

# MANOBRAS ORBITAIS PARA EVITAR A COLISÃO ENTRE UM VEÍCULO ESPACIAL COM UMA NUVEM DE DETRITOS ESPACIAIS NA REGIÃO DO GPS

Cláudia Celeste Celestino<sup>1</sup>, Othon C. Winter<sup>2,1</sup> e A.F.B.A. Prado<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Programa de Pós Graduação em Engenharia e Tecnologias Espaciais  
INPE - São José dos Campos. [claudia@feg.unesp.br](mailto:claudia@feg.unesp.br) e [prado@dem.inpe.br](mailto:prado@dem.inpe.br)

<sup>2</sup>Grupo de Dinâmica Orbital e Planetologia / UNESP – Guaratinguetá. [ocwinter@feg.unesp.br](mailto:ocwinter@feg.unesp.br)

**Resumo:** Neste trabalho analisamos a evolução dos detritos espaciais originários da fragmentação de um satélite com altitude de aproximadamente 25,000 km (GPS). Foram realizadas simulações numéricas seguindo a evolução da dinâmica dos detritos espaciais gerados a partir de um campo de velocidades decorrente da fragmentação deste satélite. Em nossas integrações numéricas os detritos espaciais estão sujeitos as perturbações do Sol, da Lua, da pressão de radiação solar e do potencial gravitacional terrestre (achatamento terrestre e o coeficiente  $J_{22}$ ). Diante da localização desta nuvem de detritos espaciais, foram feitas manobras orbitais bi-impulsivas, baseadas em um algoritmo desenvolvido por [1]. O objetivo foi analisar a manobra orbital que possa evitar a colisão desta hipotética nuvem com outro satélite pertencente a constelação do GPS.

**Palavras chaves:** evolução dinâmica, detritos espaciais, manobras orbitais.

## 1. INTRODUÇÃO

São inúmeros os objetos em órbita ao redor da Terra, resultantes de colisões e fragmentações de missões espaciais. Diversos modelos para estudar a evolução orbital de detritos espaciais basearam-se em dados obtidos de equipamentos de observação colocados nas naves espaciais ou situados na Terra, tais como o catálogo SSN e os dados dos radares Haystack e Hax. No presente trabalho, inicialmente, é apresentada a evolução orbital dos detritos espaciais provenientes da fragmentação ou explosão de um satélite na região do GPS. A importância deste estudo é que nesta região há vários satélites em cada anel orbital e, portanto, se um destes satélites se fragmentar produzindo grande número de objetos, mesmo de tamanhos pequenos, o risco de danificar outro satélite no anel pode ser significativo. O objetivo principal é analisar a manobra orbital de menor consumo de combustível que possa evitar a colisão desta hipotética nuvem com algum outro satélite da constelação.

Os dados do satélite fonte são dados por  $a = 26,564 \text{ km}$ ,  $e = 0.01$  e  $i = 55^\circ$ . A evolução da nuvem de poeira gerada pela fragmentação deste satélite foi acompanhada através de simulações numéricas das equações do movimento para o caso de quatro corpos (Sol-Terra-Lua-partícula), ou seja, não existe interação entre as partículas. Tais partículas estão sujeitas às perturbações gravitacionais do Sol, da Lua, do achatamento terrestre e não gravitacional da pressão de radiação solar. A nuvem de poeira é constituída de 28,041

partículas com tamanhos entre 10 e 1,000  $\mu\text{m}$  e densidade de  $3,000 \text{ kg/m}^3$ .

## 2. MODELO DE FRAGMENTAÇÃO E DISTRIBUIÇÃO INICIAL DAS PARTÍCULAS

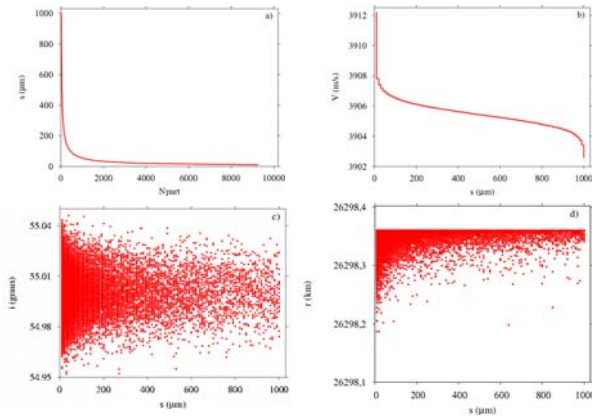
O modelo de fragmentação adotado apresenta uma distribuição isotrópica de campos de velocidades e uma distribuição aleatória de massas de maneira que as menores massas tenham maiores velocidades e vice-versa. O modelo de fragmentação para a distribuição das velocidades segue o trabalho de [2], [3] e [4]. A distribuição de massas obedece uma função exponencial decrescente dada por  $N_{Frag} = 3.98 \times 10^8 m^{-0.44}$ , em que  $N_{Frag}$  é o número de fragmentos e  $m$ , a massa da partícula. Na figura 1a é apresentada a distribuição do raio ( $s$ ) em função do número de partículas ( $N_{part}$ ). Observa-se que existem aproximadamente 20,000 partículas com raios inferiores a 100 micrometros e 5,000 partículas com raio entre 100 e 300 micrometros, restando apenas 3,041 partículas para serem distribuídas entre 300 e 1,000 micrometros. As demais condições iniciais das partículas são apresentadas nas figuras 1b, 1c e 1d. Na figura 1b apresenta-se a distribuição da velocidade ( $V$ ) em função do raio da partícula. Note que as velocidade são distribuídas entre 3.902 e 3.912  $\text{km/s}$ . A variação da inclinação ( $i$ ) em função do raio de partícula é apresentada na figura 1c. Observa-se que a maior variação da inclinação é dada para partículas menores. A variação máxima da nuvem de poeira é inferior a 0.1 graus. Na figura 1d a distribuição radial ( $r$ ) em função do raio da partícula apresenta-se aproximadamente constante no valor de 26,298.35  $\text{km}$ . Partículas menores apresentam maiores variações no raio orbital da partícula. O raio orbital inicial do satélite antes da fragmentação é de 26,564  $\text{km}$ . Então, a fragmentação de um dos satélites da constelação de GPS ejetta uma nuvem de poeira para raios orbitais menores que o raio orbital deste satélite.

## 3. EQUAÇÃO DO MOVIMENTO E A EVOLUÇÃO ORBITAL DA NUVEM DE DETRITOS ESPACIAIS

Para o caso planetocêntrico de uma partícula sujeita às perturbações do Sol, da Lua, do achatamento da Terra e da pressão de radiação solar tem-se que a equação do movimento é dada por:

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = -GM_S \frac{\vec{r}_{S-p}}{r_{S-p}^3} - GM_M \frac{\vec{r}_{M-p}}{r_{M-p}^3} - GM_E \left[ 1 - J_2 \left( \frac{R_E}{r} \right)^2 \left( \frac{3 \sin^2 \phi - 1}{2} \right) \right] \frac{\vec{r}_{E-p}}{r_{E-p}^3} - \frac{SