador está sendo controlado por um sensor no estado de falha, ser muito alta, alguns sinais que identificam a falha no sensor pode ser difícil de ser observado. Quando é feita a ampliação do sinal pode-se então observar que o sinal de falha está presente, vide Figuras 4.30 e 4.31.

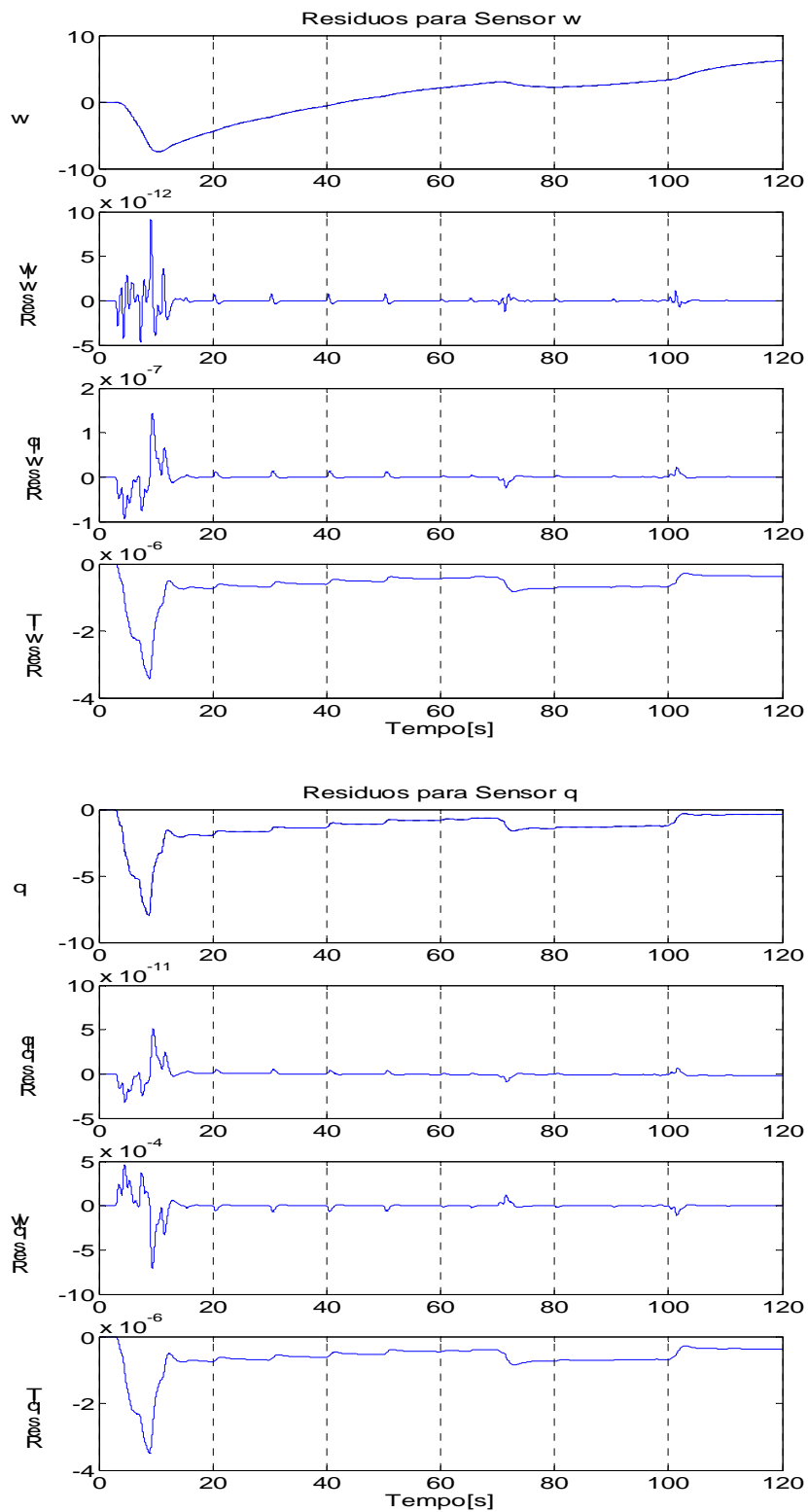


FIGURA 4.19 – Resíduos das medidas estimadas, em V, pelo observador de Luenberger para os sensores w, q e  $\theta$ .

(continua)

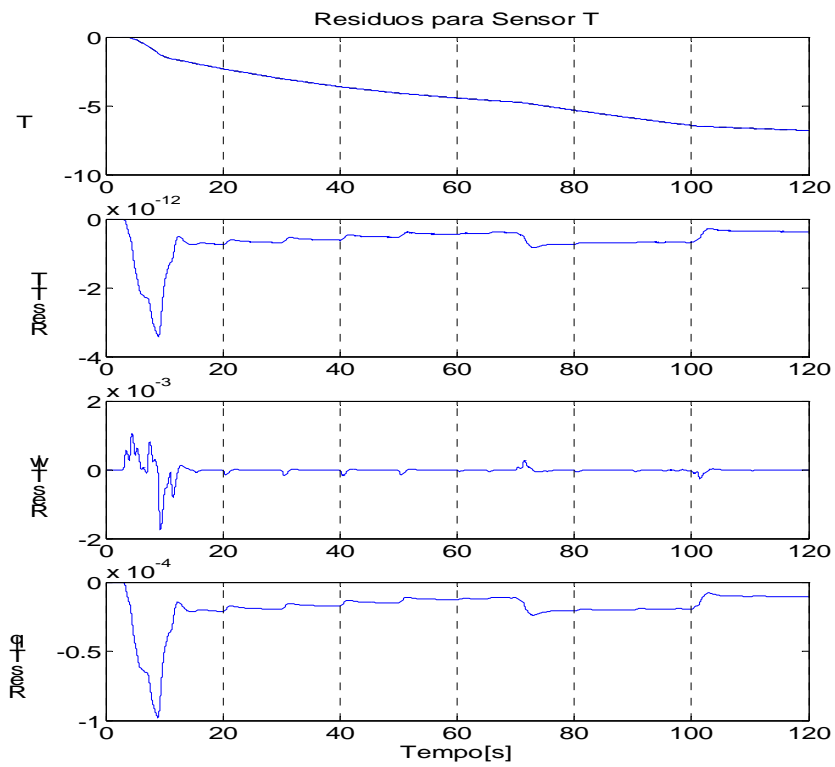


FIGURA 4.19 – Conclusão.

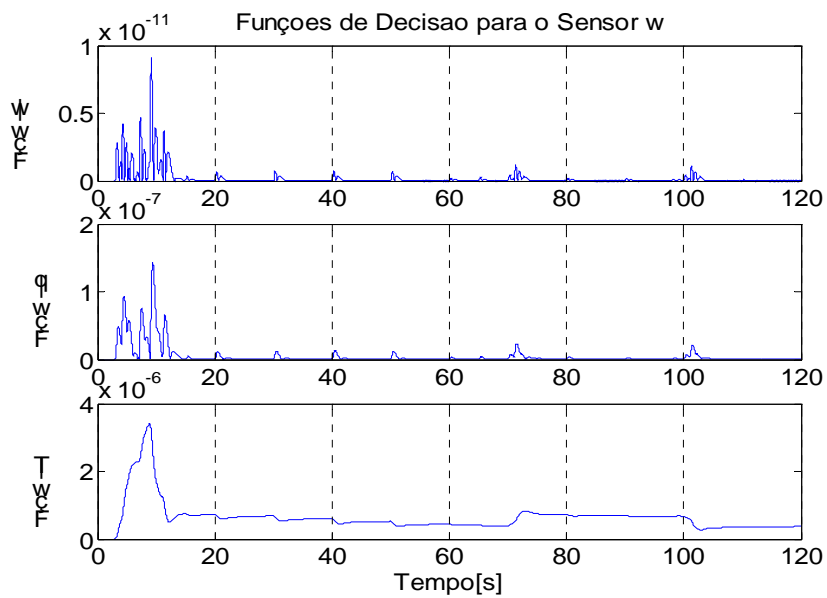


FIGURA 4.20 – Sinais gerados pelas funções de decisão, em V, para o observador de Luenberger para os sensores w, q e  $\theta$ .

(continua)

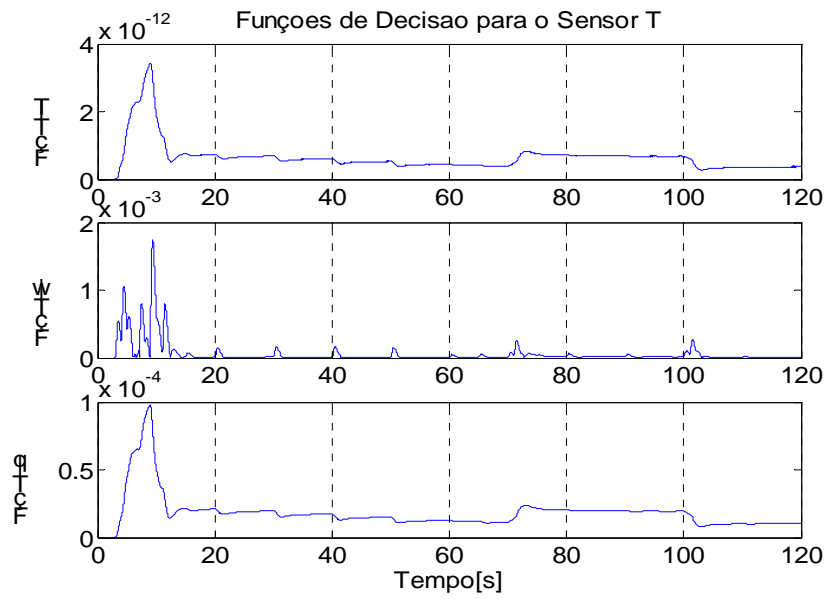
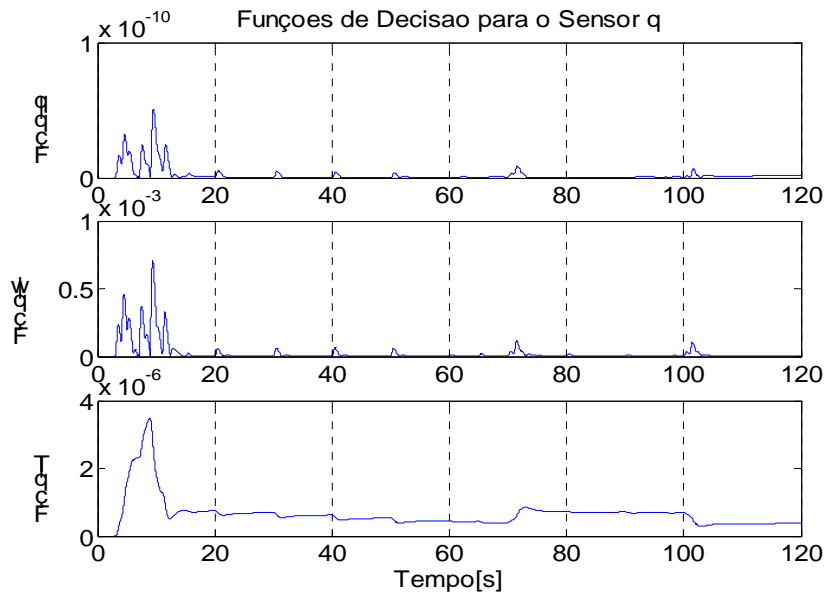


FIGURA 4.20 – Conclusão.

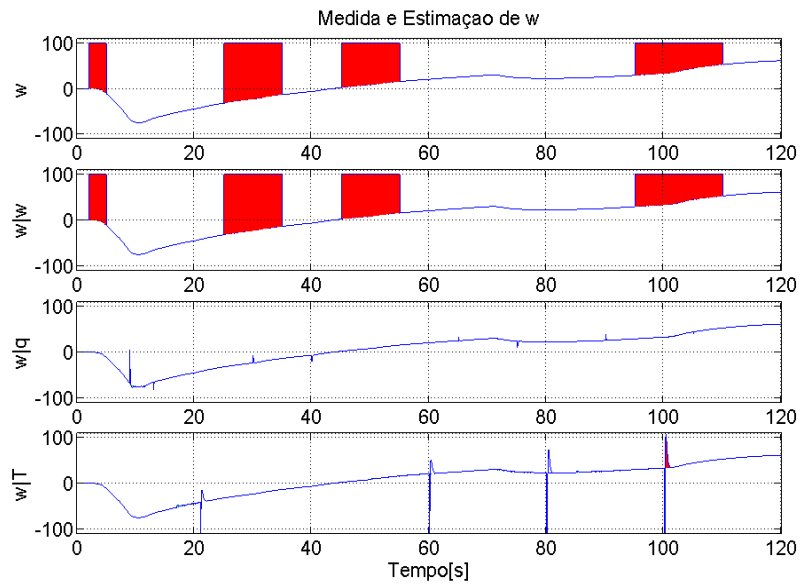


FIGURA 4.21 – Medidas e valores estimados para o sensor  $w$ , em m/s, para o observador de Luenberger.

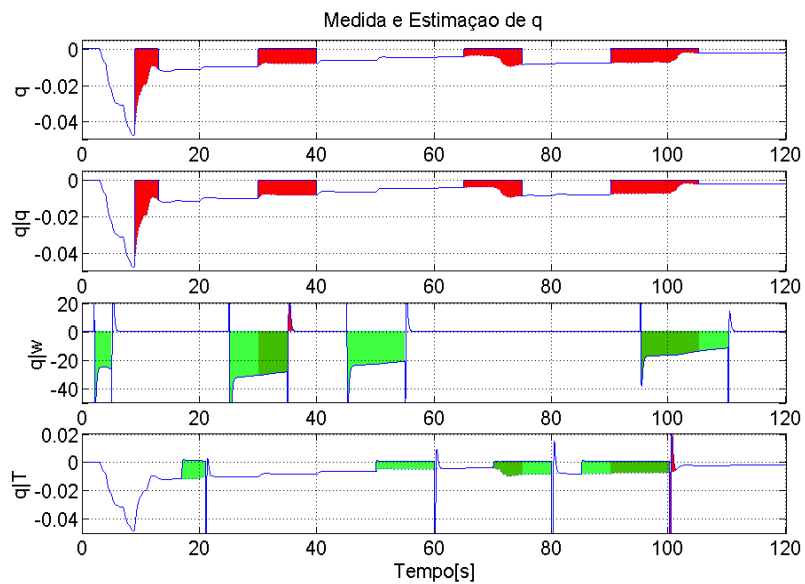


FIGURA 4.22 – Medidas e valores estimados para o sensor  $q$ , em rad/s, para o observador de Luenberger.



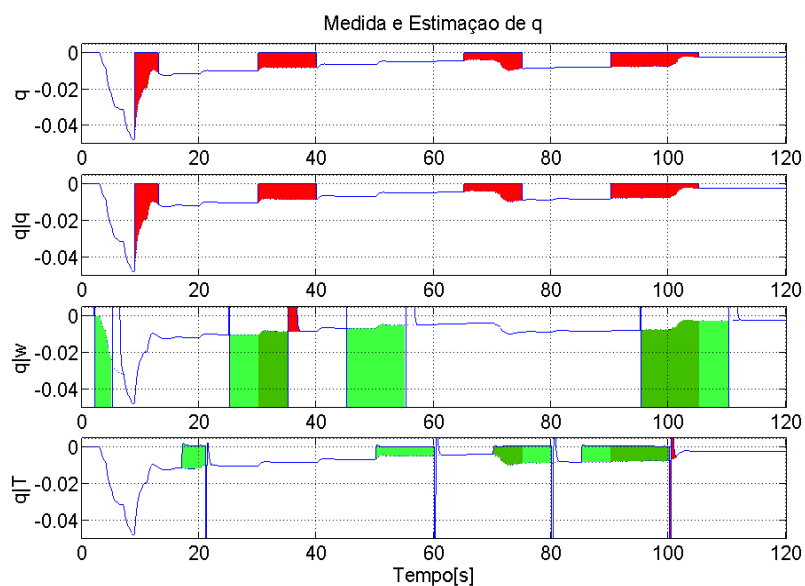


FIGURA 4.23 – Medidas e ampliação dos valores estimados para o sensor  $q$ , em rad/s, para o observador de Luenberger.

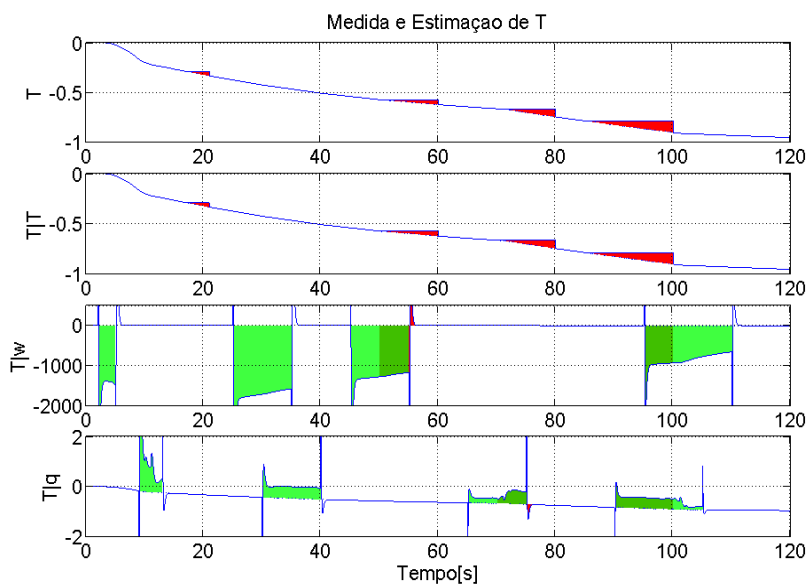


FIGURA 4.24 – Medidas e valores estimados para o sensor  $T$ , em rad, para o observador de Luenberger.

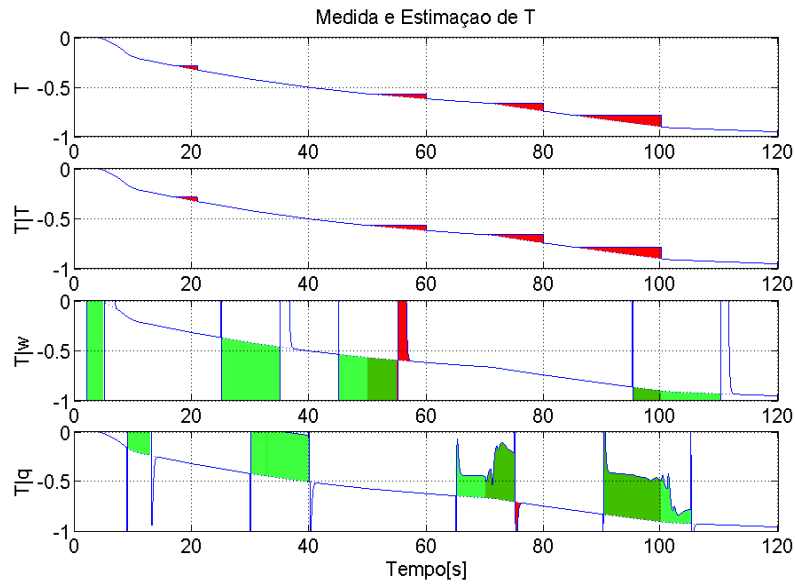


FIGURA 4.25 – Medidas e ampliação dos valores estimados para o sensor T, em rad, para o observador de Luenberger.

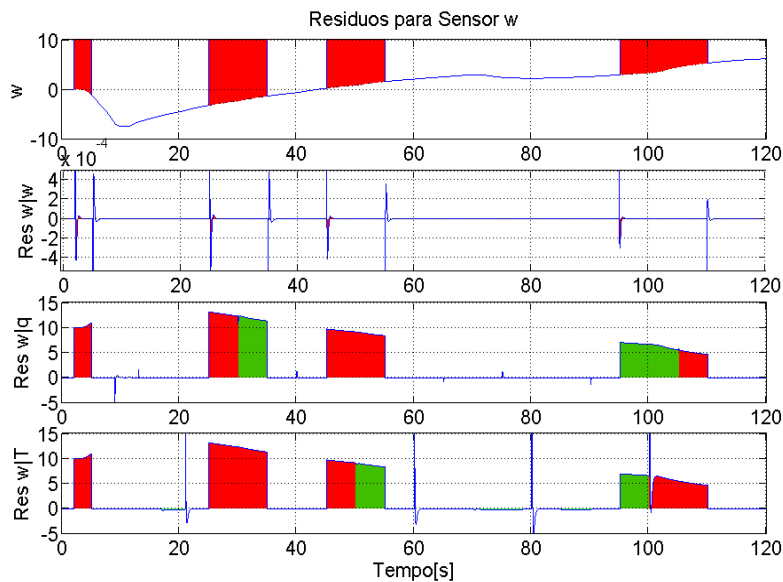


FIGURA 4.26 – Medidas e resíduos para o sensor w, em V, para o observador de Luenberger.

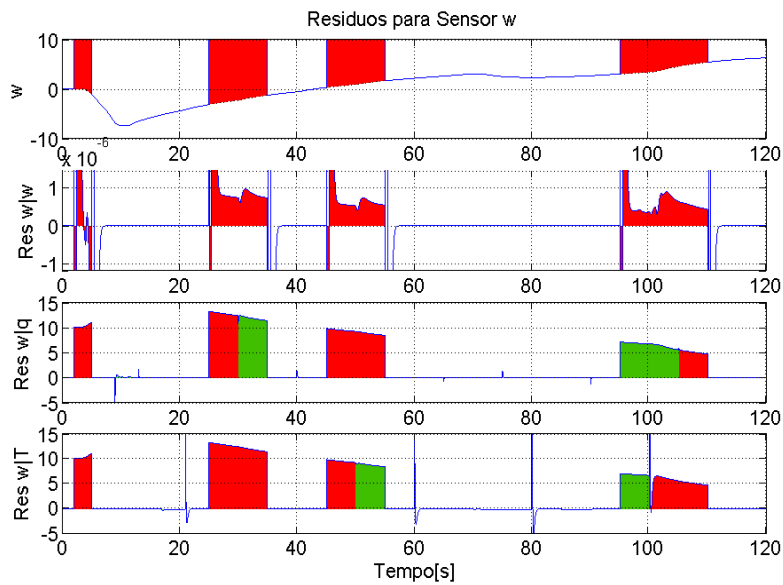


FIGURA 4.27 – Medidas e ampliação dos resíduos para o sensor  $w$ , em V, para o observador de Luenberger.

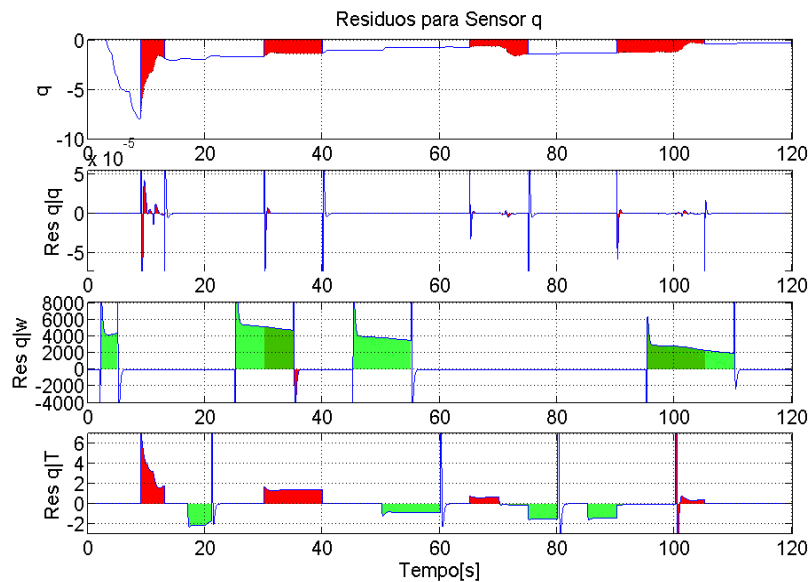


FIGURA 4.28 – Medidas e resíduos para o sensor  $q$ , em V, para o observador de Luenberger.

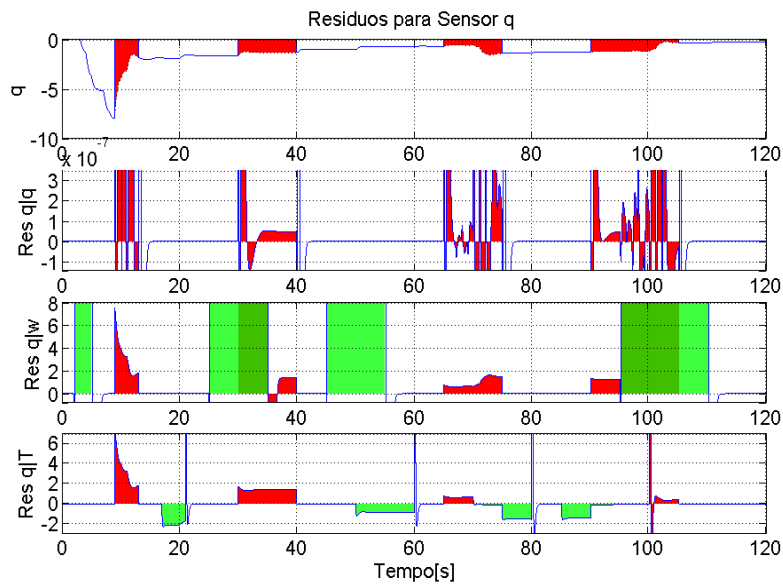


FIGURA 4.29 – Medidas e ampliação dos resíduos para o sensor  $q$ , em  $V$ , para o observador de Luenberger.

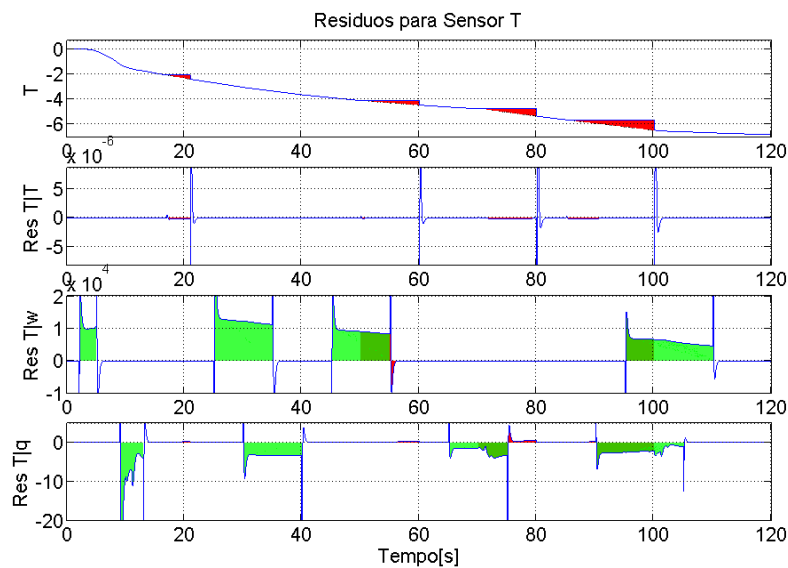


FIGURA 4.30 – Medidas e resíduos para o sensor  $\theta$ , em  $V$ , para o observador de Luenberger.

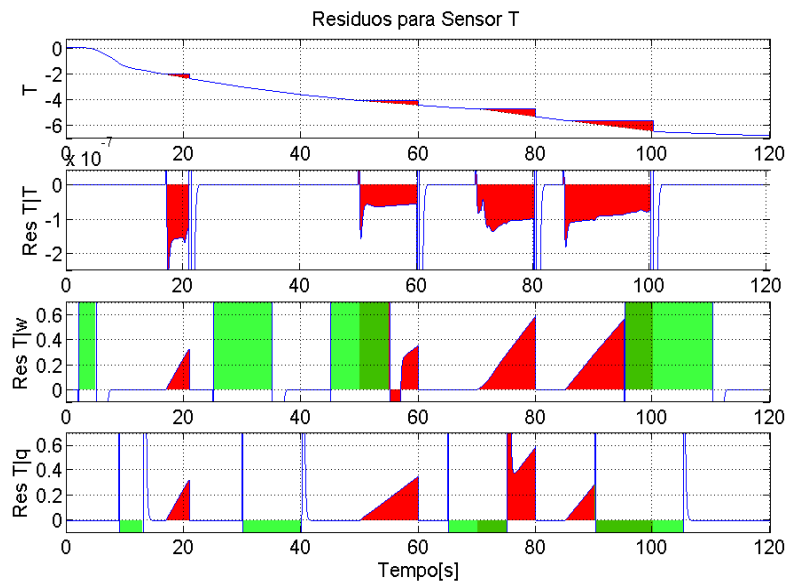


FIGURA 4.31 – Medidas e ampliação dos resíduos para o sensor  $\theta$ , em V, para o observador de Luenberger.

Nas Figuras 4.32 , 4.33 e 4.34 temos os gráficos dos elementos do vetor de sinais gerados pelas funções de decisão para cada sensor. A partir destes gráficos pode-se determinar um valor de limiar de decisão de modo a reduzir a taxa de perda de alarme e de falso alarme.

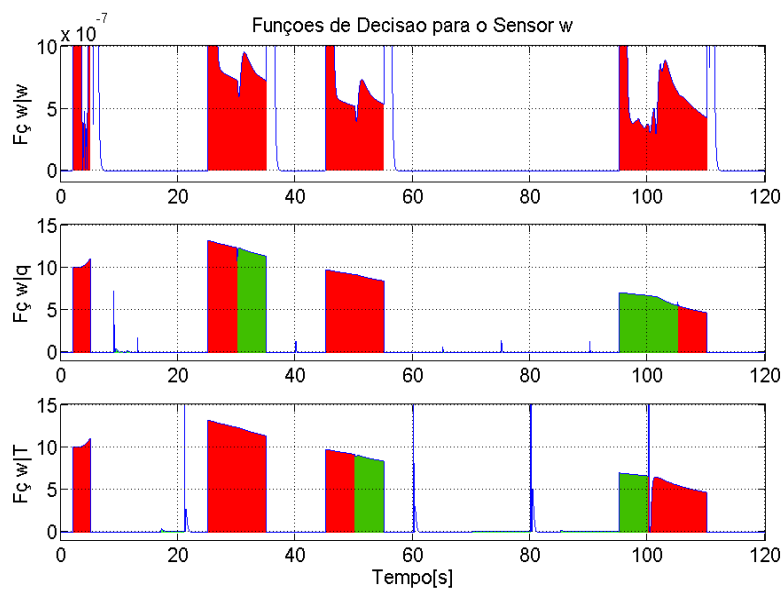


FIGURA 4.32 – Funções de decisão para o sensor  $w$ , em V, para o observador de Luenberger.

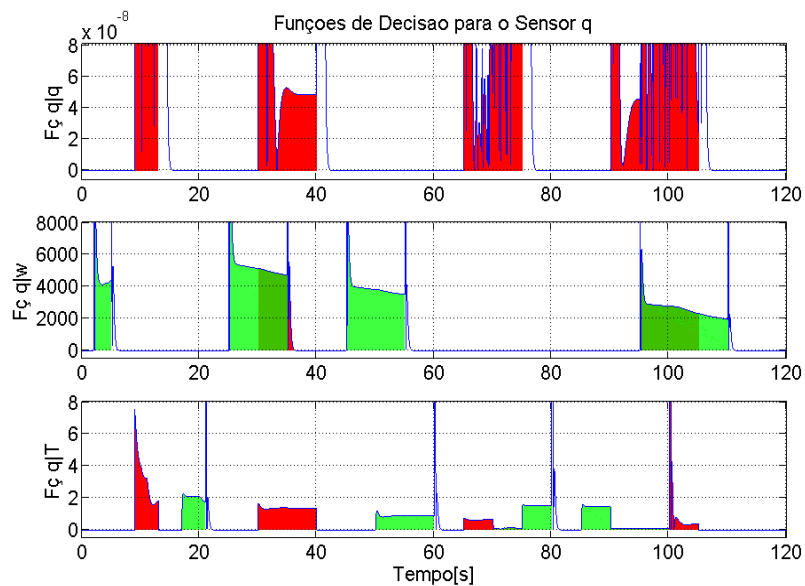


FIGURA 4.33 – Funções de decisão para o sensor  $q$ , em  $V$ , para o observador de Luenberger.

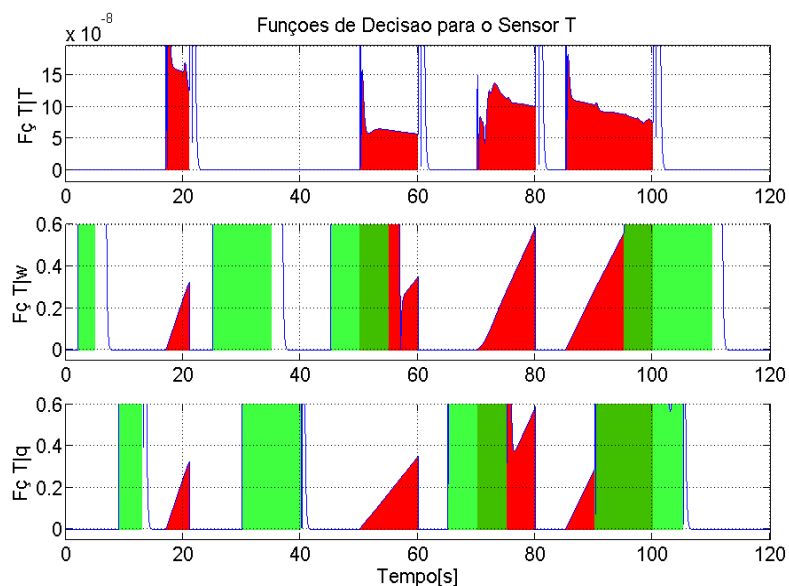


FIGURA 4.34 – Funções de decisão para o sensor  $\theta$ , em  $V$ , para o observador de Luenberger.

## 4.5 Observador Identidade de Luenberger

### 4.5.1 Introdução

Uma outra variação do observador de Luenberger é aquela em que a matriz de transformação de similaridade  $T$ , que relaciona o estado do observador com o estado do modelo, é uma transformação identidade. Esta simplificação restringe a ordem do observador, pois deve sempre ter a mesma ordem que a planta, e a sua auto-estrutura, pois permite apenas selecionar os seus autovalores.

### 4.5.2 Desenvolvimento Matemático do Observador Identidade de Luenberger

Dado um sistema linear invariante no tempo e representado pela Equação 3.1 no espaço de estado, de acordo com Luenberger (1971), um procedimento para obter a estimativa  $\hat{x}(t)$  de  $x(t)$  é projetar um sistema cujo valor estimado é a saída de um sistema dinâmico dado por:

$$\dot{\hat{x}} = F\hat{x} + Gy + Hu \quad (4.62)$$

$$\hat{y} = C\hat{x} \quad (4.63)$$

, tendo como entradas a medida escalar  $y$  e o controle escalar  $u$ . As matrizes  $F$ ,  $H$  e  $G$  devem ser obtidas de modo que o erro:

$$e = x - \hat{x} \quad (4.64)$$

, seja nulo.

Deseja-se também que a equação diferencial para a dinâmica do erro  $e$ , dada por:

$$\dot{e} = \dot{x} - \dot{\hat{x}} \quad (4.65)$$

, tenda a zero.

Substituindo a Equação 3.1 e 4.62 na Equação 4.65, temos:

$$\dot{e} = Fe + (A - GC - F)x + (B - H)u \quad (4.66)$$

Para que o erro tenda assintoticamente para zero independente de  $x$  e  $u$ , os seus coeficientes devem ser igualados a zero, e  $F$  tem que ser a matriz da dinâmica de um sistema estável. Deste modo, devemos ter:

$$A - F - GC = 0 \quad (4.67)$$

$$B - H = 0 \quad (4.68)$$

Note que as Equações 4.67 e 4.68 são idênticas às Equações 4.53 e 4.54 quando  $T = I$ . Substituindo o valor das matrizes  $F$  e  $B$  na Equação 4.62, obtemos:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} &= (A - GC)\hat{x} + Bu + Gy \\ &= A\hat{x} + Bu + G(y - C\hat{x}) \end{aligned} \quad (4.69)$$

A diferença entre a medida real e a estimada, denominada de **vetor de resíduos**, é dada por:

$$r = y - \hat{y} = C(x - \hat{x}) = Ce \quad (4.70)$$

Quando as Equações 4.67 e 4.68 são satisfeitas, a Equação 4.66 se reduz a equação diferencial homogênea:

$$\dot{e} = Fe \quad (4.71)$$

Facilmente podemos ver que o erro tende assintoticamente a zero, pois a matriz  $F$ , tem todos os seus autovalores no semiplano esquerdo. Pode-se observar, através da Equação 4.67, que a matriz  $G$  é única para o observador identidade de Luenberger, após a escolha dos autovalores da matriz  $F$ . Um problema agora é como solucionar a Equação 4.67, pois temos  $n^2$  equações para  $n \times (n + 1)$  incógnitas.

Este problema pode ser solucionado recorrendo a fórmula de Bass-Gura convertida para obtenção do ganho do observador, Friedland (1986), que é dada por:



$$\mathbf{G} = [(\mathbf{O}\mathbf{W})^T]^{-1}(\mathbf{f} - \mathbf{a}) \quad (4.72)$$

onde:

$$\mathbf{O} = [\mathbf{C}^T, \mathbf{A}^T \mathbf{C}^T, \dots, (\mathbf{A}^T)^{k-1} \mathbf{C}^T] \text{ é a matriz de teste de observabilidade;}$$

$$\mathbf{f} = \begin{bmatrix} f_1 \\ \vdots \\ f_k \end{bmatrix} \text{ são os coeficientes da equação característica desejada dada por:}$$

$$s^k + f_1 s^{k-1} + \dots + f_k = 0;$$

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_k \end{bmatrix} \text{ são os coeficientes da equação característica da planta dada por:}$$

$$s^k + a_1 s^{k-1} + \dots + a_k = 0, \text{ e}$$

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} 1 & a_1 & \dots & a_{k-1} \\ 0 & 1 & \dots & a_{k-2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \text{ é a matriz de triangular de Toeplitz.}$$

O diagrama de blocos de um observador identidade de Luenberger é mostrado na Figura 4.35 :

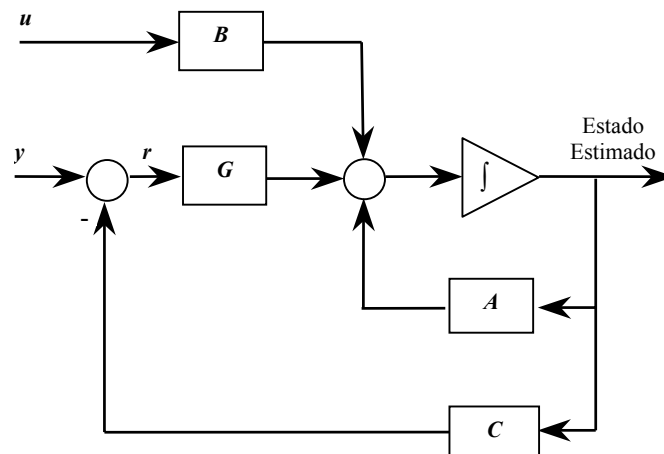


FIGURA 4.35 – Diagrama de bloco de um observador identidade de Luenberger.

### 4.5.3 Funções de Decisão

As funções de decisão aplicadas ao observador identidade de Luenberger são as mesmas desenvolvidas para o observador de Luenberger descrito no Item 4.4.3

### 4.5.4 Projeto do Observador Identidade de Luenberger para a Planta

#### 4.5.4.1 Projeto dos Observadores

A partir do desenvolvimento feito no Item 4.5.2, foi desenvolvida a função “GanObsBassGuraEq.m”, para utilização no MatLab, para cálculo das matrizes e vetores que compõe o observador identidade de Luenberger. A listagem e as variáveis de entrada e saída desta função estão descritas no Apêndice B. Nesta técnica é possível apenas escolher os autovalores para a dinâmica do observador. Para efeito de comparação de desempenho entre estas técnicas, foram selecionados os mesmos autovalores utilizados para a técnica anterior:

$$P = \{-7; -8; -9\}$$

Na Tabela 4.6 temos os valores dos parâmetros calculados para as matrizes e vetores para observadores identidade de Luenberger. O diagrama de blocos, para uso no Simulink, do banco dos observadores identidade de Luenberger para a estrutura DOS é apresentado na Figura 4.36 .

TABELA 4.6 – Valores dos parâmetros das matrizes e vetores para os observadores identidade.

Observador	Matriz/Vetor	Parâmetros do Observador
w	$F_w$	-24,0568    544,62    -9,7886 -24,35122    0,0568    0 -1335,2057    1,    0
	$G_w$	23,96 24,36082 1335,2057
q	$F_q$	-0,0968    -19654,809    -9,7886 0,0096    -23,9032    0 0    5363,3819    0
	$G_q$	20199,43 23,96 -5362,3819
$\theta$	$F_\theta$	-0,0968    544,62    -63593,79 0,0096    0,0568    -195,27545 0    1    -23,96
	$G_\theta$	63584,002 195,27545 23,96

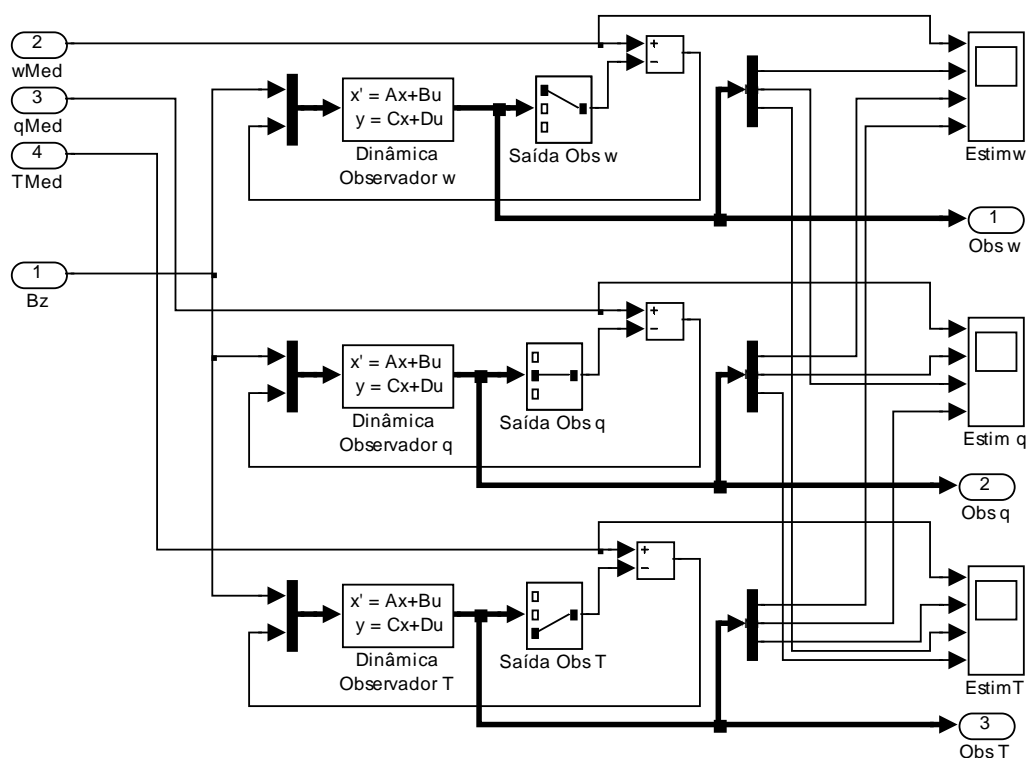


FIGURA 4.36 – Diagrama de blocos dos observadores identidade de Luenberger para a estrutura DOS.

#### 4.5.4.2 Casos de Falha e seus Resultados

Inicialmente é verificado o comportamento dos resíduos e dos sinais gerados pelas funções de decisão quando não há falhas em sensores, o que possibilita determinar o valor mínimo permitido para o limiar de decisão para que não haja falso alarme. Os resíduos dos sinais estimados pelo observador de identidade de Luenberger são apresentados nas Figuras 4.37 , 4.38 e 4.39 e os respectivos vetores de sinais gerados pelas funções de decisão são apresentadas nas Figuras 4.40, 4.41 e 4.42. Observa-se nestes gráficos que os sinais estimados por esta técnica também têm precisão muito boa e o valor mínimo do limiar de decisão é bem pequeno.

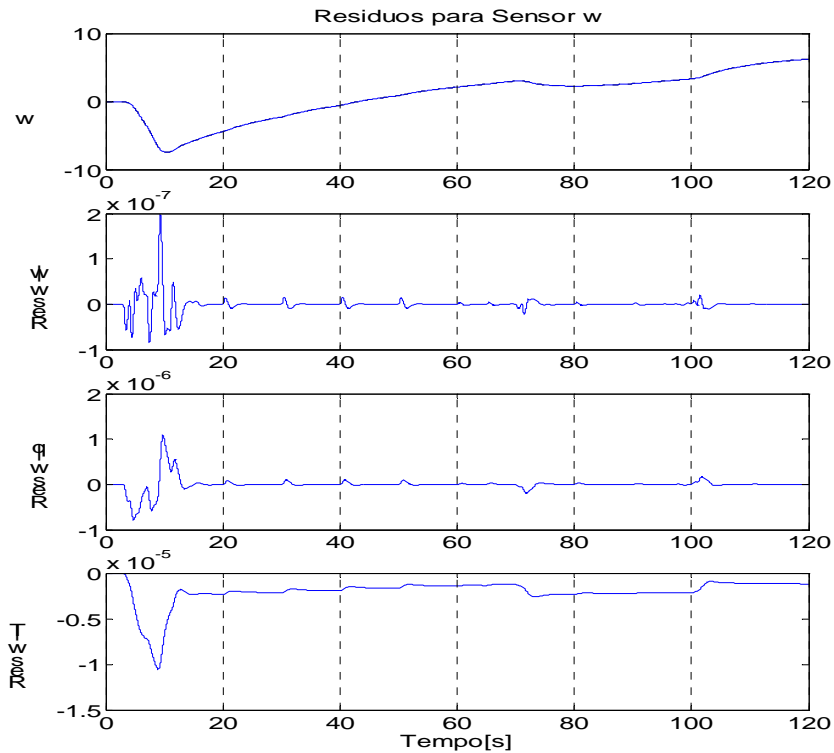


FIGURA 4.37 – Resíduos obtidos para o sensor  $w$ , em V, na ausência de falhas, para o observador identidade de Luenberger.

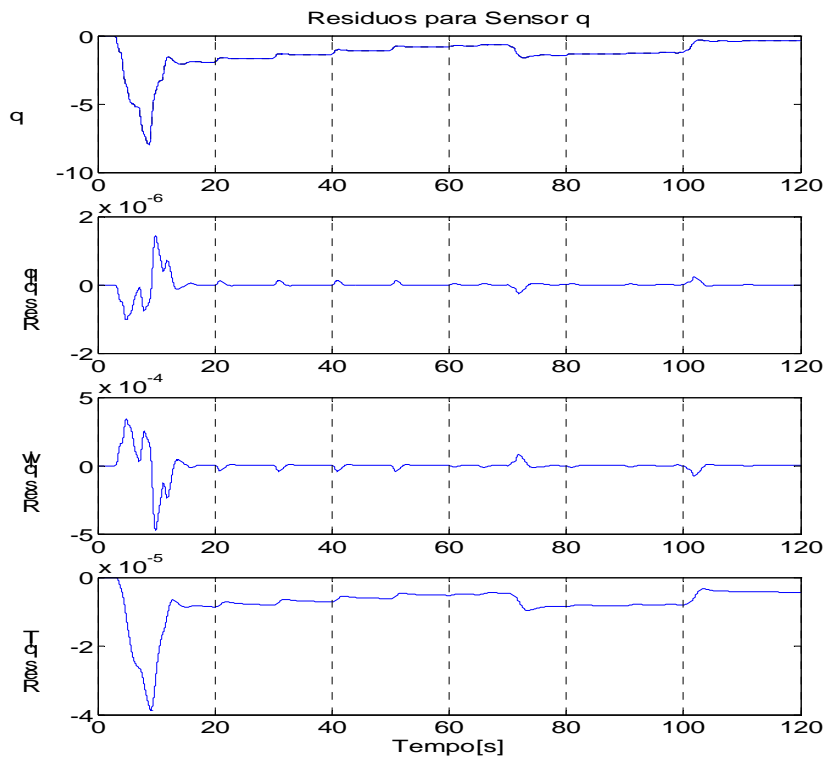


FIGURA 4.38 – Resíduos obtidos para o sensor  $q$ , em V, na ausência de falhas nos sensores, para o observador identidade de Luenberger.

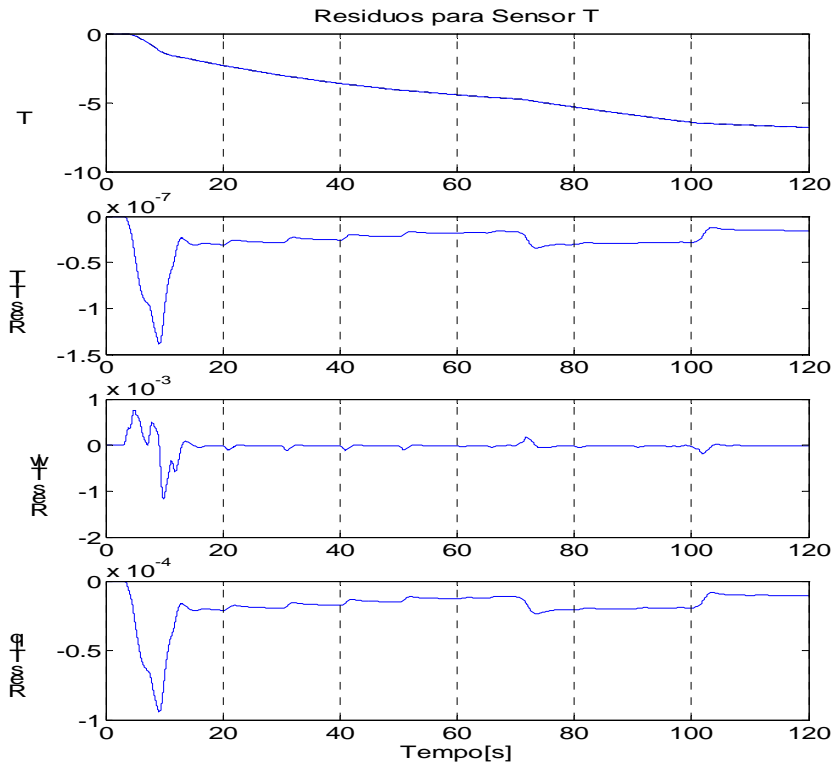


FIGURA 4.39 – Resíduos obtidos para o sensor  $\theta$ , em V, quando não há falhas em sensores, para o observador identidade de Luenberger.

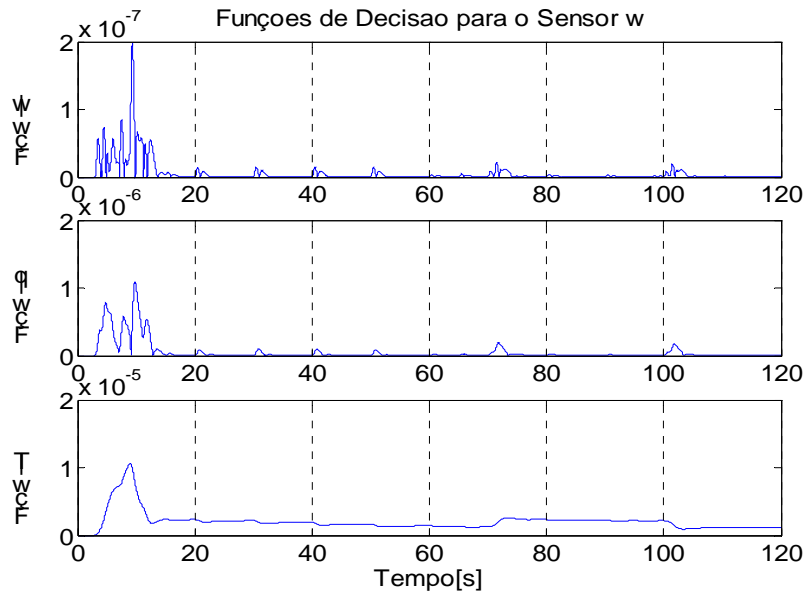


FIGURA 4.40 – Sinais gerados pelas funções de decisão para o sensor w, em V, na ausência de falhas, para o observador identidade de Luenberger.

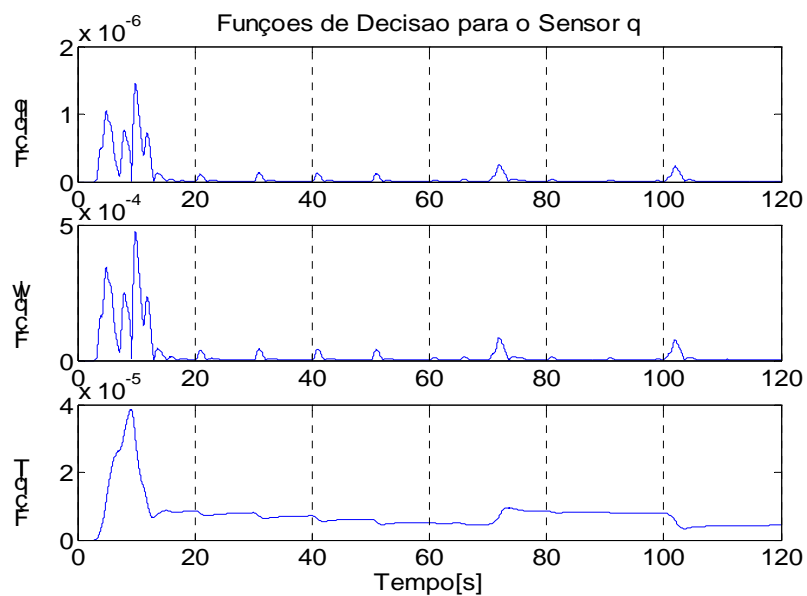


FIGURA 4.41 – Sinais gerados pelas funções de decisão para o sensor q, em V, na ausência de falhas, para o observador identidade de Luenberger.

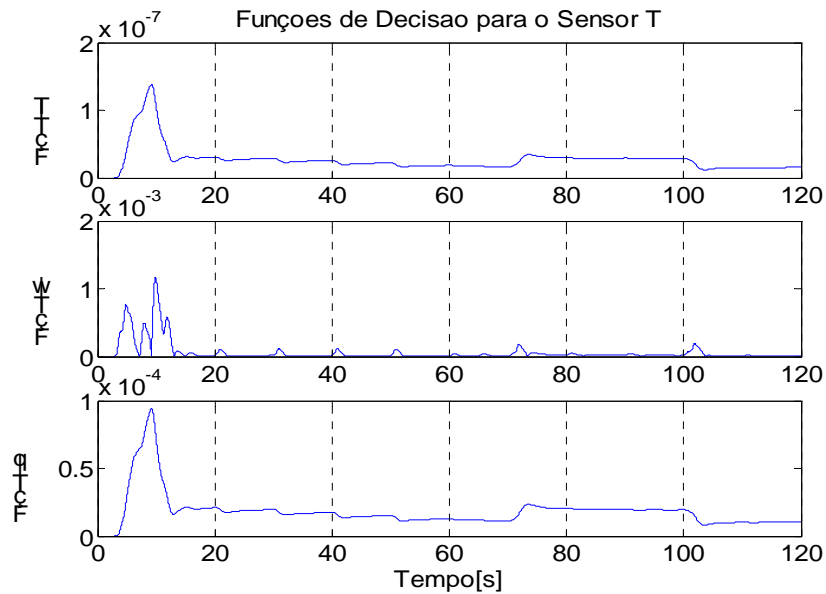


FIGURA 4.42 – Sinais gerados pelas funções de decisão para o sensor  $\theta$ , em V, na ausência de falhas, para o observador identidade de Luenberger.

Nas Figuras 4.43 , 4.44, 4.45, 4.46 e 4.47 são apresentados os resultados dos vetores de resíduos obtidos quando há falhas em sensores de acordo com o diagrama de tempo da Figura 3.10 e dos dados da Tabela 3.3. A única diferença nos resultados, quando comparado com a técnica anterior, é no resíduo obtido quando um observador estima a medida do sensor que é utilizado para controle, pois nesta técnica a amplitude deste sinal é maior. Portanto, os gráficos referentes aos sinais gerados pelas funções de decisão forma suprimidos.

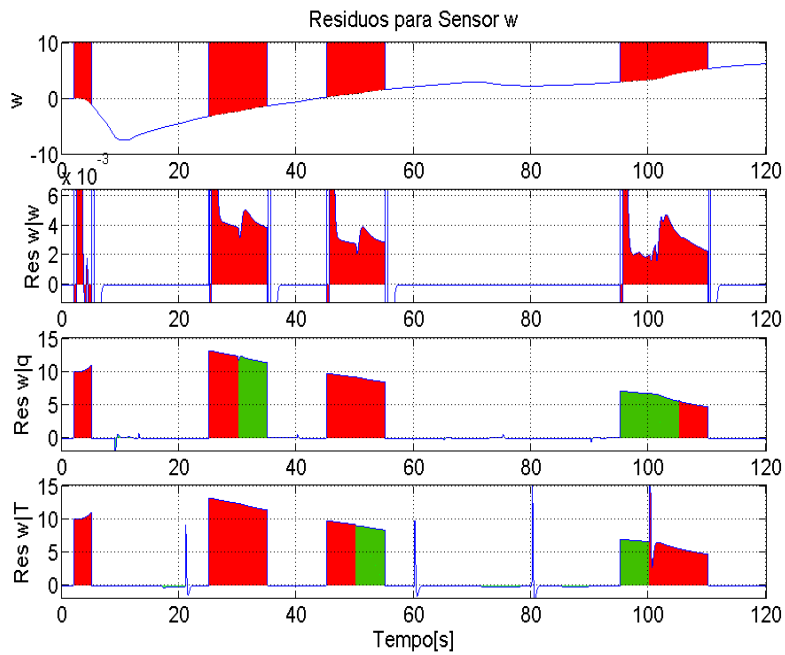


FIGURA 4.43 – Vetor de resíduos para o sensor  $w$ , em  $V$ , obtido através do observador identidade de Luenberger, quando há falhas em sensores.

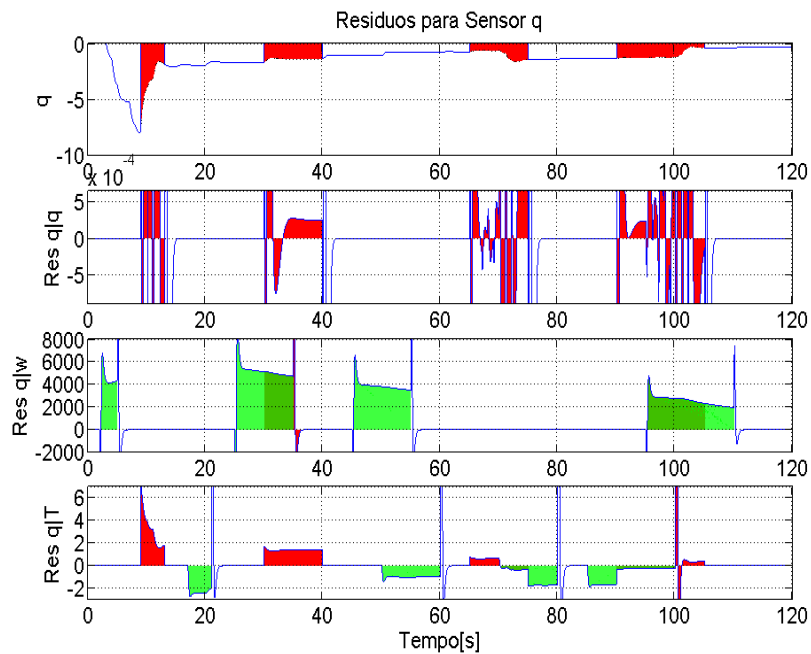


FIGURA 4.44 – Vetor de resíduos para o sensor  $q$ , em  $V$ , obtido através do observador identidade de Luenberger, quando há falhas em sensores.



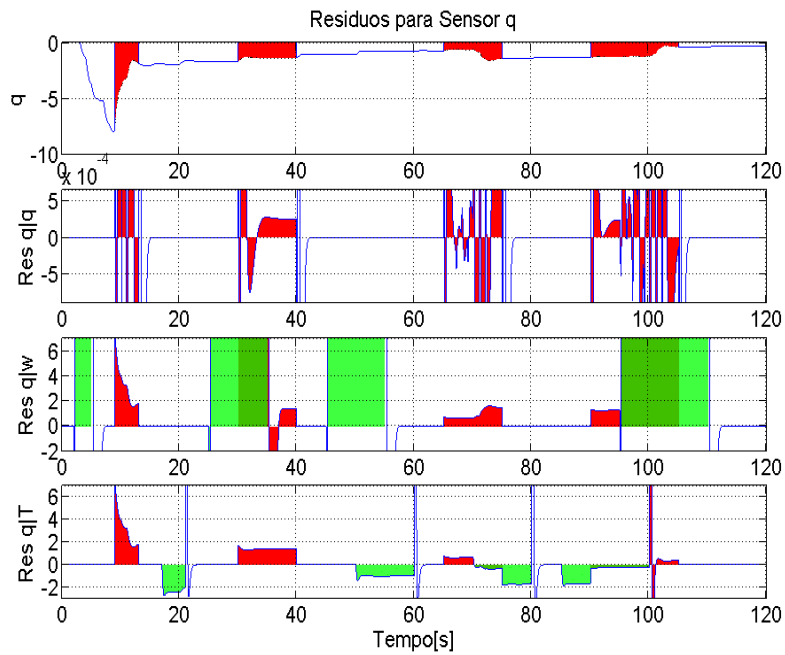


FIGURA 4.45 – Ampliação do vetor de resíduos para o sensor  $q$ , em  $V$ , obtido através do observador identidade de Luenberger, quando há falhas em sensores.

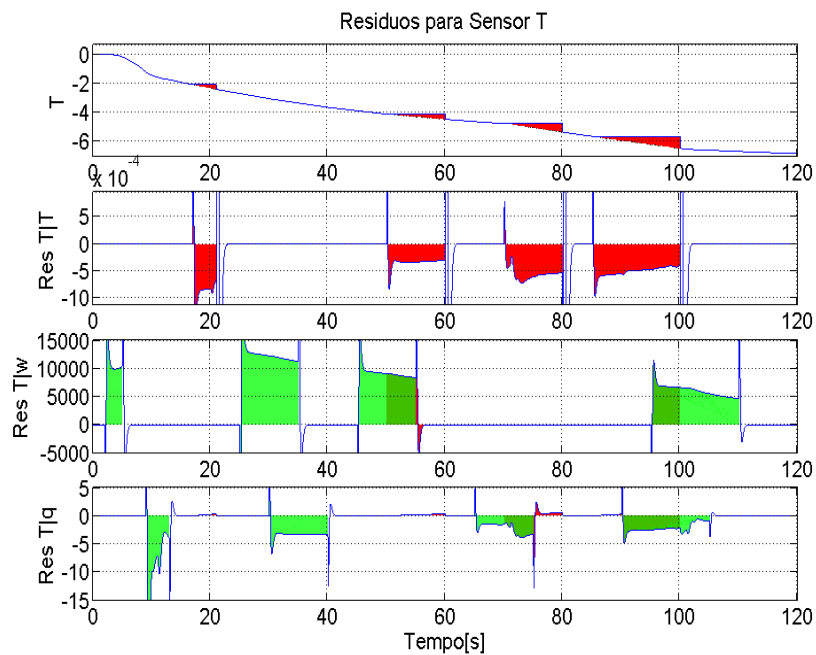


FIGURA 4.46 – Vetor de resíduos para o sensor  $\theta$ , em  $V$ , obtido através do observador identidade de Luenberger, quando há falhas em sensores.

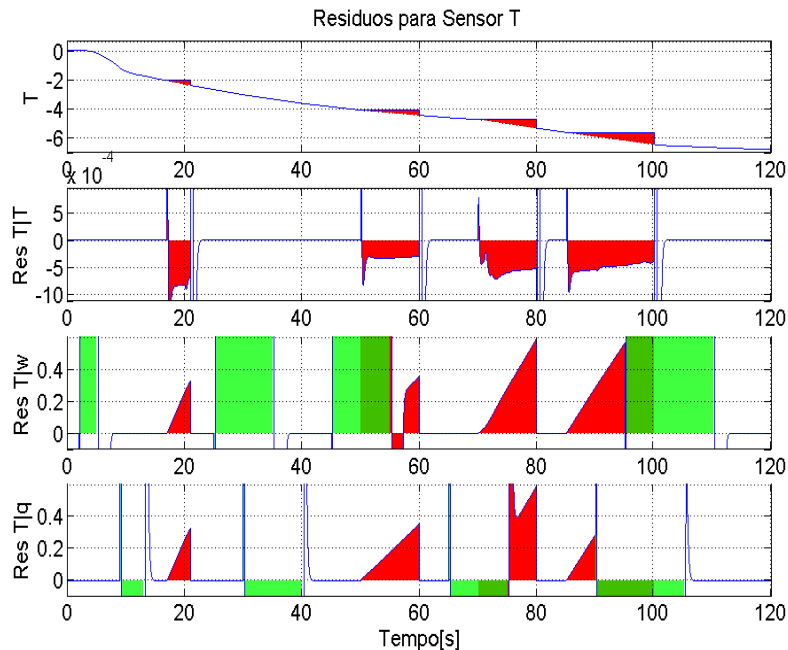


FIGURA 4.47 – Ampliação do vetor de resíduos para o sensor  $\theta$ , em V, obtido através do observador identidade de Luenberger, quando há falhas em sensores.

#### 4.6 Comentários e Conclusões

A primeira técnica, utilizando o Observador de Doyle-Stein, apresenta uma dinâmica lenta, quando comparado com a dinâmica da planta e com o diagrama de tempo de falhas, não sendo, portanto, adequado para falhas intermitentes. A função de decisão projetada permite ter uma detecção rápida do início da falha, mas, devido ao fato de ser baseada no produto do módulo de resíduos, não permite detectar falhas múltiplas em sensores. Conclui-se que esta técnica não produz bons resultados para o emprego que se deseja.

Poderia ser projetada uma variação desta técnica, desenvolvendo um observador de ordem reduzida com uma dinâmica mais rápida e uma nova função de decisão, como o apresentado em Teixeira, Souza e Oliva (2005). Mas mesmo assim, esta técnica só permitiria a detecção e identificação de até  $p - 2$  falhas. Como a planta em estudo é de ordem 3, esta técnica não permitiria detectar e identificar falhas múltiplas.

A segunda técnica, utilizando o Filtro de Detecção Modificado, só permite detectar falha em mais de um sensor se os subespaços de falha forem ortogonais entre si. Caso os subespaços não sejam ortogonais entre si, quando o vetor de resíduos de falha de um sensor passar na intersecção com o subespaço de falha de outro sensor, teremos um falso alarme para este outro sensor. Mesmo que seja possível obter subespaços de falhas ortogonais, como cada subespaço é de ordem 2, estaríamos limitados à detecção e identificação falhas em  $p/2$  sensores. Para a planta em estudo, com ela é de ordem 3, esta técnica também não permitiria detectar e identificar falhas múltiplas em sensores. Um outro inconveniente apresentado nesta técnica é que os valores estimados pelos observadores não podem ser utilizados como sinal redundante em um subsistema de reconfiguração da lei de controle.

A terceira técnica, utilizando observadores de Luenberger, permite desenvolver um sistema para detecção e identificação de falhas múltiplas em sensores, pois contém mais informações redundantes do que o observador de Doyle-Stein. As informações apresentadas nos gráficos:  $F_{\checkmark} w|w$ ,  $F_{\checkmark} q|q$  e  $F_{\checkmark} T|T$ , embora não tenham detectabilidade forte, elas podem fornecer informação da transição do estado de operação do sensor, de normal para falha e vice-versa. Como a dinâmica do observador foi projetada para atender aos requisitos de tempo de resposta da planta e com a utilização da função de decisão para o tipo vetorial, foi possível obter resíduos com detectabilidade forte. Estas alterações permitem o desenvolvimento de uma lógica de decisão para detecção e identificação de falhas múltiplas em sensores.



## CAPÍTULO 5

### DETECÇÃO E IDENTIFICAÇÃO DE FALHAS MÚLTIPLAS EM SENSORES

#### 5.1 Introdução

De acordo com os resultados obtidos com as técnicas avaliadas no Capítulo anterior, foi verificado que os projetos utilizando o observador de Luenberger e o observador identidade de Luenberger são os mais indicados para um subsistema de detecção e identificação de falhas múltiplas em sensores.

A utilização dos sinais estimados por estes observadores nos vetores das funções de decisão apresentou bons resultados. No Capítulo anterior foi apresentada uma diferença entre esta duas auto-estruturas. Neste Capítulo será verificada a robustez destes observadores quanto às variações de parâmetros da planta e será desenvolvida a lógica de decisão de modo a possibilitar a detecção e identificação de falhas múltiplas em sensores.

#### 5.2 Robustez dos Observadores às Variações de Parâmetros da Planta

Na avaliação da robustez do observador de Luenberger e do observador identidade de Luenberger quanto às variações de parâmetros da planta, foram realizadas várias simulações com variação de 0,1%, 0,5%, 1,0%, 5,0% e 10,0% em todos os parâmetros da planta, considerando que não haja falhas em sensores.

Para estes testes foi acrescentada mais uma auto-estrutura para o projeto do observador de Luenberger, onde foram atribuídos valores para os vetores  $\mathbf{M}_s$ , que são os vetores de ponderação da contribuição da medida do sensor. Para o cálculo dos parâmetros deste observador, foi montada uma matriz composta por estes vetores e a ela foi atribuído o valor da matriz identidade,  $\mathbf{M}_{cs} = [\mathbf{M}_w \mathbf{M}_q \mathbf{M}_\theta] = \mathbf{I}$ . Para o cálculo das matrizes e vetores para este observador foi desenvolvida a função: GanObsLuenb.m, para uso no MatLab. A listagem desta função e a descrição das suas variáveis estão no Apêndice B.

Na Tabela 5.1 temos os valores máximos qualitativos dos módulos dos resíduos para estes observadores. Para montar esta tabela foi utilizada a entrada de referência da Figura 3.8 para obtenção dos resultados.

TABELA 5.1 – Valor máximo qualitativo dos módulos dos resíduos para cada observador, obtido em função das variações de parâmetros da planta.

Variações de Parâmetros [%]	Módulo dos Resíduos	Observador de Luenberger	Observador de Luenberger ( $M_{cs} = I$ )	Observador Identidade de Luenberger
0	$\ w-(w w)\ $	0	0	2,2e-15
	$\ w-(w q)\ $	0	4,5e-13	2,1e-14
	$\ w-(w \theta)\ $	0	6,1e-11	5,8e-12
	$\ q-(q q)\ $	0	0	4,4e-14
	$\ q-(q w)\ $	0	8,1e-11	6,1e-12
	$\ q-(q \theta)\ $	0	2,7e-11	1,4e-12
	$\ \theta-(\theta \theta)\ $	0	0	2,7e-15
	$\ \theta-(\theta w)\ $	0	2,7e-9	1,8e-10
	$\ \theta-(\theta q)\ $	0	2,3e-11	1,7e-12
0,1	$\ w-(w w)\ $	8,7e-6	0	2,4e-11
	$\ w-(w q)\ $	2,0e-4	2,0e-4	2,0e-4
	$\ w-(w \theta)\ $	2,6e-4	2,6e-4	2,2e-4
	$\ q-(q q)\ $	8,8e-6	0	2,2e-11
	$\ q-(q w)\ $	0,015	0,015	0,016
	$\ q-(q \theta)\ $	5,4e-4	5,5e-4	5,0e-4
	$\ \theta-(\theta \theta)\ $	3,2e-6	0	8,8e-12
	$\ \theta-(\theta w)\ $	0,54	0,54	0,57
	$\ \theta-(\theta q)\ $	0,011	0,011	0,011
0,5	$\ w-(w w)\ $	4,3e-5	0	1,2e-10
	$\ w-(w q)\ $	0,0010	0,0010	0,0010
	$\ w-(w \theta)\ $	0,0013	0,0013	0,0011
	$\ q-(q q)\ $	4,4e-6	0	1,1e-10
	$\ q-(q w)\ $	0,075	0,075	0,079
	$\ q-(q \theta)\ $	0,0024	0,0027	0,0025
	$\ \theta-(\theta \theta)\ $	1,6e-5	0	4,4e-11
	$\ \theta-(\theta w)\ $	2,7	2,7	3,0
	$\ \theta-(\theta q)\ $	0,054	0,054	0,057

(continua)

TABELA 5.1 – Conclusão.

Variações de parâmetros [%]	Módulo dos Resíduos	Observador de Luenberger	Observador de Luenberger ( $M_{cs} = I$ )	Observador Identidade de Luenberger
1,0	$\ w-(w w)\ $	8,7e-5	0	2,4e-10
	$\ w-(w q)\ $	0,0020	0,0020	0,0020
	$\ w-(w \theta)\ $	0,0025	0,0025	0,0023
	$\ q-(q q)\ $	8,8e-5	0	2,2e-10
	$\ q-(q w)\ $	0,15	0,15	0,15
	$\ q-(q \theta)\ $	0,0054	0,0054	0,0049
	$\ \theta-(\theta \theta)\ $	3,2e-5	0	8,7e-11
	$\ \theta-(\theta w)\ $	5,3	5,3	5,6
	$\ \theta-(\theta q)\ $	0,11	0,11	0,11
5,0	$\ w-(w w)\ $	4,2e-4	0	1,1e-9
	$\ w-(w q)\ $	0,0092	0,0092	0,0094
	$\ w-(w \theta)\ $	0,012	0,012	0,010
	$\ q-(q q)\ $	4,3e-4	0	1,0e-9
	$\ q-(q w)\ $	0,72	0,72	0,75
	$\ q-(q \theta)\ $	0,026	0,026	0,023
	$\ \theta-(\theta \theta)\ $	1,6e-4	0	4,3e-10
	$\ \theta-(\theta w)\ $	26	26	26
	$\ \theta-(\theta q)\ $	0,51	0,51	0,54
10	$\ w-(w w)\ $	8,0e-4	0	2,2e-9
	$\ w-(w q)\ $	0,017	0,016	0,017
	$\ w-(w \theta)\ $	0,024	0,023	0,020
	$\ q-(q q)\ $	8,4e-4	0	2,1e-9
	$\ q-(q w)\ $	1,4	1,3	1,4
	$\ q-(q \theta)\ $	0,050	0,048	0,44
	$\ \theta-(\theta \theta)\ $	3,1e-4	0	8,4e-10
	$\ \theta-(\theta w)\ $	49	47	50
	$\ \theta-(\theta q)\ $	1,00	0,95	1,0

Na Tabela 5.1 pode ser verificado que a robustez destes observadores, às variações de parâmetros da planta, é praticamente a mesma, exceto para os módulos dos resíduos dados por:  $\|w-(w|w)\|$ ,  $\|q-(q|q)\|$  e  $\|\theta-(\theta|\theta)\|$ . Embora o observador de Luenberger para  $M_{cs} = I$  aparenta ser mais robusto para estes módulos dos resíduos, fazendo uma substituição dos parâmetros destes ganhos no desenvolvimento matemático deste observador, verifica-se que ele fornece como saída o próprio valor da medida do sensor, de modo que este resíduo será sempre nulo. Como estes resíduos são necessários para a detecção e identificação de falhas múltiplas em sensores, o

observador identidade de Luenberger se torna o mais adequado, pois estes resíduos apresentam maior amplitude de sinal do que a dos outros observadores quando há falhas em sensores. Sendo assim, o observador identidade de Luenberger foi selecionado para continuar o desenvolvimento deste trabalho.

Uma vez selecionado o observador identidade de Luenberger, foram desenvolvidos novos vetores de funções de decisão e desenvolvida a lógica de decisão para um subsistema de Detecção e Identificação de Falhas Múltiplas em Sensores (DIFMS). Na Figura 5.1 é apresentado o diagrama de blocos da planta controlada com um subsistema DIFMS. Para avaliação do desempenho do subsistema de DIFMS, a planta controlada deve permanecer estável, ou seja, o subsistema de controle deve receber os sinais dos sensores sem falhas.

### 5.3 Funções de Decisão

A partir das funções de decisão projetadas no Item 4.4.3, é necessário obter os valores dos limiares de decisão para desenvolvimento da lógica de decisão. Se os sinais estimados pelos observadores forem utilizados no subsistema de controle, estes valores, além de reduzir a taxa de falso alarme e de perda de alarme, devem ainda atender ao requisito de controle referente ao máximo erro admissível de medidas dos sensores. Foi assumido neste trabalho que o erro de medida dos sensores devem ser menor ou igual a 0,5% do seu respectivo fundo de escala. Como o módulo do fundo de escala agora está padronizado em 10V, o limiar para as medidas redundantes passa a ser de 0,05V.

Os sinais estimados:  $(w|w)$ ,  $(q|q)$  e  $(\theta|\theta)$ , são sensíveis a transição de estado do sensor, pois apresentam o sinal de acomodação do observador devido a mudança de estado do sensor. Se as funções de decisão formadas por estes sinais:  $\| w - (w|w) \|\text{, } \| q - (q|q) \|\text{ e } \| \theta - (\theta|\theta) \|\text{,}$  apresentassem detectabilidade forte, somente elas bastariam para detecção e identificação de falhas múltiplas em sensores. Como não apresentam detectabilidade forte, elas serão utilizadas em uma lógica de decisão apenas para confirmar se houve ou não falhas em sensores, quando houver um número superior a  $p - 2$  falhas em sensores.



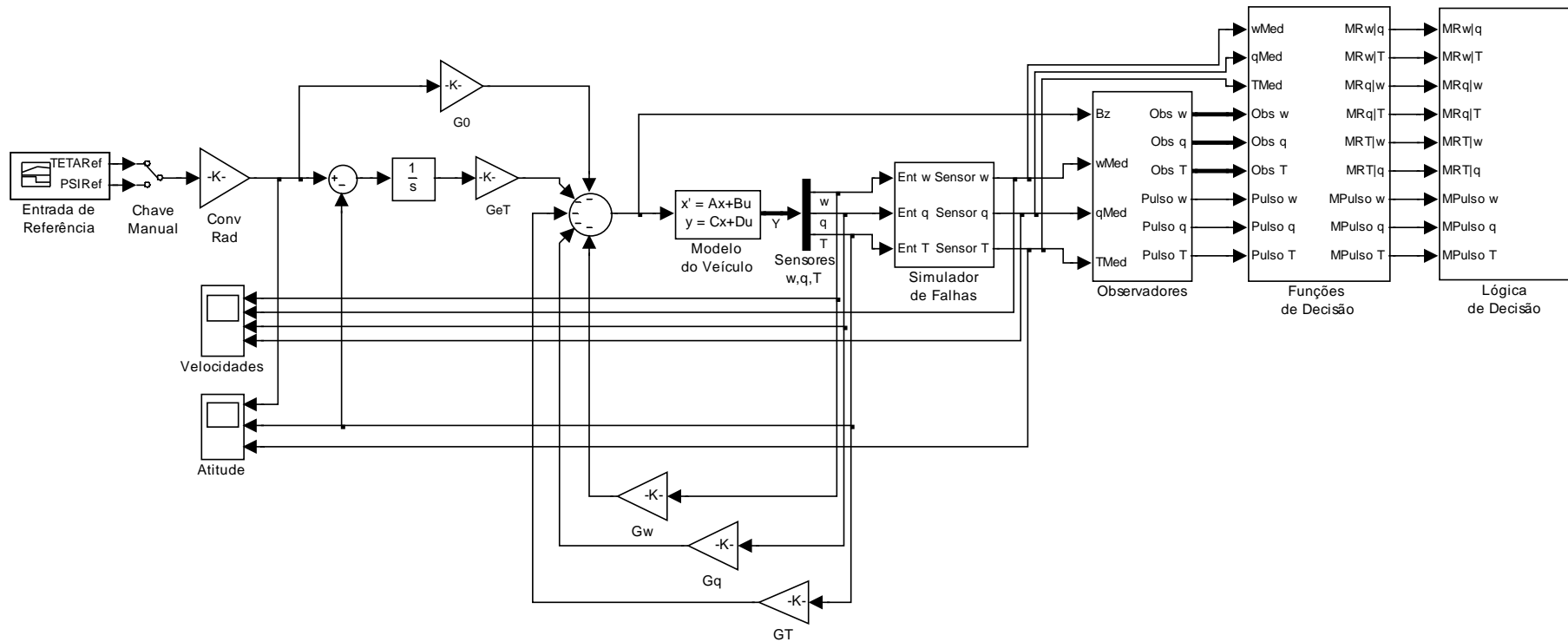


FIGURA 5.1 – Diagrama de blocos da planta controlada com um subsistema de DIFMS.

Nas Figuras 5.2 , 5.3 e 5.4 são apresentados os gráficos das funções de decisão com ampliação da escala de tensão e ampliação na escala do tempo. O valor máximo apresentado na escala de tensão de cada gráfico representa o dobro do valor adotado para o limiar de decisão. Através das regiões coloridas pode-se verificar quando ocorre falha em um único sensor, em múltiplos sensores, falso alarme ou perda de alarme. A perda de alarme é mais difícil de ser vista, portanto, foi feita uma ampliação da escala de tempo, onde podem ser vistos alguns trechos dos sinais onde ocorre a perda de alarme.

Analisando cada elemento da função de decisão, notamos que o falso alarme pode ocorrer quando o sensor  $i$ , que alimenta o observador  $i$ , falhar (vide intervalo de tempo entre 25s a 35s do gráfico  $F_{\phi} T|w$  da Figura 5.4) e durante o tempo de acomodação do observador  $i$  ao estado do sensor  $i$  (vide intervalo de tempo entre 35s a 38s gráfico  $F_{\phi} T|w$  da Figura 5.4). Nestas condições, os sinais estimados pelo observador  $i$  não são mais corretos, de modo, que o resíduo gerado será diferente de zero.

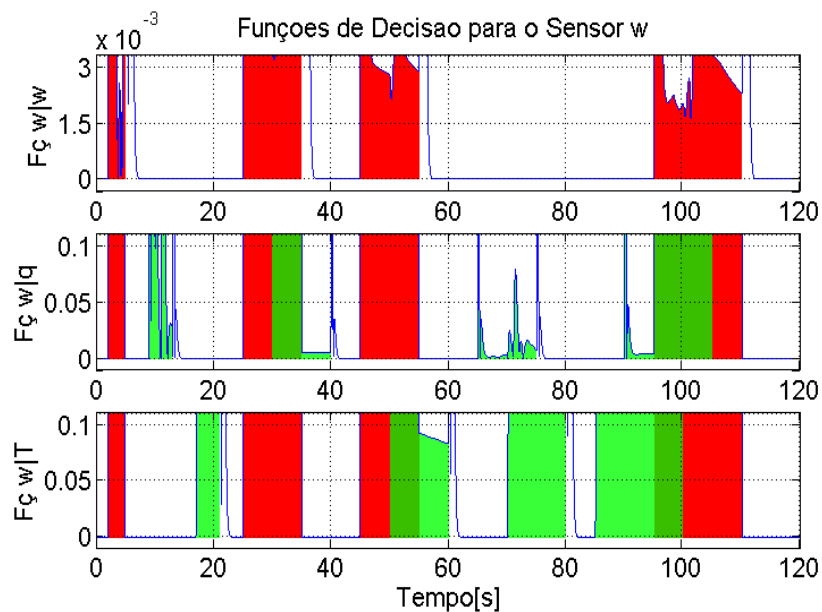


FIGURA 5.2 – Limiar de decisão para o sensor w, em V.

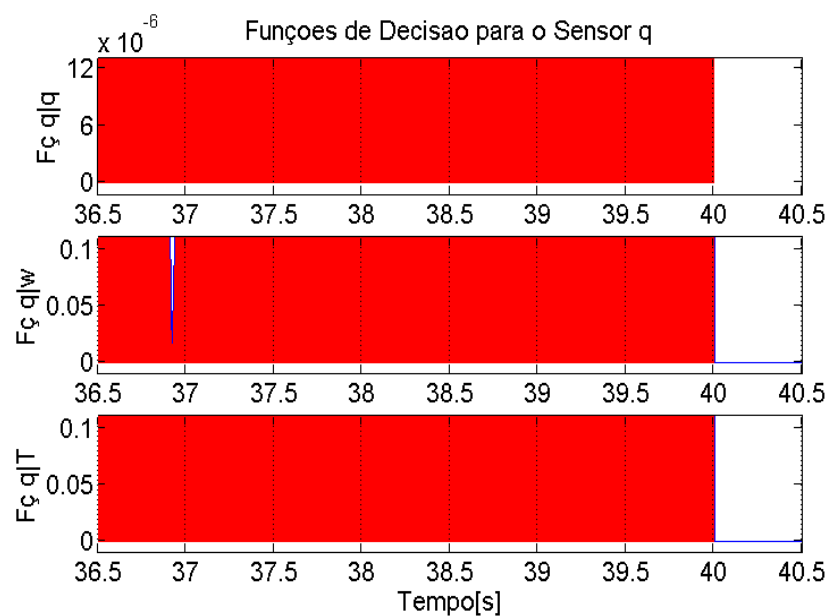
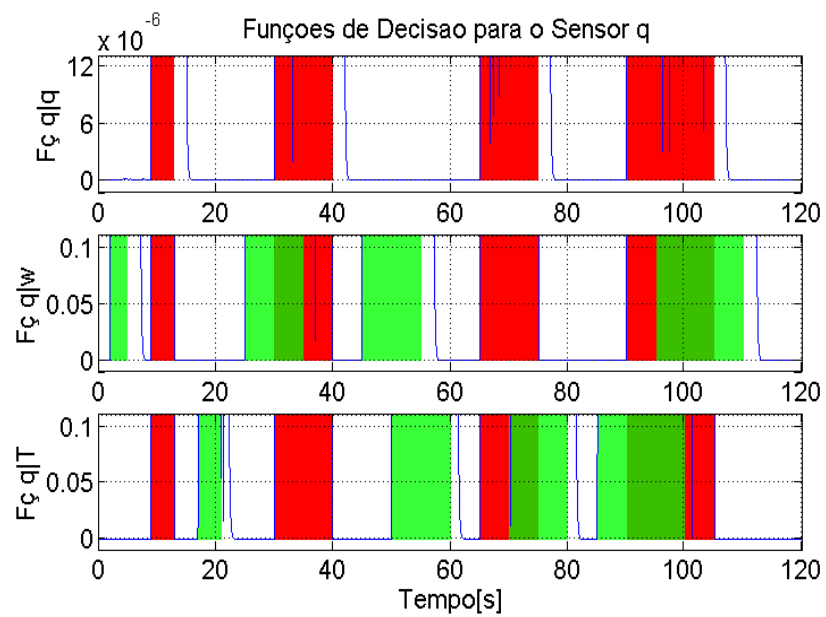


FIGURA 5.3 – Limiar de decisão para o sensor q, em V, e respectiva ampliação na escala de tempo.

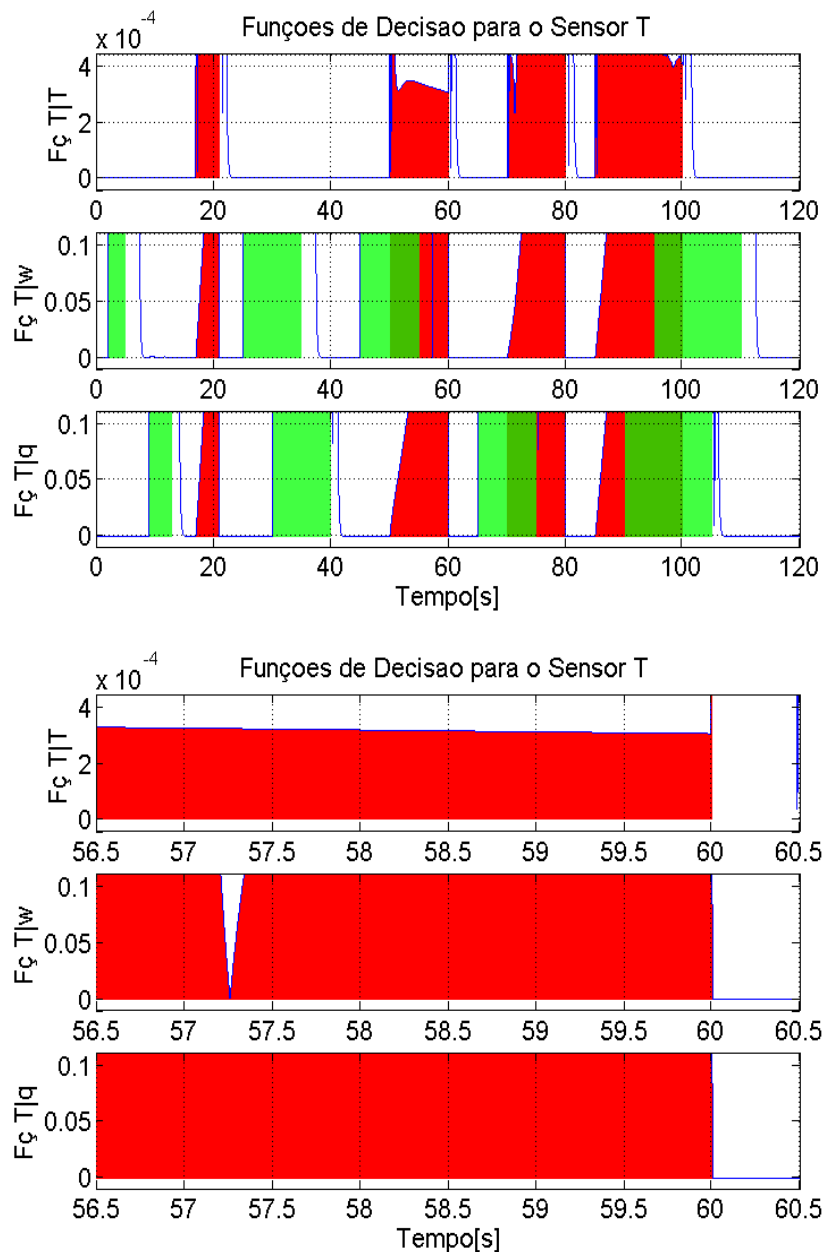


FIGURA 5.4 – Limiar de decisão para o sensor  $\theta$ , em V, e respectiva ampliação na escala de tempo.

A perda de alarme pode ocorrer quando o sensor  $j$  e o sensor  $i$ , que alimenta o observador  $i$ , estiverem no estado de falha e o sensor  $i$  muda para o estado normal. Durante este tempo de acomodação, do observador  $i$  ao novo estado do sensor  $i$ , pode haver perda de alarme (vide intervalo de tempo 50s a 60s do gráfico  $F_{\varphi T|w}$  da Figura 5.4, que é o módulo do sinal do gráfico  $Res T|w$  da Figura 4.47).

Um caso aparente de perda de alarme pode ocorrer quando o resíduo resultante apresentar valor inferior ao do limiar de decisão, apesar do sensor estar no estado de falha. Neste caso, como o resíduo está dentro da margem de erro especificada para o subsistema de controle, este sinal não será identificado como sinal de falha.

Uma perda de alarme tem um impacto maior do que um falso alarme, pois no primeiro caso, a lei de controle passa a utilizar uma informação com erro. Já no segundo caso, as informações redundantes são aproximadamente aquelas que devem ser fornecidas pelos sensores, portanto, elas não tornam a planta controlada instável. Como a perda de alarme pode tornar a planta controlada instável, as funções de decisão serão alteradas de modo a minimizar estas perdas de alarme.

De acordo com estudos feitos em Teixeira, Souza e Oliva (2005), um observador, quando é alimentado por um sensor no estado de falha, não apresenta estimativa correta, portanto, estas estimativas não podem ser utilizadas como medidas redundantes, pois podem causar alarme falso ou perda de alarme. As Figuras 5.5 e 5.6 contêm os gráficos dos sinais do sensor  $q$ , do sensor  $\theta$ , do resíduo  $[q - (q|\theta)]$  e da função de decisão  $\|q - (q|\theta)\|$ , para mostrar a influência das falhas nestes sensores. Estas figuras apresentam o intervalo de tempo de 64s a 82s dos resultados obtidos das simulações para falhas múltiplas em sensores, sendo que na Figura 5.6 há uma ampliação na amplitude do sinal  $Res\ q|T$  e  $Fç\ q|T$ . Neste intervalo de tempo, inicialmente os sensores  $q$  e  $\theta$  estão operando em estado normal, quando no tempo de 65s ocorre uma falha do tipo zero no sensor  $q$ , região vermelha do gráfico. Como o sensor  $\theta$  está operando em modo normal, o resíduo tem detectabilidade forte. No tempo de 70s ocorre também uma falha do tipo último valor no sensor  $\theta$ , região verde do gráfico. Devido à falha neste sensor, o respectivo observador não fornece mais sinais estimados corretos, fazendo com que o resíduo não tenha mais detectabilidade forte, mas o resíduo continua sendo diferente de zero. Notar que podemos ter perda de alarme durante o tempo de acomodação do observador  $\theta$ , ao novo estado deste sensor. No tempo de 75s cessa a falha no sensor  $q$ , região lima do gráfico, onde o resíduo agora é unicamente devido ao sinal estimado do sensor  $q$  que não é correto. Este resíduo passa agora a indicar um falso alarme. No tempo de 80s o sensor  $\theta$  volta a funcionar, e ocorre um pulso que indica a transição do observador  $\theta$  a mudança de estado do sensor  $\theta$ . O falso alarme continua até que o erro entre o sinal estimado e o sinal do sensor fique abaixo do limiar de decisão adotado.

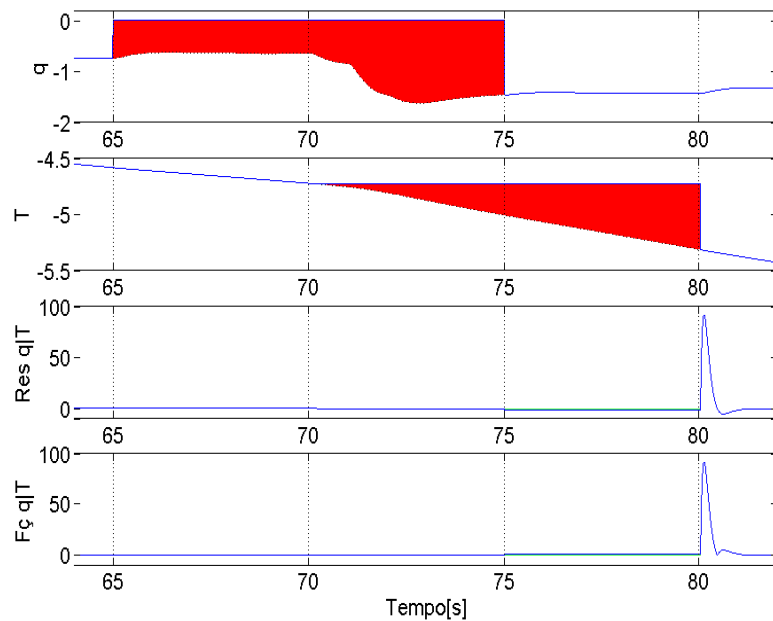


FIGURA 5.5 – Sinal do sensor  $q$ , do sensor  $\theta$ , do resíduo  $[q - (q|\theta)]$  e da função de decisão  $\|q - (q|\theta)\|$ , em V.

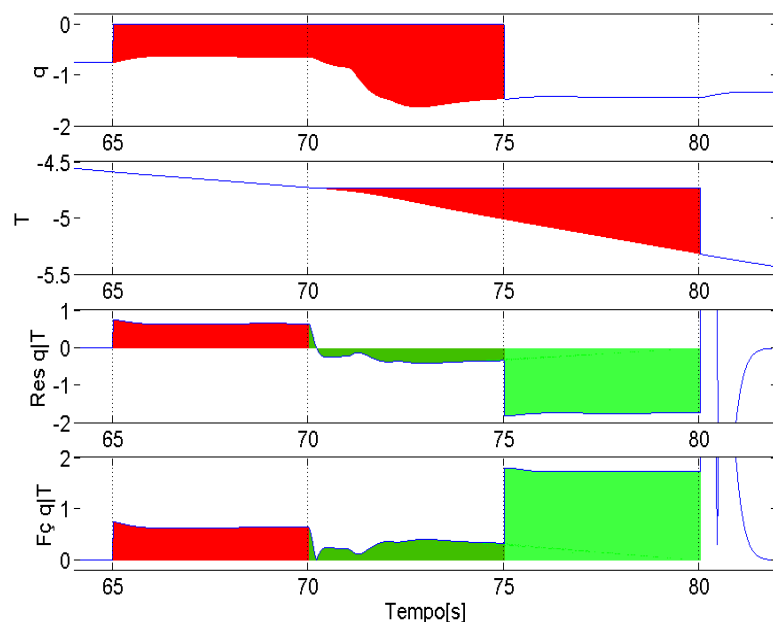


FIGURA 5.6 – Sinal do sensor  $q$ , do sensor  $\theta$ , do resíduo  $[q - (q|\theta)]$  e da função de decisão  $\|q - (q|\theta)\|$ , em V.

Como a perda de alarme pode tornar a planta controlada instável, a taxa de perda de alarme deve ser a menor possível. Uma possibilidade para solucionar este problema seria a utilização de filtros passa baixa. Mas estes tipos de filtro apresentam uma defasagem no sinal do resíduo, que varia de acordo com a sua amplitude. Esta defasagem acarretaria um atraso no tempo na indicação do início da falha e, como o valor do limiar de decisão para este tipo de observador é normalmente baixo, um atraso

bem maior no tempo de indicação do fim da falha. Técnicas estatísticas também apresentam o mesmo inconveniente, pois necessitam de um histórico da informação com erro para gerar um sinal de tomada de decisão.

A solução encontrada foi a de utilizar elementos não lineares. Inicialmente o sinal é passado por um limitador de amplitude (saturador), o qual limita a amplitude do sinal no dobro do valor utilizado para o limiar de decisão, e em seguida é passado por um limitador de taxa de variação decrescente do sinal. Deste modo, não há atraso de detecção do início da falha e o atraso máximo para indicação do fim da falha será um valor pequeno e conhecido. O valor deste atraso é determinado em função dos valores da amplitude do sinal limitado em amplitude, do limiar de decisão e do limite da taxa de variação decrescente.

O limitador da taxa de variação, bloco “Rate Limiter” do Simulink, limita a primeira derivada do sinal que passa por ele. A variação do sinal de saída não muda mais rápido do que o limite especificado. A variação do sinal é calculada usando a equação:

$$\Delta s = \frac{u(i) - y(i-1)}{t(i) - t(i-1)} \quad (5.1)$$

onde:  $u(i)$  e  $t(i)$  são o sinal de entrada e o tempo corrente, e

$y(i-1)$  e  $t(i-1)$  são o sinal de saída e o tempo do passo anterior.

A saída é determinada através da comparação da variação do sinal com os parâmetros: “Rising slew rate” e “Falling slew rate” do bloco “Rate Limiter”:

- Se  $\Delta s$  for maior do que o parâmetro “Rising slew rate” ( $R$ ), a saída é calculada por:

$$y(i) = \Delta t.R + y(i-1) \quad (5.2)$$

- Se  $\Delta s$  for menor do que o parâmetro “Falling slew rate” ( $F$ ), a saída é calculada por:

$$y(i) = \Delta t.F + y(i-1) \quad (5.3)$$

- Se  $\Delta s$  estiver entre os limites  $R$  e  $F$ , o sinal de saída é o mesmo que o da entrada:

$$y(i) = u(i) \quad (5.4)$$

Na Figura 5.7 é apresentado o diagrama de blocos da função de decisão com a inclusão destas não-linearidades.

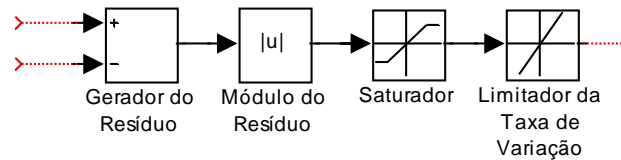


FIGURA 5.7 – Função de decisão com acréscimo das não-linearidades

Para minimizar esta de perda de alarme é necessário determinar o valor dos parâmetros do bloco Limitador da Taxa de Variação. Como o limitador deve atuar somente na variação decrescente do sinal, devemos ter:

$$R = \infty$$

$$F = \frac{Sat - Lim}{\Delta t} \quad (5.5)$$

onde: *Sat* é o valor adotado para saturação do sinal;

*Lim* é o valor do limiar de decisão, e

$\Delta t$  é o intervalo de tempo necessário para eliminar a perda de alarme.

Nas Figuras 5.8 e 5.9 são apresentados os maiores intervalos de tempo onde houve perda de alarme para o padrão de falha em estudo para mostrar de onde é obtido o valor de  $\Delta t$ .

O valor de  $\Delta t$  compreende ao intervalo de tempo na vizinhança de uma perda de alarme. Ele é contado a partir do instante em que o sinal decrescente se torna menor que o nível do saturador e finaliza após o sinal se tornar novamente maior do que o valor do limiar de decisão.



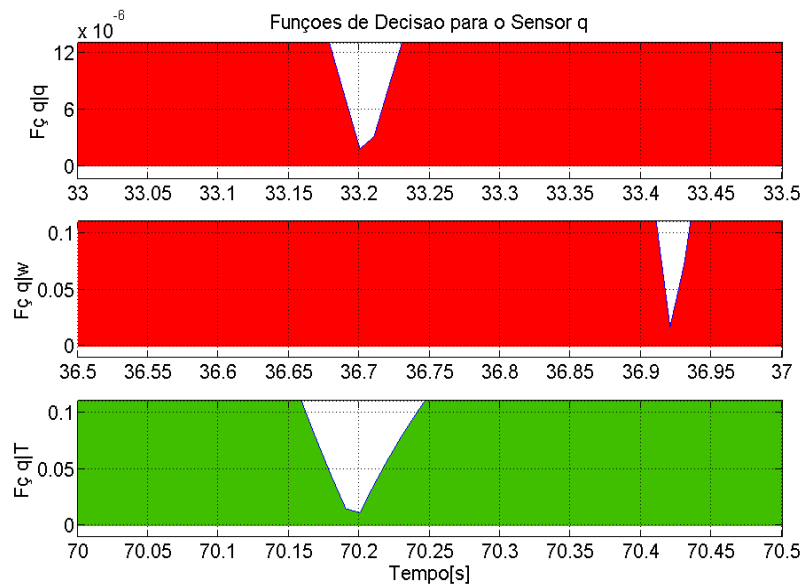


FIGURA 5.8 – Maiores intervalos de tempo com perda de alarme para o sensor q, em V.

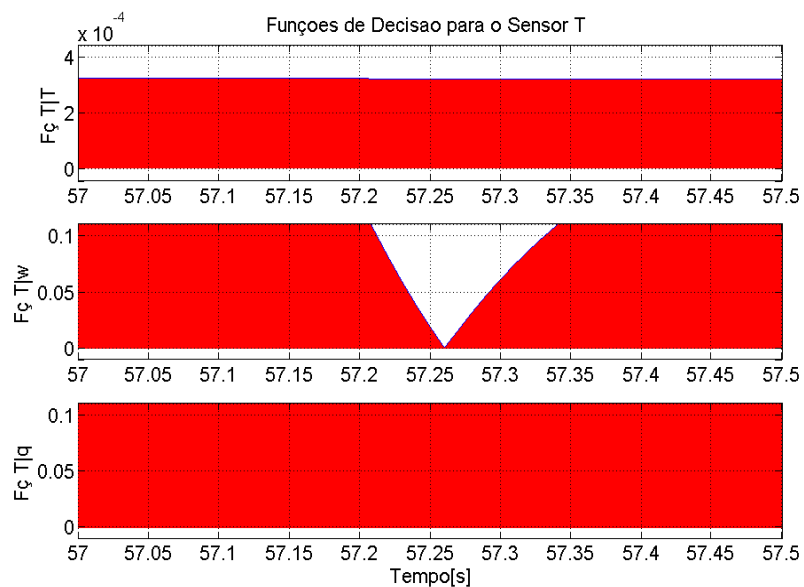


FIGURA 5.9 – Maior intervalo de tempo com perda de alarme para o sensor  $\theta$ , em V.

Na Tabela 5.2 são apresentados os parâmetros utilizados para os limitadores de amplitude, para os limiares de decisão, para os maiores intervalos de tempo onde ocorriam a perda de alarme e para os valores calculados para os limitadores de taxa de variação decrescente do sinal.

TABELA 5.2 – Parâmetros calculados das não-linearidades para as funções de decisão.

Resíduo	Lim. Amp.	Limiar	Int. Tempo [s]	Lim. Tx. Var.
$\ w - (w w)\ $	0,003	0,0015	---	---
$\ w - (w q)\ $	0,1	0,05	---	---
$\ w - (w \theta)\ $	0,1	0,05	---	---
$\ q - (q q)\ $	1,2e-5	6e-5	33,18 a 33,22	-0,0015
$\ q - (q w)\ $	0,1	0,05	36,91 a 36,93	-2,5
$\ q - (q \theta)\ $	0,1	0,05	70,16 a 70,22	-0,83
$\ \theta - (\theta \theta)\ $	4e-4	2e-4	---	---
$\ \theta - (\theta w)\ $	0,1	0,05	57,21 a 57,30	-0,56
$\ \theta - (\theta q)\ $	0,1	0,05	---	---

Sendo assim, cada função de decisão não linear, baseada na Equação 4.58 é dada por:

$$\eta_{i,j} = \Xi[\|y_j - (y_j|v_i)\|f_{e_j}] \quad \begin{cases} i = 1, \dots, p \\ j = 1, \dots, p \end{cases} \quad (5.6)$$

Para o modelo em estudo teremos os seguintes vetores das funções de decisão não-lineares:

$$\boldsymbol{\eta}_w = \begin{bmatrix} f_{w|w} \\ f_{w|q} \\ f_{w|\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Xi(\|w - (w|w)\|f_{e_w}) \\ \Xi(\|w - (w|q)\|f_{e_w}) \\ \Xi(\|w - (w|\theta)\|f_{e_w}) \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

$$\boldsymbol{\eta}_q = \begin{bmatrix} f_{q|q} \\ f_{q|w} \\ f_{q|\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Xi(\|q - (q|q)\|f_{e_q}) \\ \Xi(\|q - (q|w)\|f_{e_q}) \\ \Xi(\|q - (q|\theta)\|f_{e_q}) \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

$$\boldsymbol{\eta}_\theta = \begin{bmatrix} f_{\theta|\theta} \\ f_{\theta|w} \\ f_{\theta|q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Xi(\|\theta - (\theta|\theta)\|f_{e_\theta}) \\ \Xi(\|\theta - (\theta|w)\|f_{e_\theta}) \\ \Xi(\|\theta - (\theta|q)\|f_{e_\theta}) \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

Na Figura 5.10 temos o diagrama de blocos, para o ambiente Simulink, da implementação das funções de decisão não lineares aplicadas para o subsistema de DIFMS.

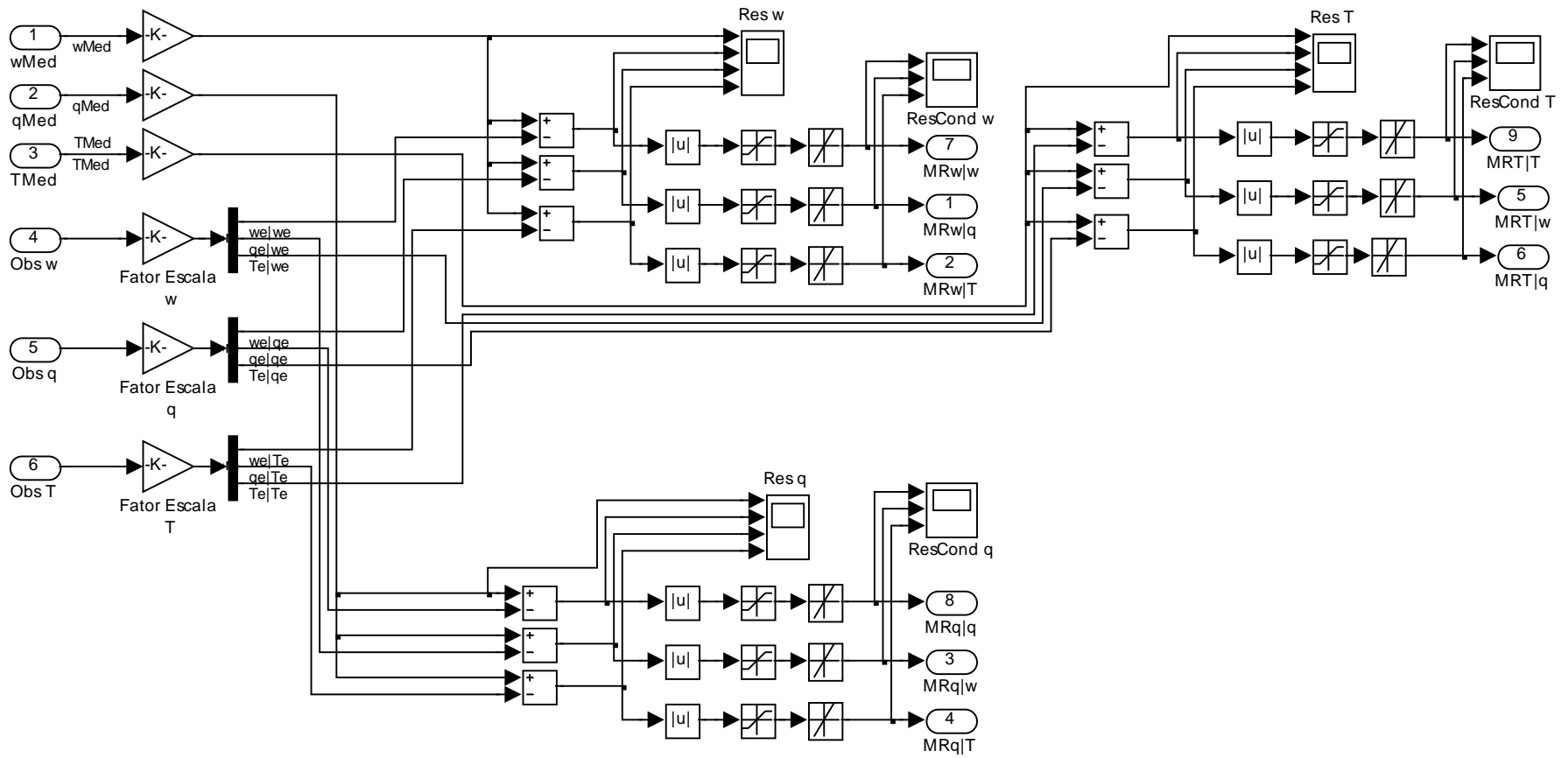


FIGURA 5.10 – Diagrama de blocos das funções de decisão não-lineares.

Nas Figuras 5.11 , 5.12 e 5.13 são apresentados os gráficos das funções de decisão não-lineares e a respectiva ampliação na escala do tempo dos trechos onde ocorria falso alarme, para o padrão de falhas múltiplas nos sensores em estudo. Notar que estas funções de decisão agora não apresentam mais perda de alarme em troca de um pequeno acréscimo do falso alarme. Notar também que o tempo deste falso alarme é bem menor do que o tempo que o observador, alimentado por este sensor, leva para se acomodar ao novo estado do sensor, ou seja, durante este tempo de falso alarme, as medidas estimadas por este observador ainda não estão fora da margem de erro máximo admissível de 0,05V.

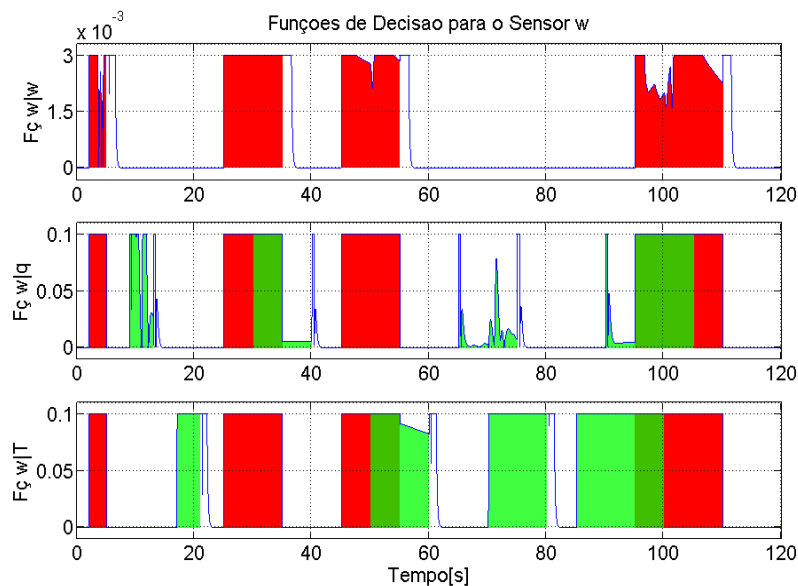


FIGURA 5.11 – Funções de decisão não-lineares para o sensor w, em V.

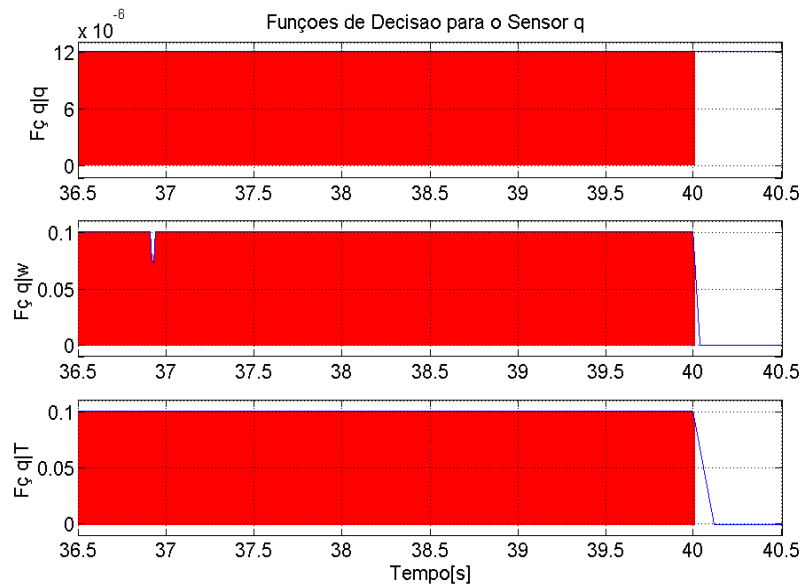
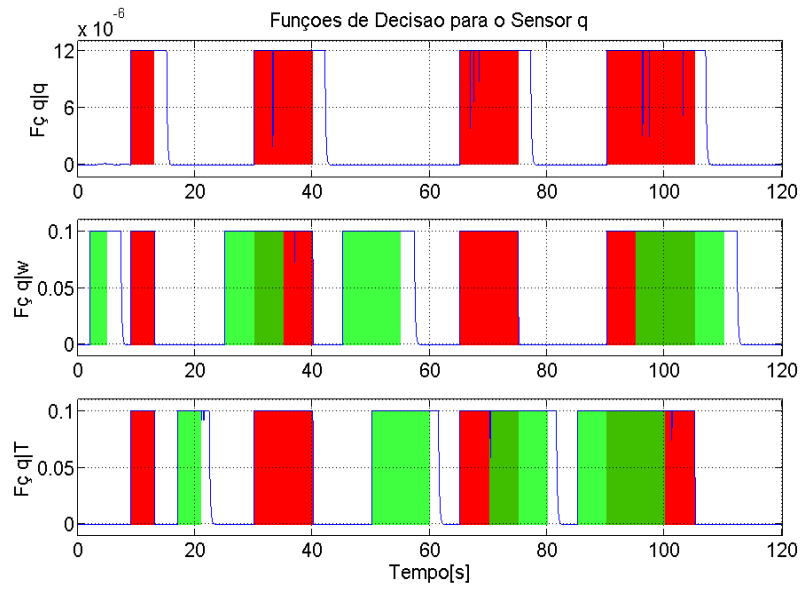


FIGURA 5.12 – Funções de decisão não-lineares para o sensor q, em V, e respectiva ampliação na escala do tempo.

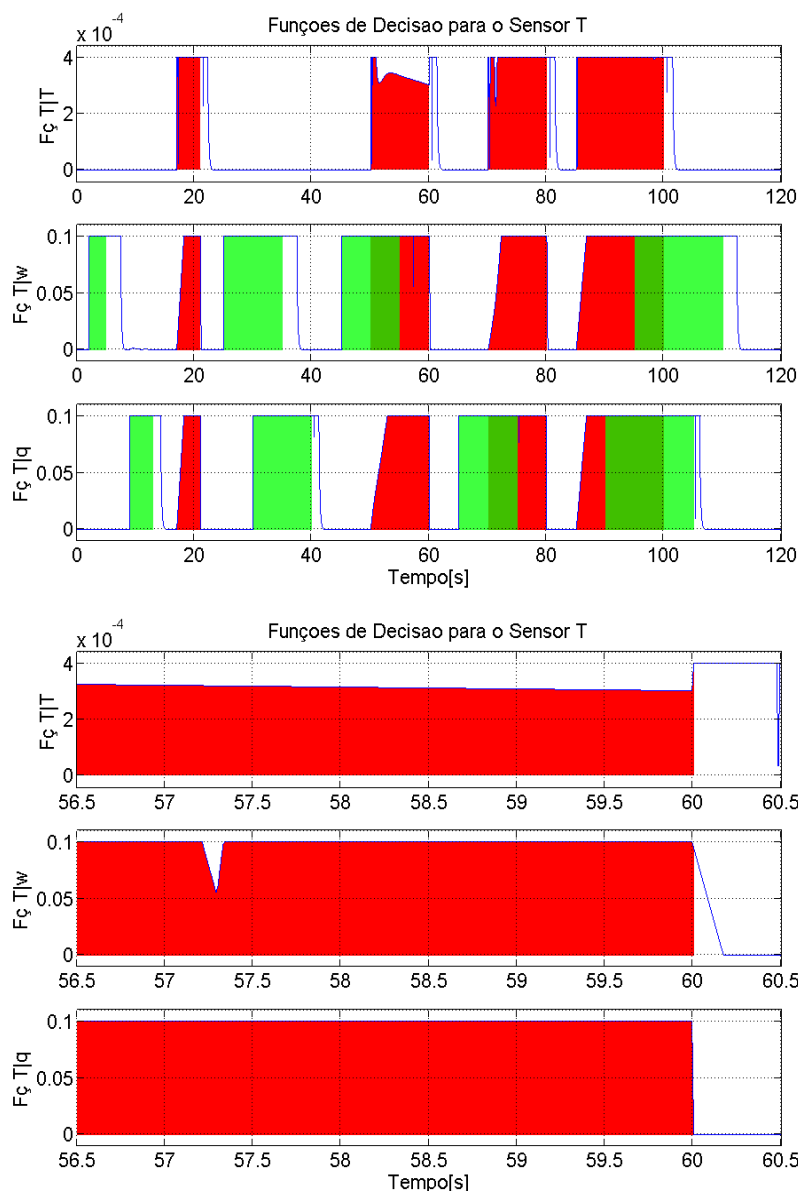


FIGURA 5.13 – Funções de decisão não-lineares para o sensor  $\theta$ , em V, e respectiva ampliação na escala do tempo.

### 5.4 Lógica de Decisão

A lógica de decisão é responsável para testar cada função de decisão com o seu respectivo limiares de decisão para detecção e identificação de falhas em sensores. De acordo com Teixeira, Souza e Oliva (2005), o teste para detecção e identificação de falhas em até  $p - 2$  sensores podem ser feito testando as  $p - 1$  funções de decisão não-lineares obtidas a partir da Equação 5.6, para o sensor  $j$  e para  $i \neq j$ . Sendo assim, a identificação de falhas no sensor  $j$  ocorrerá quando todos os sinais gerados por estas

funções de decisão estiverem com valor acima do valor do limiar de decisão. Quando isto ocorrer, teremos um alarme de falha. Baseando-se na Equação 5.6, a lógica de decisão pode ser dada por:

$$\xi_j = \prod_{\text{AND}} (\eta_{i,j} \geq L_i) ; \begin{cases} i = 1, \dots, p; & j \neq i \\ j = 1, \dots, p \end{cases} \quad (5.10)$$

onde:  $\xi_j$  : é a função do alarme de falha para o sensor  $j$ ;

$\prod_{\text{AND}}$  : representa uma função com operação da lógica AND aplicada aos resultados do teste das  $p - 1$  funções de decisão para o sensor  $j$ , para  $i \neq j$ , em relação aos seus respectivos limiares de decisão, e

$L_i$  : é o limiar de decisão para o elemento  $i$  do vetor de funções de decisão do sensor  $j$ .

O alarme de falha será utilizado para identificar falhas em sensores enquanto o número de falhas for menor ou igual a  $p - 2$ . Para o modelo em questão teremos as seguintes equações de alarme de falha:

$$\xi_w = \prod_{\text{AND}} [(\eta_{w,q} \geq L_w) \text{ AND } (\eta_{w,\theta} \geq L_w)] \quad (5.11)$$

$$\xi_q = \prod_{\text{AND}} [(\eta_{q,w} \geq L_q) \text{ AND } (\eta_{q,\theta} \geq L_q)] \quad (5.12)$$

$$\xi_\theta = \prod_{\text{AND}} [(\eta_{\theta,q} \geq L_\theta) \text{ AND } (\eta_{\theta,w} \geq L_\theta)] \quad (5.13)$$

Quando o número de falhas for superior a  $p - 2$  é necessário utilizar também as funções de confirmação de falha. As funções de confirmação de falha são funções lógicas que testam os sinais gerados pelas funções de decisão quando  $i = j$ . Estas funções são dadas abaixo:

$$\kappa_w = (\eta_{w,w} \geq L_w) \quad (5.14)$$

$$\kappa_q = (\eta_{q,q} \geq L_q) \quad (5.15)$$

$$\kappa_{\theta} = (\eta_{\theta, \theta} \geq L_{\theta}) \quad (5.16)$$

Como as funções de decisão utilizadas para a função de confirmação geram sinais que não têm detectabilidade forte, elas são utilizadas somente para confirmar que o sensor mudou de estado de funcionamento: normal para falha ou vice-versa. Ao ocorrer esta transição de estado do sensor, a sua função de confirmação de falhas gera um pulso que é utilizado para o gatilhamento de um circuito lógico seqüencial, cuja saída é habilitada sempre que ocorrer um número de falhas em sensores superior a  $p - 2$ . Na Figura 5.14 temos o diagrama de blocos, para uso no Simulink, da lógica de decisão para detecção e identificação de falhas em todos os sensores.

O diagrama de blocos da Figura 5.14 é composto por blocos que simulam circuitos lógicos convencionais, mas que apresenta dois tipos de blocos que devem merecer ser detalhados: “Tab Sel até  $p - 2$  Falhas” e “S-Rs” ( $s = \{w, q, \theta\}$ ).

O primeiro é o bloco “Combinatorial Logic”, que simula um circuito lógico combinacional responsável pela identificação quando o número de falhas é menor ou igual a  $p - 2$ . Ele é programado de acordo com os valores apresentados na Tabela 5.3 . Quando houver um número de alarmes de falhas superior a  $p - 2$  é necessário utilizar as informações de confirmação de falha provenientes do circuito lógico seqüencial dado pelo bloco “S-R Flip Flop” do Simulink.

O “S-R Flip Flop” do Simulink é modelado através da utilização de portas do tipo NOR. A tabela verdade para este bloco é dada na Tabela 5.4. Em um circuito lógico seqüencial “S-R” implementado com portas NOR, quando um valor lógico 1 é aplicado simultaneamente nas entradas S e R, as suas saídas vão para o nível lógico 0. Tecnicamente este estado é indefinido, pois depende do tipo de porta utilizado para a sua implementação, portanto, este estado é usualmente evitado. Note que, se um circuito lógico seqüencial “S-R Flip Flop” implementado com portas NAND, quando um valor lógico 1 é aplicado em ambas as entradas, a sua saída depende do estado anterior do estado deste circuito (valor prévio de Q).



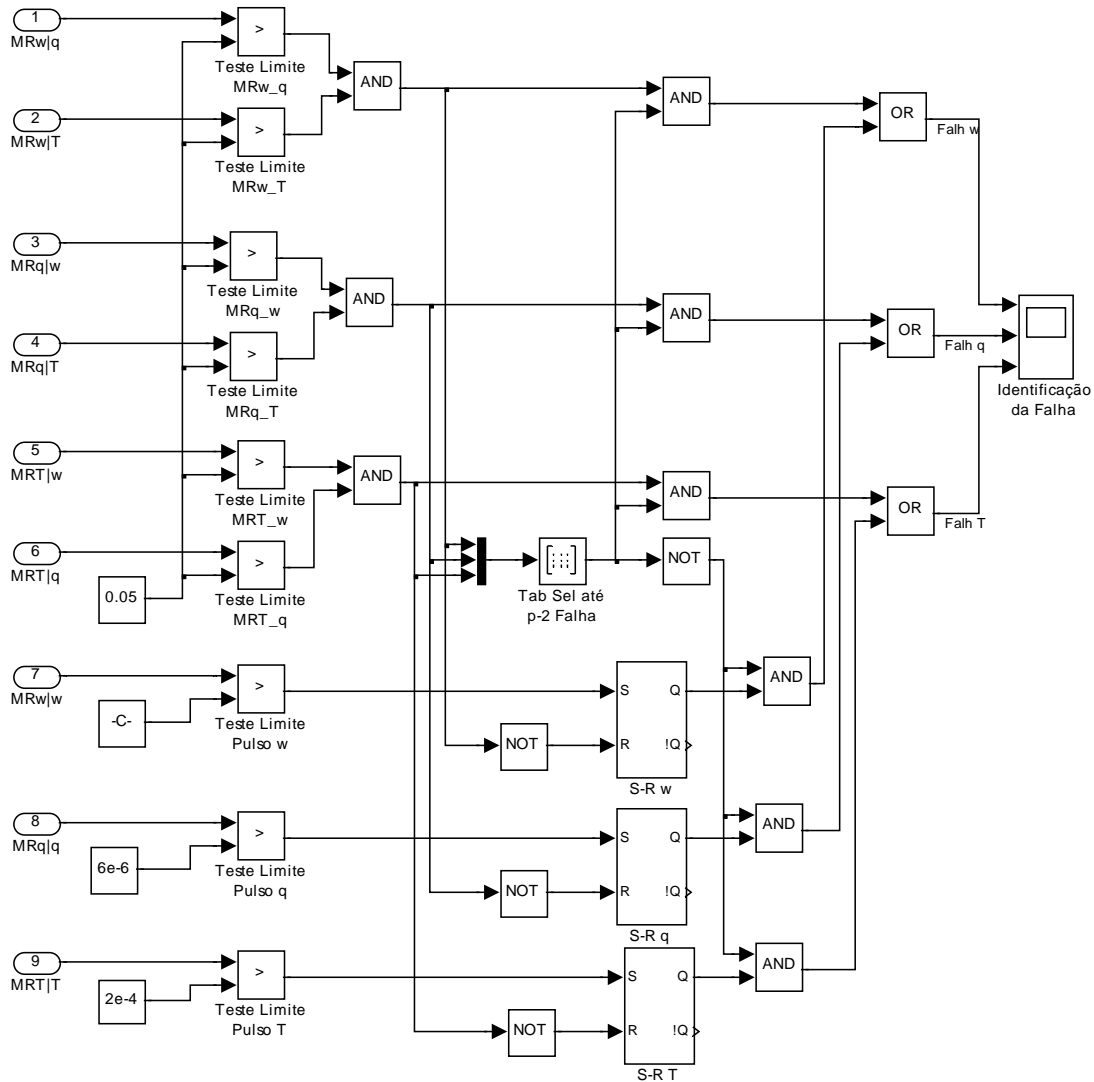


FIGURA 5.14 – Diagrama de blocos da lógica de decisão para identificação de falhas múltiplas em sensores.

Ocorrendo mais de  $p - 2$  alarmes de falha, a lógica para detecção e identificação de falhas em sensores faz uso do bloco “S-R Flip-Flop”. Para tal, o sinal lógico  $\zeta_s$  foi invertido e ligado a entrada R e o sinal  $\kappa_s$  foi ligado a entrada S. Toda vez em que o sistema atingir a quantidade superior a  $p - 2$  alarmes de falha, surgirá um falso alarme para os sensores que ainda estiverem bons. Nesta situação é necessária que o sinal  $\kappa_s$  passe para nível lógico 1 para confirmar que o sensor  $s$  falhou. Como o sinal  $\kappa_s$  não tem detectabilidade forte, uma vez que a saída Q do “S-R Flip Flop” passe para o nível lógico 1, este estado é mantido até que o sinal  $\zeta_s$  passe para o nível lógico 0. O único inconveniente para este subsistema ocorre quando houver falhas em todos os sensores.

Neste caso, se os sensores voltarem a funcionar, este subsistema de DIFMS precisa de que pelo menos 2 sensores saiam do estado de falha para que ele volte a ser operacional.

TABELA 5.3 – Tabela da verdade para detecção de até  $p - 2$  falhas.

$\xi_w$	$\xi_q$	$\xi_\theta$	Seleção até $p - 2$ falhas
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	0

Nota: valor 1 nas três primeiras colunas indicam que o alarme de falha para o respectivo sensor foi ativada, e

valor 1 na última coluna indica que o número de alarmes de falha é menor ou igual a  $p - 2$ , desabilitando o uso da função lógica de confirmação de falha.

valor 0 na última coluna indica que o número de alarmes de falha é maior do que  $p - 2$ , habilitando o uso da função lógica de confirmação de falha.

TABELA 5.4 – Tabela verdade do “S-R Flip Flop” da biblioteca do Simulink.

Entradas		Saídas		Observação
S	R	Q	!Q	
1	0	1	0	
0	0	1	0	Após S=1 e R=0
0	1	0	1	
0	0	0	1	Após S=0 e R=1
1	1	0	0	

## 5.5 Resultados Obtidos

Para avaliação do desempenho do subsistema DIFMS foi utilizado o mesmo diagrama de tempo de falhas intermitentes do Item 3.6.1, com falhas ocorrendo em todos os sensores. Na Figura 5.15 é apresentado o diagrama de tempo da identificação das falhas

nos sensores e na Tabela 5.5 são apresentados os tempos simulados para as falhas e os tempos de identificação das falhas nos sensores.

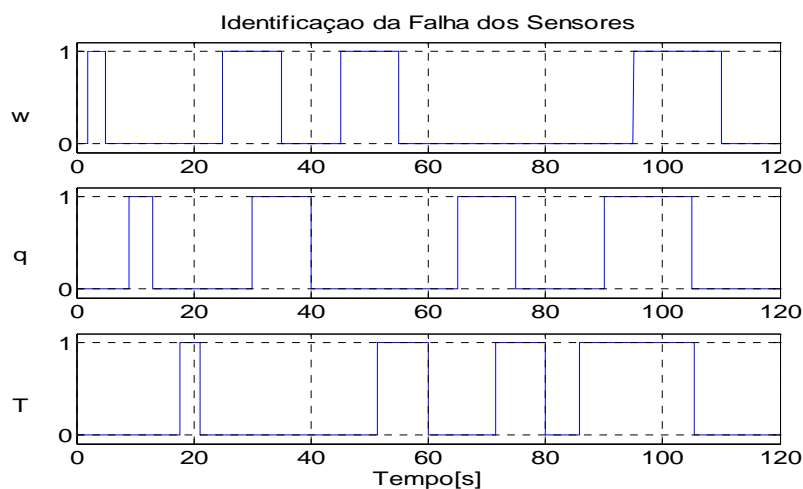


FIGURA 5.15 – Diagrama de tempo da identificação da falhas nos sensores.

TABELA 5.5– Tempos de identificação das falhas nos sensores.

Sensor	Tipo de Falha	Tempos de Comutação de Estado [s]		Tempos de Detecção de Estado [s]	
		Falha	Normal	Falha	Normal
w	Fundo de Escala	2	5	2,00	5,00
		25	35	25,00	35,00
		45	55	45,00	55,00
		95	110	95,00	110,00
q	Zero	9	13	9,00	13,02
		30	40	30,00	40,02
		65	75	65,00	75,01
		90	105	90,00	105,06
θ	Fixo	17	21	17,61	21,00
		50	60	51,36	60,00
		70	80	71,41	80,00
		85	100	85,88	105,31

Na Figura 5.15 e na Tabela 5.5 verifica-se que o desempenho do subsistema DIFMS projetado para a planta foi muito bom, pois a sinalização de identificação do início das falhas são dadas no mesmo passo de integração, ( $\Delta T = 0,01s$ ), em que o resíduo se torna maior do que o limiar de decisão. As sinalizações do fim das falhas sofrem um pequeno atraso para os sensores, cuja função de decisão tem limitação da variação de decréscimo de sinal, quando não há falhas em todos os sensores. Quando ocorrem falhas em todos os sensores, intervalo de tempo de simulação entre 85s a 110s, é necessário que pelo

menos dois sensores voltem a funcionar para que o subsistema DIFMS volte a operar normalmente. Isto pode ser observado no tempo próximo a 105s, pois somente quando o sensor q voltou a funcionar é que foi retirado o alarme de falha no sensor  $\theta$ .

Na Tabela 5.5 pode ser verificado um atraso do tempo para identificação do início das falhas no sensor  $\theta$ . Isto ocorre por que foi simulada uma falha do tipo último valor para este sensor. Como este tipo de falha apresenta somente o último valor medido antes da ocorrência da falha, o tempo de atraso de detecção de falha corresponde ao tempo que o resíduo demora a atingir um valor superior ao do limiar de decisão.

## CAPÍTULO 6

### RECONFIGURAÇÃO

#### 6.1 Introdução

As falhas em sensores geralmente são catastróficas para sistemas que necessitam de um subsistema de controle, pois leva a planta para um estado indesejável, como foi mostrado no Item 3.5. Neste Capítulo será visto o projeto de um subsistema para Detecção, Identificação e Reconfiguração de Falhas Múltiplas em Sensores (DIRFMS), para detectar e identificar falhas múltiplas em sensores e reconfigurar a lei de controle com falhas por uma lei de controle alternativa, de modo que sistema ainda possa efetuar as suas funções apenas com alguma perda de desempenho.

Para que o estudo fique um pouco mais realista, é analisada a influência do ruído, que normalmente existe nos sinais provenientes dos sensores, nos sinais estimados pelos observadores de Luenberger vistos no Capítulo anterior. É avaliada também a possibilidade de utilizar um modelo analítico da planta, para gerar sinais redundantes para o caso de falhas em todos os sensores.

#### 6.2 Leis de Controle Alternativas

A lei de controle projetada leva em consideração de que todos os sensores funcionarão no estado normal de operação, isto é, sem falhas. Esta lei de controle, de acordo com o Capítulo 3, é dada por:

$$\beta_z = - G_w w - G_q q - G_\theta \theta - G_{e\theta} e_\theta - G_0 \theta_{ref} \quad (6.1)$$

Quando houver a falhas em um ou mais sensores, esta lei de controle deverá ser mudada para uma das seguintes leis de controle alternativas, de acordo com o observador utilizado para estimar o sinal redundante que será necessário para o sistema:

- Falha no sensor w:

$$\beta_{z(w|q)} = -G_w(w|q) - G_q q - G_\theta \theta - G_{e\theta} e_\theta - G_0 \theta_{ref} \quad (6.2)$$

$$\beta_{z(w|\theta)} = -G_w(w|\theta) - G_q q - G_\theta \theta - G_{e\theta} e_\theta - G_0 \theta_{ref} \quad (6.3)$$

- Falha no sensor q:

$$\beta_{z(q|w)} = -G_w w - G_q(q|w) - G_\theta \theta - G_{e\theta} e_\theta - G_0 \theta_{ref} \quad (6.4)$$

$$\beta_{z(q|\theta)} = -G_w w - G_q(q|\theta) - G_\theta \theta - G_{e\theta} e_\theta - G_0 \theta_{ref} \quad (6.5)$$

- Falha no sensor  $\theta$ :

$$\beta_{z(\theta|w)} = -G_w w - G_q q - G_\theta(\theta|w) - G_{e\theta} e_{(\theta|w)} - G_0 \theta_{ref} \quad (6.6)$$

$$\beta_{z(\theta|q)} = -G_w w - G_q q - G_\theta(\theta|q) - G_{e\theta} e_{(\theta|q)} - G_0 \theta_{ref} \quad (6.7)$$

- Falhas nos sensores w e q:

$$\beta_{z(w|q,\theta)} = -G_w(w|\theta) - G_q(q|\theta) - G_\theta \theta - G_{e\theta} e_\theta - G_0 \theta_{ref} \quad (6.8)$$

- Falhas nos sensores w e  $\theta$ :

$$\beta_{z(w|q,\theta|q)} = -G_w(w|q) - G_q q - G_\theta(\theta|q) - G_{e\theta} e_{(\theta|q)} - G_0 \theta_{ref} \quad (6.9)$$

- Falhas nos sensores q e  $\theta$ :

$$\beta_{z(q|w,\theta|w)} = -G_w w - G_q(q|w) - G_\theta(\theta|w) - G_{e\theta} e_{(\theta|w)} - G_0 \theta_{ref} \quad (6.10)$$

onde,  $e_{(\theta|w)}$  e  $e_{(\theta|q)}$  são obtidos, respectivamente, das equações diferenciais dadas por:

$$\dot{e}_{(\theta|w)} = \theta_{ref} - (\theta|w) \quad (6.11)$$

$$\dot{e}_{(\theta|q)} = \theta_{ref} - (\theta|q) \quad (6.12)$$

- Falhas nos sensores  $w$ ,  $q$  e  $\theta$ :

$$\beta_{z(w_a, q_a, \theta_a)} = -G_w w_a - G_q q_a - G_\theta \theta_a - G_{e\theta} e_{\theta_a} - G_0 \theta_{ref} \quad (6.13)$$

onde  $w_a$ ,  $q_a$  e  $\theta_a$  são os valores que devem ser fornecidos por um modelo analítico da planta, que deve fornecer uma saída com os sinais redundantes para o subsistema de controle, quando houver a indicação de falhas em todos os sensores. A utilização deste modelo analítico é feita apenas para aumentar o tempo de permanência da planta controlado dentro de seu envelope de controlabilidade. Sendo assim,  $e_{\theta_a}$  é dado pela equação diferencial:

$$\dot{e}_{\theta_a} = \theta_{ref} - \theta_a \quad (6.14)$$

A seleção do sinal redundante é feita quando houver falhas em um ou mais sensores. No caso de haver mais de um sinal redundante, deve ser escolhido aquele que apresentar melhor qualidade de informação. Um diagrama de bloco de um sistema com reconfiguração da sua lei de controle é apresentado na Figura 6.1. Cada bloco tem a seguinte função:

- **Controle:** tem a função de corrigir a atitude e estabilizar a planta. Tem como entrada o sinal de referência e o sinal selecionado de realimentação. Fornece como saída o ângulo de deflexão das tubeiras para correção da atitude e para estabilização da planta.
- **Planta:** representação matemática de um modelo do veículo. Tem como entrada o ângulo de deflexão da tubeira e tem como saída o ângulo de atitude de arfagem  $\theta$ , a velocidade angular de arfagem  $q$  e a velocidade linear  $w$ .
- **Simulador de Falhas:** tem a função de modelar os sensores para fornecer as medidas da saída da Planta. Tem como entrada os sinais de saída da Planta e tem como saída estes sinais com acréscimo ou não de falha ou de ruído colorido.
- **DOS:** é o banco de observadores projetados para a estrutura DOS para geração dos sinais redundantes. Tem como entrada os sinais fornecidos pelo Simulador

de Falhas e para controle da Planta. Tem como saída os sinais estimados dos sensores da Planta.

- **Funções de Decisão:** são funções matemáticas não lineares para processamento do resíduo, de modo a gerar um padrão para reconhecimento de falhas no sensor, de acordo com a sua assinatura de falha. Tem como entrada os sinais dos sensores e os respectivos sinais estimados pelo banco de observadores e tem como saída o processamento destes resíduos.
- **Lógica de Decisão:** são funções de teste das funções de decisão com os seus respectivos limiares de decisão. Estas funções de teste associadas às funções lógicas combinacionais e/ou seqüenciais, permitem detectar e identificar possíveis falhas que possam ocorrer nos sensores. Tem como entrada os sinais fornecidos pelas funções de decisão e tem como saída o sinal de controle para reconfiguração da lei de controle.
- **Sinais Estimados para o Controle:** tem a finalidade de selecionar os sinais que poderão ser utilizado pela lei de controle. Tem como entrada todos os sinais estimados fornecidos pelo banco de observadores e tem como saída os sinais que poderão ser utilizados para reconfiguração da lei de controle.
- **Modelo Analítico:** é um modelo matemático da planta que tem duas finalidades: acompanhar o estado da planta, enquanto houver algum sensor funcionando, e fornecer uma saída redundante para o subsistema de controle, quando houver a indicação de que todos os sensores falharam.
- **Seleção do Sinal de Realimentação:** seleciona o sinal de realimentação que será utilizado pela malha de controle, de acordo com o sinal de controle fornecido pela Lógica de Decisão..



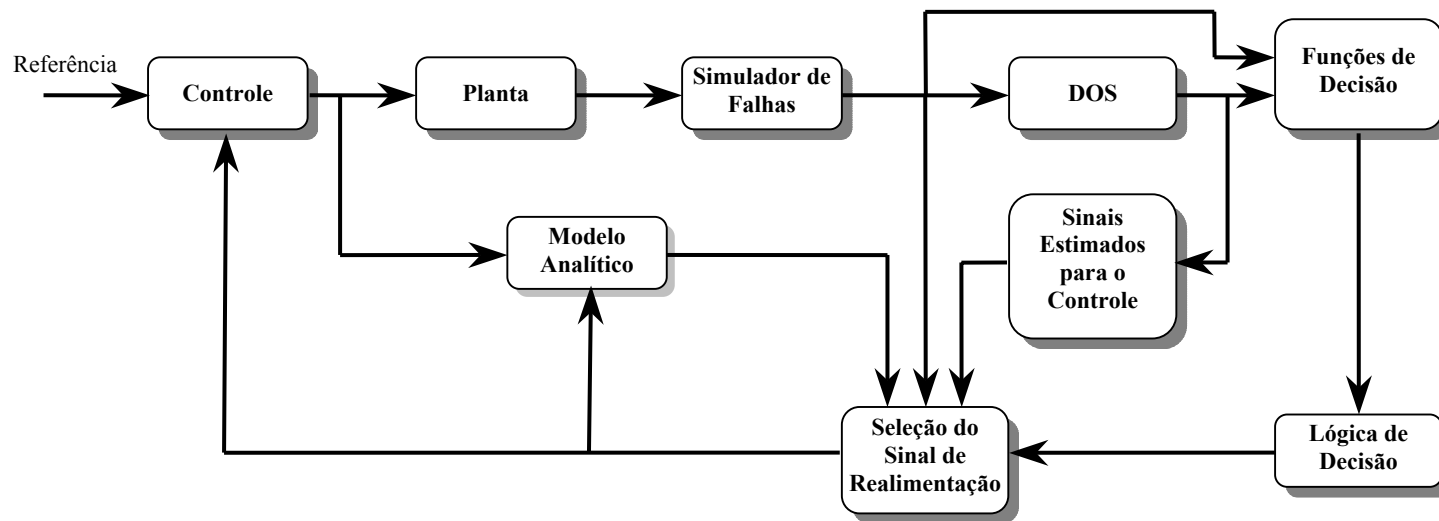


FIGURA 6.1 – Diagrama de blocos da planta com reconfiguração da lei de controle.

## 6.3 Influência do Ruído nos Sensores

### 6.3.1 Ruído

Os sinais fornecidos pelos sensores são sempre contaminados por sinais indesejados, os quais chamaremos de ruído. Assim, o ruído é um sinal indesejado que não está, de modo algum, relacionado ao sinal desejado. Entretanto, nos restringiremos aos sinais de ruído, que são aleatórios, ou seja, imprevisíveis por natureza. Pode-se mostrar, usando o teorema do limite central da teoria de probabilidade, que um sinal composto de um grande número de sinais estatisticamente independentes tende a ser gaussiano. Muitos dos sinais de ruído são os resultados de perturbações independentes relativamente numerosas. Portanto, como o ruído é um sinal aleatório, a distribuição de amplitude mais comumente observada é a distribuição gaussiana. Isto significa que a frequência relativa de ocorrência das amplitudes do ruído tem uma forma gaussiana. Esta distribuição de amplitude é chamada de função de densidade de probabilidade da amplitude do ruído, apresentada na Figura 6.2, e é dada por:

$$f(x|\mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (6.15)$$

onde:  $\mu$  é o valor médio do ruído, e

$\sigma$  é o desvio padrão do ruído.

No projeto de um subsistema de DIRFMS deve ser levado em consideração que os sensores apresentam ruído. Para efeito de estudo, como a informação de cada sensor é amostrada a cada passo de integração, o ruído foi modelado como um ruído colorido, cuja amplitude permanece constante durante cada passo de integração. A amplitude do ruído em cada passo de integração foi modelada com distribuição gaussiana com média nula e desvio padrão de 0,1% do valor de fundo de escala de medidas dos respectivos sensores, Tabela 4.5,  $v = (\mu = 0, \sigma = 0,1\%)$ . Os dados que definem os ruídos adicionados às medidas fornecidas em cada sensor são apresentados na Tabela 6.1.

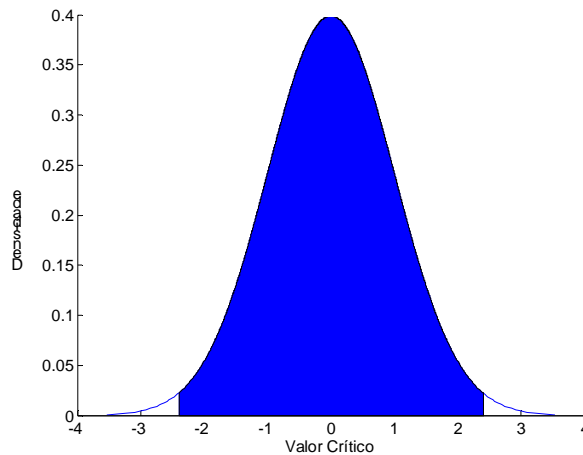


FIGURA 6.2 – Função densidade de probabilidade normal padronizada.

TABELA 6.1 – Ruídos adicionados às medidas dos sensores.

Sensor	$\mu$	$\sigma$	$\sigma_N$
$w$	0	0,10 m/s	0,01 V
$q$	0	6,0e-5 rad/s	0,01 V
$\theta$	0	0,0014 rad	0,01 V

onde:  $\sigma_N$  é o desvio padrão do ruído normalizado para nível de tensão.

Na Figura 6.3 é apresentado o diagrama de blocos do simulador de falhas para os sensores com recurso de adicionar ruído colorido.

Inicialmente é verificado somente o comportamento da planta quando há ruído nas informações fornecidas pelos sensores. Os resultados da simulação são apresentados nas Figuras 6.4 e 6.5.

Com o nível de ruído adicionado, nota-se que a planta controlada ainda se mantém estável e que não teve perda de desempenho significativa para acompanhar o sinal de referência. Nas Figuras 6.6, 6.7 e 6.8 são apresentadas a influência do ruído nos sensores nos sinais estimados pelos observadores de Luenberger para um banco de observadores para a estrutura DOS.

Embora o ruído nos sensores tenha afetado pouco o desempenho do subsistema de controle, ele tem uma influência muito grande e indesejada nos sinais estimados pelos observadores, como pode ser visto nas Figuras 6.6, 6.7 e 6.8. O nível de ruído em alguns sinais estimados é muito superior ao valor da própria medida, de modo que se

torna muito difícil de identificar o valor real da medida e que inviabiliza a utilização deste sinal como sinal redundante para a lei de controle.

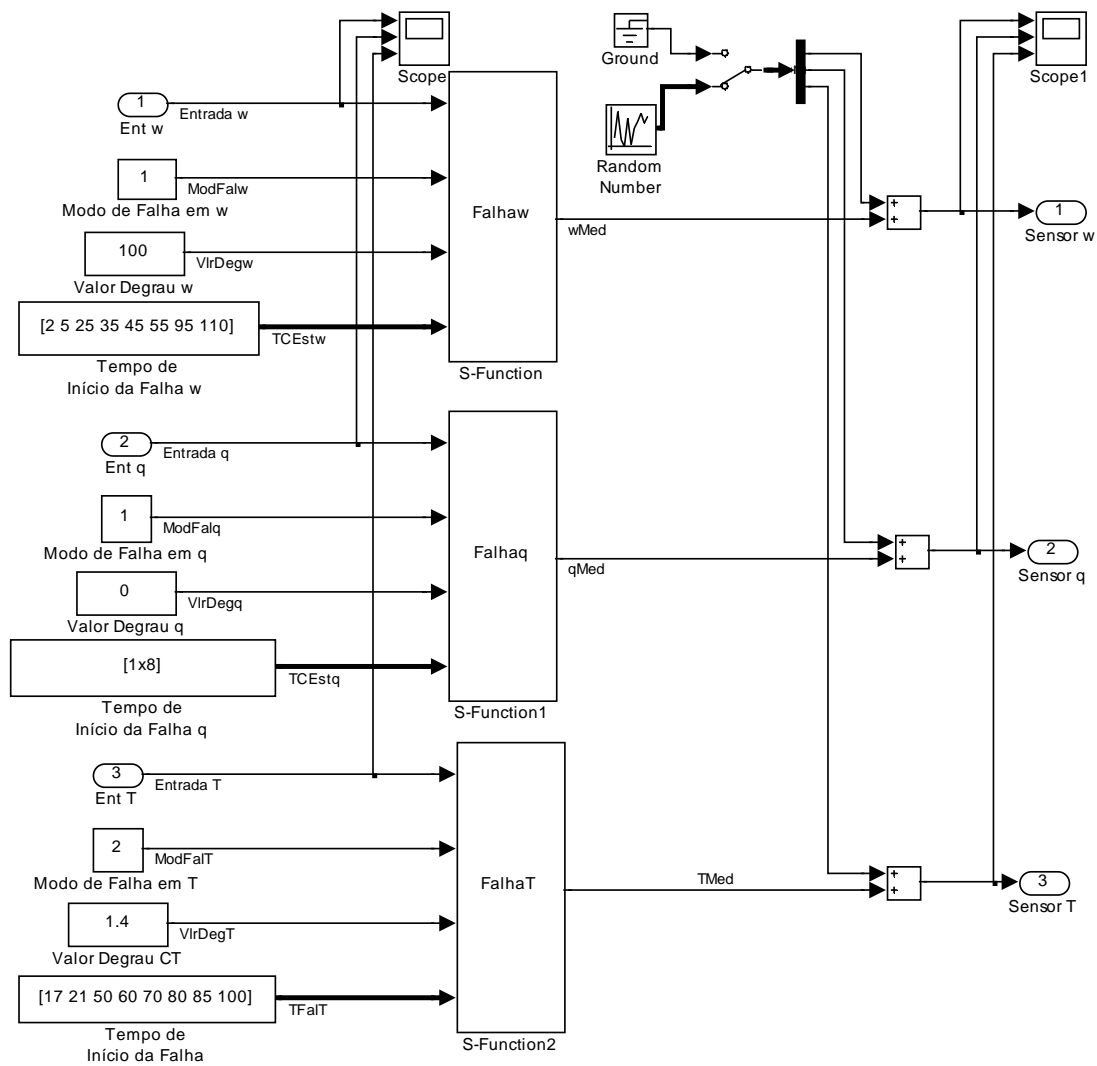


FIGURA 6.3 – Diagrama de blocos do simulador de falhas com o recurso de adicionar ruído colorido para os sensores.

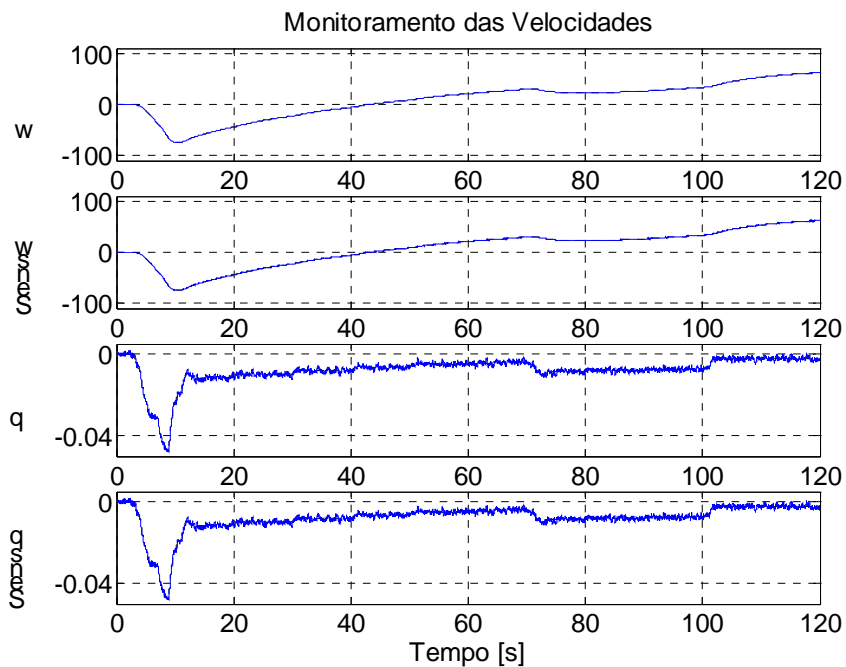


FIGURA 6.4 – Velocidades  $w$ , em m/s, e  $q$ , em rad/s, da planta no plano de arfagem quando há ruído nos sensores.

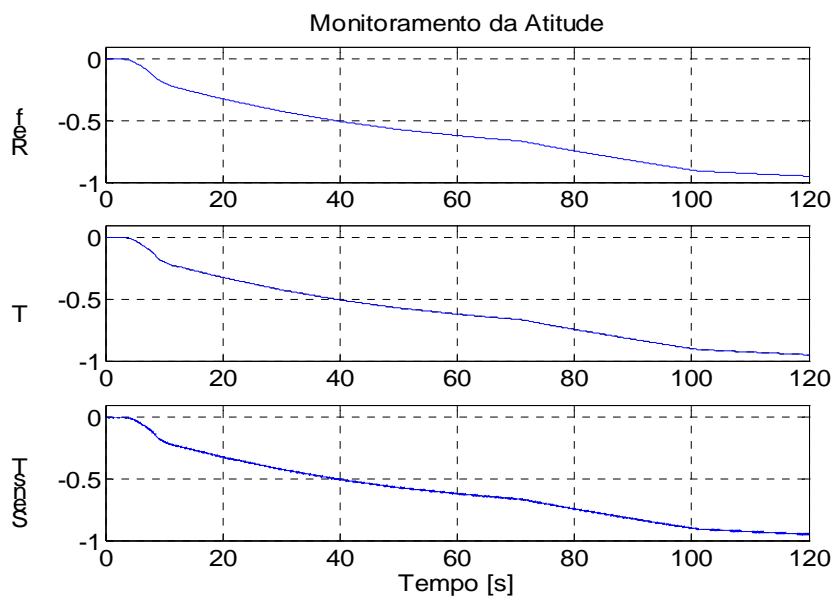


FIGURA 6.5 – Ângulo de atitude, em rad, da planta no plano de arfagem quando há ruído nos sensores.

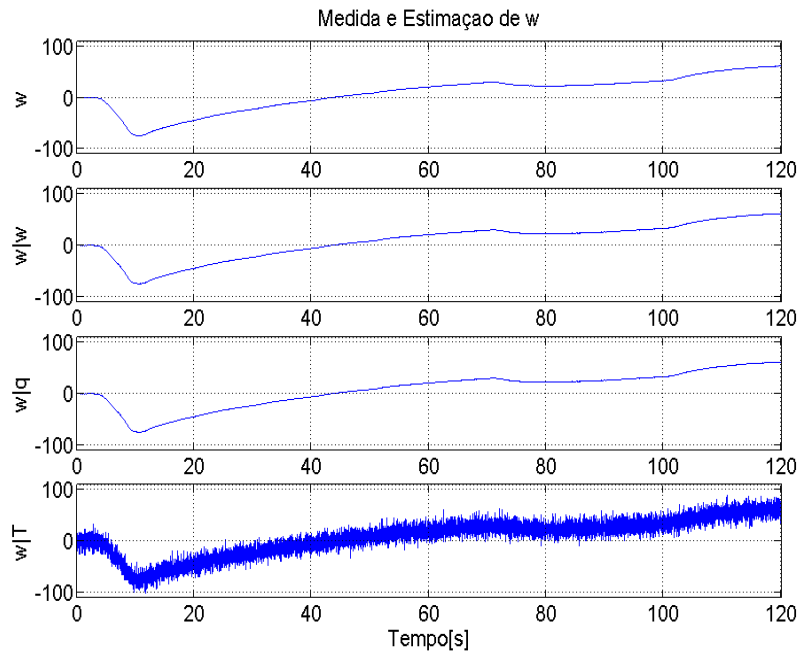


FIGURA 6.6 – Velocidade normal estimada do veículo, em m/s, quando há ruído nos sensores.

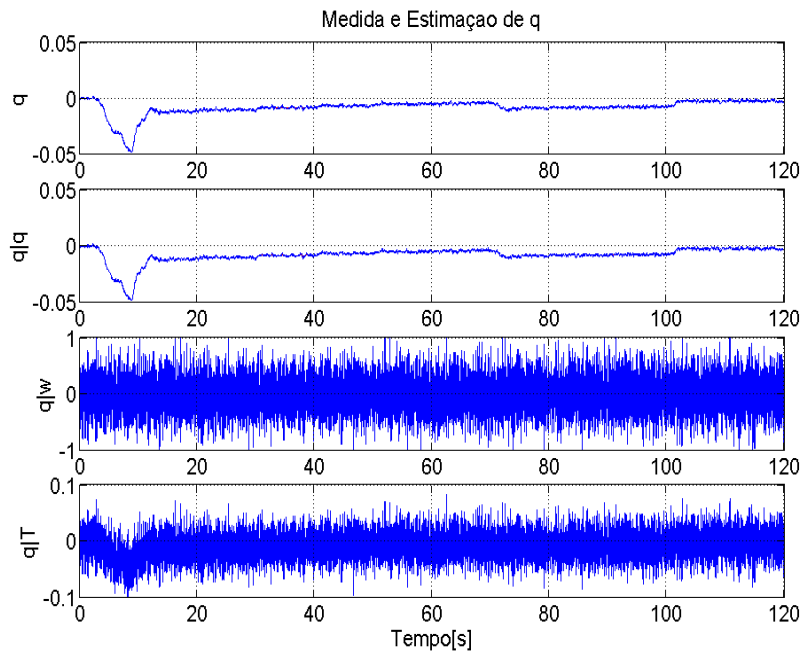


FIGURA 6.7 – Velocidade angular estimada do veículo, em rad/s, quando há ruído nos sensores.

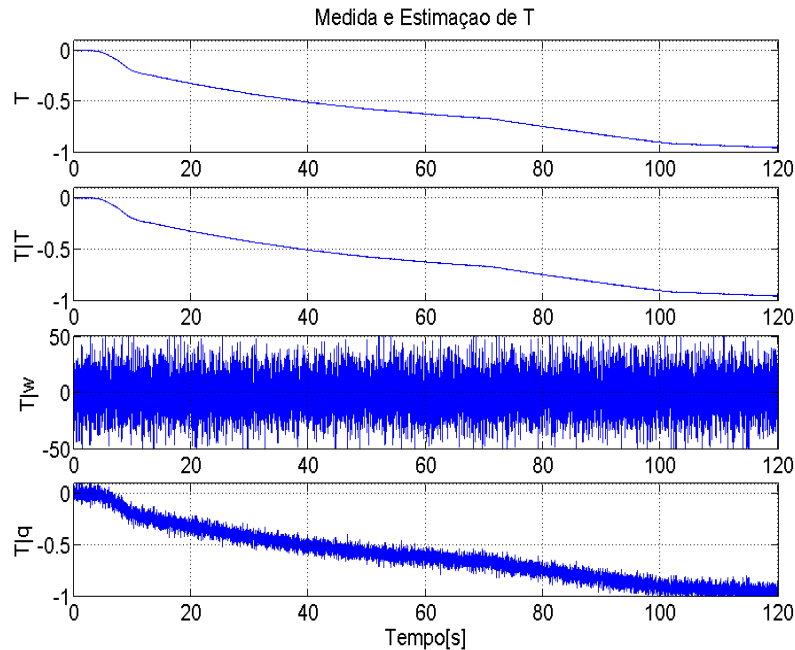


FIGURA 6.8 – Ângulo de arfagem do veículo, em rad, quando há ruído nos sensores.

Como é previsto na teoria, os filtros digitais apresentam uma ampliação no ruído, como pode ser comprovado em Hamming (1998, Seção 1.7 – “Noise Amplification in a Filter”, págs 17-18) e Laning e Battin (1977, Cap. 5 a Cap. 8). A seguir será demonstrado como o ruído é ampliado em função dos parâmetros calculados para o observador de Luenberger. A verificação do nível do ruído nos sinais estimados das medidas dos sensores pode ser facilitada quando se trabalha no domínio da frequência. Utilizando a equação matemática da planta, dada pela Equação 3.8 , considerando que o termo correspondente à falha estruturada em sensor seja somente do seu ruído e passando esta equação para o domínio da frequência temos:

$$X(s) = \Phi_A B U(s) \quad (6.16)$$

$$Y_s(s) = C_s \Phi_A B U(s) + v_s(s) \quad (6.17)$$

onde:  $\Phi_A = (sI - A)^{-1}$ , e

$v_s(s)$  é o vetor de ruído nos sensores.

Passando as Equações 4.43, 4.44 e 4.45 do observador de Luenberger para o domínio da frequência e acrescentando o termo referente ao vetor de ruído nos sensores, temos:

$$\mathbf{Z}_s(s) = \Phi_F \mathbf{G}_s \mathbf{Y}_s(s) + \Phi_F \mathbf{H}_s(s) \mathbf{U}(s) \quad (6.18)$$

$$\hat{\mathbf{X}}_s(s) = \mathbf{M}_s \mathbf{Y}_s(s) + \mathbf{N}_s \mathbf{Z}_s(s) \quad (6.19)$$

$$\hat{\mathbf{Y}}_s(s) = \mathbf{C} \hat{\mathbf{X}}_s(s) \quad (6.20)$$

onde  $\Phi_F = (s\mathbf{I} - \mathbf{F})^{-1}$ .

Substituindo a Equação 6.17 nas Equações 6.18 e 6.19 e em seguida desenvolvendo a Equação 6.20 temos:

$$\hat{\mathbf{Y}}_s(s) = [\mathbf{C}\mathbf{M}_s\mathbf{C}_s\Phi_A\mathbf{B} + \mathbf{C}\mathbf{N}_s\Phi_F\mathbf{G}_s\mathbf{C}_s\Phi_A\mathbf{B} + \mathbf{C}\mathbf{N}_s\Phi_F\mathbf{H}_s] \mathbf{U}(s) + [\mathbf{C}\mathbf{M}_s + \mathbf{C}\mathbf{N}_s\Phi_F\mathbf{G}_s] \mathbf{V}_s(s) \quad (6.21)$$

Selecionando a componente exclusiva da contribuição do ruído da Equação 6.20 temos:

$$\hat{\mathbf{Y}}_{rs}(s) = [\mathbf{C}\mathbf{M}_s + \mathbf{C}\mathbf{N}_s\Phi_F\mathbf{G}_s] \mathbf{V}_s(s) \quad (6.22)$$

Como os valores de  $\mathbf{G}_s$ ,  $\mathbf{M}_s$  e  $\mathbf{N}_s$  são desconhecidos, é necessário verificar se existe alguma relação entre eles para reduzir o número de incógnitas. Esta relação depende da técnica utilizada para o projeto do banco de observadores. Utilizando a técnica do observador de Luenberger tem-se a seguinte relação entre estes termos:

$$\mathbf{T}_s \mathbf{A} - \mathbf{F} \mathbf{T}_s - \mathbf{G}_s \mathbf{C}_s = \mathbf{0} \quad (6.23)$$

$$\mathbf{M}_s \mathbf{C} + \mathbf{N}_s \mathbf{T}_s = \mathbf{I} \quad (6.24)$$

A Equação 6.23 é uma equação de Lyapunov, portanto, é impossível identificar o termo  $\mathbf{T}_s$  desta expressão através dos métodos algébricos tradicionais e substituí-lo na Equação 6.24. O termo  $\mathbf{T}_s$  pode ser identificado através do método da auto-estrutura, utilizando o Corolário 4.1. Pós-multiplicando a equação de Lyapunov pelo autovetor à direita da matriz  $\mathbf{A}$ , temos:

$$\mathbf{T}_s \mathbf{v}_{Ai} = (\lambda_i \mathbf{I} - \mathbf{F})^{-1} \mathbf{G}_s \mathbf{C}_s \mathbf{v}_{Ai} \quad (6.25)$$

onde  $\mathbf{v}_{Ai}$  é um autovetor à direita da matriz  $\mathbf{A}$  da dinâmica da planta ( $i = 1, \dots, n$ ).



Dado que:

$$\mathbf{T}_s \mathbf{V}_A = [\mathbf{T}_s \mathbf{v}_{A1} \quad \mathbf{T}_s \mathbf{v}_{A2} \dots \mathbf{T}_s \mathbf{v}_{An}] \quad (6.26)$$

onde  $\mathbf{V}_A$  é a matriz de autovetores da matriz da dinâmica da planta.

Substituindo a Equação 6.25 na Equação 6.26 obtemos:

$$\mathbf{T}_s = \left[ (\lambda_1 \mathbf{I} - \mathbf{F})^{-1} \mathbf{G}_s \mathbf{C}_s \mathbf{v}_{A1} \quad (\lambda_2 \mathbf{I} - \mathbf{F})^{-1} \mathbf{G}_s \mathbf{C}_s \mathbf{v}_{A2} \quad \dots \quad (\lambda_n \mathbf{I} - \mathbf{F})^{-1} \mathbf{G}_s \mathbf{C}_s \mathbf{v}_{An} \right] \mathbf{V}_A^{-1} \quad (6.27)$$

Substituindo a Equação 6.27 na Equação 6.24 e identificando o termo  $\mathbf{N}_s$  temos:

$$\mathbf{N}_s = (\mathbf{I} - \mathbf{M}_s \mathbf{C}_s) \mathbf{V}_A \cdot \left[ (\lambda_1 \mathbf{I} - \mathbf{F})^{-1} \mathbf{G}_s \mathbf{C}_s \mathbf{v}_{A1} \quad (\lambda_2 \mathbf{I} - \mathbf{F})^{-1} \mathbf{G}_s \mathbf{C}_s \mathbf{v}_{A2} \quad \dots \quad (\lambda_n \mathbf{I} - \mathbf{F})^{-1} \mathbf{G}_s \mathbf{C}_s \mathbf{v}_{An} \right]^{-1} \quad (6.28)$$

Como cada observador é alimentado somente por um sensor, temos que  $\mathbf{C}_s$  é um vetor linha, e, portanto,  $\mathbf{C}_s \mathbf{v}_{A1}$  será um escalar. Como a equação de Lyapunov envolve uma matriz de transformação, podemos escolher qualquer matriz para a dinâmica do observador, desde que o observador seja estável. Detalhando a Equação 6.28 para uma matriz  $\mathbf{F}$  diagonal, como escolhida para o projeto do observador de Luenberger, obtemos:

$$\mathbf{N}_s = (\mathbf{I} - \mathbf{M}_s \mathbf{C}_s) \mathbf{V}_A \cdot \begin{bmatrix} \frac{\mathbf{C}_s \mathbf{v}_{A1} G_{s1}}{\lambda_1 - \rho_2} & \frac{\mathbf{C}_s \mathbf{v}_{A2} G_{s1}}{\lambda_2 - \rho_1} & \dots & \frac{\mathbf{C}_s \mathbf{v}_{An} G_{s1}}{\lambda_n - \rho_1} \\ \frac{\mathbf{C}_s \mathbf{v}_{A1} G_{s2}}{\lambda_1 - \rho_2} & \frac{\mathbf{C}_s \mathbf{v}_{A2} G_{s2}}{\lambda_2 - \rho_2} & \dots & \frac{\mathbf{C}_s \mathbf{v}_{An} G_{s2}}{\lambda_n - \rho_2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\mathbf{C}_s \mathbf{v}_{A1} G_{sn}}{\lambda_1 - \rho_n} & \frac{\mathbf{C}_s \mathbf{v}_{A2} G_{sn}}{\lambda_2 - \rho_n} & \dots & \frac{\mathbf{C}_s \mathbf{v}_{An} G_{sn}}{\lambda_n - \rho_n} \end{bmatrix}^{-1} \quad (6.29)$$

Substituindo a Equação 6.29 na Equação 6.22 e desenvolvendo a expressão resulta em:

$$\hat{Y}_{rs}(s) = C \left\{ M_s + (I - M_s C_s) V_A \begin{bmatrix} C_s v_{A1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & C_s v_{A2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & C_s v_{An} \end{bmatrix}^{-1} \right. \\ \left. \begin{bmatrix} \frac{1}{\lambda_1 - \rho_1} & \frac{1}{\lambda_2 - \rho_1} & \dots & \frac{1}{\lambda_n - \rho_1} \\ \frac{1}{\lambda_1 - \rho_2} & \frac{1}{\lambda_2 - \rho_2} & \dots & \frac{1}{\lambda_n - \rho_2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{1}{\lambda_1 - \rho_n} & \frac{1}{\lambda_2 - \rho_n} & \dots & \frac{1}{\lambda_n - \rho_n} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{1}{s - \rho_1} \\ \frac{1}{s - \rho_2} \\ \vdots \\ \frac{1}{s - \rho_n} \end{bmatrix} \right\} v_s(s) \quad (6.30)$$

Em uma análise de inspeção preliminar da Equação 6.30, verifica-se que igualando a matriz de vetores  $M_{cs} = [M_w \ M_q \ M_\theta] = I$  é uma condição em que o ruído propagado para os sinais estimados se tornam menor do que o apresentado quando o valor de  $M_s$  é obtido através de cálculo.

Para verificar o nível do ruído nos sinais estimados dos sensores é necessário medir a sua média e o seu desvio padrão. Como o sinal estimado varia de acordo com o sinal de referência da planta, esta medida deve ser feita então nos resíduos gerados por este sinal de entrada, sem acrescentar as falhas em sensores. Para obtenção das médias e dos desvios padrões dos resíduos foi desenvolvida uma função de nome: MedVar.c, que efetua este cálculo de modo recursivo durante a simulação. Esta função é para uso no Simulink, conforme diagrama de blocos apresentado na Figura 6.9 .

A função Medvar.c foi desenvolvida em linguagem C para uso no bloco “S-Function” contido no bloco “Subsystem”: Méd DesvPad Res  $s$ , que por sua vez esta contido no bloco “Subsystem”: Funções de Decisão. No Apêndice B temos uma descrição desta função em linguagem de algoritmo e a sua respectiva listagem em linguagem C.

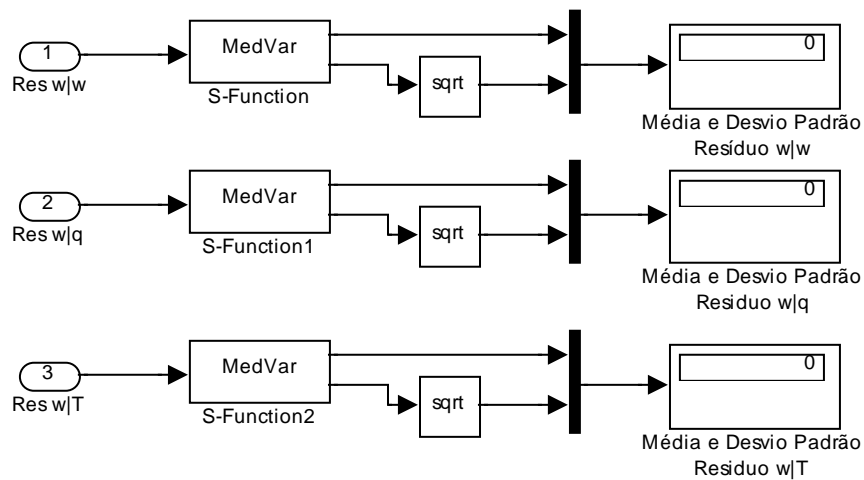


FIGURA 6.9 – Diagrama de blocos para obtenção da média e do desvio padrão do ruído nos sinais estimados.

Nota: foi calculada a variância do ruído, em vez do seu desvio padrão, porque a função sqrt, da biblioteca de linguagem C que acompanha o Simulink versão 5.0, apresenta erro de cálculo.

Foram feitas várias simulações com alteração da dinâmica dos observadores para comparar os níveis de ruído obtidos. Na Tabela 6.2 é apresentada os níveis do ruído nos sinais estimados para os dois tipos de observadores de Luenberger e para o observador identidade de Luenberger em função da variação da dinâmica dos observadores. O ruído obtido é apresentado através de seu valor médio,  $\mu_N$ , e de seu desvio padrão,  $\sigma_N$ , normalizados em tensão. Verifica-se que para dinâmica mais rápida, os níveis de ruído são também mais altos, o que é uma característica indesejada. De acordo com esta tabela, conclui-se que a técnica do projeto do Observador Identidade de Luenberger é a mais indicada, entre estas três técnicas. Ele apresenta o menor nível de ruído para o sinal redundante para ser usado pela lei de controle e o melhor nível de sinal para gatilhar os blocos “S-R Flip Flop” do diagrama de blocos da lógica de decisão.

TABELA 6.2 – Influência do ruído nos resíduos em função dos pólos dos observadores.

Pólos	Resíduo	Ordem Completa		Ordem Completa $M_s = I$		Identidade de Ordem Completa	
		M	$\sigma_N$	$\mu$	$\sigma_N$	$\mu$	$\sigma_N$
-1, -2, -3	$w-(w w)$	-1,291e-08	0,0002355	0	0	-5,498e-07	0,01003
	$w-(w q)$	-9,955e-05	0,0080559	-9,966e-05	0,01004	-9,966e-05	0,01004
	$w-(w \theta)$	-0,0002778	0,09793	-0,0002837	0,01962	-0,0002837	0,01962
	$q-(q q)$	-1,291e-08	0,0002355	0	0	-5,498e-07	0,01003
	$q-(q w)$	-0,05007	2,199	-0,05019	0,3108	-0,05019	0,3108
	$q-(q \theta)$	-0,001362	0,7612	-0,001405	0,1312	-0,001405	0,1312
	$\theta-(\theta \theta)$	-1,291e-08	0,0002355	0	0	-5,498e-07	0,01003
	$\theta-(\theta w)$	-0,1189	5,01	-0,1192	0,7169	-0,1192	0,7169
	$\theta-(\theta q)$	0,0001922	0,02186	0,0001928	0,01035	0,0001928	0,01035
-4, -5, -6	$w-(w w)$	-8,766e-11	5,356e-07	0	0	-1,611e-06	0,009843
	$w-(w q)$	-9,883e-05	0,004441	-9,979e-05	0,009888	-9,979e-05	0,009888
	$w-(w \theta)$	-0,0002227	0,3746	-0,0002853	0,05221	-0,0002853	0,05221
	$q-(q q)$	-8,766e-11	5,356e-07	0	0	-1,611e-06	0,009843
	$q-(q w)$	-0,04396	17,86	-0,04986	1,998	-0,04986	1,998
	$q-(q \theta)$	-0,001095	2,194	-0,001453	0,3573	-0,001453	0,3573
	$\theta-(\theta \theta)$	-8,766e-11	5,356e-07	0	0	-1,611e-06	0,009843
	$\theta-(\theta w)$	-0,1116	41,91	-0,1184	4,66	-0,1184	4,66
	$\theta-(\theta q)$	0,0001745	0,1107	0,0001909	0,01676	0,0001745	0,01676

(continua)

TABELA 6.2 – Conclusão.

Pólos	Resíduo	Ordem Completa		Ordem Completa $M_s = I$		Identidade de Ordem Completa	
		$\mu$	$\sigma_N$	$\mu$	$\sigma_N$	$\mu$	$\sigma_N$
-7, -8, -9	$w-(w w)$	-2,444e-12	2,716e-08	0	0	-8,723e-07	0,00969
	$w-(w q)$	-9,836e-05	0,002432	-9,922e-05	0,009656	-9,922e-05	0,009656
	$w-(w \theta)$	-0,0001559	0,917	-0,0002387	0,1309	-0,0002387	0,1309
	$q-(q q)$	-2,519e-12	2,716e-08	0	0	-8,723e-07	0,00969
	$q-(q w)$	-0,04326	47,96	-0,04754	6,238	-0,04754	6,238
	$q-(q \theta)$	-0,0009194	3,581	-0,001239	0,6953	-0,001239	0,6953
	$\theta-(\theta \theta)$	-2,449e-12	2,716e-08	0	0	-8,723e-07	0,00969
	$\theta-(\theta w)$	-0,1028	113,3	-0,1129	14,66	-0,1129	14,66
	$\theta-(\theta q)$	0,0001338	0,2832	0,0001777	0,0397	0,0001777	0,0397
-10, -11, -12	$w-(w w)$	-2,642e-13	3,788e-09	0	0	-6,656e-07	0,009546
	$w-(w q)$	-9,808e-05	0,004526	-9,898e-05	0,009407	-9,898e-05	0,009407
	$w-(w \theta)$	-9,426e-05	1,7	-0,0002122	0,2666	-0,0002122	0,2666
	$q-(q q)$	-2,66e-13	3,788e-09	0	0	-6,656e-07	0,009546
	$q-(q w)$	-0,03987	91,04	-0,04614	13,61	-0,04614	13,61
	$q-(q \theta)$	-0,0008125	4,916	-0,001151	1,105	-0,001151	1,105
	$\theta-(\theta \theta)$	-2,65e-13	3,788e-09	0	0	-6,656e-07	0,009546
	$\theta-(\theta w)$	-0,09478	215,5	-0,1096	32,13	-0,1096	32,13
	$\theta-(\theta q)$	0,0001338	0,5308	0,0001697	0,08183	0,0001697	0,08183

Para o observador identidade de Luenberger, verifica-se ainda na Tabela 6.2 , que o projeto para pólos  $\{-7; -8; -9\}$  apresenta um nível de ruído muito alto, o que impossibilita definir um limiar de decisão adequado. De acordo com Luemberger (1971): *a seleção dos pólos ainda não está completamente solucionada, mas a prática de seleccioná-los de modo que o observador seja ligeiramente mais rápido do que a planta parece ser uma boa escolha*. Sendo assim, os pólos da dinâmica dos observadores serão alterados para  $\{-3,9; -4,0; -4,1\}$ , para diminuir o nível de ruído e ainda permanecer um pouco mais rápido que o pólo estável da planta. Diminuindo a dinâmica dos observadores também causará em um aumento nos seus respectivos tempo de acomodação. Esta perda de desempenho não acarreta atraso significativo para detecção do início de uma falha abrupta, mas tem um atraso razoável para o observador voltar a fornecer sinal estimado dentro da margem de erro especificada para o controle de modo que o subsistema DIRFMS dará indicação de falso alarme durante este tempo. Para um SLIT, uma indicação de falso alarme não causa uma perda de desempenho significativa, pois o controle estará utilizando um sinal analítico redundante. Na Tabela 6.3 temos os novos valores das matrizes e dos vetores para os observadores identidade de Luenberger, calculados para este novo conjunto de pólos.

Na Tabela 6.4 é apresentada a influência do ruído nos resíduos para este novo conjunto de pólos. Nota-se ainda que o nível de ruído ainda esta acima do valor máximo do erro de 0,1% na medida, especificado pelo subsistema de controle. Diminuir ainda mais a dinâmica do observador não é conveniente devido ao acréscimo do seu tempo para acomodação.

Para determinar o valor do limiar de decisão para um sinal com ruído, foi adotado que este valor deve ser tal que haja uma probabilidade inferior a 0,1% da ocorrência de um falso alarme. Este valor foi escolhido de modo que para o tempo de simulação de 120s, o tempo total de falso alarme seja de aproximadamente de 0,12s, de modo que não torna a planta controlada instável. Notar que este tempo total é obtido da somatória de todos os intervalos de tempo em que pode ocorrer o falso alarme e que estes intervalos de tempos não são consecutivos.

TABELA 6.3 – Valores dos parâmetros para as matrizes e os vetores para os observadores controlados pelos sensores w, q e  $\theta$ .

Matriz/Vetor	Parâmetros dos Observadores		
$F_w$	-12,0568	544,62	-9,7886
	-3,15546	0,0568	0
	-170,591	1	0
$G_w$	11,96		
	3,16506		
	170,591		
$F_q$	-0,0968	-4878,93	-9,7886
	0,0096	-11,9032	0
	0	680,639	0
$G_q$	5423,55		
	11,96		
	-679,639		
$F_\theta$	-0,0968	544,62	-12651,2
	0,0096	0,0568	-52,7455
	0	1	-21,96
$G_\theta$	12641,4		
	52,7455		
	11,96		

TABELA 6.4 – Nível do ruído nos resíduos para o novo conjunto de pólos.

Pólos	Resíduo	Obs Ident	
		$\mu$	$\sigma_N$
-3,9, -4,0, -4,1	w-(w w)	-2,135e-06	0,009901
	w-(w q)	-0,0001001	0,009949
	w-(w \theta)	-0,0003028	0,03807
	q-(q q)	-2,135e-06	0,009901
	q-(q w)	-0,05065	1,260
	q-(q \theta)	-0,001558	0,2714
	$\theta$ -(\theta \theta)	-2,135e-06	0,009901
	$\theta$ -(\theta w)	-0,1202	2,927
	$\theta$ -(\theta q)	0,0001953	0,01341

A função densidade de probabilidade normal padronizada tem  $\mu = 0$  e  $\sigma = 1$ . Se  $x$  é referente a uma curva normal, então:

$$x\sigma_x + \mu_x \quad (6.31)$$

é também normal com média  $\mu_x$  e desvio padrão  $\sigma_x$ . Deste modo podemos obter os valores dos limiares de decisão para ter uma taxa de falso alarme abaixo de 0,1%, em função do ruído aplicado, ou seja, somente 0,1% dos valores de amplitudes gerados para

o sinal de ruído estarão acima do valor do limiar de decisão. Este valor da taxa de falso alarme é obtido integrando a função de densidade de probabilidade para  $|x| \geq 3,29053$ . O valor do limiar de decisão de cada resíduo é obtido usando a Equação 6.31 para  $x = 3,29053$  e para o seu respectivo desvio padrão dado na Tabela 6.4 . Na Tabela 6.5 são apresentados os limiares de decisão, onde estão destacados em negrito os valores que ultrapassam o erro máximo admissível para o controle, que é de 0,05V. Para manter o limiar de decisão próximo ao valor máximo de erro especificado pelo controle foi efetuado um cálculo proporcional, de qual deveria ser o valor máximo admissível para o desvio padrão do ruído para reduzir o limiar de decisão para 0,05V. Na Tabela 6.6 são então apresentados os desvios padrões originais dos sensores e os novos valores calculados. Na Tabela 6.7 são apresentados às médias, os desvios padrões e os limiares de decisão para o novo valor de ruído.

TABELA 6.5 – Limiares necessários devido aos ruídos nos sensores.

Resíduo	$\mu_N$	$\sigma_N$	$\eta$
$w-(w w)$	-2,135e-06	0,009901	0,03258
$w-(w q)$	-0,0001001	0,009949	0,03274
$w-(w \theta)$	-0,0003028	0,03807	<b>0,1253</b>
$q-(q q)$	-2,135e-06	0,009901	0,03258
$q-(q w)$	-0,05065	1,260	<b>4,146</b>
$q-(q \theta)$	-0,001558	0,2714	<b>0,8930</b>
$\theta-(\theta \theta)$	-2,135e-06	0,009901	0,03258
$\theta-(\theta w)$	-0,1202	2,927	<b>9,631</b>
$\theta-(\theta q)$	0,0001953	0,01341	0,04413

TABELA 6.6 – Comparação entre os desvios padrões dos sensores e os permitidos.

Sensor	$\mu$	$\sigma_s$	Fator Conversão	$\sigma_c$
$w$	0	0,1 m/s	0,05/9,631	5,192e-04 m/s
$q$	0	6,0e-5 rad/s	---	6,0e-5 rad/s
$\theta$	0	0,0014 rad	0,05/0,8930	7,839e-05 rad



TABELA 6.7 – Novos limiares de decisão devido aos ruídos nos sensores.

Resíduo	$M$	$\sigma_N$	$\eta$
$w-(w w)$	-1,108e-08	5,14e-05	0,0001691
$w-(w q)$	-4,749e-06	0,0007133	0,002347
$w-(w \theta)$	-1,41e-05	0,002174	0,007154
$q-(q q)$	-2,138e-06	0,009901	0,03258
$q-(q w)$	-0,0003573	0,01084	0,03567
$q-(q \theta)$	-0,0001851	0,01637	<b>0,05387</b>
$\theta-(\theta \theta)$	-1,461e-07	0,0005544	0,001824
$\theta-(\theta w)$	-0,0006449	0,01511	0,04972
$\theta-(\theta q)$	0,0002677	0,007155	0,02354

Notar que a relação do nível de ruído não é linear, de modo que ainda há uma informação em que o limiar de decisão, para que a taxa de ocorrência de falso alarme seja inferior a 0,1%, deve ser de 0,05387V. Mantendo este nível de ruído e o valor do limiar de decisão especificado pelo controle de 0,05V, a taxa de ocorrência de falso alarme para este sinal passa então de 0,1% para 0,23%. Mas mesmo assim, serão mantidos estes níveis de ruído até a conclusão do projeto.

Os gráficos das funções de decisão para cada sensor com o nível de ruído simulado são apresentados nas Figuras 6.10 , 6.11 e 6.12. Notar que os níveis de ruído para os sinais gerados pelas funções de decisão  $\eta_{q|q}$  e  $\eta_{\theta|\theta}$  apresentam uma relação sinal ruído muito baixa, dificultando determinar um valor de limiar de decisão para confirmação de falha no sensor. Portanto, foram projetados novos geradores de resíduos para estes sinais para gerar os pulsos de gatilhamento dos blocos “S-R Flip Flop”.

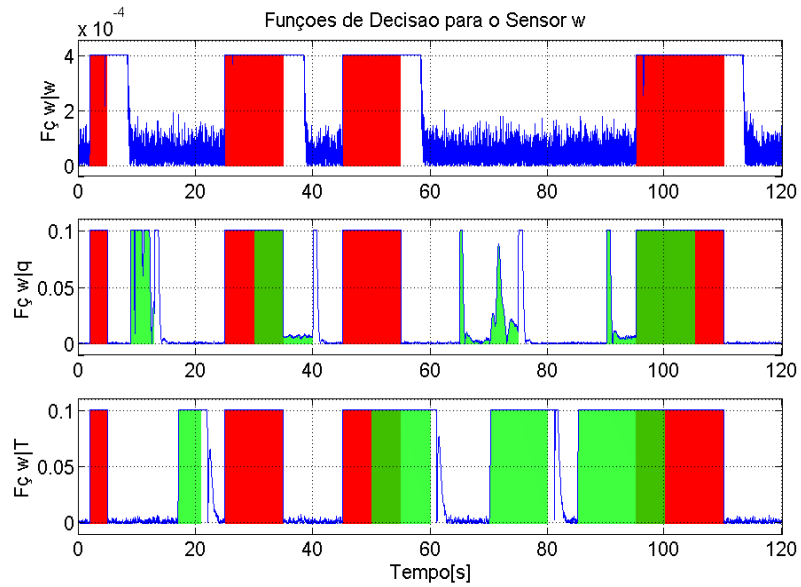


FIGURA 6.10 – Funções de decisão para o sensor w para o novo conjunto de pólos.

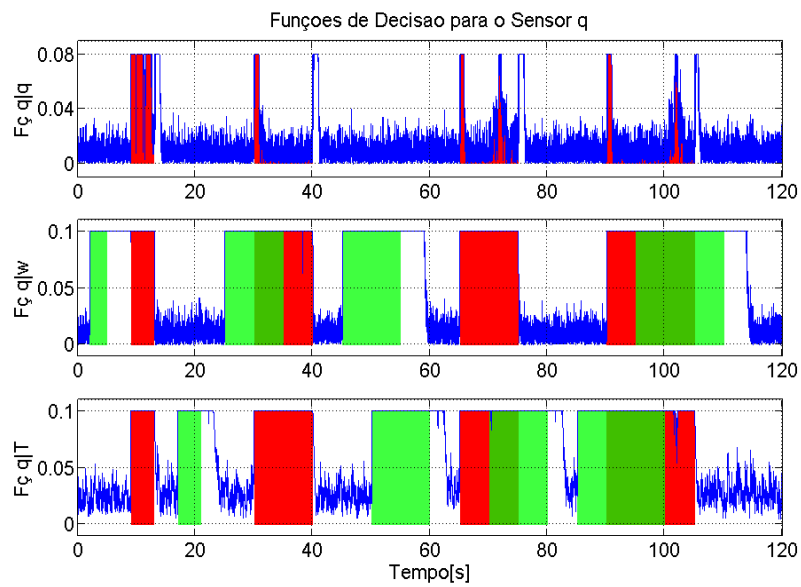


FIGURA 6.11 – Funções de decisão para o sensor q para o novo conjunto de pólos.

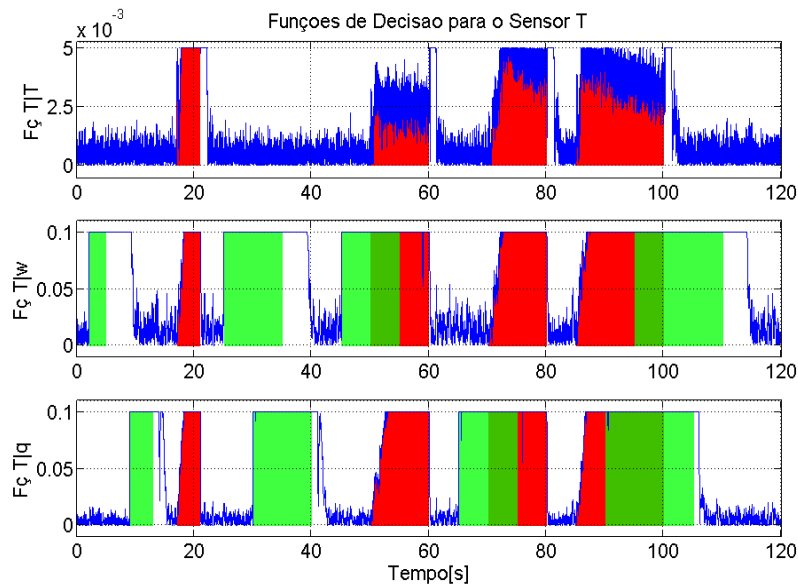


FIGURA 6.12 – Funções de decisão para o sensor  $\theta$  para o novo conjunto de pólos.

#### 6.4 Observadores Identidade para Geração de Pulsos

Como visto anteriormente, a influência do ruído nos sensores apresentam um nível muito alto nas funções de decisão  $\eta_{q|q}$  e  $\eta_{\theta|\theta}$ , o que dificulta a identificação destes sinais. Como os sinais estimados:  $(w|w)$ ,  $(q|q)$  e  $(\theta|\theta)$  são somente utilizados como pulsos de gatilhamento dos blocos “S-R Flip Flop”, estes sinais podem ser gerados por observadores com dinâmica mais lenta do que a do observador de modo a aumentar a relação sinal-ruído. Para isto, foram escolhidos os pólos:  $\{-2,4; -2,5; -2,6\}$  para estes observadores. Na Figura 6.13 é apresentado o diagrama de bloco do banco de observadores com inclusão destes observadores adicionais. Como os resíduos gerados por estes observadores são utilizados somente como pulso de confirmação de falha no sensor, eles que são chamados de:  $P_w$ ,  $P_q$  e  $P_{\theta}$  (representados pelas conexões Pulso w, Pulso q e Pulso T nos diagramas de blocos desenvolvidos no Simulink).

Na Tabela 6.8 são apresentados os ganhos dos observadores identidade de Luenberger para a geração de pulsos de confirmação de falhas nos sensores.

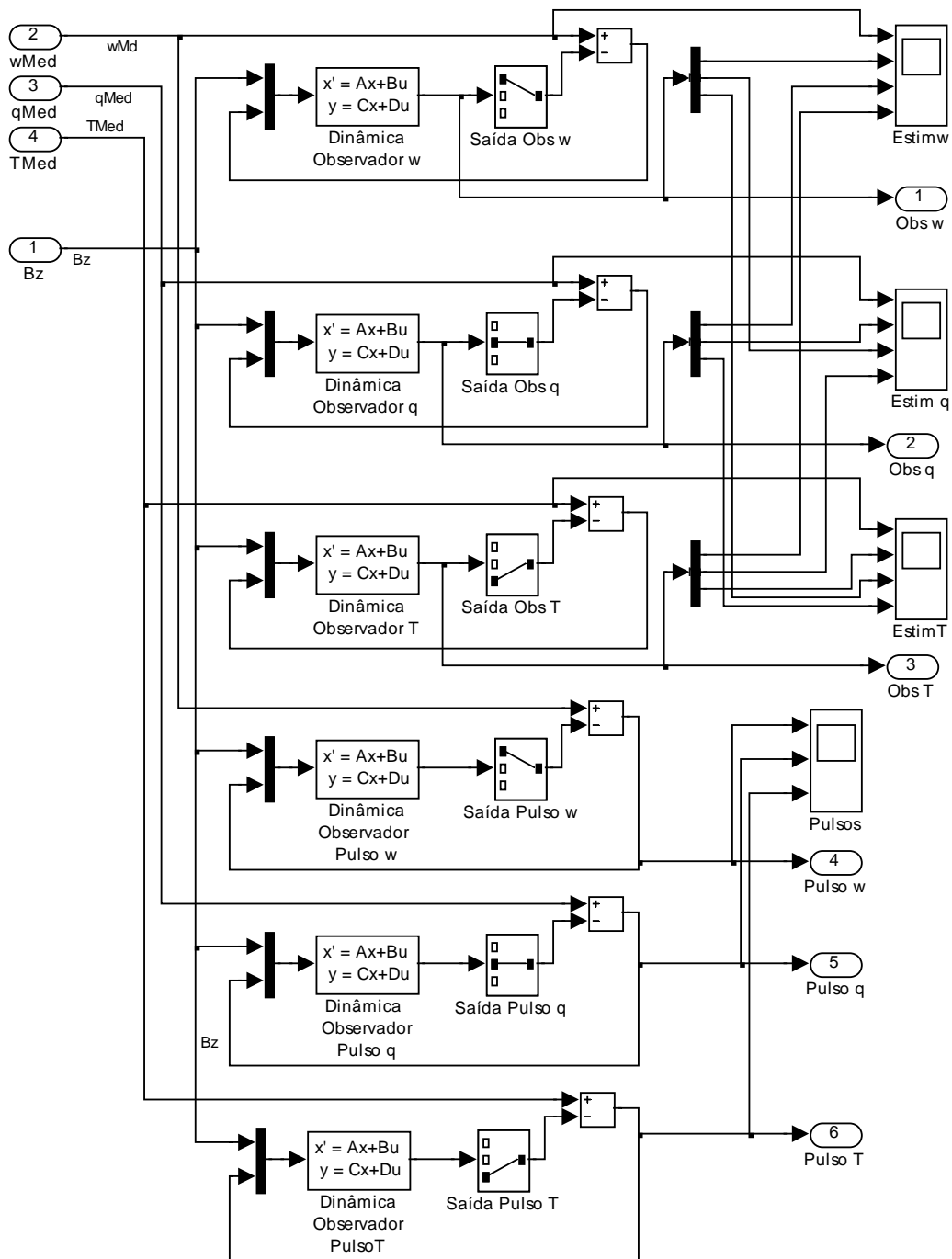


FIGURA 6.13 – Diagrama de blocos do banco de observadores para a estrutura DOS com inclusão dos observadores para gerar os pulsos de confirmação de falhas nos sensores.

## 6.5 Funções de Decisão para os Pulsos

As funções de decisão para estes pulsos são funções escalares não lineares, como projetadas no Item 5.3, dadas por:

$$\eta_{P_s} = \Xi[|P_s|] = \Xi[|y_s - (y_s|y_{P_s})|f_{e_s}]; \quad s = \{w, q, \theta\} \quad (6.32)$$

Os gráficos dos sinais gerados por estas funções de decisão são apresentados na Figura 6.14 . Notar nestes gráficos que a relação sinal ruído melhorou bastante e consequentemente o atraso para confirmação do início da falha diminuiu. O diagrama de blocos, para uso no Simulink, das funções de decisão, com inclusão das funções para confirmação de falhas nos sensores, é apresentado na Figura 6.15.

TABELA 6.8 – Valores dos parâmetros das matrizes e dos vetores para os observadores para gerar os pulsos de confirmação de falhas nos sensores w, q e  $\theta$ .

Matriz/Vetor	Parâmetros dos Observadores		
$F_w$	-7,5568	544,62	-9,7886
	-0,789225	0,0568	0
	-41,9527	0	0
$G_w$	7,46		
	0,798825		
	41,9527		
$F_q$	-0,0968	-1877,43	-9,7886
	0,0096	-7,4032	0
	0	166,009	0
$G_q$	2422,05		
	7,46		
	-165,009		
$F_\theta$	-0,0968	544,62	-5453,41
	0,0096	0,0568	-23,6755
	0	1	-7,46
$G_\theta$	5443,62173408		
	23,67545024		
	7,46		

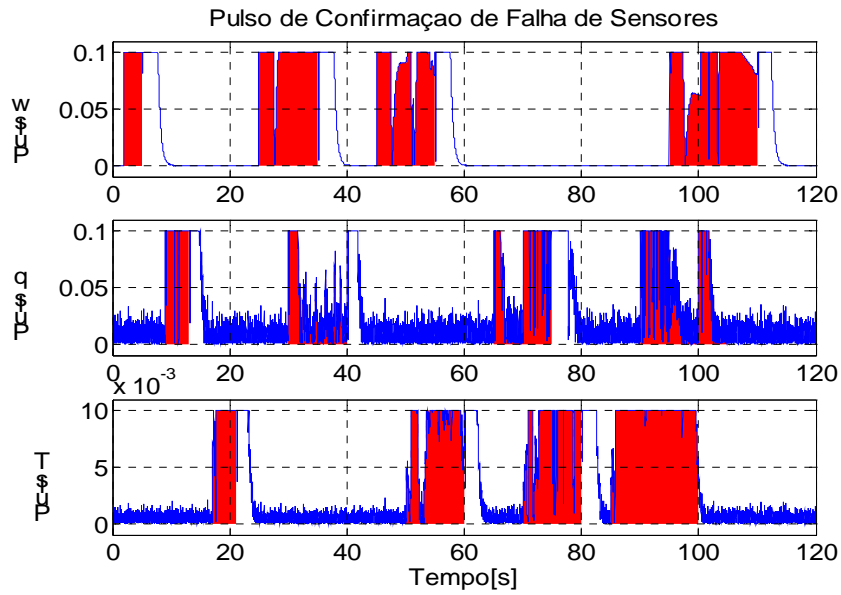


FIGURA 6.14 – Pulsos, em V, de confirmação de falhas nos sensores w, q e T.

### 6.6 Lógica de Decisão

A lógica de decisão também foi alterada para utilização do pulso de confirmação de falhas nos sensores, obtidas através dos observadores identidades de Luenberger adicionais. Como estes sinais apresentam uma relação sinal ruído melhor, os valores dos limiares de decisão para estes pulsos também foram alterados. Na Figura 6.14 , os gráficos dos sinais gerados por estas funções de decisão apresentam saturação na amplitude do sinal. Este valor de saturação é o dobro do valor adotado para o limiar de decisão, que foi obtido por inspeção gráfica de modo a reduzir as taxas de falso alarme e de perda de alarme. As equações da lógica de decisão para estes pulsos são dadas por:

$$\kappa_{Pw} = (\eta_{Pw} \geq L_{Pw}) \quad (6.33)$$

$$\kappa_{Pq} = (\eta_{Pq} \geq L_{Pq}) \quad (6.34)$$

$$\kappa_{P\theta} = (\eta_{P\theta} \geq L_{P\theta}) \quad (6.35)$$

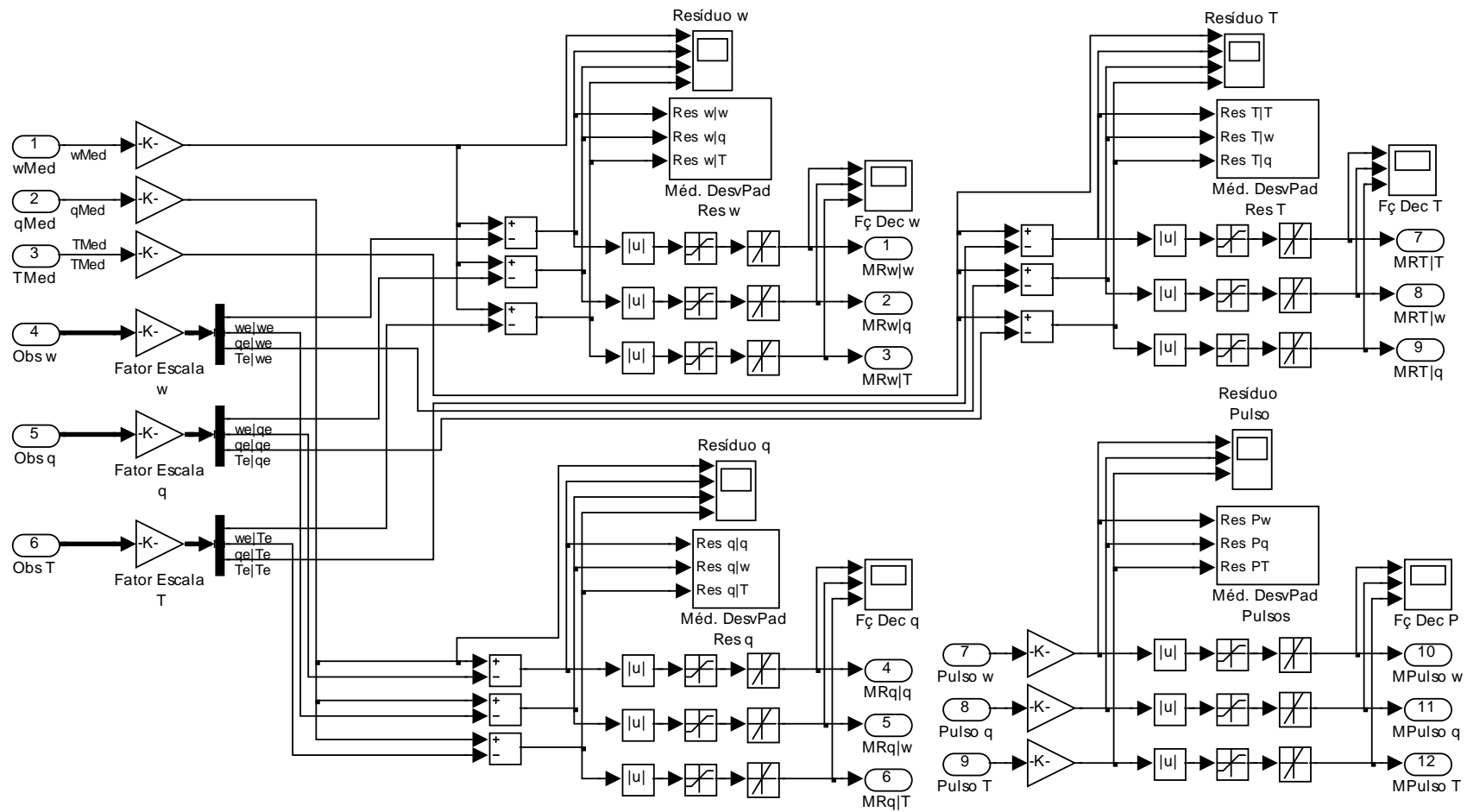


FIGURA 6.15 – Diagrama de blocos das funções de decisão com inclusão das funções de confirmação de falhas nos sensores.

A lógica de decisão necessita também selecionar os sinais redundantes com melhor qualidade de informação. Este sinal é obtido da Tabela 6.4 , selecionando o sinal redundante cujo resíduo apresenta menor desvio padrão, sendo então montadas as Tabelas 6.9 , 6.10 e 6.11 com a lógica para seleção do sinal redundante para cada sensor.

Um outro aspecto sobre qualidade da informação do sinal deve ser considerado quando há uma falha intermitente e o sensor volta a funcionar. Neste caso, como o observador controlado por este sensor tem um tempo para acomodação ao seu estado normal, durante este tempo o sinal estimado apresenta um erro que é reduzido gradativamente. O subsistema de lógica de decisão deve também testar quando o observador começa a fornecer estimativas corretas das medidas. Este teste é feito utilizando as funções de decisão dos resíduos:  $w - (w|w)$ ,  $q - (q|q)$  e  $\theta - (\theta|\theta)$  para identificar quando os respectivos observadores estão fornecendo valores estimados dentro da margem de erro especificado pelo subsistema de controle. Estes valores devem também estar acima do nível de ruído para que não haja indicação de falso alarme para quanto a qualidade de informação dos observadores

TABELA 6.9 – Lógica de seleção do sinal redundante para o sensor  $w$ .

Lógica de Decisão para $w$			Sinal Selecionado	Sinal para Seleção da Lei de Controle
Falha $W$	Falha Obs $q$	Falha Obs $\theta$		
0	0	0	$w$	0
0	0	1	$w$	0
0	1	0	$w$	0
0	1	1	$w$	0
1	0	0	$w q$	1
1	0	1	$w q$	1
1	1	0	$w \theta$	2
1	1	1	$w_a$	3



TABELA 6.10 – Lógica de seleção do sinal redundante para o sensor  $q$ .

Lógica de Decisão para $q$			Sinal Selecionado	Sinal para Seleção da Lei de Controle
Falha $q$	Falha Obs $w$	Falha Obs $\theta$		
0	0	0	$q$	0
0	0	1	$q$	0
0	1	0	$q$	0
0	1	1	$q$	0
1	0	0	$q w$	1
1	0	1	$q w$	1
1	1	0	$q \theta$	2
1	1	1	$q_a$	3

TABELA 6.11 – Lógica de seleção do sinal redundante para o sensor  $\theta$ .

Lógica de Decisão para $\theta$			Sinal Selecionado	Sinal para Seleção da Lei de Controle
Falha $\theta$	Falha Obs $w$	Falha Obs $q$		
0	0	0	$\theta$	0
0	0	1	$\theta$	0
0	1	0	$\theta$	0
0	1	1	$\theta$	0
1	0	0	$\theta q$	2
1	0	1	$\theta w$	1
1	1	0	$\theta q$	2
1	1	1	$\theta_a$	3

Notas: o número 1 na coluna Lógica de Decisão indica uma falha no sensor ou no respectivo sinal estimado;

Os valores dos limiares de decisão para estas funções de decisão são obtidos através das Figuras 6.16 , 6.17 e 6.18, no intervalo de tempo quando ocorre somente a falha em um único sensor. Estes valores dos limiares de decisão são os valores do centro da escala vertical dos gráficos  $Res\ w|w$ ,  $Res\ q|q$  e  $Res\ \theta|\theta$ . Notar que estes valores atendem a condição do nível de ruído, mas não atende a condição de erro especificada pelo subsistema de controle, pois o sinal estimado apresenta um erro acima deste valor, que é de 0,05V. Como o teste do limiar de decisão não é suficiente para determinar a qualidade do sinal estimado devido aos ruídos existentes nas informações dos sensores, é necessário ter um atraso no sinal gerado pela função de decisão dos resíduos  $Res\ w|w$ ,

Res  $q|q$  e Res  $\theta|\theta$  quando o sensor passar do estado de falha para o estado normal. Este atraso pode ser obtido acrescentando um saturador e um limitador de taxa de variação decrescente neste sinal, como efetuado no Item 5.3, para colocar o atraso desejado.

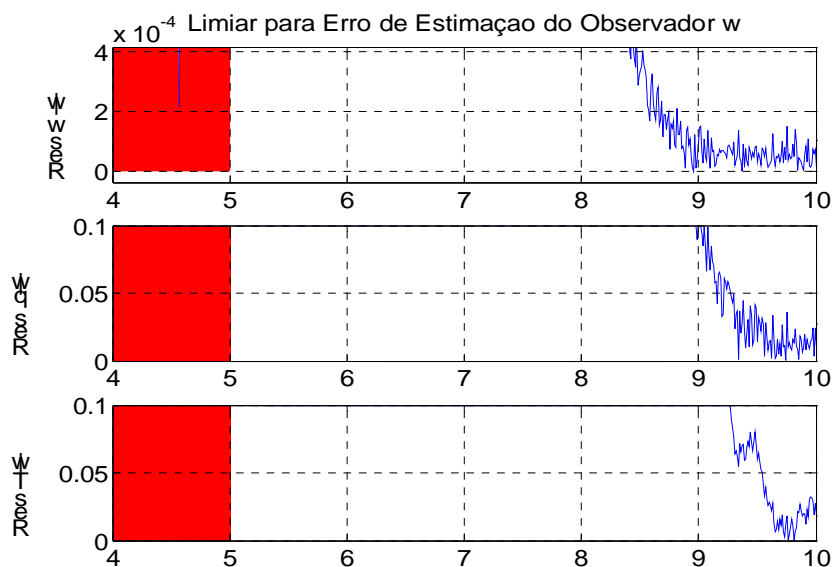


FIGURA 6.16 – Limiares de decisão para determinação de que o observador controlado pelo sensor  $w$  está fornecendo estimativas corretas.

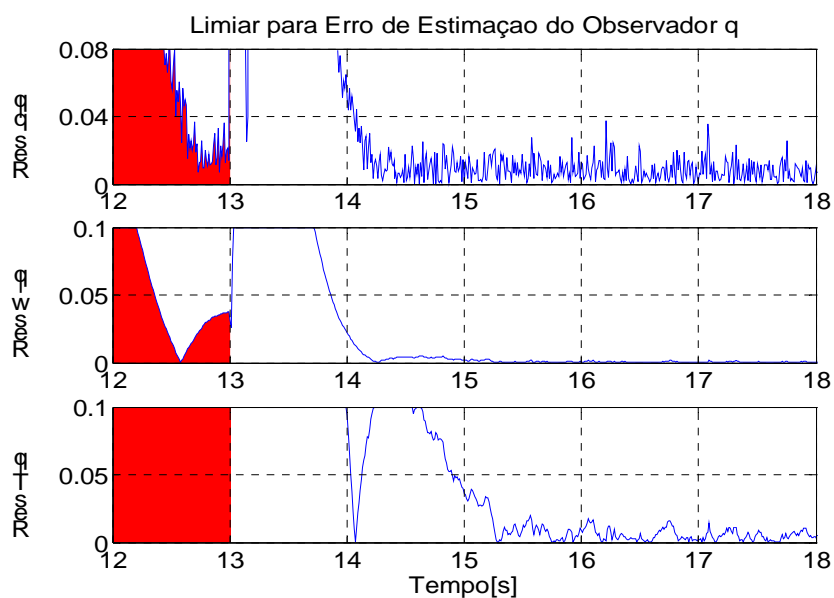


FIGURA 6.17 – Limiares de decisão para determinação de que o observador controlado pelo sensor  $q$  está fornecendo estimativas corretas.

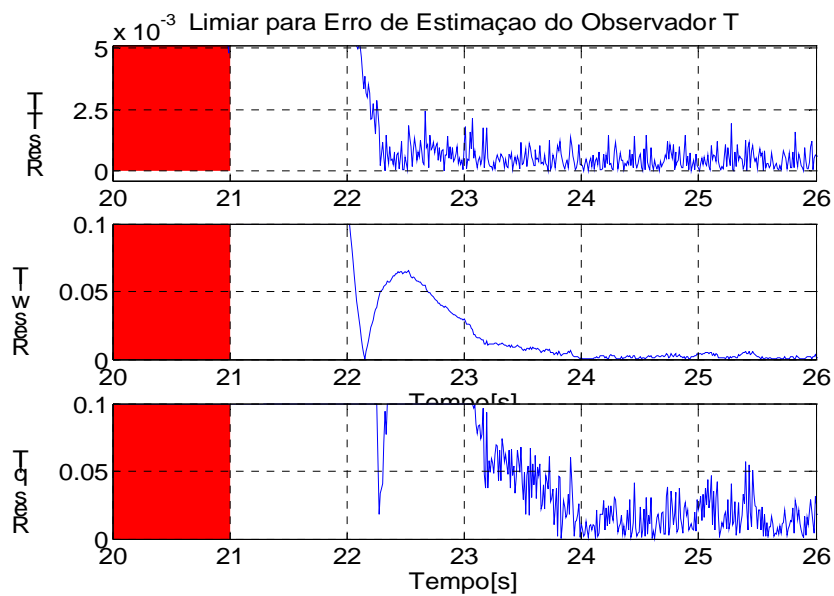


FIGURA 6.18 – Limiares de decisão para determinação de que o observador controlado pelo sensor  $\theta$  está fornecendo estimativas corretas.

Na Tabela 6.12 são apresentados os parâmetros para as não-linearidades das funções de decisão para reconfiguração da lei de controle. O diagrama de blocos, para o Simulink, da lógica de decisão com seleção da lei controle alternativa é apresentado na Figura 6.19.

TABELA 6.12 – Parâmetros para as não-linearidades das funções de decisão.

Sinal	$\eta$	Limitador	$\Delta t$	Razão
$w-(w w)$	0,0002	0,0004	1,00	-0,0002
$w-(w q)$	0,05	0,10	---	---
$w-(w \theta)$	0,05	0,10	0,02	-2,5
$q-(q q)$	0,04	0,08	1,00	-0,04
$q-(q w)$	0,05	0,10	0,17	-0,5
$q-(q \theta)$	0,05	0,10	0,26	-0,19
$\theta-(\theta \theta)$	0,0025	0,005	1,50	-0,0025
$\theta-(\theta w)$	0,05	0,10	0,13	-0,35
$\theta-(\theta q)$	0,05	0,10	0,06	-0,83
$P_w$	0,05	0,10		
$P_q$	0,05	0,10		
$P_\theta$	0,004	0,008		

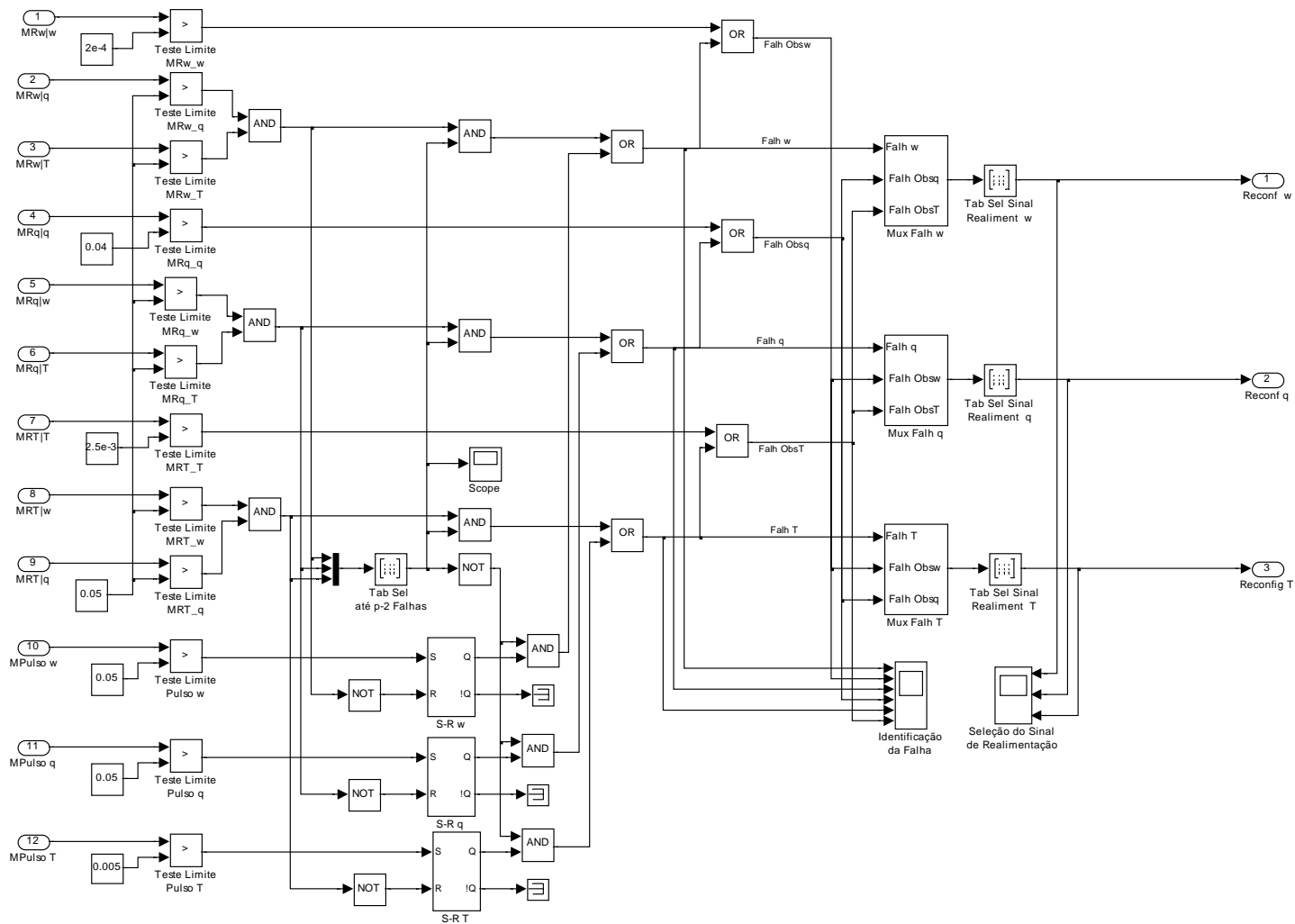


FIGURA 6.19 – Diagrama de blocos da lógica de decisão com seleção da lei de controle.

## 6.7 Modelo Analítico

Outro problema a ser avaliado é quando ocorrem falhas em todos os sensores. Neste caso a planta controlada se tornará instável com qualquer dos sinais de realimentação, fornecido pelos sensores ou pelos observadores. Realmente, neste caso, não há muito o que possa fazer para manter o veículo estável. A única coisa que ainda pode ser tentada é aumentar o tempo de permanência do sistema dentro do seu envelope de controlabilidade, de modo que se pelo menos dois dos sensores voltarem a funcionar, o sistema pode voltar a ser controlado. Para isto foi projetado um modelo analítico da planta que deve seguir o estado da planta enquanto houver algum sensor funcionando e que deve parar de seguir o estado da planta e começar a fornecer uma previsão do estado da planta quando todos os sensores falharem.

Nesta condição, a malha de controle é fechada utilizando o modelo analítico da planta em vez da própria planta. Como o erro de correção do estado do modelo agora é nulo, ele passa da condição de observador para a condição de fazer a previsão do estado da planta em função das entradas de controle.

Uma análise qualitativa entre as diferenças de estado do veículo e do seu modelo analítico, supondo que o modelo matemático do veículo é muito bem conhecido, é de que os sinais fornecidos pelo modelo analítico não apresentam ruído e nem considera as perturbações externas. Estas diferenças no estado aos poucos levam a planta controlada a se tornar instável, mas este processo é mais lento do que se o subsistema de controle utilizar o sinal de realimentação proveniente dos sensores com falhas ou os sinais estimados pelos observadores.

No desenvolvimento do modelo analítico da planta utilizou-se uma variação da técnica para projeto de um observador identidade de Luenberger, descrito no Item 4.5. Como agora são utilizadas todas as informações de sensores, teremos mais liberdade para escolher a matriz da dinâmica do modelo analítico quando ele opera como observador de estado, sendo então escolhida a matriz diagonal com pólos:  $\{-5, -5, -5\}$ .

Através da Equação 4.67 é possível determinar a matriz  $\mathbf{G}$  do ganho do observador, que é dada por:

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 4,9032 & 544,62 & -9,7886 \\ 0,0096 & 5,0568 & 0 \\ 0 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

## 6.8 Reconfiguração da Lei de Controle

Uma vez projetado todos os módulos, é preciso verificar o desempenho do subsistema de controle com reconfiguração da sua lei de controle. Como a função de decisão dos sinais dos sensores, utilizados para realimentação, são testados por uma lógica de decisão, quando houver a falha em algum sensor, o subsistema de controle utiliza este sinal com falha até que seja detectada a falha e feita a devida comutação deste sinal para um sinal com a informação correta. Sendo assim, o subsistema de detecção e identificação de falha deve responder o mais rápido possível.

O diagrama de blocos para a implementação de um subsistema com reconfiguração da lei de controle, no ambiente do Simulink, de acordo com Figura 6.1 é apresentado na Figura 6.20 .

## 6.9 Casos de Falha e seus Resultados

### 6.9.1 Reconfiguração da Lei de Controle sem Ruído nos Sensores

Os sinais fornecidos pelos sensores, os sinais de realimentação e uma comparação do sinal do estado da planta com o do seu modelo analítico, quando é implementado um sistema de DIRFMS, são apresentados nas Figuras 6.21, 6.22 e 6.23. Nestas figuras, os gráficos Sens  $s$  e Real  $s$ , correspondem ao sinal gerado pelo sensor  $s$  e o sinal de realimentação referente a este sensor que é utilizado pelo subsistema de controle. Nestes dois gráficos, a linha contínua representa o sinal fornecido nesta simulação e a linha tracejada representa o mesmo sinal em outra simulação que não foi simulada falhas em sensores. O gráfico  $s_P \times s_A$  apresenta a variável de estado  $s$  da planta, representada pela linha contínua, e a respectiva variável de estado do modelo analítico, representada pela linha tracejada.

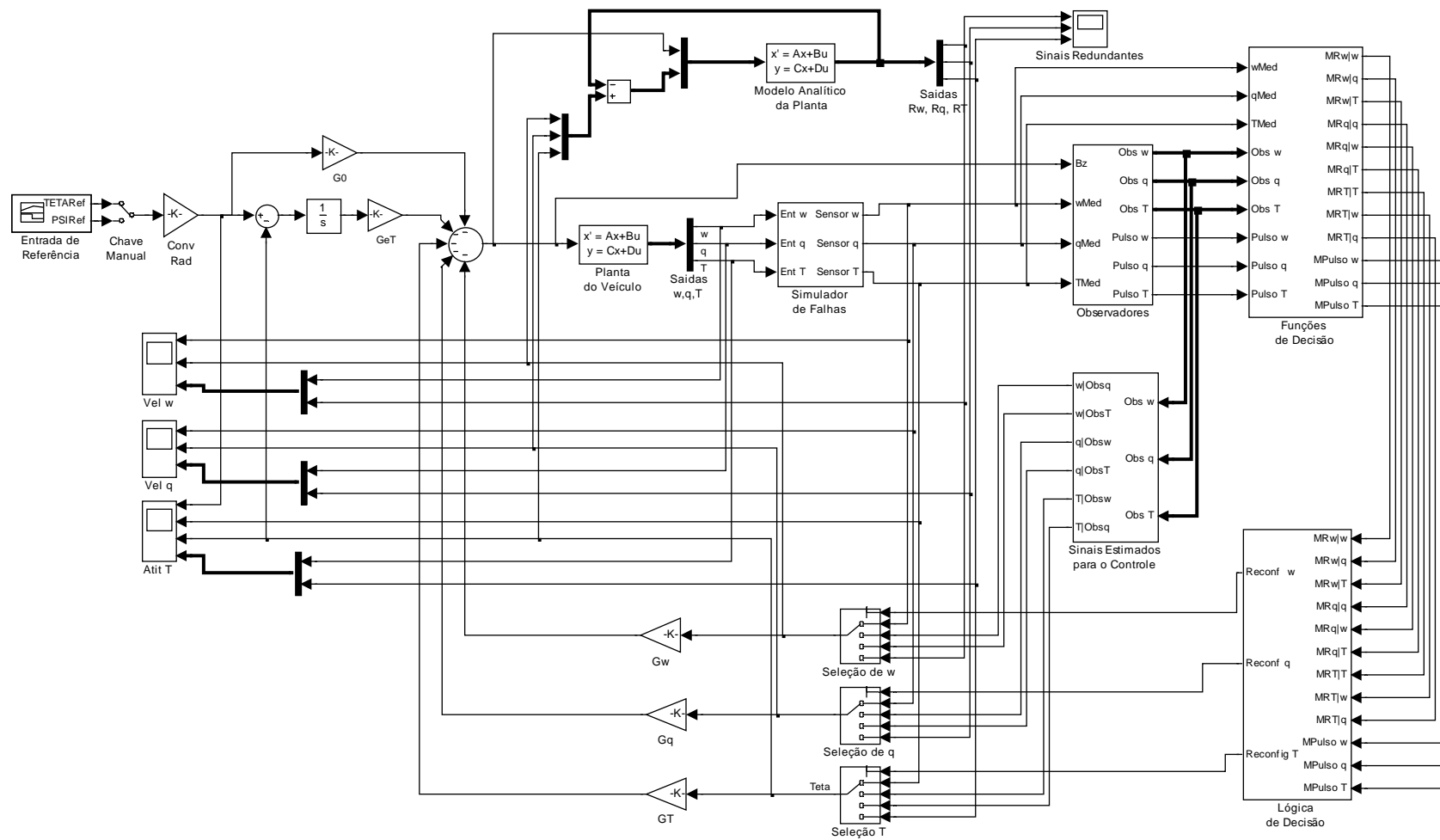


FIGURA 6.20 – Diagrama de blocos de um subsistema com reconfiguração da lei de controle.

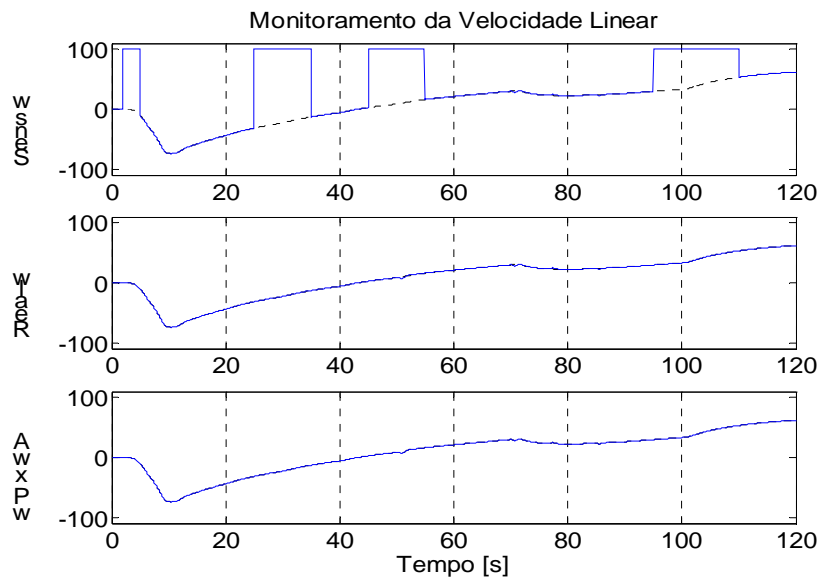


FIGURA 6.21 – Velocidade linear  $w$ , em m/s, da planta quando há falhas múltiplas em sensores sem ruído e há reconfiguração da lei de controle.

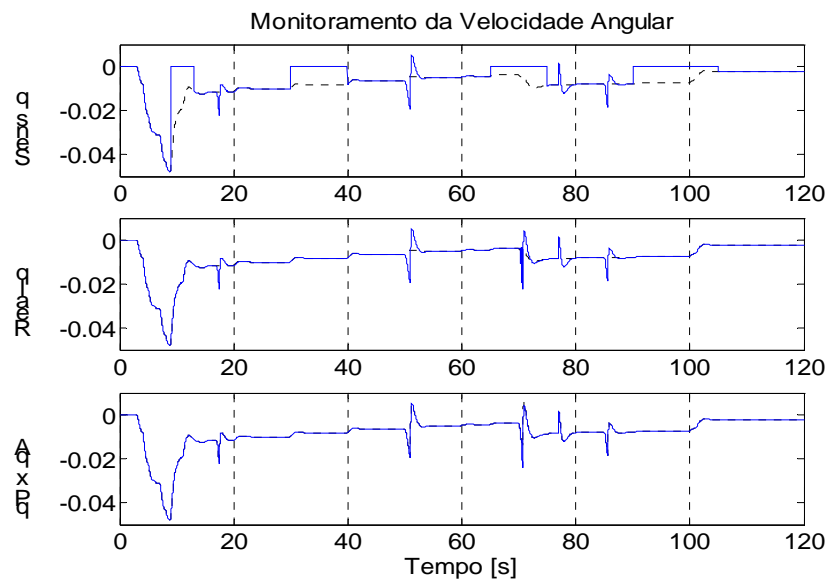


FIGURA 6.22 – Velocidade angular  $q$ , em rad/s, da planta quando há falhas múltiplas em sensores sem ruído e há reconfiguração da lei de controle.



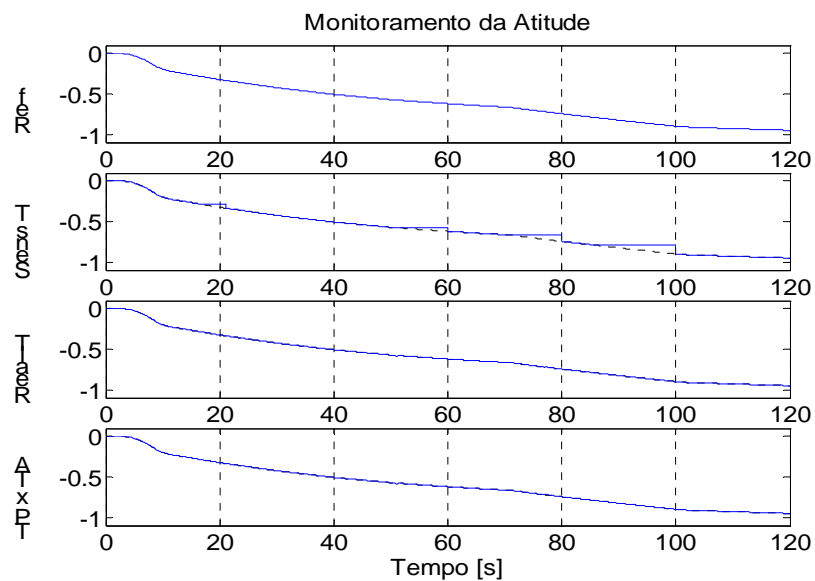


FIGURA 6.23 – Atitude  $\theta$ , em rad, da planta quando há falhas múltiplas em sensores sem ruído e há reconfiguração da lei de controle.

Verifica-se nestas figuras que a planta controlada permaneceu estável mesmo quando houve falhas em todos os sensores. Nota-se na Figura 6.22 que o estado  $q$  da planta é o que sofre maior influência com a reconfiguração da lei de controle, onde aparecem alguns pulsos no início da falha no sensor  $\theta$ . Isto ocorre porque a falha no sensor  $\theta$  é do tipo último valor e, enquanto o sinal gerado pela função de decisão deste respectivo resíduo não ultrapassar o valor do seu limiar de decisão, o subsistema de controle continua utilizando este sinal com falha, fazendo com que o sistema comece a se tornar instável. Após ser detectada a falha neste sensor, como o sistema ainda não saiu do seu envelope de controlabilidade, o subsistema de controle volta a ter controle sobre a planta.

Os sinais de identificação das falhas nos sensores, gráficos  $s$ , e dos observadores, gráficos Obs  $s$ , são apresentados na Figura 6.24. O nível lógico 1 representa o instante que foi detectada a respectiva falha. Nota-se nesta Figura que o subsistema DIRFMS apresenta uma pequena taxa de perda de alarme e de falso alarme, mas isto não causa perda significativa de desempenho da planta controlada. Na Tabela 6.13 são apresentados os respectivos tempos de simulação das falhas e os tempos de sua identificação.

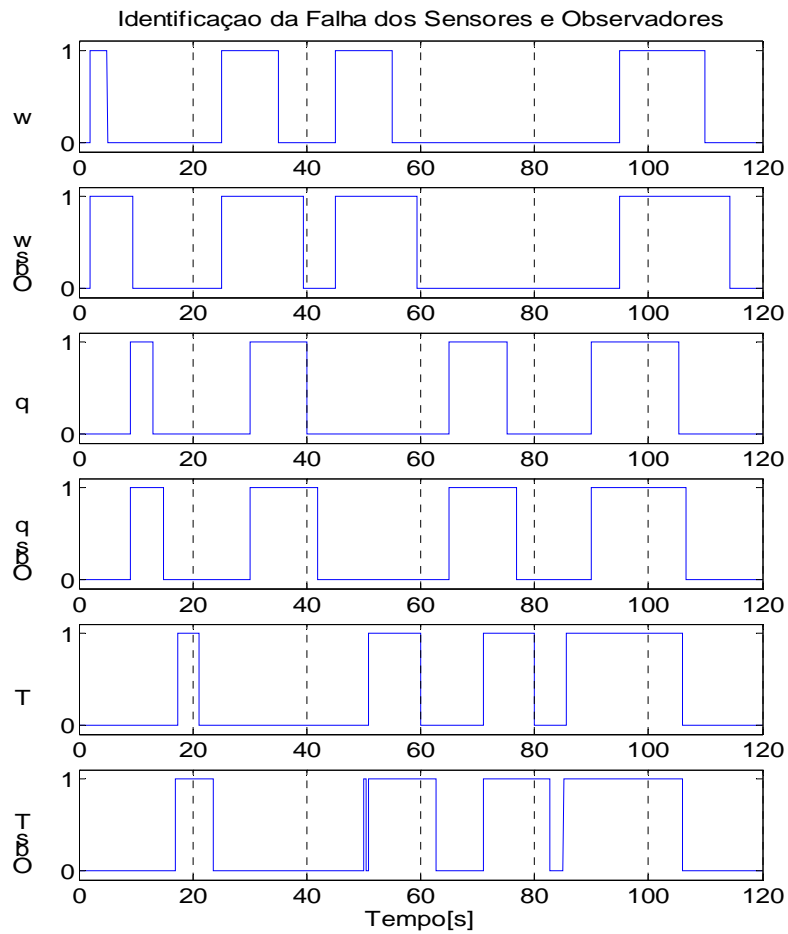


FIGURA 6.24 – Identificação das falhas nos sensores e nos observadores.

TABELA 6.13 – Tipo de falhas e tempos de comutação de estado dos sensores.

Sensor	Tipo de Falha	Tempos de Comutação de Estado [s]		Tempos de Detecção de Estado [s]	
		Falha	Normal	Falha	Normal
w	Fundo de Escala	2	5	2,00	5,00
		25	35	25,00	35,00
		45	55	45,00	55,00
		95	110	95,00	110,00
q	Zero	9	13	9,00	13,10
		30	40	30,00	40,09
		65	75	65,00	75,09
		90	105	90,00	105,26
θ	Fixo	17	21	17,45	21,06
		50	60	50,93	60,06
		70	80	71,08	80,06
		85	100	85,57	105,94

Nota-se na Tabela 6.13 que os tempos de detecção e identificação das falhas múltiplas intermitentes nos sensores estão bem próximos dos tempos simulados para as respectivas falhas. As discrepâncias que aparecem são previstas devido a não linearidade das funções de decisão, ao tipo de falha no sensor  $\theta$  e a ocorrência de falhas em todos os sensores.

Nota-se também que um sistema com reconfiguração da sua lei de controle se torna um robusto as falhas nos sensores, ou seja, tolerante às falhas em sensores. O subsistema de DIRFMS projetado consegue detectar e identificar a ocorrência de falhas em todos os sensores.

O uso do modelo analítico apresentou bom desempenho para ser utilizado para gerar um sinal redundante quando há falhas em todos os sensores, mas quando não há ruído em sua informação, e considerando que o modelo matemático do veículo é muito bem conhecido. Como foi mencionado no projeto do subsistema da lógica de decisão, quando ocorrem falhas em todos os sensores, é necessário que pelo menos dois sensores voltem a funcionar para que o subsistema de DIRFMS volte a se tornar operacional, como ocorreu no tempo de 105,94s, onde houve uma indicação de falso alarme para o sensor  $\theta$ . Mas neste caso isto não foi grave, pois o sinal redundante fornecido pelo modelo analítico consegue fazer a previsão correta do estado da planta.

Os sinais de controle de reconfiguração da lei de controle são apresentados na Figura 6.25 . Os valores da amplitude do sinal em cada gráfico correspondem ao sinal selecionado dado nas Tabelas 6.9 , 6.10 e 6.11.

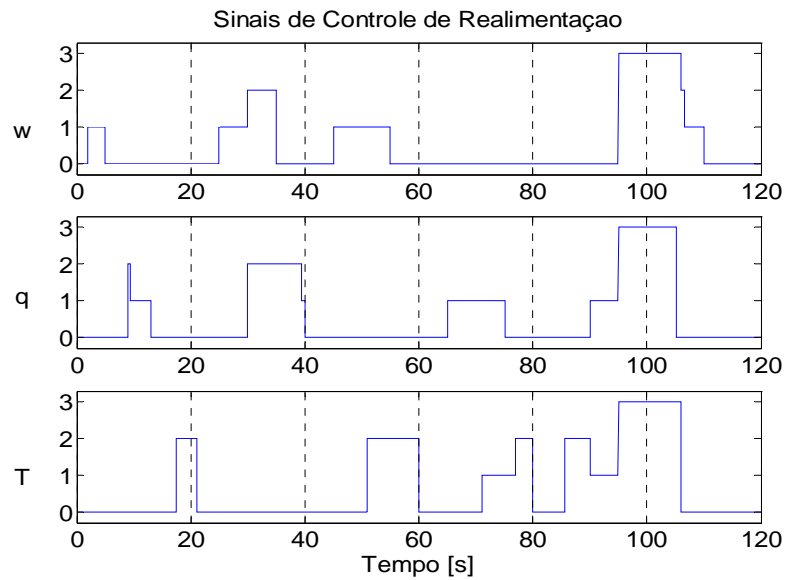


FIGURA 6.25 – Sinais de controle para reconfiguração da lei de controle.

### 6.9.2 Reconfiguração da Lei de Controle com Ruído nos Sensores

O comportamento da planta controlada quando há falhas múltiplas em sensores com ruído e é implementado um subsistema de DIRFMS são apresentados nas Figuras 6.26, 6.27 e 6.28.

Como a informação redundante apresenta um nível de ruído bem maior do que o fornecido pelo próprio sensor, a derivada do ruído do sinal redundante para o sensor  $\theta$  aparece no estado  $q$  da planta, como pode ser visto na Figura 6.27 durante as falhas no sensor  $\theta$ .

A lógica de seleção do sinal redundante é feita pelo sinal com melhor qualidade de informação, pode-se, portanto, observar que os níveis de ruído do sinal redundante para o sensor  $\theta$ , fornecido pelo observador  $q$ , no intervalo de tempo de 50s a 60s, é menor do que o sinal redundante fornecido pelo observador  $w$ , no intervalo de tempo de 70s a 80s.

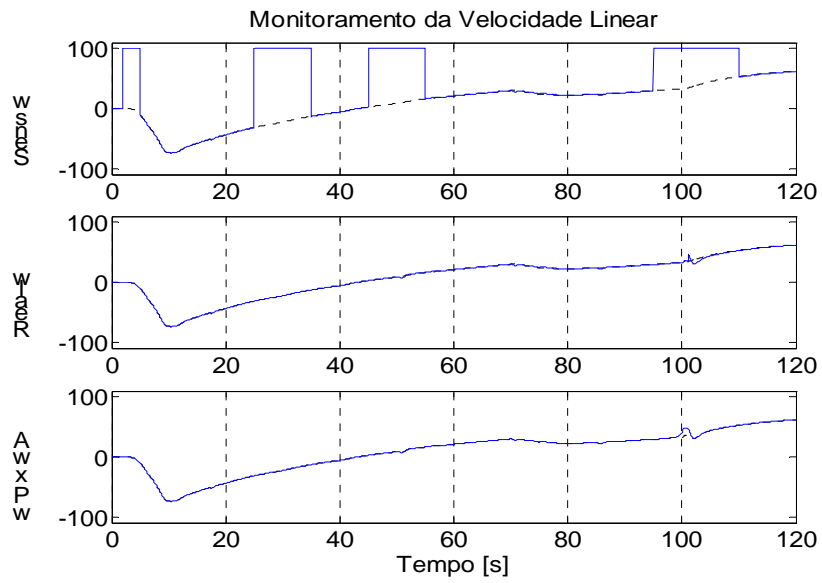


FIGURA 6.26 – Velocidade linear  $w$  da planta, em m/s, para falhas múltiplas em sensores com ruído e reconfiguração da lei de controle.

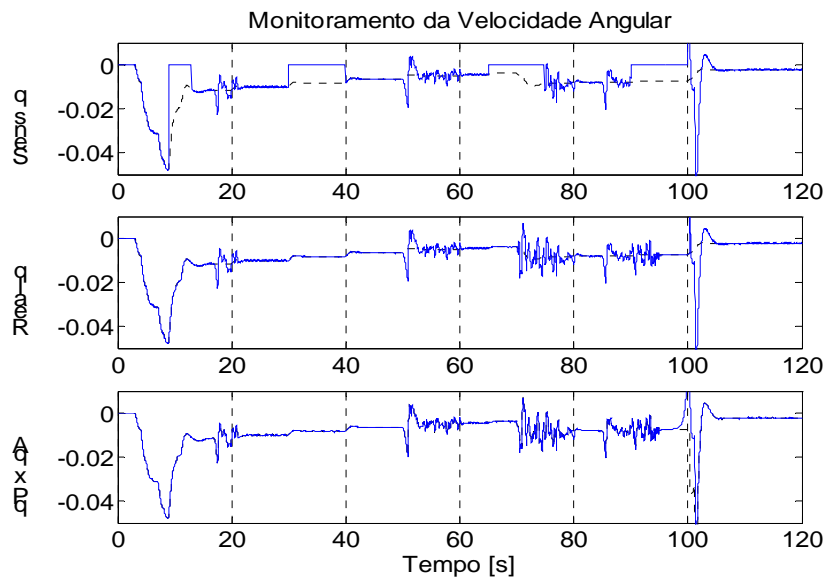


FIGURA 6.27 – Velocidade angular  $q$  da planta, em rd/s, para falhas múltiplas em sensores com ruído e reconfiguração da lei de controle.

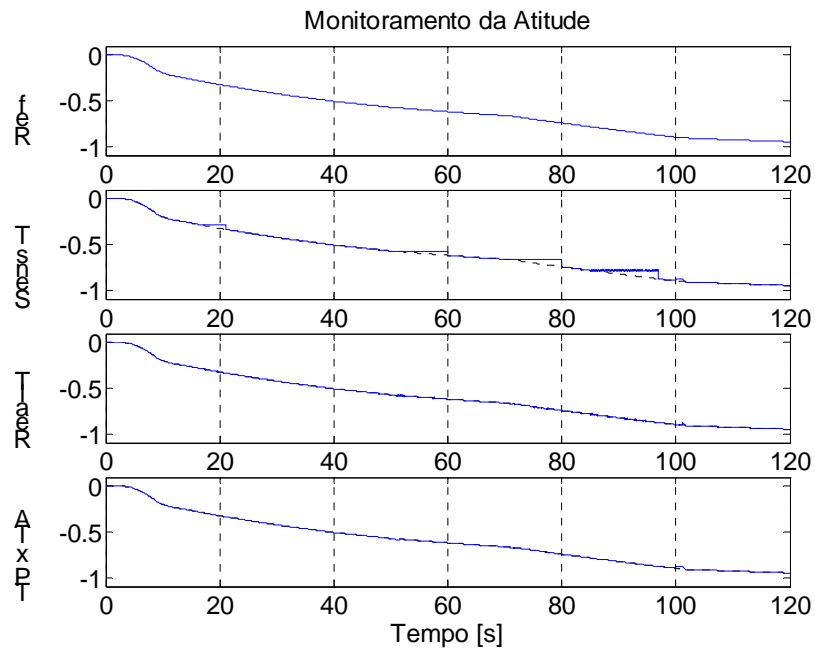


FIGURA 6.28 – Atitude  $\theta$  da planta da planta, em rad, para falhas múltiplas em sensores com ruído e reconfiguração da lei de controle.

Acrescentando ruído nas informações dos sensores também causa outro problema, quando ocorrem falhas em todos os sensores e a informação de realimentação para o subsistema de controle passa a ser fornecida pelo modelo analítico. Notou-se então que a planta controlada se torna instável e, mesmo quando os sensores voltam a funcionar, o subsistema de controle não consegue mais controlar a planta. Fazendo um estudo verificou-se que o início do processo para o sistema se tornar instável começa logo que o subsistema de controle começa a utilizar as informações fornecidas pelo modelo analítico. Isto ocorre porque o modelo analítico apresenta um tempo de acomodação para atingir o estado da planta e como os sensores agora tem ruído, no momento em que ocorre a falha, o modelo analítico apresenta um estado ligeiramente diferente do estado da planta. Como a malha de controle agora é fechada com o modelo analítico, estes comandos são ligeiramente diferentes dos comandos que a planta realmente necessita. Já que a planta é instável, o seu estado começa a divergir pouco a pouco do estado do modelo analítico. Este processo cresce exponencialmente até que chega a um ponto em que o estado da planta sai de seu envelope de controlabilidade e o subsistema de controle não consegue mais controlar a planta.. Foi então efetuada uma alteração do diagrama de tempo das falhas para que a planta não saia do seu envelope de controlabilidade. Foi verificado durante as simulações deste caso de falhas, que o controle

pode utilizar por até 5s as informações do modelo analítico sem que a planta saia do seu envelope de controlabilidade. Sendo assim, o tempo de finalização da última falha no sensor  $q$  passou de 105s para 100s e no sensor  $\theta$  passou de 100s para 97s.

As ampliações dos sinais de monitoramento das velocidades linear e angular e da atitude da planta, quando o subsistema de controle passa a utilizar os sinais fornecidos pelo modelo analítico, são apresentadas nas Figuras 6.29 , 6.30 e 6.31 . Nestas figuras verifica-se que o estado da planta vai gradativamente divergindo do estado do modelo analítico.

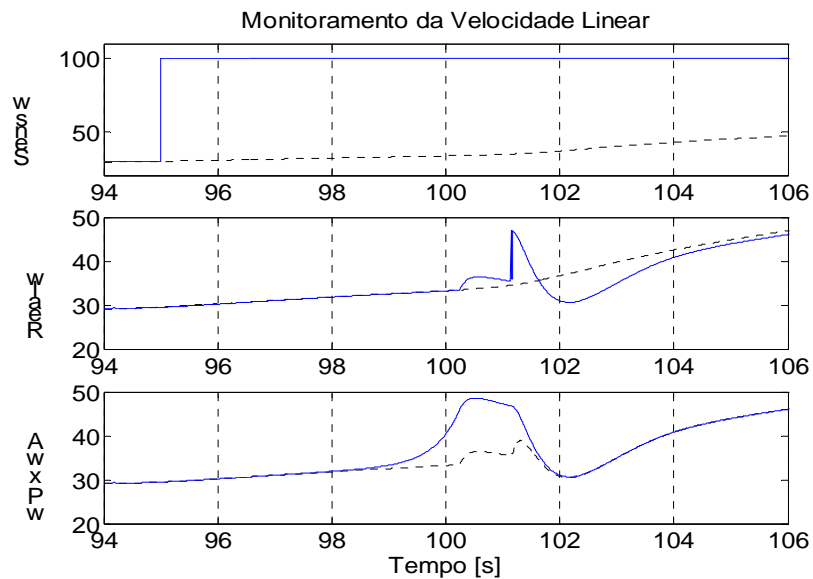


FIGURA 6.29 – Ampliação do sinal de monitoramento da velocidade linear  $w$ , em m/s, quando há falhas em todos os sensores.

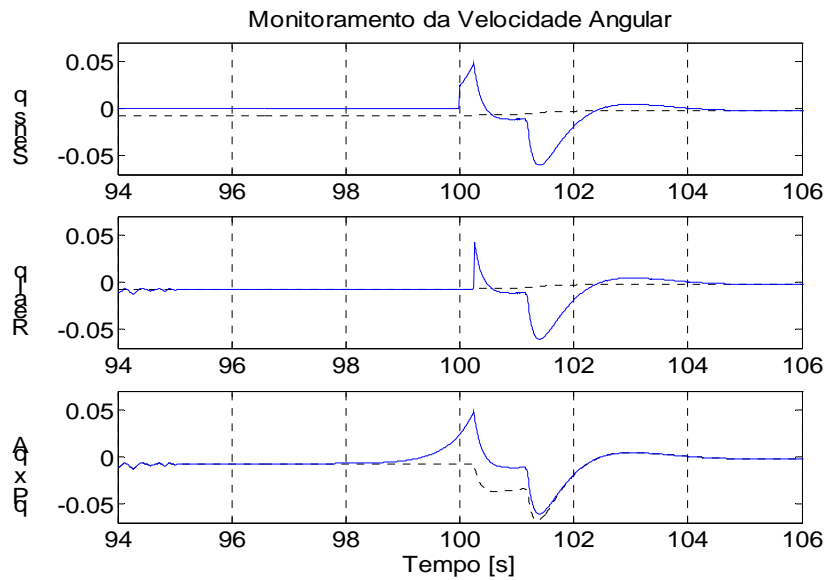


FIGURA 6.30 – Ampliação do sinal de monitoramento da velocidade angular  $q$ , em rad/s, quando há falhas em todos os sensores.

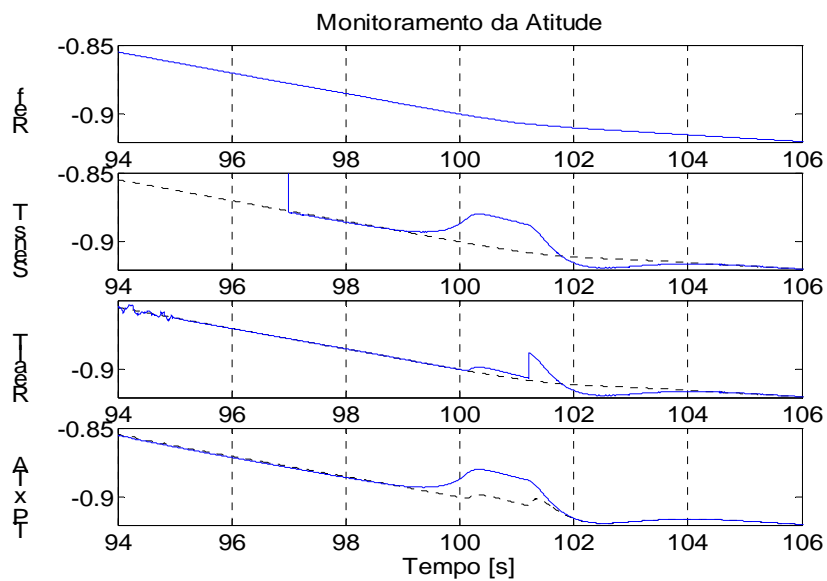


FIGURA 6.31 – Ampliação do sinal de monitoramento da atitude  $\theta$ , em rad, quando há falhas em todos os sensores.

Os resíduos entre o estado da planta e do modelo analítico, logo que ocorrem falhas em todos os sensores, são mostrados na Figura 6.32 . Nesta Figura é mais fácil de verificar o início do processo de divergência do estado da planta em relação a estado do modelo analítico onde a planta controlada começa o seu processo de se tornar instável.



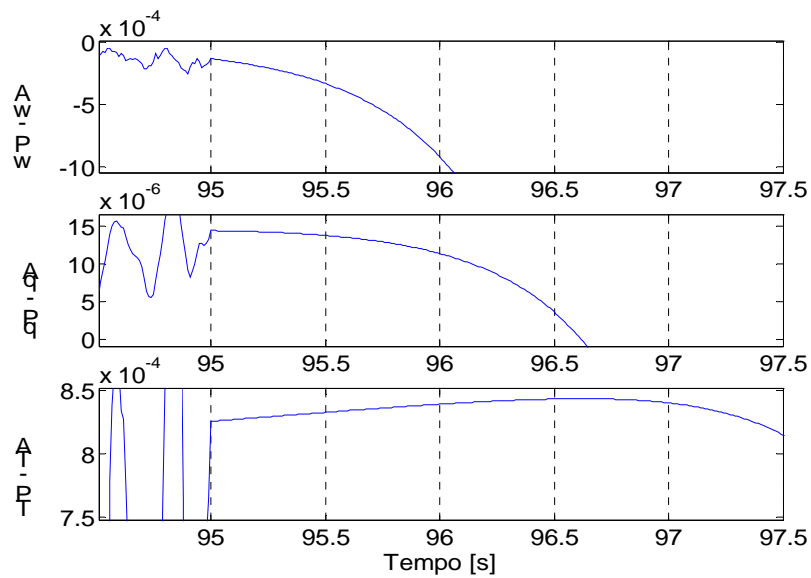


FIGURA 6.32 – Resíduo entre o estado da planta e o estado do modelo analítico, logo que ocorrem falhas em todos os sensores.

Os sinais de identificação das falhas nos sensores e nos observadores são apresentados na Figura 6.33 . Como há ruído nas informações dos sensores, o valor do limiar de decisão para a função de decisão do resíduo  $q - (q|\theta)$  ficou com uma taxa de probabilidade de ocorrência de falso alarme superior a especificada pelo subsistema de controle. Isto causa um o aparecimento de uns pulsos de falso alarme para o sensor q, mas que não afetou muito o estado desejado da planta.

Os sinais de controle de realimentação são apresentados na Figura 6.34 e os tempos de simulação das falhas e os tempos de detecção e identificação das falhas são apresentados na Tabela 6.14. Nesta tabela verifica-se também que o subsistema de DIRFMS apresentou bom desempenho; conseguiu detectar e identificar as falhas simuladas, e reconfigurar a lei de controle, de modo a manter a planta estável.

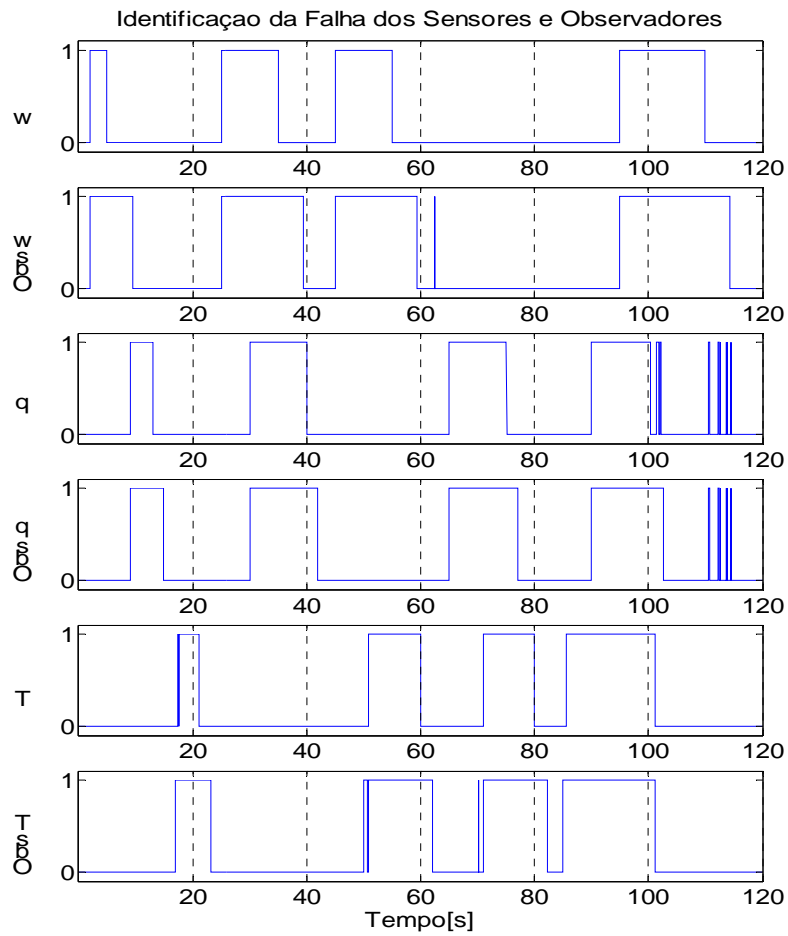


FIGURA 6.33 – Identificação das falhas nos sensores e dos observadores quando há ruído nos sensores.

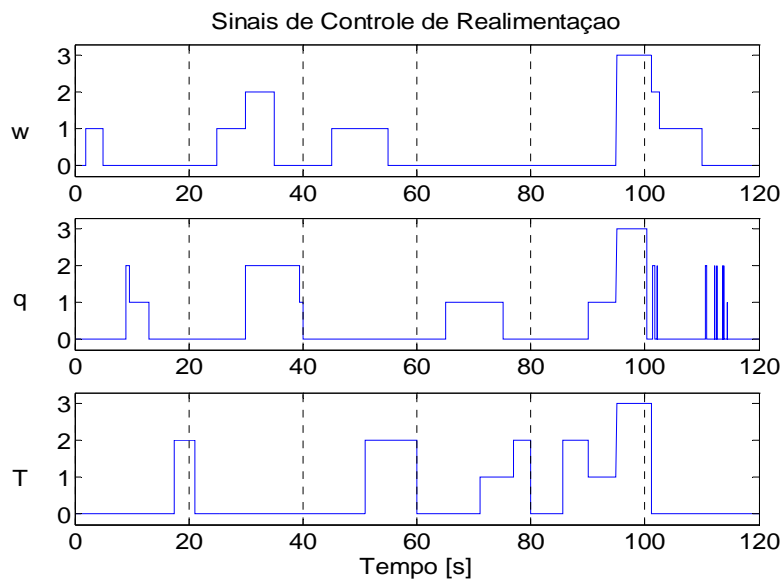


FIGURA 6.34 – Sinais de controle de realimentação quando há ruído nos sensores.

TABELA 6.14 – Tipo de falhas e tempos de comutação do estado dos sensores com ruídos.

Sensor	Tipo de Falha	Tempos de Comutação de Estado [s]		Tempos de Detecção de Estado [s]	
		Falha	Normal	Falha	Normal
w	Fundo de Escala	2	5	2,00	5,00
		25	35	25,00	35,00
		45	55	45,00	55,00
		95	110	95,00	110,00
q	Zero	9	13	9,00	13,10
		30	40	30,00	40,09
		65	75	65,00	75,09
		90	100	90,00	100,26 <sup>(1)</sup>
θ	Fixo	17	21	17,46 <sup>(2)</sup>	21,06
		50	60	50,93	60,06
		70	80	71,08	80,06
		85	97	85,65	101,22

(1) 101,41s a 114,52s alguns pulsos de alarme falso

(2) 17,49s a 17,54s perda de alarme devido à falha do tipo último valor

### 6.9.3 Reconfiguração da Lei de Controle para o Sinal de Referência do Plano de Guinada

Para verificar o comportamento do subsistema de DIRFMS com outra condição de teste, foi utilizado um sinal de referência semelhante ao que pode ser usado para o plano de guinada. Para este caso foi alterado também os tipos de falhas, sendo simulado agora dois tipos de falhas incipientes e intermitentes nos sensores: deriva de “offset” para o sensor q e deriva de fator de escala para o sensor θ; sendo que a última falha no sensor θ foi considerada como falha permanente, ou seja, permanece até o fim da simulação. Os tipos de falhas e os tempos de comutação do estado dos sensores são apresentados na Tabela 6.15 .

TABELA 6.15 – Tipos de falhas incipientes e tempos de comutação do estado dos sensores.

Sensor	Tipo de Falha	Tempos de Comutação de Estado [s]	
		Falha	Normal
q	Deriva de “Offset” (Valor = 2%)	10	30
		80	100
θ	Deriva de Fator de Escala (Valor = 1%)	40	60
		70	---

Os gráficos do comportamento da planta controlada, para falhas múltiplas incipientes nos sensores com ruído, e com um subsistema de DIRFMS são apresentados nas Figuras 6.35, 6.36 e 6.37.

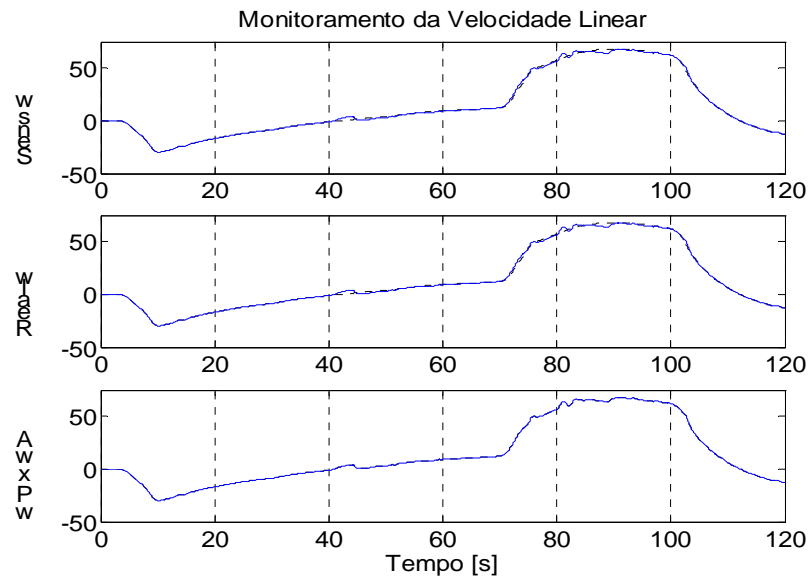


FIGURA 6.35 – Velocidade linear  $w$  da planta controlada, em m/s, com falhas múltiplas nos sensores com ruído, para a entrada de referência do plano de guinada.

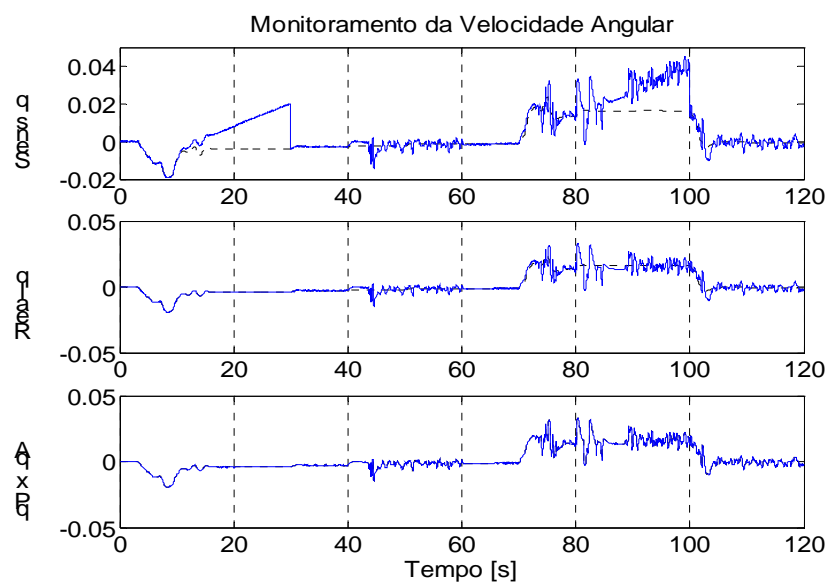


FIGURA 6.36 – Velocidade angular  $q$  da planta controlada, em rad/s, com falhas múltiplas nos sensores com ruído, para a entrada de referência do plano de guinada.

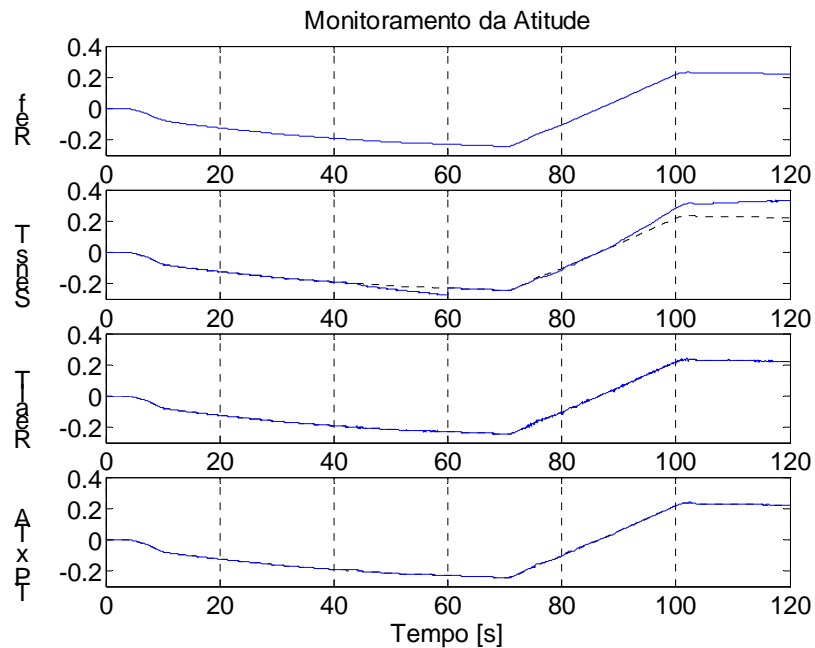


FIGURA 6.37 – Ângulo de arfagem  $\theta$  da planta controlada, em rad, com falhas múltiplas nos sensores com ruído, para a entrada de referência do plano de guinada.

Os sinais de identificação das falhas nos sensores e nos observadores são apresentados na Figura 6.38. Nesta Figura vemos que há algumas perdas de alarme, mas estas perdas de alarme não são críticas, pois como foram simuladas falhas do tipo incipiente, os valores fornecidos pelo sensor no início da falha são bem próximos ao valor que deveria ser fornecido caso não houvesse falha no sensor. Há também perdas de alarme para o sinal do sensor  $\theta$ , no intervalo de tempo aproximado de 80s a 90s. Esta perda de alarme ocorre devido à falha ser do tipo fator de escala e as medidas fornecidas pelo sensor estão próximas do valor zero, de modo que o sinal do sensor com falha é muito próximo do valor que seria fornecido caso não tivesse ocorrido a falha.

Os tempos de simulação das falhas e os respectivos tempos de detecção são apresentados na Tabela 6.16. Como as falhas são do tipo incipiente, os tempos indicados na tabela são referentes ao primeiro instante em que foi identificada a falha, pois devido à dinâmica da planta e ao ruído nos sensores, o sinal gerado pelas funções de decisão pode oscilar próximo do valor do limiar de decisão, quando teremos então algumas perdas de alarme.

Os sinais de controle de realimentação para falhas incipientes em sensores com ruído, utilizando o sinal de referência para o plano de guinada são apresentados na Figura 6.39.

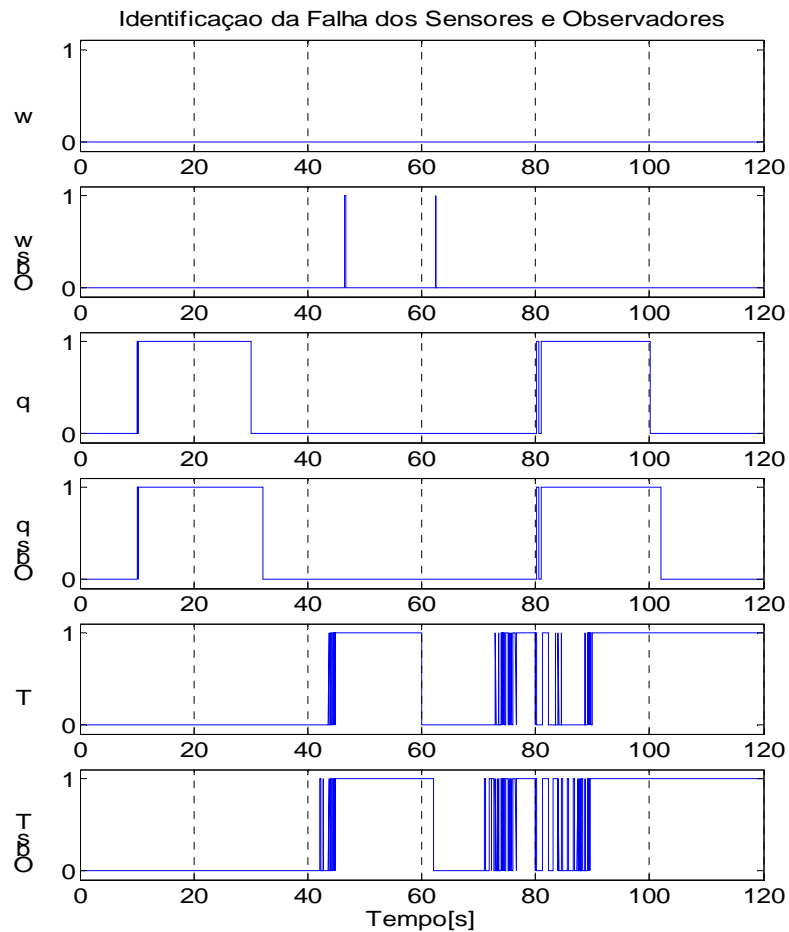


FIGURA 6.38 – Identificação das falhas nos sensores e nos observadores, quando há ruído nos sensores, para o sinal de referência de guinada.

TABELA 6.16 – Tipos e tempos de ativação das falhas e tempos de detecção das falhas nos sensores, quando há ruído nos sensores.

Sensor	Tipo de Falha	Tempos de Comutação do Estado [s]		Tempos de Detecção do Estado [s]	
		Falha	Normal	Falha	Normal
q	Deriva de “Offset” (Valor = 2%)	10	30	10,14	30,10
		80	100	80,17	100,10
θ	Deriva de Fator de Escala (Valor = 1%)	40	60	43,68	60,06
		70	---	72,99	---

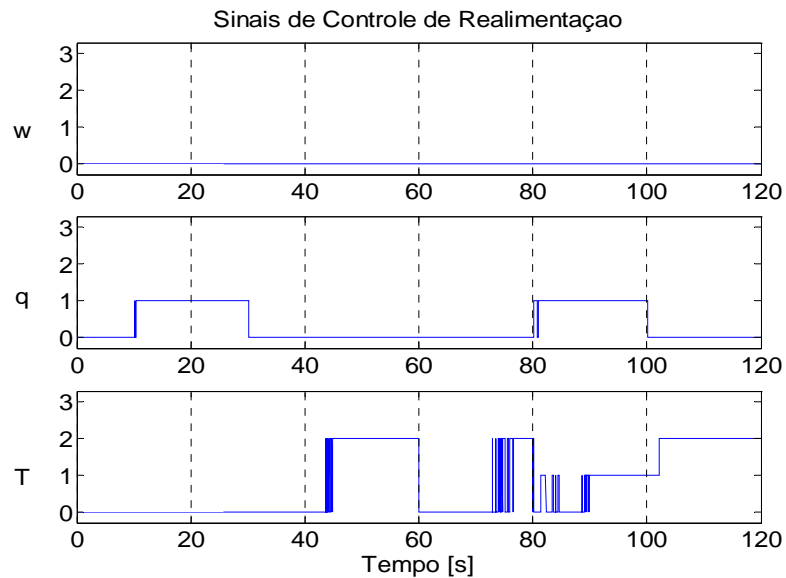


FIGURA 6.39 – Sinais de controle de realimentação para falhas incipientes, em sensores com ruído, para o sinal de referência de guinada.

### 6.10 - Falhas em Atuadores, Variações de parâmetros da Planta e Perturbações Externas Agindo no Sistema

O objetivo deste trabalho é desenvolver uma técnica para a detecção, identificação e reconfiguração de falhas múltiplas em sensores em um SLIT, utilizando a abordagem da redundância analítica. Como a ênfase é dada em sensores, os termos referentes às falhas em atuadores e às variações de parâmetros e perturbações externas agindo na planta foram considerados nulos. As falhas destes outros componentes fogem ao escopo deste trabalho, mas, uma vez projetado o subsistema desejado, verificaremos a influência destes termos no desempenho do subsistema de DIRFMS.

Da Equação 3.2 da planta com falhas estruturadas:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + B[u + f_a] + \Delta Ax + Ed \\ y &= Cx + f_s \end{aligned} \tag{6.36}$$

, e da Equação 4.62 para o observador identidade de Luenberger:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} &= F\hat{x} + Gy + Hu \\ \hat{y} &= C\hat{x} \end{aligned} \tag{6.37}$$

Substituindo as Equações 6.36 e 6.37 na Equação 4.65 da dinâmica do erro, obtemos:

$$\dot{e} = Fe + (A + \Delta A - F - GC)x + (B - H)u + Bf_a + Ed - Gf_s \quad (6.38)$$

Aplicando as Equações 4.67 e 4.68 na Equação 6.38 temos:

$$\dot{e} = Fe + \Delta Ax + Bf_a + Ed - Gf_s \quad (6.39)$$

Da Equação 6.39 pode-se verificar que o observador também recebe influência das falhas em atuadores ( $f_a$ ), variações de parâmetros ( $\Delta A$ ) e perturbações externas na planta ( $d$ ), os quais podem causar falso alarme ou perda de alarme para os sensores.

As falhas em atuadores e as perturbações externas são entradas de eventos distintos que afetam o estado da planta, mas que têm influências proporcionais a  $B$  e a  $E$ . Já as variações de parâmetros da planta afetam a sua dinâmica e conseqüentemente o seu estado. Portanto, apresentando dois casos de falha de componentes: falhas em atuadores e variações de parâmetros da planta; poderemos ter uma idéia da influência destes termos na detecção e identificação de falhas em sensores. Não serão consideradas as influências de ruídos nos sensores.

### 6.10.1 Falhas no Atuador

A planta em questão apresenta somente uma entrada de controle, portanto, a falha no atuador foi simulada como sendo uma falha do tipo deriva de “offset”, com valor aleatório que permanece constante (“random bias”), e é ativada no tempo de 1s após o início da simulação. Para inserir esta falha foi acrescentado um somador a entrada de controle do diagrama de blocos da Figura 6.20 , como mostra a Figura 6.40. O sinal de referência utilizado, para gerar o sinal de controle, é o do plano de arfagem, como mostrado na Figura 3.8 .



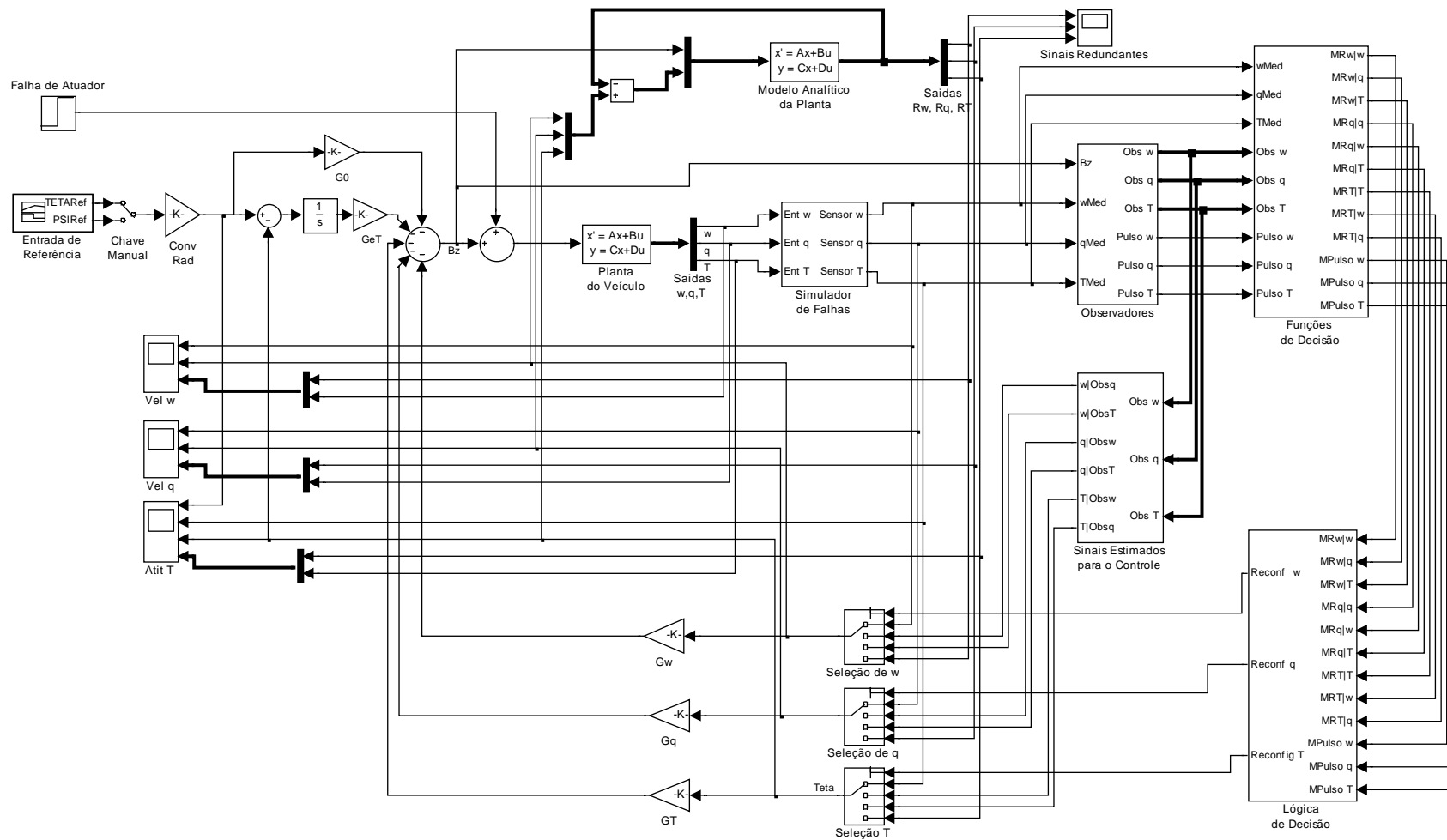


FIGURA 6.40 – Diagrama de blocos de um sistema com reconfiguração da lei de controle e com acréscimo da falha em atuador.

Inicialmente, é simulada uma falha no atuador do tipo “offset”, com valor constante de  $0,005^\circ$ . Este valor corresponde a um valor de limiar em que o subsistema de DIRFMS apresenta uma taxa de falso alarme muito pequena. Em cada uma das Figuras 6.41, 6.42 e 6.43 são apresentados, respectivamente, os sinais referentes a cada uma das variáveis de estado:  $w$ ,  $q$  e  $\theta$ . Em cada Figura temos os sinais fornecidos pelos sensores, os sinais de realimentação, e uma comparação do sinal do estado da planta com o sinal do seu modelo analítico (linha tracejada). Os sinais fornecidos pelos sensores e os sinais de realimentação são plotados sobre uma curva tracejada, referente aos respectivos sinais obtidos quando não há falhas de componentes. Os gráficos dos sinais de reconfiguração da lei de controle são apresentados na Figura 6.44. Nota-se nestes gráficos que, no instante de ocorrência da falha, houve um pulso de falso alarme para o sensor  $\theta$ , sendo então utilizada a sua respectiva informação redundante durante este pulso

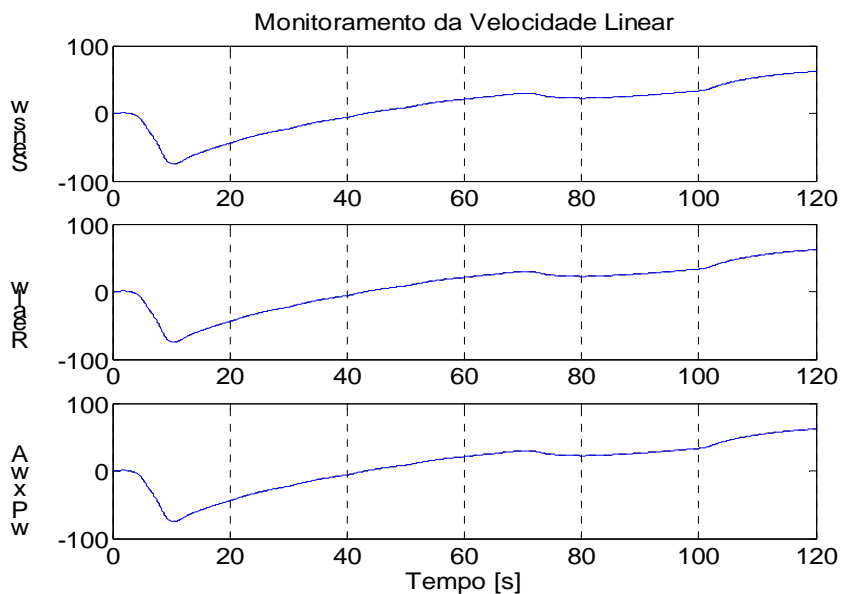


FIGURA 6.41 – Velocidade linear  $w$  da planta, em m/s, quando há falha no atuador do tipo “offset”, com valor de  $0,005^\circ$ .

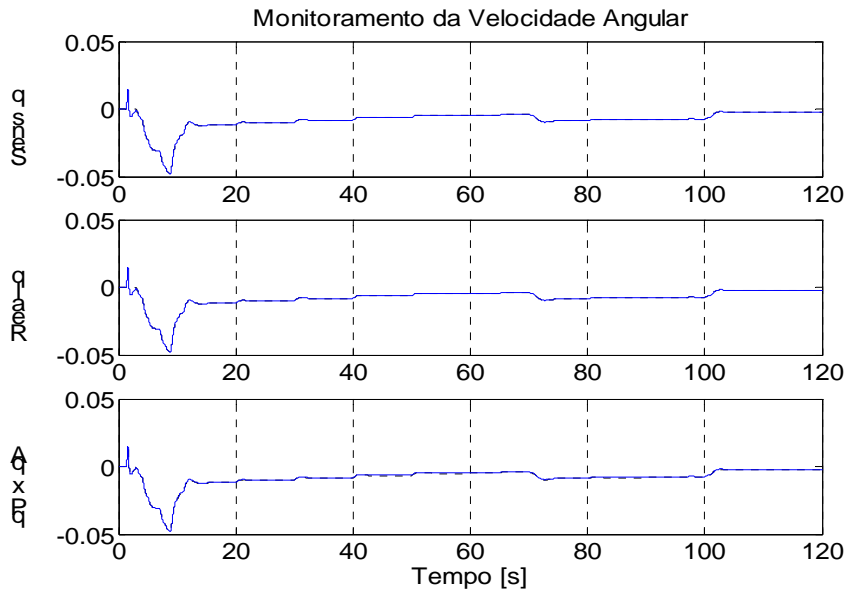


FIGURA 6.42 – Velocidade angular  $q$  da planta, em rad/s, quando há falha no atuador do tipo “offset”, com valor de  $0,005^\circ$ .

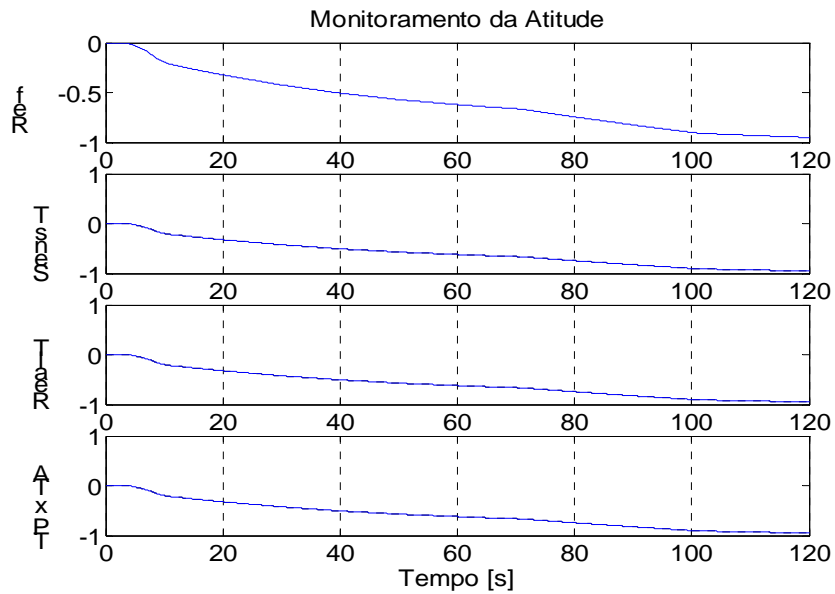


FIGURA 6.43 – Atitude  $\theta$  da planta, em rad, quando há falha no atuador do tipo “offset”, com valor de  $0,005^\circ$ .

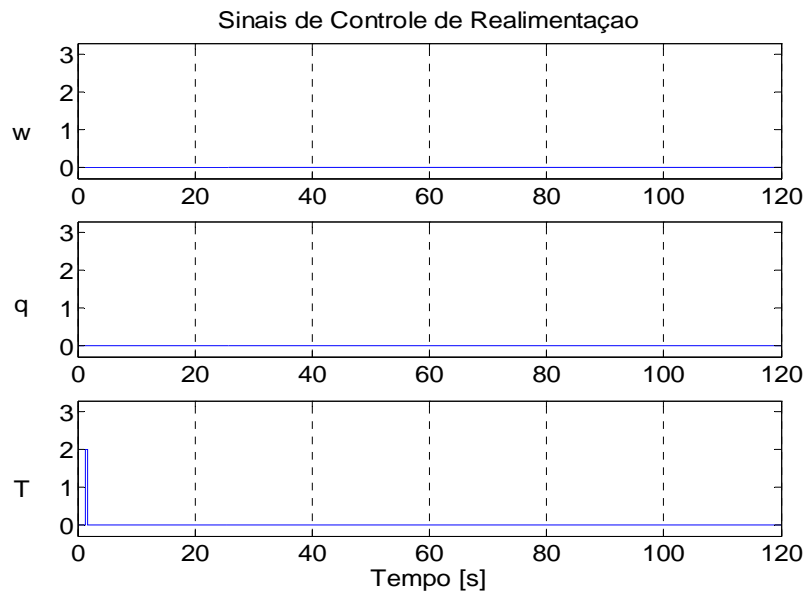


FIGURA 6.44 – Sinais de controle de reconfiguração do sinal de realimentação, quando há falha no atuador do tipo “offset”, com valor de  $0,005^\circ$ .

Em seguida, é simulada uma falha no atuador do tipo “offset”, com valor constante de  $0,11^\circ$ . Este valor corresponde a um valor em que o subsistema DIRFMS apresenta uma taxa de falso alarme alta, mas a planta controlada ainda permanece estável. Acima deste valor, o sistema controlado se torna instável devido ao subsistema DIRFMS apresentar falso alarme para todos os sensores. Os sinais referentes a cada uma das variáveis de estado:  $w$ ,  $q$  e  $\theta$  são apresentados, respectivamente, nas Figuras 6.45, 6.46 e 6.47. Em cada Figura temos os sinais fornecidos pelos sensores, os sinais de realimentação, e uma comparação do sinal do estado da planta e do seu modelo analítico (linha tracejada). Os sinais fornecidos pelos sensores e os sinais de realimentação são plotados sobre uma curva tracejada, referente aos respectivos sinais obtidos quando não há falhas nos componentes. Os gráficos dos sinais de reconfiguração da lei de controle são apresentados na Figura 6.48. Nota-se nestes gráficos que, no instante de ocorrência da falha, houve um pulso de falso alarme para o sensor  $\theta$  e que houve uma indicação constante de falso alarme para o sensor  $q$ . Então, estas informações de realimentação foram substituídas pelas suas respectivas informações redundantes. O sistema controlado permaneceu estável e com pouca perda de desempenho.

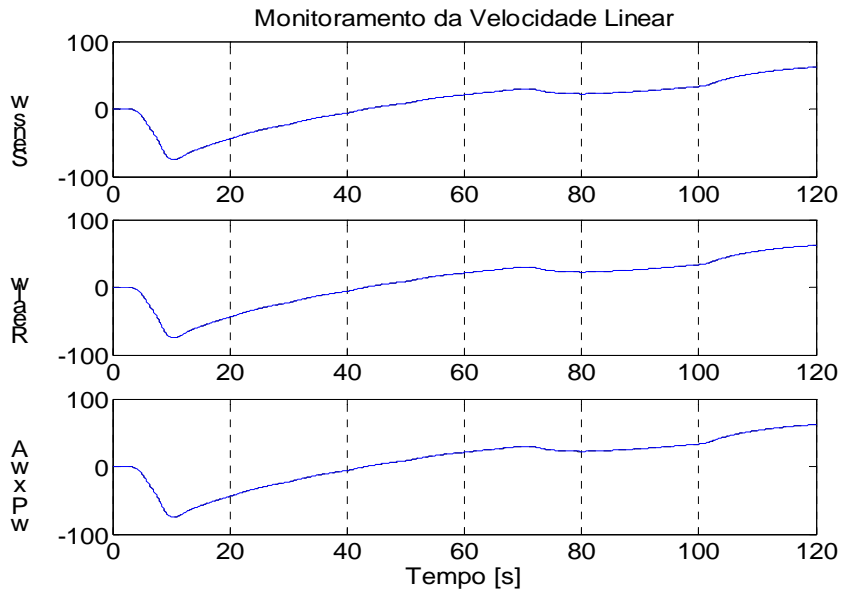


FIGURA 6.45 – Velocidade linear  $w$  da planta, em m/s, quando há falha no atuador do tipo “offset”, com valor de  $0,11^\circ$ .

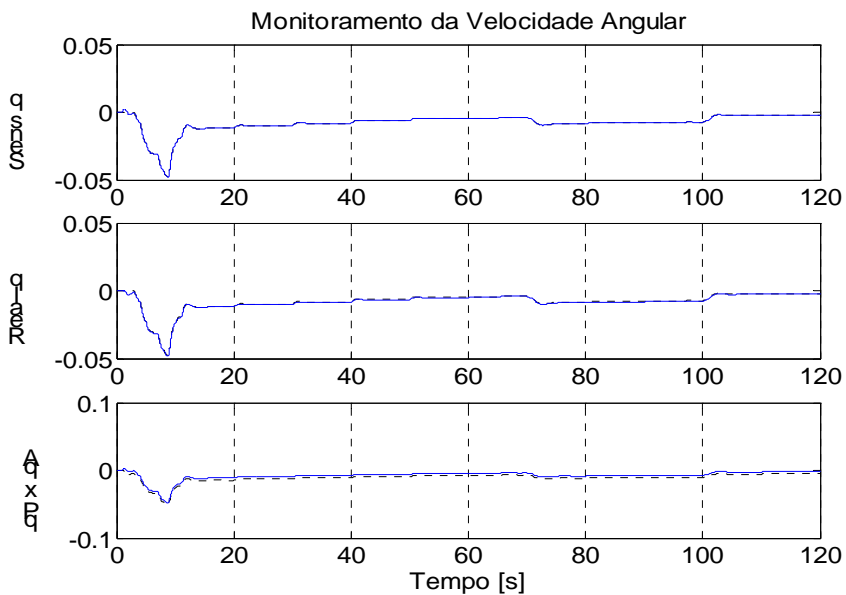


FIGURA 6.46 – Velocidade angular  $q$  da planta, em rad/s, quando há falha no atuador do tipo “offset”, com valor de  $0,11^\circ$ .

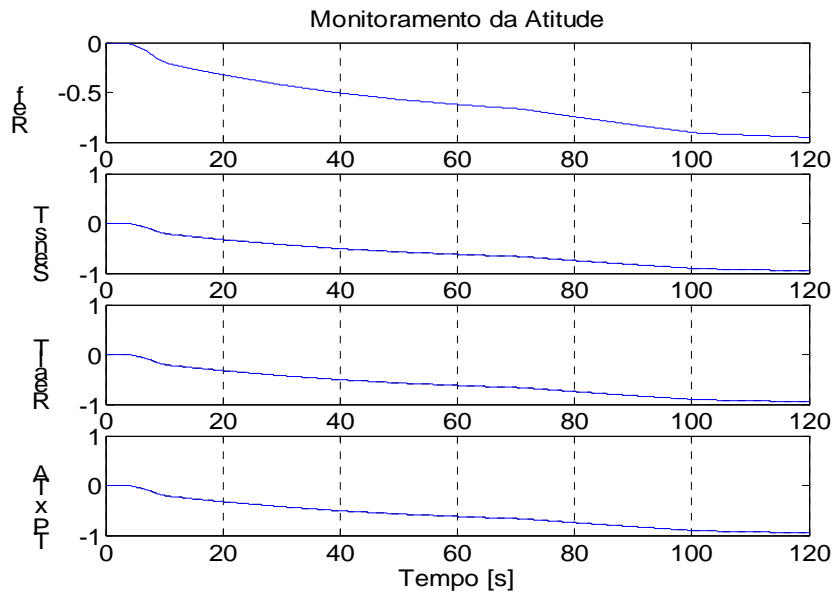


FIGURA 6.47 – Atitude  $\theta$  da planta, em rad, quando há falha no atuador do tipo “offset”, com valor de  $0,11^\circ$ .

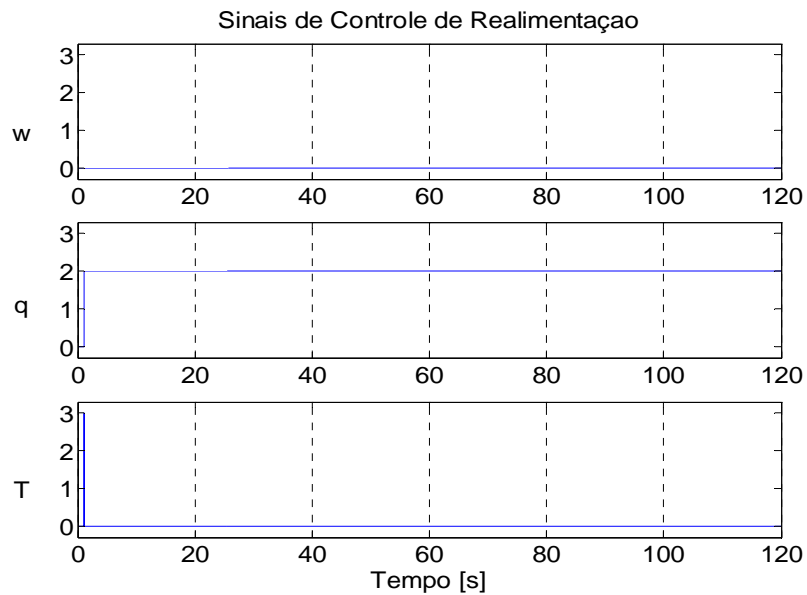


FIGURA 6.48 – Sinais de controle de reconfiguração do sinal de realimentação, quando há falha no atuador do tipo “offset”, com valor de  $0,11^\circ$ .

### 6.10.2 Variações de Parâmetros da Planta

As variações de parâmetros da planta foi simulada como sendo uma perturbação nas derivadas de estabilidade aerodinâmicas no plano de arfagem, dadas pelos termos  $Z_w, Z_{q+U_0}, M_w, M_q$  da Equação 3.4. Esta alteração de parâmetros poderia, por exemplo, ser causada por uma variação do vento incidente sobre a planta. No resultado das simulações abaixo, considerou-se que as variações de parâmetros é constante e age durante todo o tempo da simulação.

Inicialmente, é simulado um acréscimo de 0,5% nos parâmetros. Este valor corresponde a um valor para o qual o subsistema de DIRFMS apresenta falso alarme, mas não torna o sistema controlado instável. Os sinais referentes a cada uma das variáveis de estado:  $w, q$  e  $\theta$ , são apresentados, respectivamente, nas Figuras 6.49, 6.50 e 6.51. Em cada figura temos os sinais fornecidos pelos sensores, os sinais de realimentação, e uma comparação do sinal do estado da planta com o sinal do seu modelo analítico (linha tracejada). Os sinais fornecidos pelos sensores e os sinais de realimentação são plotados sobre uma curva tracejada que indica o respectivo sinal obtido quando não há variações de parâmetros. Os gráficos dos sinais de reconfiguração da lei de controle são apresentados na Figura 6.52.

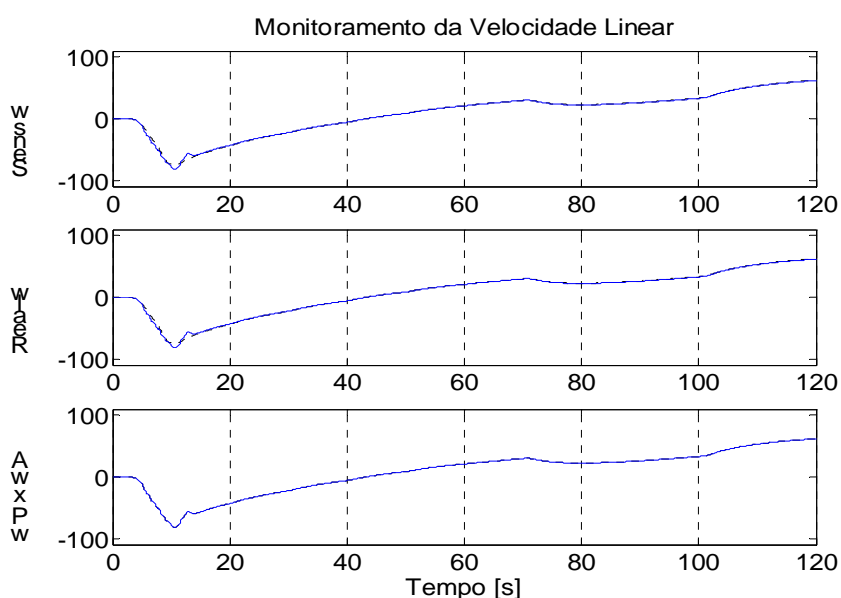


FIGURA 6.49 – Velocidade linear  $w$  da planta, em m/s, quando há variação de 0,5% nos parâmetros das derivadas de estabilidade aerodinâmica da planta.

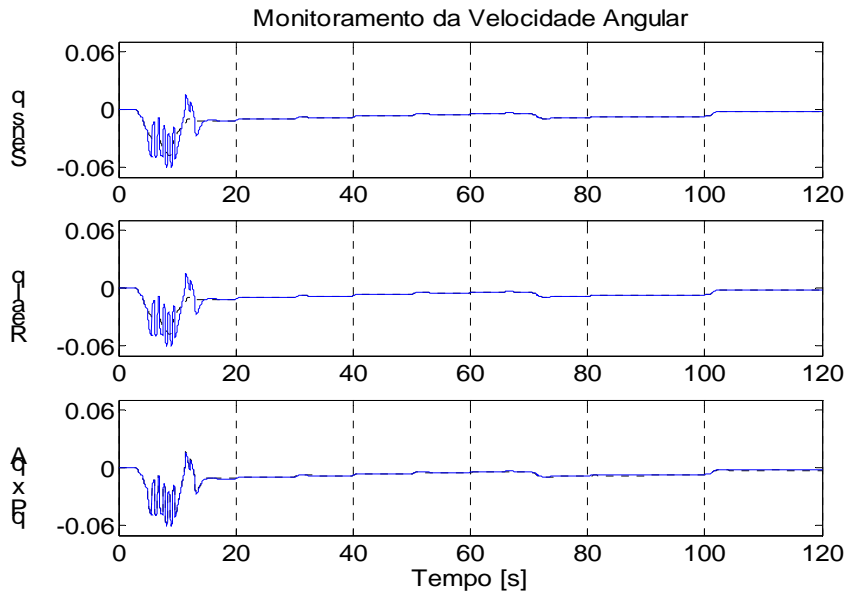


FIGURA 6.50 – Velocidade angular  $q$  da planta, em rad/s , quando há variação de 0,5% nos parâmetros das derivadas de estabilidade aerodinâmica da planta.

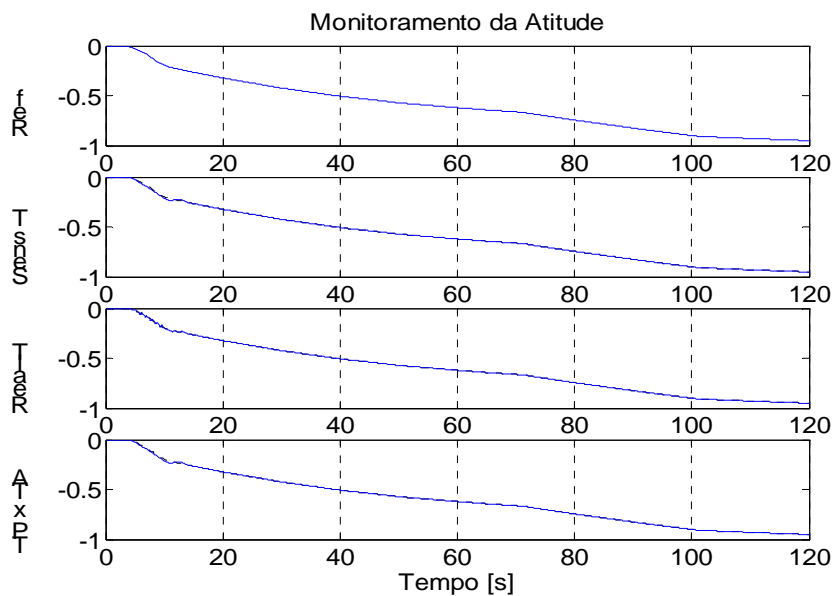


FIGURA 6.51 – Atitude  $\theta$  da planta, em rad , quando há variação de 0,5% nos parâmetros das derivadas de estabilidade aerodinâmica da planta.



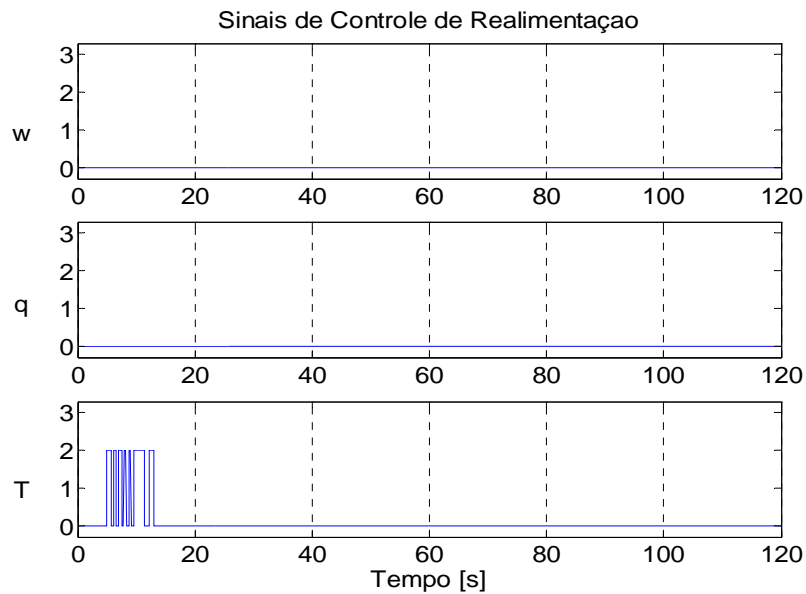


FIGURA 6.52 – Sinais de controle de reconfiguração do sinal de realimentação, quando há variação de 0,5% nos parâmetros das derivadas de estabilidade aerodinâmica da planta.

Em seguida, é simulada uma acréscimo de 2,5% nos parâmetros, e que permanece constante durante toda a simulação. Este valor corresponde a um limiar em que o subsistema DIRFMS apresenta uma taxa de falso alarme alta, mas o sistema controlado ainda permanece estável. Acima deste valor, o sistema controlado se torna instável devido ao subsistema DIRFMS apresentar falso alarme para todos os sensores. Os sinais fornecidos pelos sensores, os sinais de realimentação, e uma comparação do sinal do estado da planta e do seu modelo analítico (linha tracejada) são apresentados nas Figuras 6.53, 6.54 e 6.55. Nota-se nestes gráficos que o sinal redundante agora apresenta um erro significativo, pois os sinais redundantes são estimados com base nos parâmetros originais da planta. Os gráficos dos sinais de reconfiguração da lei de controle, devido ao falso alarme, são apresentados na Figura 6.56.

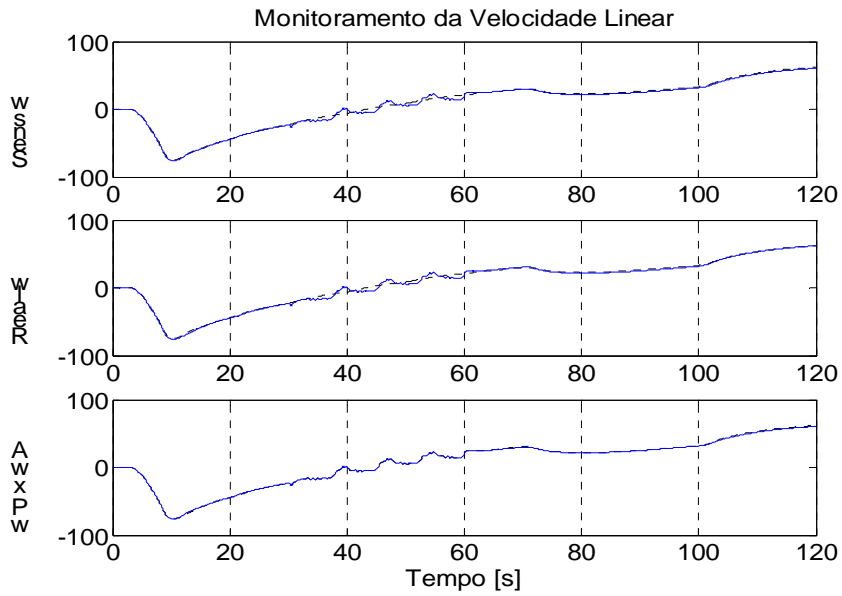


FIGURA 6.53 – Velocidade linear  $w$  da planta, em m/s , quando há variação de 2,5% nos parâmetros das derivadas de estabilidade aerodinâmica da planta.

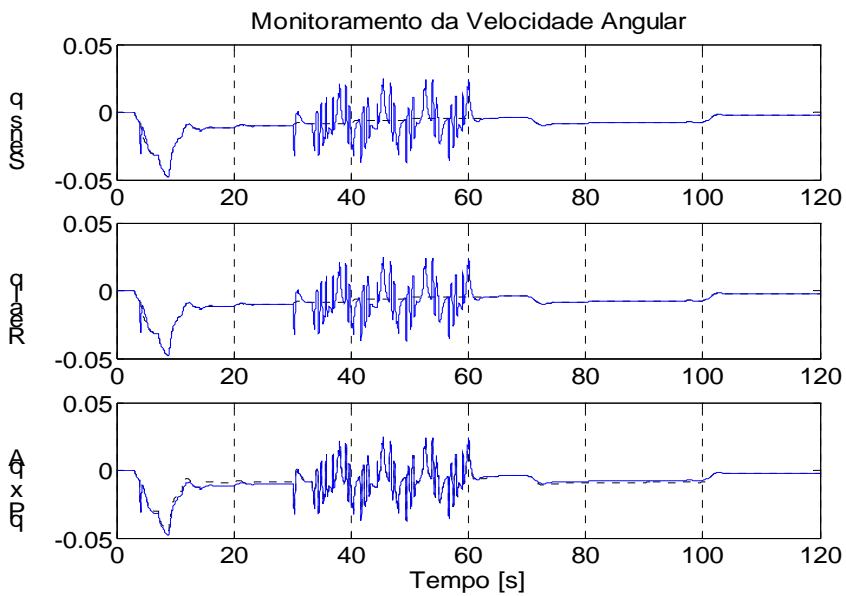


FIGURA 6.54 – Velocidade angular  $q$  da planta, em rad/s , quando há variação de 2,5% nos parâmetros das derivadas de estabilidade aerodinâmica da planta.

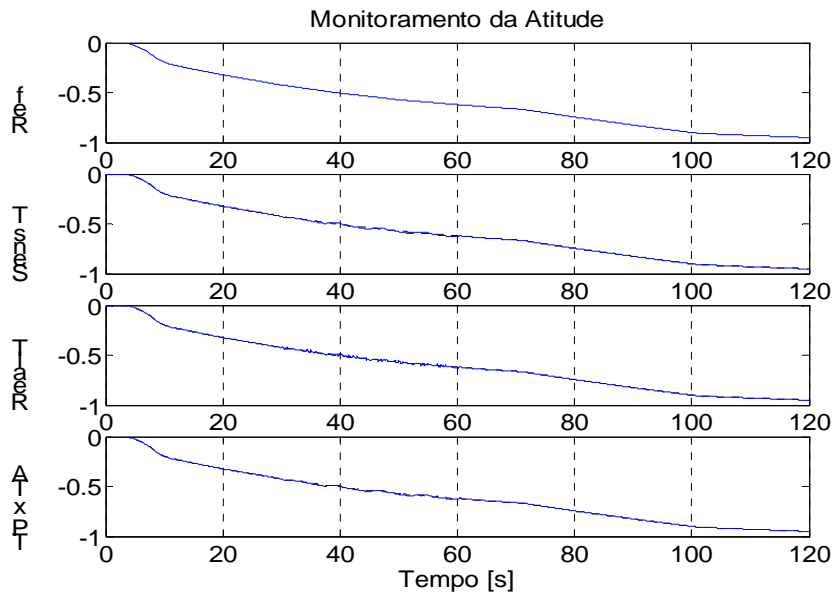


FIGURA 6.55 – Atitude  $\theta$  da planta, em rad, quando há variação de 2,5% nos parâmetros das derivadas de estabilidade aerodinâmica da planta.

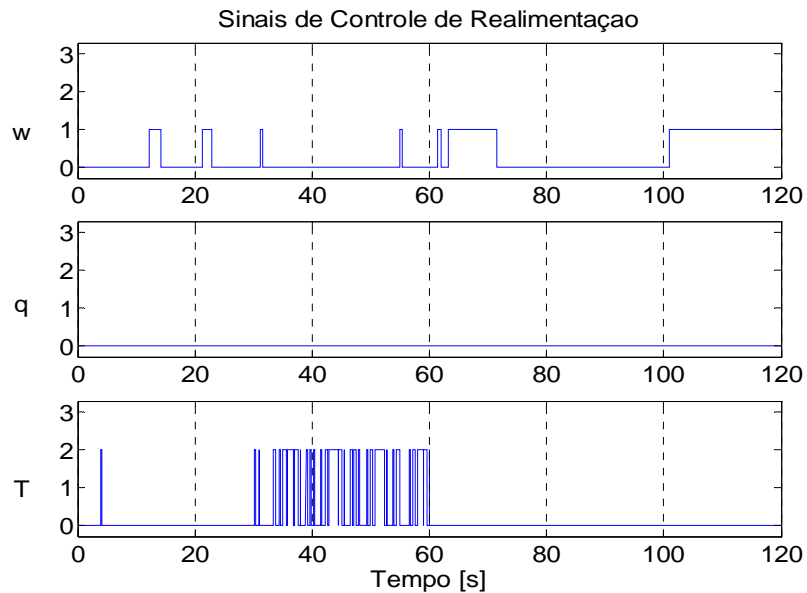


FIGURA 6.56 – Sinais de controle de reconfiguração do sinal de realimentação, quando há variação de 2,5% nos parâmetros das derivadas de estabilidade aerodinâmica da planta.

## 6.11 Comentários Finais

À luz dos resultados apresentados nas Figuras 6.41 a 6.56, pode-se dizer que:

- 1) O sistema foi sintonizado para falhas de múltiplas em sensores, e não em atuadores, variações de parâmetros da planta e perturbações externas;
- 2) As funções de decisão, os limiares de decisão e a lógica de decisão podem ser modificados para tolerar, em certa medida, as falhas em atuadores, as variações de parâmetros da planta e as perturbações externas;
- 3) Muitos tipos de atuadores possuem uma saída de monitoração da sua resposta aos comandos de controle. Utilizando esta informação, em vez do sinal fornecido pelo subsistema de controle, pode-se obter uma robustez a falha de atuadores;
- 4) Adicionalmente podem-se usar testes de hipóteses/análise seqüencial para filtrar os falsos alarmes apresentados;
- 5) Um estudo sobre a auto-estrutura dos observadores deve ser feito para diminuir a sua sensibilidade ao ruído nos sensores;
- 6) Deve-se fazer um estudo do envelope das variações de parâmetros da planta de modo a obter as dinâmicas extremas da planta. Com estas dinâmicas pode-se obter os valores máximos e mínimos admissíveis para o estado da planta. Deste modo, pode-se obter robustez às variações de parâmetros, pois se a informação fornecida pelo sensor estiver fora destes limites, pode ser declarada falha no sensor, e
- 7) Estes estudos e aperfeiçoamentos ficam como sugestões para o prosseguimento deste trabalho.



## CAPÍTULO 7

### COMENTÁRIOS E CONCLUSÕES

Algumas técnicas para detecção e identificação de falhas múltiplas em sensores, utilizando o método dos observadores de estado foram vistas neste trabalho. Este método foi utilizado porque apresenta tempo de resposta rápida para detecção e identificação de falhas em sensores.

A primeira técnica, utilizando o observador de Doyle-Stein, emprega um observador de ordem reduzida. Mas como a matriz da dinâmica do observador é obtida a partir dos zeros da função de transferência de malha aberta da planta, para o modelo em estudo, este observador ficou com uma dinâmica muito lenta. A função de decisão para esta técnica foi desenvolvida considerando a falha em um único sensor, portanto, não é adequada para detecção e identificação falhas múltiplas em sensores, pois, é impossível de obter um valor adequado para o limiar de decisão sem que ocorra uma taxa muito alta de falso alarme.

Um fato interessante para este observador está no sinal estimado  $w|q$ , pois este sinal apresentou uma robustez muito boa, sendo pouco sensível à falha no sensor  $q$ . Esta característica merece estudo posterior para obter observadores robustos.

Na segunda técnica, baseada no filtro de detecção modificado, foi desenvolvida uma variação mais generalizada, utilizando os subespaços de falha dos sensores. Esta técnica apresenta detectabilidade forte quando há falha em apenas um único sensor, onde o seu vetor de resíduos fica no seu respectivo subespaço de falha. Ela gera falso alarme para outro sensor, quando o vetor de resíduos de falha de um sensor passar pela intersecção com o subespaço de falha de outro sensor. Os sinais estimados também não podem ser utilizados diretamente como sinal para reconfiguração da lei de controle. No caso de falhas múltiplas em sensores, a composição dos vetores dos resíduos pode ficar fora dos

subespaços de falha de modo a causar perda de alarme, portanto, esta técnica também não é adequada para detecção e identificação de falhas múltiplas em sensores.

A partir dos resultados anteriores e do estudo feito em Teixeira, Souza e Oliva (2005), foram desenvolvidas três técnicas utilizando os observadores de Luenberger, que apresentaram bons resultados para a implementação de um subsistema de DIRFMS.

Para tornar os resultados um pouco mais realistas, foram realizados estudos da influência do ruído nos sensores nos sinais estimados. Verificou-se dentre estas três técnicas que o observador identidade de Luenberger é o mais adequado para a planta em estudo.

Mesmo assim, devido aos níveis dos ruídos nos sinais estimados, foi necessário reduzir o nível de ruído nos sensores para poder empregar o subsistema de DIRFMS. No estudo da influência do ruído no sensor no sinal estimado, verificou-se também que o nível do ruído varia em função da auto-estrutura do observador.

Nos estudos dos resíduos gerados pelos observadores para a estrutura DOS verificou-se que somente os resíduos  $w - (w|w)$ ,  $q - (q|q)$  e  $\theta - (\theta|\theta)$  seriam suficientes para detectar e identificar falhas múltiplas em sensores caso estes sinais tivessem detectabilidade forte. Como eles não apresentam esta característica, foram aproveitados para confirmar a falha em um sensor quando o número de falhas for superior a  $p - 2$ .

Os projetos das funções de decisão e da lógica de decisão, embora pareçam que foram desenvolvidos separadamente, foram desenvolvidos de modo interativo em função dos sinais obtidos pelos resíduos. Deste modo, quando foi estudada a influência do ruído dos sensores nos sinais estimados, foi necessário acrescentar ao banco de observadores outros observadores com dinâmica mais lenta, os quais apresentavam um nível de ruído menor, para gerar os sinais para confirmação de falhas em sensores.

Outro fato importante para obter um subsistema de DIRFMS é determinar quando um observador está gerando estimativas corretas das medidas dos sensores, pois, se o

subsistema de controle utilizar uma destas informações quando ela não está correta, a planta controlada pode ser tornar instável.

À luz dos resultados apresentados no Capítulo anterior, pode-se concluir que:

- 1) O sistema foi sintonizado para falhas de múltiplas em sensores, e não em atuadores, variações de parâmetros da planta e perturbações externas;
- 2) As funções de decisão, os limiares de decisão e a lógica de decisão podem ser modificados para tolerar, em certa medida, as falhas em atuadores, as variações de parâmetros da planta e as perturbações externas;
- 3) Muitos tipos de atuadores possuem uma saída de monitoração da sua resposta aos comandos de controle. Utilizando esta informação, em vez do sinal fornecido pelo subsistema de controle, pode-se obter uma robustez a falha em atuadores;
- 4) Adicionalmente pode-se usar testes de hipóteses/análise seqüencial para filtrar os falsos alarmes apresentados;
- 5) Um estudo sobre a auto-estrutura dos observadores deve ser feito para diminuir a sua sensibilidade ao ruído dos sensores;
- 6) Deve-se fazer um estudo do envelope das variações de parâmetros da planta de modo a obter as dinâmicas extremas da planta. Com estas dinâmicas pode-se obter os valores máximos e mínimos admissíveis para o estado da planta. Deste modo, pode-se obter robustez às variações de parâmetros, pois se a informação fornecida pelo sensor estiver fora destes limites, pode ser declarada falha no sensor, e
- 7) Estes estudos e aperfeiçoamentos ficam como sugestões para o prosseguimento deste trabalho.





## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Beard, R. V. **Failure accommodation in linear systems through self-reorganization**. 1971. Thesis (Doctor in Aeronautics) - Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, 1971.
- Chen, C. T. **Introduction to linear systems theory**. New York: Holt, Rinehart and Winston, 1970.
- Chow, E. Y.; Willsky, A. S. Analytical redundancy and the design of robust failure detection systems. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v.AC-29, n.7, p. 603-614, July 1984.
- Cornelisse, J.W.; Schöyer, H. F. R.; Wakker, K. F. **Rocket propulsion and spaceflight dynamics**. London: Pitman Publishing Limited, 1979.
- Doyle, J.C.; Stein, G. Robustness with observers. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v.AC-24, n.4, p.607-611, Aug. 1979.
- Friedland, B. **Control system design – an introduction to state-space methods**. New York: McGraw-Hill, 1986.
- Frisk, E. **Model-based fault diagnostic applied to an SI-engine**. Sweden: Linköping University, 1996. Disponível em: <http://www.vehicular.isy.liu.if> Acesso em: 25 mar. 2005.
- Gertler, J. J. Survey of model-based failure detection and isolation in complex plants. **IEEE Control Systems Magazine**, v.8, n.6, p.3-11, Dec. 1988.
- Hamming, R. W. **Digital filters**. 3.ed. Mineola: Dover Publications, 1998.
- Jones, H. L. **Failure detection in linear systems**. 1973. Dissertation (Master in Aeronautics) - Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, 1973.
- Laning Jr., J. H.; Battin, R. H. **Random processes in automatic control**. Huntington: Krieger Publishing, 1977.
- Leite Filho, W. C. Estrutura do sistema de controle do VLS. **Controle & Instrumentação**, p. 71-77, ago. 2002.
- Luenberger, D. G. Observers for multivariable systems. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v.AC-11, n.2, p.190-197, Apr. 1966.
- Luenberger, D. G. An introduction to observers. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v.AC-16, n.6, p 596-602, Dec. 1971.
- Mallaco, L. M. R. **Especificação e concepção do sistema de controle do VLS**. (RT030-SE-C/93). São José dos Campos: Instituto de Aeronáutica e Espaço, Centro Técnico Aeroespacial, 1993.
- Mello, A. F.; Souza, M. L. O. A Modified detection filter for sensor faults. **AAS/AIAA Space Flight Mechanics Meeting**, Huntsville, Doi. AAS97-196, Feb. 1997.

Moreira, F.J.O.; Carrijo Domingos S. **Modelo matemático do VLS**. (590-000000/B3043) São José dos Campos: Instituto de Aeronáutica e Espaço, Centro Técnico Aeroespacial, 1994.

Ogata, K. **Engenharia de controle moderno**. Rio de Janeiro: Prentice-Hall, 1982.

Oliva, Á. P. Sensor fault detection and analytical redundancy satellite launcher flight control system. **SBA Controle & Automação**, v.9, n.3, p.156-164, 1998.

Patton, R.; Frank, P.; Clark, R. **Fault diagnosis in dynamic systems: theory and applications**. Hertfordshire: Prentice Hall, 1989.

Rinaski, E. G. Flight control synthesis using robust output observers. **Proceedings of AIAA Guidance and Control Conference**, San Diego, p.825-831, Aug. 1982.

Strang, G. **Linear algebra and its applications**. 3.ed. Orlando: Harcourt Brace, 1988.

Teixeira, A. J.; Souza, M. L. O.; Oliva, Á. P. An algorithm for instrument fault detection in inertial sensors of a satellite launcher vehicle control system. In: International Congress of Mechanical Engineering, 16., Nov. 2003. **Proceedings...** [S.l.]: [S.n.], 2003a.

Teixeira, A. J.; Souza, M. L. O.; Oliva, Á. P. Techiques for fault diagnosis in aerospace and automotive systems. **SAE BRASIL 2003 Congress**, Doi: 2003-01-3630, Nov. 2003b.

Teixeira, A. J.; Souza, M. L. O.; Oliva, Á. P. Eigenstructure techiques for fault diagnosis in aerospace and automotive systems. **SAE BRASIL 2004 Congress**, Doi: 2004-01-3387, Nov. 2004.

Teixeira, A. J.; Souza, M. L. O.; Oliva, Á. P. Multiple faults detection and isolation in sensors of dynamic systems. **SAE BRASIL 2005 Congress**, Doi: 2005-01-4136, Nov. 2005.

Willsky, A. S. A Survey of design methods for failure detection in dynamic systems. **Automatica**, v. 12, p. 601-611, 1976.

## REFERÊNCIAS RECOMENDADAS

- Chen, J.; Patton, R. J. **Robust model-based fault diagnosis for dynamic systems**. [S.l.]: Kluwer, 1999.
- Chiang, L. H.; Russel E. L; Braat, R. D. **Fault detection and diagnosis in industrial systems**. [S.l.]: Springer, 2001.
- Commault, C. On the disturbed fault detection and isolation problem. **Systems & Control Letters**, v.38. p.73-78, 1999.
- Dong, Y.; Hongryue, Z. Optimal design of robust analytical redundancy for a redundant strapdown inertial navigation system. **Control Engineering Practice**, v.4, n.12, p.1747-1752, 1996.
- Frisk, E. **Residual generation for fault diagnosis: nominal and robust design**. Linköping, Sweden: Linköping University, 1998. Disponível em: <<http://www.vehicular.isy.liu.se>>. Acesso em: 25 mar. 2005.
- Frisk, E.; Nielsen, L. **Robust residual generation for diagnosis including a reference model for residual behavior**. Linköping, Sweden: Linköping University, 1999. Disponível em : <<http://www.vehicular.isy.liu.se>>. Acesso em: 25 mar. 2005.
- Frisk, E.; Nyberg; M. **Using minimal polynomial bases for model-based fault diagnosis**. Linköping, Sweden: Linköping University, 1999. Disponível em: <<http://www.vehicular.isy.liu.se>>. Acesso em: 25 mar. 2005.
- Frisk, E.; Nyberg, M.; Nielsen, L. **FDI with adaptive residual generation applied to a DC-servo**. Linköping, Sweden: Linköping University, [S.d.]. Disponível em: <<http://www.vehicular.isy.liu.se>>. Acesso em: 25 mar. 2005.
- Gertler, J. J. **Fault detection and diagnosis in engineering systems**. [S.l.]: Marcel Dekker, 1998.
- Höfling, T.; Isermann, R. Fault detection based on adaptive parity equations and single-parameter tracking. **Control Engineering Practice**, v.4, n.10, p.1361-1369, 1996.
- Höfling, T.; Pfeufer, T; Deibert, R.; Isermann, R. An observer and signal-processing approach to FDI for the industrial actuator benchmark test. **Control Engineering Practice**, v.3, n.12, p.1741-1746, 1995.
- Li, Weihua; shah, Sirish. Structured residual vector-based approach to sensor fault detection and isolation. **Journal of Process Control**, v.12, p.429-443, 2002.
- Massaki, W. **Acomodação de falhas utilizando técnica GLR**. 1997. 84p. Dissertação (Mestrado em Sistemas e Controle) - Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos, 1997.
- Massoumnia, M. A. Geometric approach to the synthesis of failure detection filters. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v.AC-31, n.9, Sept. 1986.

- Merrill, W. C.; Delaat, J. C.; Abdelwahab, M. Turbofan engine demonstration of sensor failure detection. **Journal of Guidance**, v.14, n.2, p.337-349, Mar./Apr. 1991.
- Moore, B. C. On the flexibility offered by state feedback in multivariable systems beyond closed loop eigenvalue assignment. **IEEE Transactions on Automatic Control**, p.689-692, Oct. 1976.
- Napolitano, M. R.; Windon II, D. A.; Casanova, J. L. Kalman filters and neural-network schemes for sensor validation in flight control systems. **IEEE Transactions on Control Systems Technology**, v.6, n.5, Sept. 1994.
- Ogata, K. **Designing linear control systems with Matlab**. Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1993.
- Oliva, A. P. Flight control reconfiguration following sensor failure. **American Institute of Aeronautics and Astronautics**, Doi: AIAA-2001-4082, 2001.
- Patton, R. J.; Chen J. Robust fault detection of jet engine sensor systems using eigenstructure assignment. **Journal of Guidance Control and Dynamics**. v.15, n.6, p.1491-1497, Nov.-Dec. 1992.
- Paiva, H. M. **Detecção de falhas em sistemas dinâmicos empregando transformadas wavelet adaptativas**. 2003. 91p. Dissertação (Mestrado em Sistemas e Controle) - Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos, 2003.
- Patton, R. J.; Frank, P. M.; Clark, R. N. (eds.). **Issues of fault diagnosis for dynamic systems**. [S.l.]: Springer, 2000.
- Patton, R. J.; Toribio C. J. L; Simani, S. Robust fault diagnosis in a chemical process using a multiple-model approach. IEEE Conference on Decision Control, 40., Orlando, Florida, Dec. 2001. **Proceedings...** [S.l.]: IEEE, 2001.
- Ramos, F. O. **Perturbação devido à falha de sensor e suas implicações com estudo de caso (VLS)**. 2001. 110p. Dissertação (Mestrado em Sistemas e Controle) - Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos, 2001.
- Tavares, M. A. V. **Detecção e identificação de falhas em sensores de ângulo de ataque**. 1995. 114p. Dissertação (Mestrado em Sistemas e Controle) - Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos, 1995.
- Walker, B. K.; Huang K. FDI extended Kalman filter parameter estimation for an industrial actuator benchmark. **Control Engineering Practice**, v.3, n.12, p.1769-1774, 1995.
- White, J. E. and Speyer, J. L. Detection filter design: spectral theory and algorithms. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v.AC-23, p.593-603, July 1987.

## APÊNDICE A- EQUAÇÕES GERAIS DO MOVIMENTO DO VLS

### A.1 Introdução

O VLS é um veículo convencional, composto por quatro estágios e sem módulos reutilizáveis, para ser lançado a partir de uma plataforma terrestre. Na decolagem o seu comprimento é de 19m, a sua massa é de 50 toneladas e o seu empuxo é de 1000KN. A propulsão principal é fornecida por propulsores a propelente sólido, em todos os estágios, com massa total de combustível de 41 toneladas.

A arquitetura do VLS é constituída de quatro estágios. O primeiro estágio é formado por quatro propulsores iguais, operando simultaneamente e fixados simetricamente ao corpo do segundo estágio. Suas tubeiras são móveis para permitir o controle de atitude, em torno dos 3 eixos do sistema de coordenadas do corpo, fixado no centro de massa (CM) do veículo, e com uma inclinação fixa, para minimizar as perturbações sobre o veículo, resultantes de possíveis diferenças de empuxo existente entre os quatros propulsores. O propulsor do segundo estágio é idêntico ao do primeiro estágio, a menos de sua tubeira móvel, que é adaptada ao vôo em atmosfera rarefeita. O propulsor do terceiro estágio, também equipado com tubeira móvel. O segundo e o terceiro estágio permitem fazer somente o controle de atitude em torno de 2 eixos do sistema de coordenadas do corpo: arfagem e guinada. O controle de rolamento é feito pelo subsistema de controle de rolamento localizado na baia de controle. O propulsor do quarto estágio tem tubeira fixa e é responsável pelo último incremento de velocidade, injetando o satélite em sua órbita. A coifa do VLS é ejetável e tem a função principal de proteger o satélite dos efeitos aerodinâmicos durante a travessia da atmosfera.

As forças e os momentos das forças que agem sobre o movimento do VLS são conseqüências das forças de tração ou empuxo, gravitacional e aerodinâmica. Uma representação como estas forças e os momentos destas forças atuam sobre um foguete pode ser vista na Figura A.1.

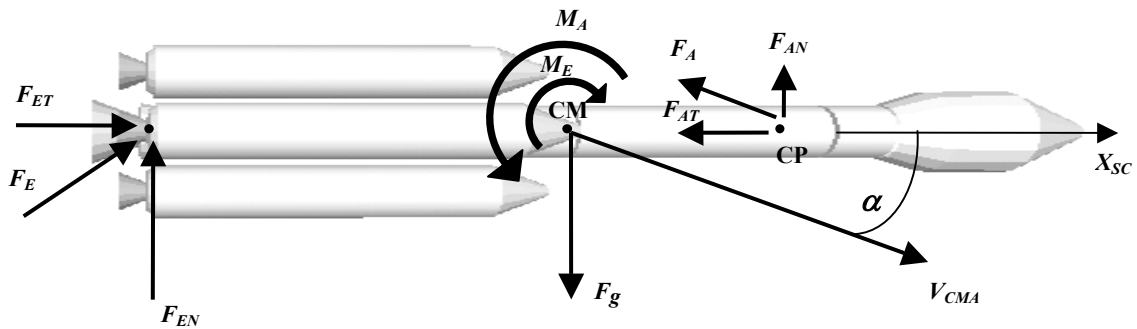


FIGURA A.1 – Representação das forças resultantes que agem sobre um foguete.

Nota:  $\mathbf{P}$  está na direção do raio vetor que liga o CM do foguete ao CM da Terra.

onde:

- O **empuxo**  $F_E$  é a força de propulsão produzida pelo motor foguete. Usualmente o empuxo atua no eixo principal do veículo, embora possa agir também em outras direções para fins de controle.
- A **força gravitacional**  $F_G$  é a força de atração entre dois ou mais corpos. Devido a proximidade do foguete em relação à Terra, a influência de outros corpos celestes podem ser desprezada, portanto, ela pode ser considerada como a força de atração que é exercida na direção que une o CM do foguete com o CM da Terra.
- A **força aerodinâmica**  $F_A$  é a força exercida pelo movimento do veículo na atmosfera. A força aerodinâmica é assumida alinhar-se com o plano da trajetória. O ponto de intersecção entre a linha da força  $F_A$  e o eixo longitudinal do veículo é chamado de **Centro de Pressão (CP)**.
- O **momento da força de empuxo**  $M_E$  resulta da força de empuxo, quando esta não passa pelo CM do veículo, devido aos comandos do controle, ao desalinhamento da tubeira ou ao desvio de jato.
- O **momento da força gravitacional** resulta da força gravitacional agindo sobre o corpo, quando o Centro de Gravidade (CG) não coincide com o CM.

- O **momento da força aerodinâmica**  $M_A$  aparece quando o CP não coincidir com o CM e o vetor direção de  $F_A$  não for colinear com a linha que une a origem do CP à origem do CM.

Para o modelamento do VLS foi adotada a Mecânica Newtoniana. A Primeira Lei de Newton é aplicada a um corpo puntual, em um sistema de referência inercial, quando não existem influências de forças externas: *Todo corpo puntual, quando não esta sujeito a nenhuma força externa, permanece em movimento uniforme* (movimento em linha reta com velocidade constante, inclusive com velocidade nula).

A Segunda Lei de Newton, também é aplicada a um corpo puntual, em um sistema de referência inercial, quando existem influências de forças externas: *A variação de quantidade de movimento de um corpo puntual é proporcional a força aplicada à ele e é colinear a esta força e com mesma direção.*

A Terceira Lei de Newton é válida para qualquer sistema de referência e aplicam-se as forças que atuam entre dois corpos puntuais: *A força mútua de dois corpos puntuais que um age sobre o outro têm magnitudes iguais e direções opostas* (princípio da ação e reação).

As duas primeiras leis de Newton se aplicam para sistemas de referência inerciais. Isto não significa que ela não possa também ser aplicada ao estudo de um corpo em um sistema de referência não inercial. Para isto, é necessário adequar estas leis de modo que elas sejam aplicáveis a sistemas de referência não inerciais.

Neste trabalho foram adotadas as anotações  $d/dt$ , para derivadas no sistema de referência inercial, e  $\delta/\delta t$ , para as derivadas no sistema de referência não inercial, e foram utilizadas as referências Cornelisse (1979) e Moreira (1993), para desenvolvimento das equações de movimento do VLS. Os parâmetros em *itálico* e **negrito** referem-se a matrizes e vetores e os parâmetros somente em *itálico* referem-se a variáveis escalares.



## A.2 Sistemas de Coordenadas

Para desenvolver as equações de movimento do VLS e descrever a sua posição e orientação, de acordo com a sua missão, são necessários três sistemas de referência: Sistema de Referência Inercial (SI), Sistema de Referência Local (SL) e Sistema de Referência do Corpo (SC). Na Figura A.2 temos uma representação do SL e SC.

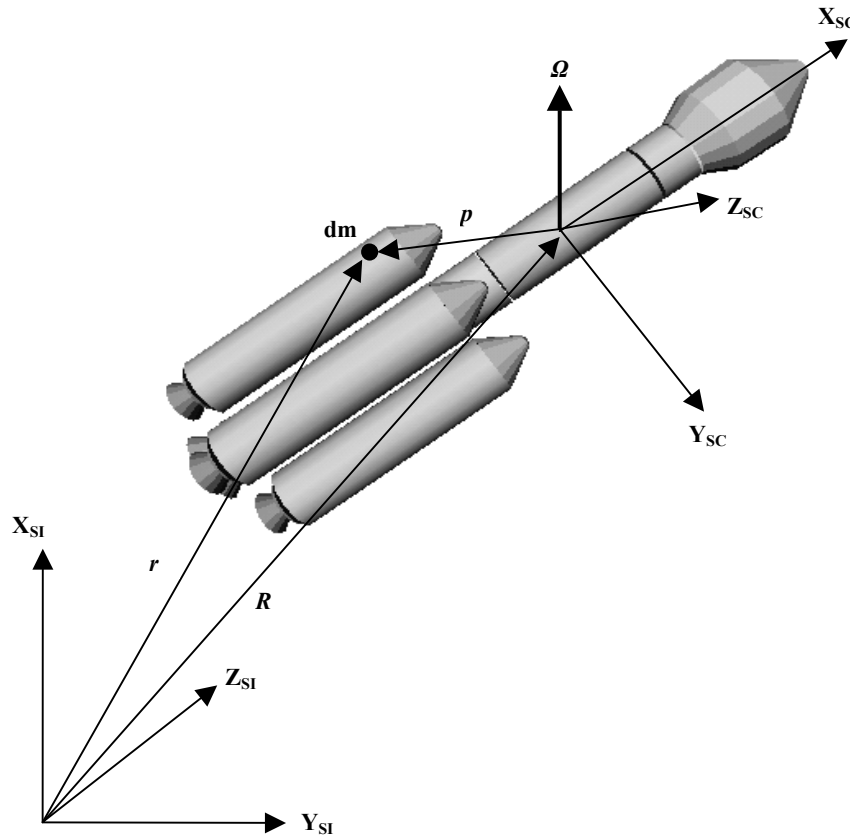


FIGURA A.2 – Sistema do corpo e sistema local.

onde:  $dm$  é o elemento de massa do veículo;

$p$  é o vetor posição de  $dm$  no SC;

$r$  é vetor posição de  $dm$  no SI, e

$R$  é vetor posição da origem do SC em relação ao SI

A seguir serão dadas as considerações de cada um destes sistemas. Para simplificar o tratamento matemático são utilizados matrizes e vetores para efetuar as transformações de um sistema de coordenada para o outro.

### A.2.1 Sistema de Referência Inercial

Como o VLS se move nas vizinhanças da Terra, altitude menor do que 1.000 km, e cujo tempo de duração missão é menor do que 15 min, podemos desprezar o movimento de translação da Terra em torno do Sol e considerar, neste intervalo de tempo, que o SI esta centrado no CM da Terra.

Este sistema é utilizado para desenvolver as equações de movimento do VLS. Neste sistema de coordenada, o eixo  $Z_{SI}$  esta alinhado com o eixo de rotação da Terra e apontado para o pólo norte e o eixo  $X_{SI}$  está apontado para o ponto de cruzamento do plano equatorial da Terra com o meridiano de Greenwich. O eixo  $Y_{SI}$  está no plano equatorial, orientado de modo a formar um sistema de referência destrógiro.

Considerando os vetores unitários, nas direções destes três eixos, dados por:  $i_{SI}$ ,  $j_{SI}$  e  $k_{SI}$ , o vetor de unidade cartesiana para este sistema de coordenadas é dado por:

$$\mathbf{E}_{SI} = \begin{bmatrix} i_{SI} \\ j_{SI} \\ k_{SI} \end{bmatrix} \quad (\text{A.1})$$

### A.2.2 Sistema de Referência Local

O SL é utilizado para descrever o movimento do VLS em relação ao local no instante de lançamento. Este sistema de referência é inercial e é utilizado para fornecer as informações dos vetores posição e velocidade linear que o veículo está em relação ao local de lançamento, para que o subsistema de controle possa ordens de correção em relação a uma trajetória de referência. Neste sistema de coordenadas, o eixo  $Z_{SL}$  é paralelo ao eixo de rotação da Terra e apontado para o pólo norte e o eixo  $X_{SL}$  é perpendicular à superfície da Terra no local de lançamento. O eixo  $Y_{SL}$  é paralelo a

superfície da Terra, apontado para o Leste, de modo a formar um sistema de referência destrógiro.

Considerando os vetores unitários, nas direções destes três eixos, dados por:  $i_{SL}$ ,  $j_{SL}$  e  $k_{SL}$ , o vetor de unidade cartesiana para este sistema de coordenadas é dado por:

$$\mathbf{E}_{SL} = \begin{bmatrix} i_{SL} \\ j_{SL} \\ k_{SL} \end{bmatrix} \quad (\text{A.2})$$

### A.2.3 Sistema de Referência do Corpo

O SC é utilizado para decompor as forças e os momentos das forças aerodinâmicas e as forças e os momentos das forças aparentes que agem no corpo. Com estas informações é possível projetar um subsistema de controle para acionar os subsistemas de atuação de modo que o veículo tenha um comportamento desejado. Este sistema é não inercial e tem a sua origem no CM do corpo, onde o seu eixo  $X_{SC}$  está no eixo longitudinal do veículo apontado para frente e os eixos  $Y_{SC}$  e  $Z_{SC}$  estão nos outros dois eixos principais de inércia do veículo de modo a formar um sistema destrógiro.

Considerando os vetores unitários, nas direções destes três eixos, dados por:  $i_{SC}$ ,  $j_{SC}$  e  $k_{SC}$ , o vetor de unidade cartesiana para este sistema de coordenadas é dado por:

$$\mathbf{E}_{SC} = \begin{bmatrix} i_{SC} \\ j_{SC} \\ k_{SC} \end{bmatrix} \quad (\text{A.3})$$

### A.2.4 Sistema de Referência Aerodinâmica

O Sistema de Referência Aerodinâmica (SA) é utilizado para decompor as forças aerodinâmicas que agem no corpo. Este sistema é não inercial e tem a sua origem no CP do corpo e seus eixos  $X_{SA}$ ,  $Y_{SA}$  e  $Z_{SA}$  são, respectivamente, paralelos aos eixos do SC.

Considerando os vetores unitários, nas direções destes três eixos, dados por:  $i_{SA}$ ,  $j_{SA}$  e  $k_{SA}$ , o vetor de unidade cartesiana para este sistema de coordenadas é dado por:

$$\mathbf{E}_{SA} = \begin{bmatrix} i_{SA} \\ j_{SA} \\ k_{SA} \end{bmatrix} \quad (\text{A.4})$$

### A.3 Equações Gerais do Movimento

Para o desenvolvimento das equações gerais do movimento translacional e rotacional do VLS foi adotado o SC e o SI. Devido ao fato de ser necessário trabalhar com um sistema de coordenadas não inercial, é preciso utilizar a equação modificada da 2ª Lei de Newton para tais sistemas, Cornelisse (1979). A equação do movimento translacional de um corpo no SI é dada por:

$$\mathbf{F}_{SI} = \int_m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} dm \quad (\text{A.5})$$

A equação de movimento rotacional no SI é dada por:

$$\mathbf{M}_{SI} = \int_m \mathbf{r} \times \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} dm \quad (\text{A.6})$$

Embora apareça somente uma integral nas Equações A.5 e A.6, estas integrais, na realidade, são integrais triplas para representação de um corpo em um sistema tridimensional. A relação do vetor posição de  $dm$  entre o SI e o SC é dado por:

$$\mathbf{r} = \mathbf{R} + \mathbf{p} \quad (\text{A.7})$$

A relação da velocidade absoluta de  $dm$  entre o SI e o SC é dada por:

$$\mathbf{V}_{abs} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \frac{d\mathbf{R}}{dt} + \frac{d\mathbf{p}}{dt} \quad (\text{A.8})$$

Como  $\mathbf{p}$  é um vetor obtido no SC, a sua variação no SI é dada por:

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \frac{\delta \mathbf{p}}{\delta t} + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{p} \quad (\text{A.9})$$

onde:  $\delta/\delta t$  é a derivada não inercial no SC;

$\boldsymbol{\Omega}$  é a velocidade angular de SC com relação a SI.

Substituindo a Equação A.9 na Equação A.8 temos:

$$\mathbf{V}_{abs} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \frac{d\mathbf{R}}{dt} + \frac{\delta\mathbf{p}}{\delta t} + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{p} \quad (\text{A.10})$$

Considerando  $\mathbf{V}_{CM} = d\mathbf{R}/dt$ , a velocidade do CM do veículo com relação ao SI, temos:

$$\mathbf{V}_{abs} = \mathbf{V}_{CM} + \frac{\delta\mathbf{p}}{\delta t} + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{p} \quad (\text{A.11})$$

Diferenciando a Equação A.11, temos a aceleração absoluta de  $dm$ :

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_{abs} &= \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} = \frac{d\mathbf{V}_{CM}}{dt} + \frac{d}{dt} \left( \frac{\delta\mathbf{p}}{\delta t} + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{p} \right) \\ &= \frac{d\mathbf{V}_{CM}}{dt} + \frac{d\boldsymbol{\Omega}}{dt} \times \mathbf{p} + \boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{p}) + 2\boldsymbol{\Omega} \times \frac{\delta\mathbf{p}}{\delta t} + \frac{\delta^2\mathbf{p}}{\delta t^2} \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

Substituindo a Equação A.12 na Equação A.5, temos:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{SI} &= \int_m \left[ \frac{d\mathbf{V}_{CM}}{dt} + \frac{d\boldsymbol{\Omega}}{dt} \times \mathbf{p} + \boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{p}) + 2\boldsymbol{\Omega} \times \frac{\delta\mathbf{p}}{\delta t} + \frac{\delta^2\mathbf{p}}{\delta t^2} \right] dm \\ &= \frac{d\mathbf{V}_{CM}}{dt} \int_m dm + \frac{d\boldsymbol{\Omega}}{dt} \times \int_m \mathbf{p} dm + \boldsymbol{\Omega} \times \left( \boldsymbol{\Omega} \times \int_m \mathbf{p} dm \right) + 2\boldsymbol{\Omega} \times \int_m \frac{\delta\mathbf{p}}{\delta t} dm + \int_m \frac{\delta^2\mathbf{p}}{\delta t^2} dm \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

Lembrando que a massa de um corpo é dada por:

$$m = \int_m dm \quad (\text{A.14})$$

e que o SC está localizado no seu CM, temos que:

$$\mathbf{p}_{CM} = \frac{1}{m} \int_m \mathbf{p} dm = 0 \quad (\text{A.15})$$

Substituindo as Equações A.14 e A.15 na Equação A.13, temos:

$$\mathbf{F}_{SI} = m \frac{d\mathbf{V}_{CM}}{dt} + 2\boldsymbol{\Omega} \times \int_m \frac{\delta \mathbf{p}}{\delta t} dm + \int_m \frac{\delta^2 \mathbf{p}}{\delta t^2} dm \quad (\text{A.16})$$

que é a força total do movimento translacional sobre um corpo com massa variável.

A equação do movimento rotacional dada por A.6 pode ser simplificada se utilizarmos o CM do veículo, em vez de um ponto fixo no SI como um ponto de referência, para calcular o momento da força total do movimento rotacional sobre um corpo e o momento da força total em torno do CM, visto no SC. Se  $\mathbf{r}_o$  e  $\mathbf{p}_o$  são os vetores de localização do ponto de aplicação da força total externa em relação ao SI e ao SC, respectivamente, então:

$$\mathbf{M}_{SI} = \mathbf{r}_o \times \mathbf{F}_{SI} = (\mathbf{r}_{CM} + \mathbf{p}_o) \times \mathbf{F}_{SI} \quad (\text{A.17})$$

O momento da força total em torno do CM, visto no SC, é dado por:

$$\mathbf{M}_{CM} = \mathbf{p}_o \times \mathbf{F}_{SI} = \mathbf{M}_{SI} - \mathbf{r}_{CM} \times \mathbf{F}_{SI} \quad (\text{A.18})$$

Substituindo as Equações A.5 e A.6 na Equação A.18 e utilizando a relação dada pela Equação A.7 temos:

$$\mathbf{M}_{CM} = \int_m \mathbf{p} \times \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} dm \quad (\text{A.19})$$

Substituindo a Equação A.12 na Equação A.19, temos:

$$\mathbf{M}_{CM} = \int_m \mathbf{p} \times \left[ \frac{d\mathbf{V}_{CM}}{dt} + \frac{d\boldsymbol{\Omega}}{dt} \times \mathbf{p} + \boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{p}) + 2\boldsymbol{\Omega} \times \frac{\delta \mathbf{p}}{\delta t} + \frac{\delta^2 \mathbf{p}}{\delta t^2} \right] dm \quad (\text{A.20})$$

Utilizando as relações dadas pelas Equações A.14 e A.15 na Equação A.20, temos:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{CM} = & \int_m \mathbf{p} \times \left( \frac{d\boldsymbol{\Omega}}{dt} \times \mathbf{p} \right) dm + \int_m \mathbf{p} \times [\boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{p})] dm + 2 \int_m \mathbf{p} \times \left( \boldsymbol{\Omega} \times \frac{\delta \mathbf{p}}{\delta t} \right) dm + \\ & \int_m \mathbf{p} \times \frac{\delta^2 \mathbf{p}}{\delta t^2} dm \end{aligned} \quad (\text{A.21})$$

Se  $V_{CM}$  é a velocidade linear do CM do veículo e  $\boldsymbol{\Omega}$  é a sua velocidade angular, ambos em relação ao SI, então, a Equação A.16 pode ser representada no SC, de acordo com Cornelisse (1979), por:

$$\mathbf{F}_{SC} = m \frac{dV_{CM}}{dt} = \mathbf{F}_{CO} + \mathbf{F}_{RE} + \mathbf{F}_{SI} \quad (\text{A.22})$$

onde:

- Força de Coriolis:

$$\mathbf{F}_{CO} = -2\boldsymbol{\Omega} \times \int_m \frac{\delta \mathbf{p}}{\delta t} dm \quad (\text{A.23})$$

- Força Relativa:

$$\mathbf{F}_{RE} = - \int_m \frac{d^2 \mathbf{p}}{dt^2} dm \quad (\text{A.24})$$

e a Equação A.21 é representada por:

$$\mathbf{M}_{IN} = \mathbf{M}_{CO} + \mathbf{M}_{RE} + \mathbf{M}_{CM} \quad (\text{A.25})$$

onde:

- Momento da Força de Coriolis:

$$\mathbf{M}_{CO} = -2 \int_m \mathbf{p} \times \left( \boldsymbol{\Omega} \times \frac{\delta \mathbf{p}}{\delta t} \right) dm \quad (\text{A.26})$$

- Momento da Força Relativa:

$$\mathbf{M}_{RE} = -\int_m \mathbf{p} \times \frac{\delta^2 \mathbf{p}}{\delta t^2} dm \quad (\text{A.27})$$

- Momento da Força Inercial:

$$\mathbf{M}_{IN} = \int_m \mathbf{p} \times \left[ \frac{d\boldsymbol{\Omega}}{dt} \times \mathbf{p} + \boldsymbol{\Omega} \times \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{p} \right] dm \quad (\text{A.28})$$

#### A.4 Equações da Dinâmica para o VLS

Os fatores  $\delta \mathbf{p} / \delta t$  e  $\delta^2 \mathbf{p} / \delta t^2$  nestas relações representam a velocidade e a aceleração dos gases do produto de combustão em relação ao CM do veículo, denominados respectivamente por:  $\mathbf{V}_g$  e  $\mathbf{a}_g$ . Como estes parâmetros são obtidos em relação à estrutura do foguete e como o CM se desloca em relação a ela,, devido à variação de massa, necessitamos então da seguinte relação:

$$\frac{\delta \mathbf{p}}{\delta t} = \mathbf{V}_g - \mathbf{V}_{CME} \quad (\text{A.29})$$

$$\frac{\delta^2 \mathbf{p}}{\delta t^2} = \mathbf{a}_g - \mathbf{a}_{CME} \quad (\text{A.30})$$

onde:  $\mathbf{V}_{CME}$  é a velocidade do CM em relação à estrutura do foguete e

$\mathbf{a}_{CME}$  é a aceleração do CM em relação à estrutura do foguete.

Como temos a presença de fluxo de gases, devido ao produto de combustão, será utilizado o recurso da teoria de mecânica dos fluídos, relacionando a derivada de um integrando com a derivada de uma integral (Cornelisse, 1979). Esta equação é dada por:

$$\int_m \frac{\delta \mathbf{P}}{\delta t} dm = \frac{\delta}{\delta t} \int_m \mathbf{P} dm + \int_{Ae} \mathbf{P} (\rho \mathbf{V}_g \mathbf{n}) dAe \quad (\text{A.31})$$

onde:  $\mathbf{P}$  é um vetor qualquer,



$\rho$  é a densidade do fluxo dos gases;

$\mathbf{n}$  é o vetor unitário normal a superfície de escape dos gases;

$\mathbf{V}_g$  é o vetor velocidade dos gases em relação à estrutura do foguete, e

$A_e$  é a área da superfície de escape dos gases.

#### A.4.1 Forças e Momentos das Forças Aparentes

##### A.4.1.1 Força de Coriolis

Aplicando Equação A.31 na Equação A.23, a força de Coriolis pode ser escrita como:

$$\mathbf{F}_{CO} = -2\boldsymbol{\Omega} \times \left[ \frac{\delta}{\delta t} \int_m \mathbf{p} dm + \int_{A_e} \mathbf{p} (\rho \mathbf{V}_g \mathbf{n}) dA_e \right] \quad (\text{A.32})$$

Introduzindo o fluxo de massa  $m_f$  definido como  $m_f = -dm/dt$ , segue do princípio de conservação de massa que  $m_f$  é o fluxo de massa total através da área de superfície  $A_e$ , (Cornelisse, 1979), portanto:

$$m_f = \int_{A_e} \rho \mathbf{V}_g \mathbf{n} dA_e \quad (\text{A.33})$$

Definindo o centro de fluxo de massa através do vetor posição  $\mathbf{p}_E$  como:

$$\mathbf{p}_E = \frac{1}{m_f} \int_{A_e} \mathbf{p} (\rho \mathbf{V}_g \mathbf{n}) dA_e \quad (\text{A.34})$$

e substituindo as Equações A.15, A.33 e A34 na Equação A.32 temos:

$$\mathbf{F}_{CO} = -2m_f \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{p}_E \quad (\text{A.35})$$

##### A.4.1.2 Força Relativa

Aplicando a Equação A.31 na Equação A.24, a força relativa pode ser representada por:

$$\mathbf{F}_{RE} = -\frac{\delta}{\delta t} \int_m \frac{\delta \mathbf{p}}{\delta t} dm - \int_{Ae} \frac{\delta \mathbf{p}}{\delta t} (\rho \mathbf{V}_g \mathbf{n}) dAe \quad (\text{A.36})$$

A primeira integral no lado direito da Equação A.36 também aparece na expressão da força de Coriolis, Equação A.23. Comparando as duas expressões, obtemos:

$$\int \frac{\delta \mathbf{p}}{\delta t} dm = m_f \mathbf{p}_E \quad (\text{A.37})$$

Substituindo a Equação A.29 na segunda integral, do lado direito, da Equação A.36, temos:

$$\begin{aligned} \int_{Ae} \frac{\delta \mathbf{p}}{\delta t} (\rho \mathbf{V}_g \mathbf{n}) dAe &= \int_{Ae} \mathbf{V}_g (\rho \mathbf{V}_g \mathbf{n}) dAe - \int_{Ae} \mathbf{V}_{CME} (\rho \mathbf{V}_g \mathbf{n}) dAe \\ &= \int_{Ae} \mathbf{V}_g (\rho \mathbf{V}_g \mathbf{n}) dAe - \mathbf{V}_{CME} m_f \end{aligned} \quad (\text{A.38})$$

A integral no lado direito da Equação A.38 é o fluxo do momento linear através da superfície  $A_e$ . Este fluxo pode ser escrito como o produto do fluxo de massa,  $m_f$ , e a velocidade média de exaustão  $\mathbf{V}_E$ , definida por:

$$\mathbf{V}_E = \frac{1}{m_f} \int_{Ae} \mathbf{V}_g (\rho \mathbf{V}_g \mathbf{n}) dAe \quad (\text{A.39})$$

Substituindo as Equações A.37 e A.39 na Equação A.36 temos:

$$\mathbf{F}_{RE} = -\frac{\delta(m_f \mathbf{p}_E)}{\delta t} - m_f (\mathbf{V}_E - \mathbf{V}_{CME}) \quad (\text{A.40})$$

Em geral, as velocidades relativas do CM de um foguete e do centro de massa de exaustão dos gases são muito pequenas quando comparadas com a velocidade média de exaustão dos gases, que para muitos foguetes químicos estão na faixa de 2.000m/s a 5.000m/s. Do mesmo modo, a variação do fluxo de massa é pequena, de modo que o

termo  $m_f \mathbf{p}_E$  pode ser desprezado quando comparado com  $m_f \mathbf{V}_E$ . Portanto, podemos ter uma boa aproximação de  $\mathbf{F}_{RE}$  dada por:

$$\mathbf{F}_{RE} = -m_f \mathbf{V}_E \quad (\text{A.41})$$

Conclui-se então que  $\mathbf{F}_{RE}$  tem a mesma magnitude, mas direção oposta a do fluxo do momento linear através da superfície de saída dos gases  $A_e$ . Logo,  $\mathbf{F}_{RE}$  contribui para a força de tração do foguete.

#### A.4.1.3 Momento da Força de Coriolis

Para o momento da força de Coriolis, temos que:

$$\frac{\delta}{\delta t} [\mathbf{p} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{p})] = \frac{\delta \mathbf{p}}{\delta t} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{p}) + \mathbf{p} \times \left( \frac{\delta \boldsymbol{\Omega}}{\delta t} \times \mathbf{p} \right) + \mathbf{p} \times \left( \boldsymbol{\Omega} \times \frac{\delta \mathbf{p}}{\delta t} \right) \quad (\text{A.42})$$

Corolário A.1:  $\frac{\delta \mathbf{p}}{\delta t} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{p}) = \mathbf{p} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{p}) + \boldsymbol{\Omega} \times \left( \frac{\delta \mathbf{p}}{\delta t} \times \mathbf{p} \right)$  ■

Aplicando o Corolário A.1 na Equação A.42 obtemos:

$$\frac{\delta}{\delta t} [\mathbf{p} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{p})] = 2 \mathbf{p} \times \left( \boldsymbol{\Omega} \times \frac{\delta \mathbf{p}}{\delta t} \right) + \mathbf{p} \times \left( \frac{\delta \boldsymbol{\Omega}}{\delta t} \times \mathbf{p} \right) + \boldsymbol{\Omega} \times \left( \frac{\delta \mathbf{p}}{\delta t} \times \mathbf{p} \right) \quad (\text{A.43})$$

Substituindo a Equação A.43 na Equação A.26, temos:

$$\mathbf{M}_{CO} = - \int_m \left[ \frac{\delta}{\delta t} [\mathbf{p} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{p})] - \mathbf{p} \times \left( \frac{\delta \boldsymbol{\Omega}}{\delta t} \times \mathbf{p} \right) - \boldsymbol{\Omega} \times \left( \frac{\delta \mathbf{p}}{\delta t} \times \mathbf{p} \right) \right] dm \quad (\text{A.44})$$

Aplicando a Equação A.31 na Equação A.44, temos:

$$\begin{aligned}
\mathbf{M}_{CO} = & -\frac{\delta}{\delta t} \int_m \mathbf{p} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{p}) dm - \int_{Ae} \mathbf{p} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{p}) (\rho V_g \mathbf{n}) dAe + \\
& \int_m \mathbf{p} \times \left( \frac{\delta \boldsymbol{\Omega}}{\delta t} \times \mathbf{p} \right) dm - \boldsymbol{\Omega} \times \int_m \mathbf{p} \times \frac{\delta \mathbf{p}}{\delta t} dm
\end{aligned} \tag{A.45}$$

Para o cálculo do termo  $\int_m \mathbf{p} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{p}) dm$  da Equação A.45, temos que o momento da força total sobre um corpo rígido, relativo ao CM é dado por:

$$\mathbf{B}_{CM} = \int_m \mathbf{p} \times \frac{d\mathbf{p}}{dt} dm = \int_m \mathbf{p} \times \frac{\delta \mathbf{p}}{\delta t} dm + \int_m \mathbf{p} \times \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{p} dm \tag{A.46}$$

Para um corpo rígido temos que  $\delta \mathbf{p} / \delta t = \boldsymbol{\theta}$  e considerando os vetores unitários dado no SC por:  $i_{SC}, j_{SC}$  e  $k_{SC}$ ; as coordenadas de  $dm$  dadas no SC por:  $x, y, z$ ; e a velocidade de rotação do corpo, em relação ao SI, medida no SC dado por:  $p, q, r$ , temos:

$$\mathbf{p} = x i_{SC} + y j_{SC} + z k_{SC} \tag{A.47}$$

$$\boldsymbol{\Omega} = p i_{SC} + q j_{SC} + r k_{SC} \tag{A.48}$$

Fazendo o cálculo do  $\mathbf{B}_{CM}$  empregando as Equações A.47 e A.48, temos:

$$\begin{aligned}
\mathbf{B}_{CM} = \int_m \{ & [(y^2 + z^2)p - xyq - xzr] i_c + [-xyp + (x^2 + z^2)q - yzr] j_c + \\
& [-xzp - yzq + (x^2 + y^2)r] k_c \} dm
\end{aligned} \tag{A.49}$$

Definindo:

$$I_{xx} = \int_m (y^2 + z^2) dm \tag{A.50}$$

$$I_{yy} = \int_m (x^2 + z^2) dm \tag{A.51}$$

$$I_{zz} = \int_m (x^2 + y^2) dm \tag{A.52}$$

$$I_{xy} = I_{yx} = \int_m -xy \, dm \quad (\text{A.53})$$

$$I_{yz} = I_{zy} = \int_m -yz \, dm \quad (\text{A.54})$$

$$I_{xz} = I_{zx} = \int_m -xz \, dm \quad (\text{A.55})$$

Estas são as nove componentes do tensor de inércia  $\mathbf{I}$ , onde  $I_{xx}$ ,  $I_{yy}$ ,  $I_{zz}$  são chamados de momentos de inércia e  $I_{xy}$ ,  $I_{yz}$  e  $I_{xz}$  são chamados de produtos de inércia. Assim podemos escrever:

$$\mathbf{B}_{CM} = B_x \mathbf{i}_c + B_y \mathbf{j}_c + B_z \mathbf{k}_c \quad (\text{A.56})$$

onde:  $B_x = I_{xx} p + I_{xy} q + I_{xz} r$

$$B_y = I_{yx} p + I_{yy} q + I_{yz} r$$

$$B_z = I_{zx} p + I_{zy} q + I_{zz} r$$

Na forma matricial temos:

$$\mathbf{B}_{CM} = \mathbf{I} \boldsymbol{\Omega} \quad (\text{A.57})$$

Analogamente ao cálculo anterior temos:

$$\int_m \mathbf{p} \times \left( \frac{\delta \boldsymbol{\Omega}}{\delta t} \times \mathbf{p} \right) dm = \mathbf{I} \frac{\delta \boldsymbol{\Omega}}{\delta t} \quad (\text{A.58})$$

Para o cálculo do termo  $\int_{A_e} \mathbf{p} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{p})(\rho V_g \mathbf{n}) dA_e$  da Equação A.45, considerando um

ponto na superfície  $A_e$ , medido no SC, podemos escrever:

$$\mathbf{p} = \mathbf{p}_E + \mathbf{p}_A \quad (\text{A.59})$$

Da definição de  $\mathbf{p}_E$ , Equação A.34, temos:

$$\mathbf{p}_E = \frac{1}{m_f} \int_{A_e} \mathbf{p}(\rho \mathbf{V}_g \mathbf{n}) dA_e = \frac{1}{m_f} \int_{A_e} (\mathbf{p}_E + \mathbf{p}_A)(\rho \mathbf{V}_g \mathbf{n}) dA_e \quad (\text{A.60})$$

, portanto:

$$\int_{A_e} \mathbf{p}_A \rho \mathbf{V}_g \mathbf{n} dA_e = 0 \quad (\text{A.61})$$

Aplicando as Equações A.59 e A.61 na Equação A.58 temos:

$$\begin{aligned} \int_{A_e} \mathbf{p} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{p})(\rho \mathbf{V}_g \mathbf{n}) dA_e &= \int_{A_e} (\mathbf{p}_E + \mathbf{p}_A) \times [\boldsymbol{\Omega} \times (\mathbf{p}_E + \mathbf{p}_A)](\rho \mathbf{V}_g \mathbf{n}) dA_e \\ &= \mathbf{p}_E \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{p}_E) m_f + \int_{A_e} \mathbf{p}_A \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{p}_A)(\rho \mathbf{V}_g \mathbf{n}) dA_e \end{aligned} \quad (\text{A.62})$$

Portanto, o momento da força de Coriolis pode ser representado por:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{CO} &= -\frac{\delta}{\delta t} (\mathbf{I} \boldsymbol{\Omega}) + \mathbf{I} \frac{\delta \boldsymbol{\Omega}}{\delta t} + m_f \mathbf{p}_E \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{p}_E) + \\ &\quad \int_{A_e} \mathbf{p}_A \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{p}_A)(\rho \mathbf{V}_g \mathbf{n}) dA_e - \boldsymbol{\Omega} \times \int_m \mathbf{p} \times \frac{\delta \mathbf{p}}{\delta t} dm \end{aligned} \quad (\text{A.63})$$

Como a dimensão do bocal de saída dos gases é muito menor do que o comprimento longitudinal do veículo, de modo que  $|\mathbf{p}_A| \ll |\mathbf{p}_E|$ , portanto, a integral sobre  $A_e$  pode ser desprezada.

A integral de volume  $\int_m \mathbf{p} \times \frac{\delta \mathbf{p}}{\delta t} dm$  representa o momento angular do veículo devido ao

movimento relativo dos gases em relação ao CM. Pode ser facilmente entendido que somente os gases em movimento contribuem para este momento angular. Como o fluxo de gás é praticamente paralelo ao eixo longitudinal do veículo, nos propulsores centrais, o correspondente momento angular poderá ser desprezado. Considerando que os propulsores laterais apresentam o mesmo desempenho, os seus correspondentes termos

também se cancelam. Temos, portanto, que o momento da força de Coriolis pode ser calculado por:

$$\mathbf{M}_{CO} = -\frac{\delta I}{\delta t} \boldsymbol{\Omega} - m_f \mathbf{p}_E \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{p}_E) \quad (\text{A.64})$$

#### A.4.1.4 Momento da Força Relativa

Da Equação A.27 temos:

$$\mathbf{M}_{RE} = -\int_m \mathbf{p} \times \frac{\delta^2 \mathbf{p}}{\delta t^2} dm = -\int_m \frac{\delta}{\delta t} \left( \mathbf{p} \times \frac{\delta \mathbf{p}}{\delta t} \right) dm \quad (\text{A.65})$$

Aplicando a Equação A.31 na Equação A.65 temos:

$$\mathbf{M}_{RE} = -\frac{\delta}{\delta t} \int_m \mathbf{p} \times \frac{\delta \mathbf{p}}{\delta t} dm - \int_{A_e} \left( \mathbf{p} \times \frac{\delta \mathbf{p}}{\delta t} \right) (\rho V_g \mathbf{n}) dA_e \quad (\text{A.66})$$

Na superfície  $A_e$ ,  $V_g$  pode ser escrito por:

$$\mathbf{V}_g = \mathbf{V}_E + \mathbf{V}_A \quad (\text{A.67})$$

Pela definição de  $V_e$ , Equação A.39, obtemos:

$$\frac{1}{m_f} \int_{A_e} V_A (\rho V_g \mathbf{n}) dA_e = 0 \quad (\text{A.68})$$

Utilizando as expressões das Equações A.33, A.59 e A.68, temos:

$$\begin{aligned} \int_{A_e} (\mathbf{p} \times \mathbf{V}_g) (\rho V_g \mathbf{n}) dA_e &= \int_{A_e} [(\mathbf{p}_E + \mathbf{p}_A) \times (\mathbf{V}_E + \mathbf{V}_A)] (\rho V_g \mathbf{n}) dA_e \\ &= (\mathbf{p}_E \times \mathbf{V}_E) m_f + \int_{A_e} (\mathbf{p}_A \times \mathbf{V}_A) (\rho V_g \mathbf{n}) dA_e \end{aligned} \quad (\text{A.69})$$

Portanto,

$$\mathbf{M}_{RE} = -\frac{\delta}{\delta t} \int_m \mathbf{p} \times \frac{\delta \mathbf{p}}{\delta t} - \int_{Ae} (\mathbf{p}_A \times \mathbf{V}_A) (\rho \mathbf{V}_g \mathbf{n}) dA_e - m_f (\mathbf{p}_e \times \mathbf{V}_e) \quad (\text{A.70})$$

Utilizando as mesmas considerações feitas para a última integral da Equação A.63, a primeira integral da Equação A.70 pode ser desprezada. Note que  $|\mathbf{r}_A| \ll |\mathbf{p}_E|$  e que  $|\mathbf{V}_A| \ll |\mathbf{V}_E|$ , portanto, o momento da força relativa pode ser aproximado por:

$$\mathbf{M}_{RE} = -m_f (\mathbf{p}_E \times \mathbf{V}_E) \quad (\text{A.71})$$

#### A.4.1.5 Momento da Força Inercial

O momento da força inercial, dado pela Equação A.28, necessita de mais alguns desenvolvimentos. Assim temos:

$$\mathbf{M}_{IN} = \int_m \mathbf{p} \times \left( \frac{d\boldsymbol{\Omega}}{dt} \times \mathbf{p} \right) dm + \int_m \mathbf{p} \times [\boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{p})] dm \quad (\text{A.72})$$

Corolário A.1:  $\mathbf{p} \times [\boldsymbol{\Omega} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{p})] = \boldsymbol{\Omega} \times [\mathbf{p} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{p})]$  ■

Utilizando o conceito de derivada em relação a um sistema não inercial, temos:

$$\frac{d}{dt} [\mathbf{p} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{p})] = \frac{\delta}{\delta t} [\mathbf{p} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{p})] + \boldsymbol{\Omega} \times [\mathbf{p} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{p})] \quad (\text{A.73})$$

Empregando o Corolário A.2 e a Equação A.73 na Equação A.72, temos:

$$\mathbf{M}_{IN} = \int_m \mathbf{p} \times \left( \frac{d\boldsymbol{\Omega}}{dt} \times \mathbf{p} \right) dm + \int_m \left\{ \frac{d}{dt} [\mathbf{p} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{p})] - \frac{\delta}{\delta t} [\mathbf{p} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{p})] \right\} dm \quad (\text{A.74})$$

Utilizando a expressão da Equação A.31 na Equação A.74, temos:



$$\begin{aligned}
\mathbf{M}_{IN} = & \int_m \mathbf{p} \times \left( \frac{d\boldsymbol{\Omega}}{dt} \times \mathbf{p} \right) dm + \frac{d}{dt} \int_m \mathbf{p} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{p}) dm + \int_{Ae} [\mathbf{p} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{p})] (\rho V_g \mathbf{n}) dAe - \\
& \int_m \frac{\delta}{\delta t} [\mathbf{p} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{p})] dm - \int_{Ae} [\mathbf{p} \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{p})] (\rho V_g \mathbf{n}) dAe
\end{aligned} \tag{A.75}$$

Utilizando as mesmas considerações empregadas nas Equações A.57 e A.58, temos:

$$\mathbf{M}_{IN} = \mathbf{I} \frac{\delta \boldsymbol{\Omega}}{\delta t} + \frac{d}{dt} (\mathbf{I} \boldsymbol{\Omega}) - \frac{\delta}{\delta t} (\mathbf{I} \boldsymbol{\Omega}) \tag{A.76}$$

Simplificando, obtém-se:

$$\mathbf{M}_{IN} = \frac{d(\mathbf{I} \boldsymbol{\Omega})}{dt} - \frac{\delta \mathbf{I}}{\delta t} \boldsymbol{\Omega} \tag{A.77}$$

#### A.4.2 Forças e Momentos das Forças Externas

As mais importantes forças externas agindo em um foguete em vôo livre podem ser divididas em forças gravitacionais, forças de pressão e forças aerodinâmicas.

##### A.4.2.1 Força Devido a Pressão

A força devido a pressão, ou força de empuxo, é dada por:

$$\mathbf{F}_p = - \int_{Ae} (p_i - p_e) \mathbf{n} dAe \tag{A.78}$$

onde:  $dAe$  é um elemento da superfície de controle  $Ae$ ;

$\mathbf{n}$  é um vetor unitário saindo de  $dAe$ ;

$p_i$  é a pressão interna em  $dAe$ ; e

$p_e$  é a pressão externa em  $dAe$ .

Definindo a força de empuxo corrigida:

$$\mathbf{F}_E = \mathbf{F}_{RE} + \mathbf{F}_P \tag{A.79}$$

Substituindo as Equações A.41 e A.78 na Equação A.79, temos:

$$\mathbf{F}_E = -m_f \mathbf{V}_e - \int_S (p_i - p_e) \mathbf{n} dS \quad (\text{A.80})$$

onde  $\mathbf{F}_E$  é a força exclusivamente devido ao empuxo do foguete.

#### A.4.2.2 Força Gravitacional

A força gravitacional pertence a mais importante força na dinâmica de veículos espaciais. Usaremos, portanto, a Lei de Gravitação elaborada por Newton. Como as distâncias dos planetas e do Sol são muito grandes quando comparada com as dimensões dos corpos próximos a superfície da Terra, Newton considerou estes corpos como partículas e fez a seguinte formulação para lei de gravitação: *Quaisquer duas partículas atraem uma a outra com uma força que é proporcional ao produto de suas massa e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre elas e age ao longo da linha que une estas partículas*. Representado isto em uma fórmula temos:

$$\mathbf{F}_{12} = G \frac{m_1 m_2}{r_{12}^3} \mathbf{r}_{12} \quad (\text{A.81})$$

onde:  $\mathbf{F}_{12}$  é a força que a partícula 2 com massa  $m_2$  exerce na partícula 1 com massa  $m_1$ ;

$\mathbf{r}_{12}$  é o vetor posição da partícula 2 em relação a partícula 1, e

$G$  é a constante gravitacional universal dada por:  $6,6732 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{Kg/s}^2$ .

Veículos lançadores de satélite, da classe do VLS, são utilizados nas proximidades da Terra, portanto, as influências de outros corpos celestes também podem ser desconsideradas, sendo possível considerar o campo gravitacional da Terra como um campo central seguindo a lei do inverso ao quadrado. Considerando, também, a Terra como uma esfera perfeita, a força do campo gravitacional pode ser dado somente como uma função do vetor posição  $\mathbf{R}_{CM}$  do centro de massa do veículo em relação ao centro da Terra:

$$\mathbf{g} = -\frac{GM_T}{R_{CM}^3} \mathbf{R}_{CM} \quad (\text{A.82})$$

onde  $M_T$  é a massa da Terra dada por:  $5,976 \times 10^{24}$  Kg.

Resultando em:

$$\mathbf{g} = -\frac{3,98790 \times 10^{14}}{R_{CM}^3} \mathbf{R}_{CM} \left[ \frac{\text{m}^3}{\text{s}^2} \right] \quad (\text{A.83})$$

#### A.4.2.3 Forças Aerodinâmicas

O deslocamento de um veículo na atmosfera da Terra resulta em forças aerodinâmicas que podem afetar a sua trajetória e o seu desempenho. Tais forças aerodinâmicas podem ter a sua intensidade e direção alterada de modo imprevisível devido ao vento em regime, as rajadas de vento ou as turbulências atmosféricas. Elas também podem ser conseqüências do desalinhamento de empenas ou imprecisões de fabricação. O desvio da trajetória nominal de um foguete é denominado de **dispersão da trajetória**. Para minimização desta dispersão, é necessário incorporar um sistema de guiagem aos veículos.

A força aerodinâmica é representada na Figura A.3. Ela é decomposta em uma força de arrasto  $F_{AD}$  na direção oposta a velocidade  $V_{CMa}$ , que é a velocidade do CM do veículo em relação a atmosfera no plano da trajetória, e em uma força de sustentação  $F_{AL}$  na direção perpendicular a  $V_{CMa}$ . Ela pode também ser decomposta em uma força normal  $F_{AN}$  e em uma força tangencial  $F_{AT}$ , ambas em relação ao eixo longitudinal do veículo para facilitar a sua utilização no SC. O ângulo  $\alpha$  é chamado de ângulo de ataque, isto é, é o ângulo formado entre o eixo longitudinal do veículo e o seu vetor velocidade  $V_{CMa}$ . De ensaios práticos sabe-se que a força aerodinâmica é função da densidade do ar  $\rho_a$ , de uma área de referência do corpo  $A_r$ , da velocidade do CM em relação à atmosfera, da viscosidade do ar  $\mu_a$  e da velocidade de propagação do som nas proximidades do veículo. Como estes parâmetros dependem das condições climáticas locais, na prática, para projeto são utilizados valores médios tabelados.

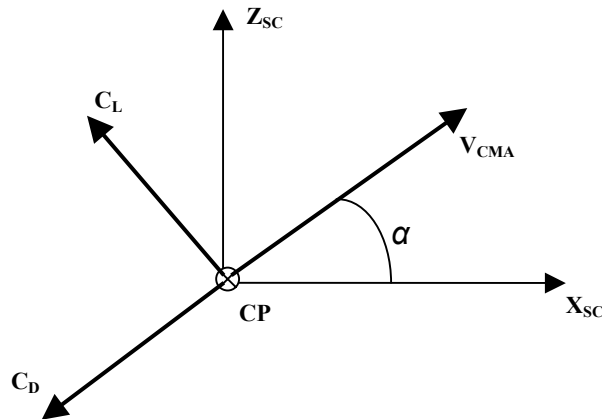


FIGURA A.3 – Representação da força aerodinâmica agindo no veículo.

A força aerodinâmica é obtida a partir das forças de arrasto e de sustentação e dada por:

$$\mathbf{F}_A = \begin{bmatrix} F_{AL} \\ F_{AD} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_L P_{din} A_r \\ C_D P_{din} A_r \end{bmatrix} \quad (\text{A.84})$$

onde:  $C_L$  é o coeficiente adimensional de sustentação;

$C_D$  é o coeficiente adimensional de arrasto;

$P_{din}$  é a pressão dinâmica dada por:  $\rho V_{Cma}^2 / 2$ , e

$A_r$  é a área de referência, freqüentemente adotada como:  $\pi d^2 / 4$ ; sendo  $d$  é o diâmetro da seção transversal do corpo.

A partir do ângulo de ataque e dos coeficientes de arrasto e de sustentação, pode-se decompor estes coeficientes no SC, obtendo assim os coeficientes aerodinâmicos normal  $C_N$  e tangencial  $C_T$ :

$$\begin{bmatrix} C_T \\ C_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_D \cos \alpha - C_L \sin \alpha \\ C_D \sin \alpha + C_L \cos \alpha \end{bmatrix} \quad (\text{A.85})$$

#### A.4.2.4 Momento da Força de Empuxo

O momento da força devido à pressão é dado por:

$$\mathbf{M}_p = -\int_S (p_i - p_e) \mathbf{p} \times \mathbf{n} dS \quad (\text{A.86})$$

Definindo o momento da força de empuxo corrigido dado por:

$$\mathbf{M}_E = \mathbf{M}_{RE} + \mathbf{M}_P \quad (\text{A.87})$$

Temos que se a força de empuxo não estiver agindo junto da linha que passa pelo CM, o momento da força de empuxo corrigido resultante será:

$$\mathbf{M}_E = -m_f \mathbf{p}_E \times \mathbf{V}_E - \int_S (p_i - p_e) \mathbf{p}_E \times \mathbf{n} dS \quad (\text{A.88})$$

Da Equação A.80 temos:

$$\mathbf{M}_E = \mathbf{p}_E \times \mathbf{F}_E \quad (\text{A.89})$$

#### A.4.2.5 Momento da Força Gravitacional

Devido à dependência do campo gravitacional, o centro de gravidade, em geral, não coincide com o centro de massa do foguete. Portanto, a força gravitacional causará um momento de força em torno do centro de massa do veículo. No entanto, as dimensões do veículo são muito pequenas quando comparadas com a distância do centro de atração e conseqüentemente a distância entre o centro de massa e o centro de gravidade pode ser desprezado. Portanto, o momento da força devido à força gravitacional é pequeno quando comparada com os outros momentos das forças agindo no corpo e, portanto, pode ser desprezado.

#### A.4.2.6 Momento da Força Aerodinâmica

O momento da força aerodinâmica aparece quando o CP não coincide com o CM e o vetor  $\mathbf{F}_A$  não é colinear a linha que une o CP e o CM. Ele é dado por:

$$\mathbf{M}_A = \mathbf{p}_A \times \mathbf{F}_A \quad (\text{A.90})$$

, sendo  $p_A$ , a posição do CP no SC denominada de **margem de estabilidade estática**. Se  $p_A < 0$ , o torque aerodinâmico tem um efeito estabilizador sobre o veículo, ou seja, o veículo é aerodinamicamente estável. Caso contrário, se  $p_A > 0$ , o torque aerodinâmico tem um efeito de tornar o corpo instável, ou seja, o veículo é aerodinamicamente instável. A posição do CP depende, dentre outros parâmetros, do formato do corpo, do número de Mach e do ângulo de ataque.

#### A.4.3 Equações do Movimento

As equações para a força e o momento da força aparentes e externas foram desenvolvidas para um observador no sistema inercial, onde temos:

$$\mathbf{F}_{SC} = \mathbf{F}_{CO} + \mathbf{F}_E + \mathbf{F}_A + m\mathbf{g} \quad (\text{A.91})$$

$$\mathbf{M}_I = \mathbf{M}_{CO} + \mathbf{M}_E + \mathbf{M}_A \quad (\text{A.92})$$

Estas equações serão substituídas pelas suas componentes para obtermos as equações de translação e rotação do veículo. Como a tração, a força e o momento da força aerodinâmica, o tensor de inércia e o vetor  $\mathbf{p}_E$  são mais facilmente expressos no SC, os vetores de equações são usualmente resolvidos neste referencial. Deste modo, as equações vetoriais A.91 e A.92 são representadas em 6 equações escalares. Para tal foram definidos os seguintes parâmetros:

$$\mathbf{V}_{CM} = [u, v, w]$$

$$\mathbf{V}_{CMa} = [u_a, v_a, w_a] = [-(u + V_{ax}), -(v + V_{ay}), -(w + V_{az})]$$

$$\boldsymbol{\Omega} = [p, q, r]$$

$$\mathbf{F}_E = [F_{Ex}, F_{Ey}, F_{Ez}]$$

$$\mathbf{M}_E = [M_{Ex}, M_{Ey}, M_{Ez}]$$

$$\mathbf{p}_E = [p_{Ex}, p_{Ey}, p_{Ez}]$$

$$\mathbf{F}_A = [F_{Ax}, F_{Ay}, F_{Az}]$$

$$\mathbf{M}_A = [M_{Ax}, M_{Ay}, M_{Az}]$$

$$\mathbf{p}_A = [p_{Ax}, p_{Ay}, p_{Az}]$$

$$\mathbf{g} = [g_x, g_y, g_z]$$

#### A.4.3.1 Equações de Translação

Como as forças de empuxo e aerodinâmicas são mais facilmente expressa no sistema do corpo e este tem uma rotação com velocidade angular  $\boldsymbol{\Omega}$  em relação ao sistema inercial, o termo do lado esquerdo da Equação A.91 visto no SC é dado por:

$$\frac{d\mathbf{V}_{CM}}{dt} = \frac{\delta\mathbf{V}_{CM}}{\delta t} + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{V}_{CM} \quad (\text{A.93})$$

Substituindo a Equação A.93 na Equação A.91 e isolando o termo observado no SC temos:

$$m \frac{\delta\mathbf{V}_{CM}}{\delta t} = \mathbf{F}_{CO} + \mathbf{F}_E + \mathbf{F}_A + m\mathbf{g} - m\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{V}_{CM} \quad (\text{A.94})$$

Decompondo a força aparente em suas componentes no SC temos:

$$\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{V}_{CM} = \begin{vmatrix} \vec{i}_b & \vec{j}_b & \vec{k}_b \\ p & q & r \\ u & v & w \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} wq - vr \\ ur - wp \\ vp - uq \end{bmatrix} \quad (\text{A.95})$$

A força total no VLS no SC é dada por:

$$\mathbf{F}_{SC} = \begin{bmatrix} m\dot{u} \\ m\dot{v} \\ m\dot{w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{COx} + F_{Ex} + F_{Ax} + mg_x + m(vr - wq) \\ F_{COy} + F_{Ey} + F_{Ay} + mg_y + m(wp - ur) \\ F_{COz} + F_{Ez} + F_{Az} + mg_z + m(uq - vp) \end{bmatrix} \quad (\text{A.96})$$

Como VLS é um veículo multi-estágio, a sua força total irá mudar de acordo com a configuração de vôo do VLS que estiver em andamento.

#### **A.4.3.1.1 Força de Coriolis**

A velocidade do centro do fluxo de massa dos gases, devido a rotação do veículo, é pequena quando comparada com a velocidade média de exaustão dos gases,  $|\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{p}_E| \ll V_E$ , portanto, a força de Coriolis pode ser desprezada em relação a força de empuxo.

#### **A.4.3.1.2 Força de Empuxo**

A força de empuxo é exclusivamente devido ao motor foguete em operação. Esta força pode ser obtida em ensaios estáticos do motor foguete, tendo, portanto, o seu valor em forma de tabela.

O primeiro termo da Equação A.80, devido ao transporte do momento da força linear através de  $A_e$ , é chamado de empuxo (tração de impulso), e o segundo termo representa a pressão de empuxo (tração de pressão). As forças propulsivas compreendem a força de empuxo e a força de controle dos diversos estágios.

Sendo o veículo configurado como um corpo central e quatro propulsores laterais e que para cada fase do voo temos uma configuração diferente do veículo, há uma complexidade maior para se calcular as forças que atuam no veículo. A força de empuxo é apresentada separadamente para cada propulsor e são utilizadas no movimento do veículo de acordo com os estágios que tiverem em operação.

##### **A.4.3.1.2.1 Propulsores Laterais**

Para referenciar os vetores de empuxo dos propulsores laterais, 1º estágio, é preciso utilizar o SC e fazer a decomposição da força de empuxo de cada propulsor. Cada propulsor é identificado pelo índice  $p = \{A, B, C, D\}$ , e a decomposição do empuxo, no sistema de referência do corpo, é identificada pelos índices:  $x$ ,  $y$  e  $z$ . Na Figura A.4 temos uma representação esquemática da força de empuxo do propulsor A.



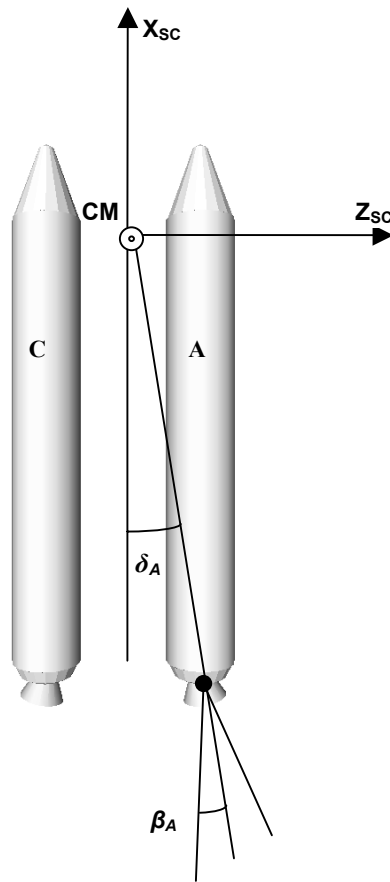


FIGURA A.4 – Representação da força de empuxo do propulsor A.

onde:  $\beta_A$  é o ângulo de deflexão da tubeira do propulsor A, em torno do eixo  $Z_{SC}$ , e

$\delta_A$  é o ângulo de inclinação da tubeira do propulsor A, em torno do eixo  $Y_{SC}$ .

Para a elaboração das componentes da força de empuxo dos propulsores do 1º estágio, foi utilizada a convenção de que os ângulos positivos para  $\beta_p$  e  $\delta_p$  resultam em momentos de força positivos no respectivo eixo de referência no SC. Deste modo, temos as seguintes componentes para o empuxo dos propulsores laterais:

$$\mathbf{F}_{EA} = \begin{bmatrix} F_{EAx} \\ F_{EAy} \\ F_{EAz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \beta_A \cos \delta_A \\ -\sin \beta_A \\ \cos \beta_A \sin \delta_A \end{bmatrix} F_{EA} \quad (\text{A.97})$$

$$\mathbf{F}_{EB} = \begin{bmatrix} F_{EBx} \\ F_{EBy} \\ F_{EBz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \beta_B \cos \delta_B \\ -\cos \beta_B \sin \delta_B \\ \sin \beta_B \end{bmatrix} F_{EB} \quad (\text{A.98})$$

$$\mathbf{F}_{EC} = \begin{bmatrix} F_{ECx} \\ F_{ECy} \\ F_{ECz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \beta_C \cos \delta_C \\ -\sin \beta_C \\ \cos \beta_C \sin \delta_C \end{bmatrix} F_{EC} \quad (\text{A.99})$$

$$\mathbf{F}_{ED} = \begin{bmatrix} F_{EDx} \\ F_{EDy} \\ F_{EDz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \beta_D \cos \delta_D \\ -\cos \beta_D \sin \delta_D \\ \sin \beta_D \end{bmatrix} F_{ED} \quad (\text{A.100})$$

Para a força de empuxo é feita as seguintes hipóteses simplificadoras:

- 1) O veículo é perfeitamente simétrico, não há desalinhamento dos propulsores e as tubeiras não apresentam desalinhamento de jato;
- 2) Os ângulos de inclinação das tubeiras são simétricos:  $\delta = -\delta_A = \delta_B = \delta_C = -\delta_D$ . Estes ângulos são considerados positivos para que os momentos das forças resultantes sejam positivos.

- 3) O ângulo máximo de deflexão da tubeira é pequeno, de modo que:

$$\cos \beta_i \approx 1 \text{ e } \sin \beta_i \approx \beta_i$$

- 4) Não será considerado o comando para controle de rolamento, de modo que:

$$\beta_y = \beta_A = \beta_C$$

$$\beta_z = \beta_B = \beta_D$$

Sendo assim, a força resultante devido ao empuxo dos propulsores do 1º estágio é dada por:

$$\begin{bmatrix} F_{E1x} \\ F_{E1y} \\ F_{E1z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (F_{EA} + F_{EB} + F_{EC} + F_{ED}) \cos \delta \\ -(F_{EA} + F_{EC}) \beta_y \\ (F_{EB} + F_{ED}) \beta_z \end{bmatrix} \quad (\text{A.101})$$

#### A.4.3.1.2.2 Propulsores Centrais

Uma representação esquemática da força de empuxo para os propulsores centrais é apresentada na Figura A.5.

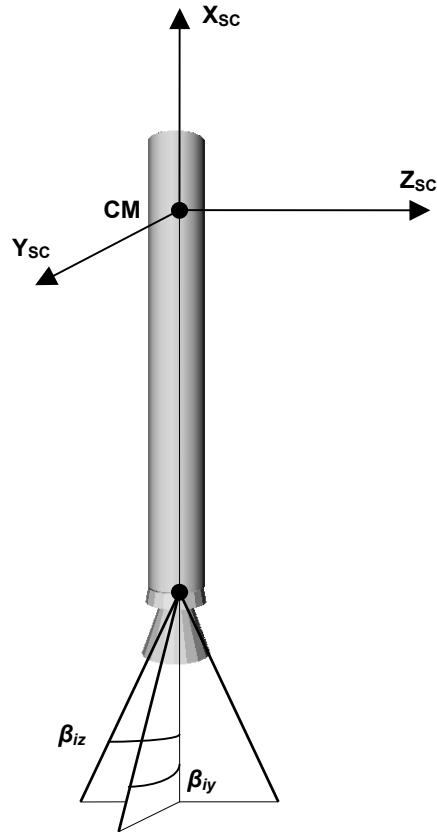


FIGURA A.5 – Representação esquemática da força de empuxo dos propulsores centrais.

O vetor da força empuxo é determinado utilizando o mesmo sentido do ângulo de deflexão da tubeira feita no Item anterior. Cada propulsor do é identificado pelo índice  $p = \{2, 3\}$ , e a decomposição do empuxo nos sistema de referência do corpo são identificados pelos índices:  $x$ ,  $y$  e  $z$ . Deste modo, as forças de empuxo dos propulsores centrais são dadas por:

$$\mathbf{F}_{E2} = \begin{bmatrix} F_{E2x} \\ F_{E2y} \\ F_{E2z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \beta_{2y} & \cos \beta_{2z} \\ -\text{sen} \beta_{2y} & \\ \text{sen} \beta_{2z} & \end{bmatrix} F_{E2} \quad (\text{A.102})$$

$$\mathbf{F}_{E3} = \begin{bmatrix} F_{E3x} \\ F_{E3y} \\ F_{E3z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \beta_{3y} \cos \beta_{3z} \\ -\sin \beta_{3y} \\ \sin \beta_{3z} \end{bmatrix} F_{E3} \quad (\text{A.103})$$

Para as forças de empuxo dos propulsores do 2º e 3º estágios foram feitas as seguintes hipóteses simplificadoras:

- 1) O veículo é perfeitamente simétrico, não há desalinhamento dos propulsores e as tubeiras não apresentam desalinhamento de jato;
- 2) O ângulo máximo de deflexão da tubeira é bem pequeno, de modo que:

$$\cos \beta_i \approx 1 \text{ e } \sin \beta_i = \beta_i$$

Sendo assim, as forças resultantes podem ser representadas por:

$$\begin{bmatrix} F_{E2x} \\ F_{E2y} \\ F_{E2z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{E2} \\ -F_{E2}\beta_{2y} \\ F_{E2}\beta_{2z} \end{bmatrix} \quad (\text{A.104})$$

$$\begin{bmatrix} F_{E3x} \\ F_{E3y} \\ F_{E3z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{E3} \\ -F_{E3}\beta_{3y} \\ F_{E3}\beta_{3z} \end{bmatrix} \quad (\text{A.105})$$

#### A.4.3.1.2.3 Força dos Propulsores para o Basculamento

Os propulsores utilizados para o basculamento são utilizados somente para efetuar a correção de atitude do veículo para dar ignição do 4º estágio, o qual coloca o satélite na órbita desejada. Estes propulsores são instalados na baia de equipamentos, que fica na parte superior do 3º estágio e estão representados na Figura A.6

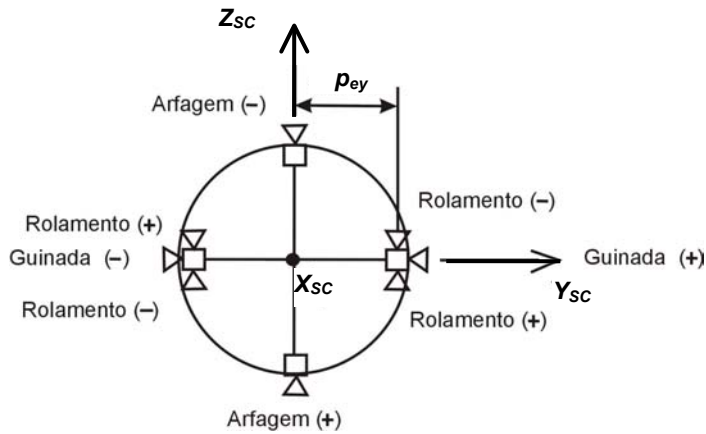


FIGURA A.6 – Posição dos propulsores para o basculamento.

A sua força resultante é dada por:

$$\mathbf{F}_B = \begin{bmatrix} F_{Bx} \\ F_{By} \\ F_{Bz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ F_{gui}^- - F_{gui}^+ \\ F_{arf}^+ - F_{arf}^- + F_{rol1}^- - F_{rol1}^+ + F_{rol2}^+ - F_{rol2}^- \end{bmatrix} \quad (\text{A.106})$$

Para estes propulsores é considerado que eles têm o mesmo empuxo. Sendo assim, os propulsores de rolamento, como funcionam em pares:  $F_{rol1}^-$  com  $F_{rol2}^-$  e  $F_{rol1}^+$  com  $F_{rol2}^+$ , a sua contribuição na força será nula, resultando em:

$$\mathbf{F}_B = \begin{bmatrix} F_{Bx} \\ F_{By} \\ F_{Bz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ F_{gui}^- - F_{gui}^+ \\ F_{arf}^+ - F_{arf}^- \end{bmatrix} \quad (\text{A.107})$$

#### A.4.3.1.3 Força Aerodinâmica

A força aerodinâmica atua no CP do veículo enquanto ele está se deslocando na atmosfera, portanto, esta força deve ser decomposta no SA. Na Figura A.7 temos a representação da resultante da força aerodinâmica incidente sobre o veículo, considerando um ângulo de ataque e um ângulo de derrapagem.

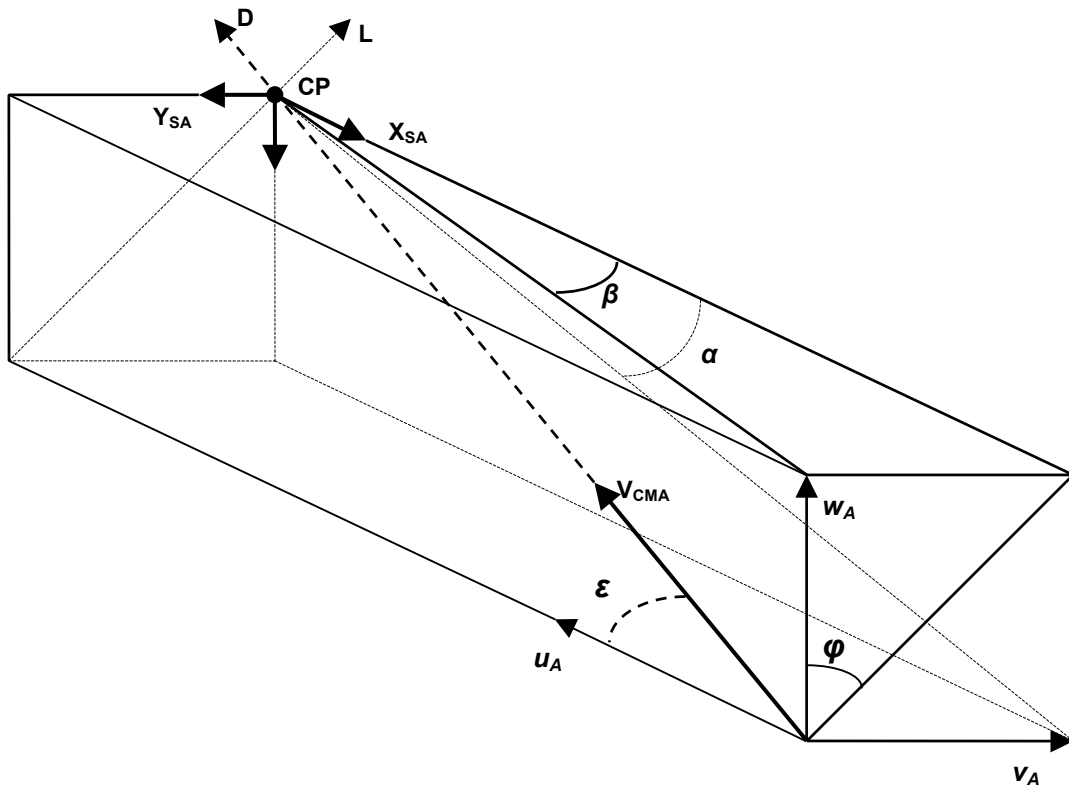


FIGURA A.7 – Representação da resultante da força aerodinâmica com ângulo de ataque e de derrapagem.

onde:  $\alpha$  é o ângulo de ataque, isto é, é o ângulo entre a projeção do vetor velocidade do vento no plano de referência longitudinal do veículo e o seu eixo longitudinal;

$\beta$  é o ângulo de derrapagem, isto é, é o ângulo entre a projeção do vetor velocidade do vento no plano de referência lateral do veículo e o seu eixo longitudinal;

$\varepsilon$  é o ângulo entre o eixo longitudinal do veículo e o vetor velocidade do vento, e

$\varphi$  é o ângulo entre o plano de referência longitudinal do veículo e o plano formado pelo eixo longitudinal do veículo e o vetor velocidade do vento no SA.

Os coeficientes aerodinâmicos devem ser decompostos nos coeficientes aerodinâmicos de arrasto e de sustentação e em seguida serem projetados nos planos de referência longitudinal e lateral no SA. Decompondo inicialmente estes coeficientes em coeficiente longitudinal e normal temos:

$$\begin{bmatrix} C_T \\ C_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_D \cos \varepsilon - C_L \sin \varepsilon \\ C_D \sin \varepsilon + C_L \cos \varepsilon \end{bmatrix} \quad (\text{A.108})$$

O coeficiente aerodinâmico normal deve ser projetado nos eixos de referência longitudinal e lateral, onde temos:

$$\begin{bmatrix} C_{Ny} \\ C_{Nz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_N \sin \varphi \\ C_N \cos \varphi \end{bmatrix} \quad (\text{A.109})$$

Resultando em:

$$\begin{bmatrix} C_{N\beta} \\ C_{N\alpha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{C_{Ny}}{\sin \beta} \\ \frac{C_{Nz}}{\sin \alpha} \end{bmatrix} \quad (\text{A.110})$$

Os ângulos  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\varepsilon$  e  $\varphi$  são obtidos através das componentes da velocidade do vento no SA, onde temos:

$$\sin \alpha = \frac{-w_a}{\sqrt{u_a^2 + w_a^2}} \quad (\text{A.111})$$

$$\sin \beta = \frac{-v_a}{\sqrt{u_a^2 + v_a^2}} \quad (\text{A.112})$$

$$\sin \varepsilon = \frac{\sqrt{v_a^2 + w_a^2}}{\sqrt{u_a^2 + v_a^2 + w_a^2}} \quad (\text{A.113})$$

$$\cos \varepsilon = \frac{u_a}{\sqrt{u_a^2 + v_a^2 + w_a^2}} \quad (\text{A.114})$$

$$\text{sen } \varphi = \frac{-v_a}{\sqrt{v_a^2 + w_a^2}} \quad (\text{A.115})$$

$$\cos \varphi = \frac{-w_a}{\sqrt{v_a^2 + w_a^2}} \quad (\text{A.116})$$

Substituindo as Equações A.108, A.109 e A.111 a A.116 na Equação A.110 temos os coeficientes das forças aerodinâmicas projetadas nos planos de referência longitudinal e lateral:

$$\begin{bmatrix} C_{N\beta} \\ C_{N\alpha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{u_a^2 + v_a^2}}{\sqrt{u_a^2 + v_a^2 + w_a^2}} \left( D + L \frac{u_a}{\sqrt{v_a^2 + w_a^2}} \right) \\ \frac{\sqrt{u_a^2 + w_a^2}}{\sqrt{u_a^2 + v_a^2 + w_a^2}} \left( D + L \frac{u_a}{\sqrt{v_a^2 + w_a^2}} \right) \end{bmatrix} \quad (\text{A.117})$$

Portanto, as componentes da força aerodinâmica, considerando que os ângulos  $\alpha$  e  $\beta$  são positivos no sentido em que a decomposição desta força seja positiva, são dadas por:

$$\mathbf{F}_A = \begin{bmatrix} F_{Ax} \\ F_{Ay} \\ F_{Az} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -C_T P_{din} A_r \\ -C_{N\beta} P_{din} A_r \text{ sen } \beta \\ -C_{N\alpha} P_{din} A_r \text{ sen } \alpha \end{bmatrix} \quad (\text{A.118})$$

#### A.4.3.1.4 Força Gravitacional

A força gravitacional decomposta no SI é dada por:

$$\mathbf{g}_{SI} = \begin{bmatrix} g_{SIx} \\ g_{SIy} \\ g_{SIz} \end{bmatrix} = -\frac{3,9879}{R_{CM}^3} \begin{bmatrix} R_{CMx} \\ R_{CMy} \\ R_{CMz} \end{bmatrix} \left[ \frac{\text{m}^3}{\text{s}^2} \right] \quad (\text{A.119})$$



onde  $R_{CM}$  é a distância do CM de um corpo a origem do SI.

A força gravitacional pode ser representada no SC através da matriz de rotação  $T_{CI}$  e é dada por:  $\mathbf{g} = \mathbf{g}_{SI}$ , resultando em:

$$\mathbf{g} = \begin{bmatrix} g_x \\ g_y \\ g_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c\theta c\psi & s\psi & -s\theta c\phi \\ s\theta s\phi - c\theta s\psi s\phi & c\theta c\psi & c\theta s\phi + s\theta s\psi c\phi \\ s\theta c\phi + c\theta s\psi s\phi & -s\theta c\psi & c\theta c\phi - s\theta s\psi s\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_{SIx} \\ g_{SIy} \\ g_{SIz} \end{bmatrix} \quad (\text{A.120})$$

onde:  $\theta$  ângulo de rotação em torno do eixo  $X_{SI}$ ;

$\phi$  ângulo de rotação em torno do eixo  $Y_{SI}$ ;

$\psi$  ângulo de rotação em torno do eixo  $Z_{SI}$ ;

Nota: para facilidade de anotação, as funções **sen** e **cos** foram representados, respectivamente pelas letras *s* e *c*.

#### A.4.3.2 Equações de Rotação

Incorporando os termos devido aos momentos das forças internas e externas, temos que a equação do momento da força para a dinâmica do veículo é dada por:

$$\frac{d(\mathbf{I}\boldsymbol{\Omega})}{dt} = \mathbf{M}_{CO} + \mathbf{M}_E + \mathbf{M}_A \quad (\text{A.121})$$

Como os momentos das forças de empuxo, aerodinâmica e inercial são mais fáceis de serem expressos no SC, e que o SC tem uma velocidade angular  $\boldsymbol{\Omega}$  em relação ao SI, o termo do lado direito da Equação A.121 visto no SC é dado por:

$$\frac{d(\mathbf{I}\boldsymbol{\Omega})}{dt} = \frac{\delta \mathbf{I}}{\delta t} \boldsymbol{\Omega} + \mathbf{I} \frac{\delta \boldsymbol{\Omega}}{\delta t} + \boldsymbol{\Omega} \times (\mathbf{I}\boldsymbol{\Omega}) \quad (\text{A.122})$$

Substituindo a Equação A.122 na Equação A.121 e isolando o termo visto no SC temos:

$$\mathbf{I} \frac{\delta \boldsymbol{\Omega}}{\delta t} = \mathbf{M}_{CO} + \mathbf{M}_E + \mathbf{M}_A - \frac{\delta \mathbf{I}}{\delta t} \boldsymbol{\Omega} - \boldsymbol{\Omega} \times (\mathbf{I}\boldsymbol{\Omega}) \quad (\text{A.123})$$

Os termos do momento da força aparente, devido à rotação do SC em relação ao SI são dados por:

$$\mathbf{I} \frac{\delta \boldsymbol{\Omega}}{\delta t} = \begin{bmatrix} I_{xx} \dot{p} + I_{xy} \dot{q} + I_{xz} \dot{r} \\ I_{xy} \dot{p} + I_{yy} \dot{q} + I_{yz} \dot{r} \\ I_{xz} \dot{p} + I_{yz} \dot{q} + I_{zz} \dot{r} \end{bmatrix} \quad (\text{A.124})$$

Analogamente, temos:

$$\frac{\delta \mathbf{I}}{\delta t} \boldsymbol{\Omega} = \begin{bmatrix} \dot{I}_{xx} p + \dot{I}_{xy} q + \dot{I}_{xz} r \\ \dot{I}_{xy} p + \dot{I}_{yy} q + \dot{I}_{yz} r \\ \dot{I}_{xz} p + \dot{I}_{yz} q + \dot{I}_{zz} r \end{bmatrix} \quad (\text{A.125})$$

$$\boldsymbol{\Omega} \times (\mathbf{I} \boldsymbol{\Omega}) = \begin{bmatrix} I_{xz} pq - I_{xy} pr + (I_{zz} - I_{yy})qr + I_{yz}(q^2 - r^2) \\ (I_{xx} - I_{zz})pr + I_{xy}qr + I_{xz}(r^2 - p^2) - I_{yz}pq \\ I_{xy}(p^2 - q^2) - I_{xz}qr + (I_{yy} - I_{xx})pq + I_{yz}pr \end{bmatrix} \quad (\text{A.126})$$

Como o veículo apresenta dois planos de simetria passando pelo seu eixo longitudinal, temos:

$$\mathbf{I} \frac{\delta \boldsymbol{\Omega}}{\delta t} = \begin{bmatrix} I_{xx} \dot{p} \\ I_{yy} \dot{q} \\ I_{zz} \dot{r} \end{bmatrix} \quad (\text{A.127})$$

$$\frac{\delta \mathbf{I}}{\delta t} \boldsymbol{\Omega} = \begin{bmatrix} \dot{I}_{xx} p \\ \dot{I}_{yy} q \\ \dot{I}_{zz} r \end{bmatrix} \quad (\text{A.128})$$

$$\boldsymbol{\Omega} \times (\mathbf{I} \boldsymbol{\Omega}) = \begin{bmatrix} (I_{zz} - I_{yy})qr \\ (I_{xx} - I_{zz})pr \\ (I_{yy} - I_{xx})pq \end{bmatrix} \quad (\text{A.129})$$

Portanto, o momento da força total no VLS decomposto no SC é dado por:

$$\begin{bmatrix} I_{xx}\dot{p} \\ I_{yy}\dot{q} \\ I_{zz}\dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{COx} + M_{Ex} + M_{Ax} - \dot{I}_{xx}p + (I_{yy} - I_{zz})qr \\ M_{COy} + M_{Ey} + M_{Ay} - \dot{I}_{yy}q + (I_{zz} - I_{xx})pr \\ M_{COz} + M_{Ez} + M_{Az} - \dot{I}_{zz}r + (I_{xx} - I_{yy})pq \end{bmatrix} \quad (\text{A.130})$$

Como o VLS é um veículo multi-estágio, o seu momento da força irá mudar de acordo com o estágio que estiver ativo. A seguir são calculadas as componentes do momento da força total quando cada estágio do VLS estiver ativo.

#### A.4.3.2.1 Momento da Força de Coriolis

O momento da força de Coriolis é geralmente da mesma ordem de grandeza que os momentos das forças de empuxo lateral e aerodinâmica. Portanto, ele não pode ser desprezado como foi feito na hipótese utilizada para a comparação das forças que contribuem para  $F_{CO}$ . Note que o momento da força de Coriolis consiste de dois termos. O termo  $-m_f \mathbf{p}_E \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{p}_E)$ , é devido ao jato de exaustão dos gases. É um momento da força de amortecimento também chamado de **momento de amortecimento de jato**, Conelisse (1979). Decompondo os termos de  $M_{CO}$  no SC temos:

$$\frac{\delta \mathbf{I}}{\delta t} \boldsymbol{\Omega} = \begin{bmatrix} \dot{I}_{xx}p + \dot{I}_{xy}q + \dot{I}_{xz}r \\ \dot{I}_{xy}p + \dot{I}_{yy}q + \dot{I}_{yz}r \\ \dot{I}_{xz}p + \dot{I}_{yz}q + \dot{I}_{zz}r \end{bmatrix} \quad (\text{A.131})$$

$$\mathbf{p}_E \times (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{p}_E) = \begin{bmatrix} p_{Ey}(pp_{Ey} - qp_{Ex}) - p_{Ez}(rp_{Ex} - pp_{Ez}) \\ p_{Ez}(qp_{Ez} - rp_{Ey}) - p_{Ex}(pp_{Ey} - qp_{Ex}) \\ p_{Ex}(rp_{Ex} - pp_{Ez}) - p_{Ey}(qp_{Ez} - rp_{Ey}) \end{bmatrix} \quad (\text{A.132})$$

Aplicando estes termos no momento da força de Coriolis, temos:

$$\mathbf{M}_{CO} = - \begin{bmatrix} \dot{I}_{xx}p + \dot{I}_{xy}q + \dot{I}_{xz}r + m_f \left[ p_{Ey}(pp_{Ey} - qp_{Ex}) - p_{Ez}(rp_{Ex} - pp_{Ez}) \right] \\ \dot{I}_{xy}p + \dot{I}_{yy}q + \dot{I}_{yz}r + m_f \left[ p_{Ez}(qp_{Ez} - rp_{Ey}) - p_{Ex}(pp_{Ey} - qp_{Ex}) \right] \\ \dot{I}_{xz}p + \dot{I}_{yz}q + \dot{I}_{zz}r + m_f \left[ p_{Ex}(rp_{Ex} - pp_{Ez}) - p_{Ey}(qp_{Ez} - rp_{Ey}) \right] \end{bmatrix} \quad (\text{A.133})$$

Utilizando as hipóteses simplificadoras de que o veículo apresenta dois planos de simetria,  $I_{xy} = I_{xz} = I_{yz} = 0$ , que as dimensões  $|p_{Ey}| \leq |p_{Ex}|$  e  $|p_{Ez}| \leq |p_{Ex}|$ , temos:

$$\mathbf{M}_{CO} = - \begin{bmatrix} \dot{I}_{xx} p \\ \dot{I}_{yy} q + m_f q p_{Ex}^2 \\ \dot{I}_{zz} r + m_f r p_{Ex}^2 \end{bmatrix} \quad (\text{A.134})$$

#### A.4.3.2.2 Momento da Força de Empuxo

O momento da força de empuxo é gerado quando o vetor empuxo não passar pelo CM do veículo. Esta condição pode ser proposital, para os veículos que tenham um sistema controle por tubeira móvel ou por controle de desvio de jato. Ela também pode ser indesejada, no caso de imprecisões de fabricação que resultam em desalinhamento na montagem ou do desvio de jato. Neste estudo, consideraremos somente a condição proposital, gerada pelo sistema de controle por tubeira móvel do VLS, de modo a possibilitar a correção da trajetória e/ou para manter o veículo estável. Portanto, o momento da força de empuxo dado pela Equação A.89 é representado no SC por:

$$\mathbf{M}_E = \begin{bmatrix} p_{Ey} F_{Ez} - p_{Ez} F_{Ey} \\ p_{Ez} F_{Ex} - p_{Ex} F_{Ez} \\ p_{Ex} F_{Ey} - p_{Ey} F_{Ex} \end{bmatrix} \quad (\text{A.135})$$

#### A.4.3.2.3 Momento da Força Aerodinâmica

O momento da força aerodinâmica é gerado quando CP não for coincidente com CM e  $F_{AN}$  for não nula, da A.90 temos:

$$\mathbf{M}_A = \begin{bmatrix} p_{Ay} F_{Az} - p_{Az} F_{Ay} \\ p_{Az} F_{Ax} - p_{Ax} F_{Az} \\ p_{Ax} F_{Ay} - p_{Ay} F_{Ax} \end{bmatrix} \quad (\text{A.136})$$

Substituindo a Equação A.118 na Equação A.136, temos:

$$\mathbf{M}_A = \begin{bmatrix} -(p_{Ay}C_{N\alpha} \mathbf{sen} \alpha - p_{Az}C_{N\beta} \mathbf{sen} \beta)P_{din}A_r \\ -(p_{Az}C_T - p_{Ax}C_{N\alpha} \mathbf{sen} \alpha)P_{din}A_r \\ -(p_{Ax}C_{N\beta} \mathbf{sen} \beta - p_{Ay}C_T)P_{din}A_r \end{bmatrix} \quad (\text{A.137})$$

Considerando a hipótese de que o veículo é simétrico em relação ao eixo longitudinal, podemos considerar que  $p_{Ay} = p_{Az} \approx 0$ , resultando em:

$$\mathbf{M}_A = \begin{bmatrix} 0 \\ p_{Ax}C_{N\alpha}P_{din}A_r \mathbf{sen} \alpha \\ -p_{Ax}C_{N\beta}P_{din}A_r \mathbf{sen} \beta \end{bmatrix} \quad (\text{A.138})$$

#### A.4.4 Dinâmica do Corpo Rígido do VLS

Considerando as definições e convenções estabelecidas em Mallaco (1993) e os parâmetros para o modelo de corpo rígido definidos a seguir:

$$Y_\beta = \frac{C_{N\beta}P_{din}A_r}{m} \quad (\text{A.139})$$

$$Y_{\beta y} = \frac{F_{Ey}}{m} \quad (\text{A.140})$$

$$Z_\alpha = \frac{C_{N\alpha}P_{din}A_r}{m} \quad (\text{A.141})$$

$$Z_{Bz} = \frac{F_{Ez}}{m} \quad (\text{A.142})$$

$$L_p = \frac{\dot{I}_{xx}}{I_{xx}} + \frac{C_{lp}P_{din}A_r D_r^2}{2uI_{xx}} \quad (\text{A.143})$$

$$L_{\beta x} = \frac{F_{Ex}p_{Ex}}{I_{xx}} \quad (\text{A.144})$$

$$M_q = \frac{\dot{I}_{yy}}{I_{yy}} + \frac{C_{mq} P_{din} A_r D_r^2}{2u I_{yy}} - \frac{m_f p_{Ex}^2}{I_{yy}} \quad (\text{A.145})$$

$$M_\alpha = \frac{C_{N\alpha} P_{din} A_r p_{Ax}}{I_{yy}} \quad (\text{A.146})$$

$$M_{\beta z} = \frac{F_{Ez} p_{Ez}}{I_{yy}} \quad (\text{A.147})$$

$$N_r = \frac{\dot{I}_{zz}}{I_{zz}} + \frac{C_{nr} P_{din} A_r D_r^2}{2u I_{zz}} - \frac{m_f p_{Ex}^2}{I_{zz}} \quad (\text{A.148})$$

$$N_\beta = \frac{C_{N\beta} P_{din} A_r p_{Ax}}{I_{zz}} \quad (\text{A.149})$$

$$N_{\beta y} = \frac{F_{Ey} p_{Ez}}{I_{zz}} \quad (\text{A.150})$$

As equações diferenciais que descrevem o movimento do corpo rígido do VLS em termos da sua atitude são:

$$\dot{u} = -\frac{C_T P_{din} A_r}{m} + \frac{F_{Ex}}{m} + vr - wq - g_x \quad (\text{A.151})$$

$$\dot{v} = -Y_\beta \beta + Y_{\beta y} \beta_y + wp - ur - g_y \quad (\text{A.152})$$

$$\dot{w} = -Z_\alpha \alpha + Z_{\beta z} \beta_z + uq - vp - g_z \quad (\text{A.153})$$

$$p = -L_p p + \frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{xx}} qr + L_{\beta x} \beta_{rol} \quad (\text{A.154})$$

$$\dot{q} = -M_q q + \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} pr + M_\alpha \alpha - M_{\beta z} \beta_z \quad (\text{A.155})$$

$$\dot{r} = -N_r r + \frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}} pq - N_\beta \beta + N_{\beta y} \beta_y \quad (\text{A.156})$$

Para o desenvolvimento e comparação de desempenho dos projetos dos filtros de detecção e identificação de falhas múltiplas em sensores, foram utilizadas as seguintes hipóteses simplificadoras:

- 1) As dinâmicas dos atuadores e dos sensores inércias são rápidas o suficiente para não influenciar para a dinâmica total do foguete;
- 2) O foguete pode ser considerado como um corpo rígido, pois os modos de flexão são atenuados por um filtro que não interfere na dinâmica do corpo rígido;
- 3) O veículo apresenta manobra de rolamento somente no início do vôo, no restante do vôo o valor da velocidade angular de rolamento é praticamente nula podendo, portanto, ser desconsiderada a sua contribuição no acoplamento dos movimentos de rotação, e
- 4) A velocidade longitudinal  $u$  é considerada constante, pois deste modo não há variações de parâmetros da dinâmica do veículo, o que poderia influenciar nas funções de decisão do filtro de detecção e identificação de falha em sensores.

Utilizando as definições e as hipóteses acima, chega-se ao seguinte modelo simplificado:

$$\dot{v} = -Y_\beta \beta + Y_{\beta y} \beta_y - ur - g_y \quad (\text{A.157})$$

$$\dot{w} = -Z_\alpha \alpha + Z_{\beta z} \beta_z + uq - g_z \quad (\text{A.158})$$

$$\dot{q} = -M_q q + M_\alpha \alpha - M_{\beta z} \beta_z \quad (\text{A.159})$$

$$\dot{r} = -N_r r - N_\beta \beta + N_{\beta y} \beta_y \quad (\text{A.160})$$

Temos dois conjuntos de equações da dinâmica do movimento do veículo: plano de arfagem e plano de guinada que estão praticamente desacopladas. Com estas mesmas considerações podemos fazer as seguintes aproximações:  $q \cong d\theta/dt$  e  $r \cong d\psi/dt$ . Como o veículo é simétrico, será feito o estudo do desempenho do filtro de detecção e identificação de falhas múltiplas em sensores somente para as equações da dinâmica do movimento no plano de arfagem do veículo, que é dada por:

$$\dot{w} = -Z_{\alpha}\alpha + Z_{\beta z}\beta_z + uq - g_z \quad (\text{A.161})$$

$$\dot{q} = -M_q q + M_{\alpha}\alpha - M_{\beta z}\beta_z \quad (\text{A.162})$$

$$\dot{\Theta} = q \quad (\text{A.163})$$

Da Equação A.111, como  $|u_a| \gg |w_a|$ , temos que:

$$\alpha \cong \frac{w - V_{ay}}{u_a} \quad (\text{A.164})$$

como  $|u| \cong |u_a|$  e  $|u| \gg |V_{ay}|$ , obtém-se:

$$\dot{w} = -\frac{Z_{\alpha}}{u} w + uq - g_z + Z_{\beta z}\beta_z \quad (\text{A.165})$$

$$\dot{q} = \frac{M_{\alpha}}{u} w - M_q q - M_{\beta z}\beta_z \quad (\text{A.166})$$

$$\dot{\Theta} = q \quad (\text{A.167})$$





## APÊNDICE B – LISTAGENS

### Rotina para Simulação de Falha em Sensores

A seguir é apresentada a listagem da rotina de uma dll (Dynamic Link Library), escrito em linguagem C, para ser usada em uma “S-Function” do Simulink para simulação de falha no sensor w.

```
/*
 * Arquivo: Falhaw.c

 * Resumo: Esta função simula as falhas no sensor w

 * Variáveis de Entrada:
 * T          - Tempo de Simulação
 * ModFalPtr  - Ponteiro do Modo de Falha
 * VlrDegPtr  - Ponteiro do Valor para Falha Degrau
 * TCEstPtr   - Ponteiro do Vetor com os Tempos para Comutação entre o Estado de
 *              Falha e o Estado Normal

 * Variáveis Globais
 * Aux - Medida para o próximo ciclo. Usada para o caso da falha do último valor.
 * ITC - Índice do Tempo de Comutação.
 * Est - Estado corrente. Se o valor de Est for IMPAR ==> Estado Normal. Se o valor
 *       de Est for PAR ==> Estado de Falha.

 * Copyright 1990-2002 The MathWorks, Inc.
 * $Revision: 1.12 $ */

#define S_FUNCTION_NAME Falhaw
#define S_FUNCTION_LEVEL 2
#define MEDMAX          100.0          /* [m/s] */

#include "simstruc.h"

int_T ITC,
      Est;
real_T Aux;

/* =====
 * Função: mdlInitializeSizes
 * Resumo: Configura as dimensões dos vetores
 * ===== */
static void mdlInitializeSizes(SimStruct *S)
{
    ssSetNumSFcnParams(S, 0);
    if (ssGetNumSFcnParams(S) != ssGetSFcnParamsCount(S))
        return; /* Parâmetros incorretos serão informados pelo Simulink */

    if (!ssSetNumInputPorts(S, 4)) return;
    ssSetInputPortWidth(S, 0, 1);
    ssSetInputPortWidth(S, 1, 1);
    ssSetInputPortWidth(S, 2, 1);
    ssSetInputPortWidth(S, 3, DYNAMICALLY_SIZED);

    /* (1=sim, 0=nao) indica se a entrada será utilizada ou na função mdlOutPut
     * ou na função mdlGetTimeOfNextVarHit. */
    ssSetInputPortDirectFeedThrough(S, 0, 1);
    ssSetInputPortDirectFeedThrough(S, 1, 1);
    ssSetInputPortDirectFeedThrough(S, 2, 1);
    ssSetInputPortDirectFeedThrough(S, 3, 1);

    if (!ssSetNumOutputPorts(S, 1)) return;
}
```

```

    ssSetOutputPortWidth(S, 0, 1);

    ssSetNumSampleTimes(S, 1);

    /* Take care when specifying exception free code - see sfuntmpl_doc.c */
    ssSetOptions(S, SS_OPTION_WORKS_WITH_CODE_REUSE | SS_OPTION_EXCEPTION_FREE_CODE
        | SS_OPTION_USE_TLC_WITH_ACCELERATOR);
}

/* =====
* Função: mdlInitializeSampleTimes
* Resumo: especifica que o tempo de amostragem é herdado da bloco conectado
* na porta de entrada.
* ===== */
static void mdlInitializeSampleTimes(SimStruct *S)
{
    ssSetSampleTime(S, 0, INHERITED_SAMPLE_TIME);
    ssSetOffsetTime(S, 0, 0.0);
}

/* =====
* Função: mdlOutputs
* Resumo: simula uma falha no sensor w de acordo com o modo de falha selecionado

* Variaveis Locais:
*   MedPtr      - Ponteiro para aquisição da medida do sensor
*   ModalFalPtr - Ponteiro para aquisição do modo de falha
*   VlrDegPtr   - Ponteiro para aquisição do valor para falha do tipo degreau
*   TCEstPtr    - Ponteiro para aquisição do vetor de tempos de comutação de estado
*   NCEst       - Numero Total de Comutação de Estados
*   Out         - Saida da medida com falha
*   T           - Tempo corrente da simulação

* Modos de Falha: 0 - Não há Falha
*                  1 - Degrau
*                  2 - Último Valor Medido
*                  3 - OffSet
*                  4 - Fator de Escala
* ===== */

int_T ModFal;
real_T Med, VlrDeg, T;

static void mdlOutputs(SimStruct *S, int_T tid)
{
    InputRealPtrsType MedPtr = ssGetInputPortRealSignalPtrs(S,0),
        ModFalPtr = ssGetInputPortRealSignalPtrs(S,1),
        VlrDegPtr = ssGetInputPortRealSignalPtrs(S,2),
        TCEstPtr = ssGetInputPortRealSignalPtrs(S,3);
    int_T NCEst = ssGetInputPortWidth(S,3);
    real_T *Out = ssGetOutputPortRealSignal(S,0);

    /* Inicialização das Variaveis */
    Med = *MedPtr[0];
    ModFal = (int_T) *ModFalPtr[0];
    VlrDeg = *VlrDegPtr[0];
    T = ssGetT(S);

    /* Condição sem Falha */
    if (ModFal<1)
        Aux = *MedPtr[0];

    /* Comutação entre o Estado Normal e o de Falha */
    else if (T<1.0) {
        ITC = Est = 0;
        Aux = *MedPtr[0];
    }
    else if (T>=*TCEstPtr[ITC]) {
        if (ITC<NCEst-1) ITC++;
        if (Est<NCEst) Est++;
    }
    if (ITC<=0) Estado(*TCEstPtr[ITC],*TCEstPtr[ITC]);
    else Estado(*TCEstPtr[ITC],*TCEstPtr[ITC-1]);
}

```

```

/* Saturação do Sinal */
if (Aux > MEDMAX)
    Aux = MEDMAX;
else if (Aux < -MEDMAX)
    Aux = -MEDMAX;

Out[0]=Aux;
}

void Estado(TCEst,TCEst_Ant)
/* Função para comutação de Estado do Sensor de Normal para Falha e Vice Versa.

* Variáveis de Entrada:
* TCEst      - Tempo de Comutação de Estado: Normal <==> Falha
* TCEst_Ant - Tempo de Comutação de Estado Anterior. Utilizado para simular falha
*            incipiente.

* Variável Local:
* FS - Fator de Escala
*/

real_T TCEst, TCEst_Ant;
{ real_T FS;

    if (Est/2.0-Est/2==0.0)          /* Estado Normal */
        Aux = Med;
    else {                            /* Estado de Falha */
        if (ModFal==1)
            Aux = VlrDeg;

        /* ModFal==2
        * Durante o Intervalo Tempo de Falha, para o Modo de Falha do Último
        * Valor, a variável Aux não é atualizada.      */

        else if (ModFal==3)
            Aux = Med + VlrDeg*0.01*MEDMAX*(T-TCEst_Ant);
        else if (ModFal==4) {
            FS = 1 + VlrDeg*0.01*(T-TCEst_Ant);
            if (FS<0.0) FS=0.0;
            Aux = Med * FS; }
    }
}

/* =====
* Função: mdlTerminate
* Resumo: No termination needed, but we are required to have this routine.
* ===== */
static void mdlTerminate(SimStruct *S)
{ }

#ifdef MATLAB_MEX_FILE /* Is this file being compiled as a MEX-file? */
#include "simulink.c" /* MEX-file interface mechanism */
#else
#include "cg_sfun.h" /* Code generation registration function */
#endif

```

Nota: no “help” do MatLab há as informações necessárias para se criar uma S-Function em linguagem C, e como fazer a sua compilação.

A rotina para simulação de falhas em outros sensores é basicamente a mesma desta listagem, alterando apenas as duas definições a seguir:

- Rotina para simulação de falha no sensor q

```
#define S_FUNCTION_NAME Falhaq  
#define MEDMAX 0.06 /* [rad/s] */
```

- Rotina para simulação de falha no sensor  $\theta$ :

```
#define S_FUNCTION_NAME FalhaT  
#define MEDMAX 1.4 /* [rad/s] */
```

## Função GanObsRedOliv.m

Listagem da função para o cálculo das matrizes e vetores para implementação de um observador de ordem reduzida:

```
function [Tw,Mw,Nw,Tq,Mq,Nq,TT,MT,NT]=GanObsRedOliv(A,B,C,F,G)
% Calcula os ganhos do Observador de Ordem Reduzida utilizando a Equação de
% Lyapunov. A Equação de Lyapunov:
%  $F^*T - T^*A = -G^*C$ 
% e´ resolvida atraves da função lyap2 do MatLab:
%  $T = \text{lyap2}(a,b,c)$ 
% onde:  $a^*T + T^*b = -c$ 

% Dados de Entrada:
% A - Dinamica do Sistema
% B - Vetor de Entrada do Controle
% C - Vetor de Saida das Medidas
% F - Matriz com a dinamica desejada do Observador
% G - Matriz de Ganho do Observador

% Dados de Saida:
% Tw, Tq, TT - Matriz de Transformação para os sensores w, q e T
% Hw, Hq, HT - Vetores de Ganho do Sinal de Controle para os Estimadores
% Mw, Mq, MT - Vetores de Ganho do Sinal dos Sensores para os Estimadores
% Nw, Nq, NT - Matrizes de Ganho do Estado dos Observadores para os
Estimadores

% Variaveis Locais
% Cw, Cq, CT - Vetor de medidas para os sensores w, q e T
% T - Solução da Equação de Lyapunov
% MN - Matrizes do Estimador

% Calculo da Matriz de Transformação para o sensor w
Cw=C(1,:)
Tw=lyap2(F,-A,G*Cw)
if rank([Cw;Tw]) == 3
    Hw=Tw*B;
    MN=inv([Cw;Tw]);
else
    Msg=' Rank [Cw;Tw] < 3 para "w".'
    Hw=0*B;
    MN=[0 0 0;0 0 0;0 0 0];
end
Hw
Mw=MN(:,1)
Nw=MN(:,2:3)

% Calculo da Matriz de Transformação para o sensor q
Cq=C(2,:)
Tq=lyap2(F,-A,G*Cq)
if rank([Cq;Tq]) == 3
    Hq=Tq*B;
    MN=inv([Cq;Tq]);
else
    Msg=' Rank [Cq;Tq] < 3 para "q".'
    Hq=0*B;
    MN=[0 0 0;0 0 0;0 0 0];
end
Hq
```

```

Mq=MN(:,1)
Nq=MN(:,2:3)

% Calculo da Matriz de Transformação para o sensor T
CT=C(3,:)
TT=lyap2(F,-A,G*CT)
if rank([CT;TT]) == 3
    HT=TT*B;
    MN=inv([CT;TT]);
else
    Msg='      Rank [CT;TT] < 3 para "T".'
    HT=0*B;
    MN=[0 0 0;0 0 0;0 0 0];
end
HT
MT=MN(:,1)
NT=MN(:,2:3)

```

## Função GanObsFiltMod.m

Listagem da função para o cálculo das matrizes e vetores para implementação de um do Filtro Modificado:

```
function [G,Pw,Pq,PT]=GanObsFiltMod(A,C,Pd)
% Calculo do Ganho dos Observadores utilizando o metodo do Filtro Modificado.

% Variaveis de Entrada:
% A - Matriz da Dinamica do Sistema
% C - Matriz da Saida do Sistema
% Pd - Vetor Linha com os autovalores da matriz diagonal dos observadores

% Variaveis de Saida:
% G - Matriz de Ganho dos Observadores para w, q e T
% Pw, Pq, PT - Matrizes de Projecao do Residuo nos Planos de Falha para w, q
e T

% Variaveis do Sistema:
% Hw, Hq, HT - Matriz do espaço coluna do hiperplano de falha nos sensores
w, q e T

% Matrizes de Ganho do Observadores
G=A-diag(Pd);

% Matriz do espaço coluna do hiperplano de falha em w
Hw=[G(:,1) [1;0;0]];

% Matriz de projecao do residuo no hiperplano de falha em w
Pw=Hw*inv(Hw'*Hw)*Hw';

% Matriz do espaço coluna do hiperplano de falha em q
Hq=[G(:,2) [0;1;0]];

% Matriz de projecao do residuo no hiperplano de falha em q
Pq=Hq*inv(Hq'*Hq)*Hq';

% Matriz do espaço coluna do hiperplano de falha em T
HT=[G(:,3) [0;0;1]];

% Matriz de projecao do residuo no hiperplano de falha em T
PT=HT*inv(HT'*HT)*HT';
```



## Função GanObsLuenbInv.m

Listagem da função para o cálculo das matrizes e vetores para implementação de um observador de Luenberger, quando não são fornecidos os valores de  $M_w$ ,  $M_q$  e  $M_T$ :

```
function [Hw,Mw,Nw,Hq,Mq,Nq,HT,MT,NT]=GanObsLuenbInv(A,B,C,F,G)
% Calcula os ganhos do Observador de Ordem Completa utilizando a Equação de
% Lyapunov. A Equação de Lyapunov é dada por:
%   -F*T + T*A - G*C = 0
% e deve ser resolvida através da função lyap2 do MatLab dada por:
%   T = lyap2(a,b,c)
% onde: a*T + T*b + c = 0

% Dados de Entrada:
%   A - Dinamica do Sistema
%   B - Vetor de Entrada do Controle
%   C - Vetor de Saida das Medidas
%   F - Matriz com a dinamica desejada do Observador
%   G - Vetor de Ganho do Observador

% Dados de Saida:
%   Tw, Tq, TT - Matriz de Transformação para os sensores w, q e T
%   Hw, Hq, HT - Matrizes de Ganho dos Estimadores para w, q e T
%   Mw, Mq, MT - Vetores de Ganho das Medidas dos Sondas para os Estimadores
de w, q e T
%   Nw, Nq, NT - Matrizes de Ganho dos Estimadores para w, q e T

% Variaveis Locais
%   Cw, Cq, CT - Vetor de medidas para os sensores w, q e T
%   T - Solução da Equação de Lyapunov

% Calculo da Matriz de Transformação para o sensor w
Cw=C(1,:);
Tw=lyap2(-F,A,-G*Cw);
Hw=Tw*B;
MN=pinv([Cw;Tw]);
Mw=MN(:,1);
Nw=MN(:,2:4);

% Calculo da Matriz de Transformação para o sensor q
Cq=C(2,:);
Tq=lyap2(-F,A,-G*Cq);
Hq=Tq*B;
MN=pinv([Cq;Tq]);
Mq=MN(:,1);
Nq=MN(:,2:4);

% Calculo da Matriz de Transformação para o sensor T
CT=C(3,:);
TT=lyap2(-F,A,-G*CT);
HT=TT*B;
MN=pinv([CT;TT]);
MT=MN(:,1);
NT=MN(:,2:4);
```

## Função GanObsLuenb.m

Listagem da função para o cálculo das matrizes e vetores para implementação de um observador de Luenberger, quando são fornecidos os valores de  $M_w$ ,  $M_q$  e  $M_T$ :

```
function [Hw,Mw,Nw,Hq,Mq,Nq,HT,MT,NT]=GanObsLuenb(A,B,C,F,G,M)
% Calcula os ganhos do Observador de Ordem Completa utilizando a Equação de
% Lyapunov. A Equação de Lyapunov é dada por:
%   -F*T + T*A - G*C = 0
% e deve ser resolvida através da função lyap2 do MatLab dada por:
%   T = lyap2(a,b,c)
% onde: a*T + T*b + c = 0

% 08 jun 05
% Troca das variaveis de saida de Tw, Tq e TT para Hw, Mw, Hq, Mq, HT e MT

% Dados de Entrada:
% A - Dinamica do Sistema
% B - Vetor de Entrada do Controle
% C - Vetor de Saida das Medidas
% F - Matriz com a dinamica desejada do Observador
% G - Vetor de Ganho do Observador
% M - Matriz com os vetores Mw, Mq, MT correspondente ao Ganho das medidas
para os
% Observadores de w, q e T

% Dados de Saida:
% Tw, Tq, TT - Matriz de Transformação para os sensores w, q e T
% Hw, Hq, HT - Matrizes de Ganho dos Estimadores para w, q e T
% Mw, Mq, MT - Matrizes de Ganho dos Estimadores para w, q e T
% Nw, Nq, NT - Matrizes de Ganho dos Estimadores para w, q e T

% Variaveis Locais
% Cw, Cq, CT - Vetor de medidas para os sensores w, q e T
% T - Solução da Equação de Lyapunov

% Calculo da Matriz de Transformação para o sensor w
Cw=C(1,:);
Mw=M(:,1);
Tw=lyap2(-F,A,-G*Cw);
Hw=Tw*B;
if rank(Tw) == 3
    Nw=(eye(3)-Mw*Cw)*inv(Tw);
else
    Msg='          >>>>>>>> Rank Tw < 3 para "w".          <<<<<<<<<<<'
    Nw=[0 0 0;0 0 0;0 0 0];
end

% Calculo da Matriz de Transformação para o sensor q
Cq=C(2,:);
Mq=M(:,2);
Tq=lyap2(-F,A,-G*Cq);
Hq=Tq*B;
if rank(Tq) == 3
    Nq=(eye(3)-Mq*Cq)*inv(Tq);
else
    Msg='          Rank Tq < 3 para "q".'
    Nq=[0 0 0;0 0 0;0 0 0];
end
```

```

% Calculo da Matriz de Transformação para o sensor T
CT=C(3,:);
MT=M(:,3);
TT=lyap2(-F,A,-G*CT);
HT=TT*B;
if rank(TT) == 3
    NT=(eye(3)-MT*CT)*inv(TT);
else
    Msg='      Rank TT < 3 para "T".'
    MT=[0 0 0;0 0 0;0 0 0];
end

```

## Função GanObsBassGuraEq.m

Listagem da função para o cálculo das matrizes e vetores para implementação de um observador Identidade de Luenberger:

```
function [Fw,Gw,Fq,Gq,FT,GT]=GanObsBassGuraEq(A,C,Ed)
% Calculo do Ganho dos Observadores utilizando o metodo Bass-Gura para Equacao
% Caracteristica Desejada.

% Variaveis de Entrada:
% A - Matriz da Dinamica do Sistema
% C - Matriz da Saida do Sistema
% Ed - Vetor Linha [a0 a1 a2 a3] com os Parametros da Eq. Caracteristica
% Desejada

% Variaveis de Saida:
% Lw, Lq, LT - Vetores de Ganho dos Observadores para w, q e T
% Gw, Gq, GT - Matrizes da Dinamica dos Observadores para w, q e T

% Variaveis do Sistema:
% Ow, Oq, OT - Matriz de Observabilidade para w, q e T
% W - Matriz Diagonal Toeplitz
% Ep - Vetor Linha de Parametros das Equacoes Caracteristicas
Desejada
% e da Planta

% 02 Jun 05
% Alteracao dos nomes das variaveis de saida:
% L ==> G
% G ==> F

% Parametros das Equacoes Caracteristicas da Planta
Ep=poly(A);

% Matriz triangular de Toeplitz
W=[1 Ep(2) Ep(3); 0 1 Ep(2); 0 0 1];

% Matriz de Observabilidade e Ganho do Observador para w
Cw=C(1,:);
Ow=[Cw' A'*Cw' A'*A'*Cw'];
Gw=inv((Ow*W)')*(Ed(2:4)-Ep(2:4))';
Fw=A-Gw*Cw;

% Matriz de Observabilidade e Ganho do Observador para q
Cq=C(2,:);
Oq=[Cq' A'*Cq' A'*A'*Cq'];
Gq=inv((Oq*W)')*(Ed(2:4)-Ep(2:4))';
Fq=A-Gq*Cq;

% Matriz de Observabilidade e Ganho do Observador para T
CT=C(3,:);
OT=[CT' A'*CT' A'*A'*CT'];
GT=inv((OT*W)')*(Ed(2:4)-Ep(2:4))';
FT=A-GT*CT;
```

### Função MedVar.c

O algoritmo desenvolvido para a função MedVar.c, para cálculo recursivo da média e variância de um sinal é dado por:

Variável de Entrada:

**Medida:** Valor da Medida Corrente de Entrada

Variáveis de Armazenamento de Valores Auxiliares para o Cálculo:

**A:** Valor Acumulado para de  $S1 * X(I)$

**N:** Número de Medidas Recebidas

**S1:** somatória de Medida

**S2:** somatória de Medida<sup>2</sup>

Variáveis de Saída:

**Med:** Valor Médio das Medidas

**Var:** Variância das Medidas

Inicialização das Variáveis:

$N \leftarrow 0$

$S1 \leftarrow 0$

$S2 \leftarrow 0$

$A \leftarrow 0$

Aquisição de Dados:

$N \leftarrow N+1$

se ( $N \leq 1$ )

então

$S1 \leftarrow Medida$

$S2 \leftarrow (Medida)^2$

$A \leftarrow 0$

$Var \leftarrow 0$

senão

$S2 \leftarrow S2 + (Medida)^2$

$A \leftarrow A + S1 * Medida$

$Var \leftarrow \frac{S2 - \frac{2A}{N-1}}{N}$

$S1 \leftarrow S1 + Medida$

$Méd \leftarrow \frac{S1}{N}$

A seguir temos a listagem desta função para utilização no bloco “Subsystem” do Simulink:

```

/*
 * Arquivo: MedVar.c

 * Resumo: Esta função faz calculo recursivo da Media e da Variancia de um Sinal.
 *         O Desvio Padrao nao e possivel calcular pois a função sqrt da biblioteca
 *         C esta com "bug".

 * Desenvolvido por: Adilson de Jesus Teixeira - Jul 2005
 * Template: Copyright 1990-2002 The MathWorks, Inc.
 *           $Revision: 1.12 $

 * Variavel de Entrada:
 *   MedPtr - Ponteiro para a medida corrente de entrada

 * Variaveis em WorkVectors:
 *   A - Valor Acumulado para de S1*MedPtr
 *   N - Numero de Medidas Recebidas
 *   S1 - somatoria de MedPtr
 *   S2 - somatoria de (MedPtr)^2

 * Variaveis de Saida:
 *   Med - Valor Medio das Medidas
 *   Var - Variancia das Medidas
 */

#define S_FUNCTION_NAME MedVar
#define S_FUNCTION_LEVEL 2

#include "simstruc.h"

/* =====
 * Função: mdlInitializeSizes
 * Resumo: Configura as dimensoes dos vetores
 * ===== */
static void mdlInitializeSizes(SimStruct *S)
{
    ssSetNumSFcnParams(S, 0);
    if (ssGetNumSFcnParams(S) != ssGetSFcnParamsCount(S))
        return; /* Parametros incorretos serao informados pelo Simulink */

    if (!ssSetNumInputPorts(S, 1)) return;
    ssSetInputPortWidth(S, 0, 1);

    /* (1=sim, 0=nao) indica se a entrada sera´ utilizada ou na função mdlOutPut
     * ou na função mdlGetTimeOfNextVarHit. */
    ssSetInputPortDirectFeedThrough(S, 0, 1);

    if (!ssSetNumOutputPorts(S, 2)) return;
    ssSetOutputPortWidth(S, 0, 1);
    ssSetOutputPortWidth(S, 1, 1);

    ssSetNumSampleTimes(S, 1);

    /* Take care when specifying exception free code - see sfuntmpl_doc.c */
    ssSetOptions(S, SS_OPTION_WORKS_WITH_CODE_REUSE | SS_OPTION_EXCEPTION_FREE_CODE
                 | SS_OPTION_USE_TLC_WITH_ACCELERATOR);

    /* Reserva de Area para armazenamento de dados persistentes para a S-Function.
     * Se utilizarmos variaveis globais, estas variaveis serao as mesmas para todas
     * S-Function que chamar esta função, ou seja, se uma S-Function trocar o
     * conteudo desta variavel, ele tambem estara trocado quando outra S-Function
     * chamar esta função. O que deseja-se aqui e´ que cada S-Function armazene o
     * seu proprio valor para o proximo passo de simulacao do Simulink. */
    ssSetNumRWork(S, 3);
    ssSetNumIWork(S, 1);
}

```

```

/* =====
* Função: mdlInitializeSampleTimes
* Resumo: especifica que o tempo de amostragem é herdado da bloco conectado
* na porta de entrada.
* ===== */
static void mdlInitializeSampleTimes(SimStruct *S)
{ ssSetSampleTime(S, 0, INHERITED_SAMPLE_TIME);
  ssSetOffsetTime(S, 0, 0.0); }

#define MDL_START /* Change to #undef to remove function */
#if defined(MDL_START)
  /* Function: mdlStart =====
  * Abstract:
  * This function is called once at start of model execution. If you
  * have states that should be initialized once, this is the place
  * to do it.
  */
static void mdlStart(SimStruct *S)
{ int_T I,
  *N = ssGetIWork(S);
  real_T *V = ssGetRWork(S);

  /* Inicialização do contador de medidas */
  N[0]=0;
  for (I=0;I<3;I++) V[I]=0;
}
#endif /* MDL_START */

/* =====
* Função: mdlOutputs
* Resumo: saída da media e do desvio padrao das medidas efetuadas

* Variaveis Saida:
* Med - Ponteiro para Saida da Media Aritmetica so Sinal
* Var - Ponteiro para Saida da Variancia do Sinal
* ===== */

static void mdlOutputs(SimStruct *S, int_T tid)
{ InputRealPtrsType MedPtr = ssGetInputPortRealSignalPtrs(S,0); /* Pont. Medida */
  real_T *Med = ssGetOutputPortRealSignal(S,0), /* Media */
  *Var = ssGetOutputPortRealSignal(S,1), /* Variancia */
  *V = ssGetRWork(S),
  A, S1, S2;
  int_T *N = ssGetIWork(S);

  S1=V[0];
  S2=V[1];
  A=V[2];
  N[0]++;
  if (N[0]<=1) {
    S1=*MedPtr[0];
    S2=S1*S1;
    A=0.0;
    Var[0]=0.0; }
  else {
    S2=S2+(*MedPtr[0])*(*MedPtr[0]);
    A=A+S1*(*MedPtr[0]);
    Var[0]=(S2-2.0*A/(N[0]-1.0))/N[0];
    S1=S1+(*MedPtr[0]); }
  Med[0]=S1/N[0];
  V[0]=S1;
  V[1]=S2;
  V[2]=A;
}

```

```
/* =====  
 * Função: mdlTerminate  
 * Resumo: No termination needed, but we are required to have this routine.  
 * ===== */  
static void mdlTerminate(SimStruct *S)  
{ }  
  
#ifdef MATLAB_MEX_FILE /* Is this file being compiled as a MEX-file? */  
#include "simulink.c" /* MEX-file interface mechanism */  
#else  
#include "cg_sfund.h" /* Code generation registration function */  
#endif
```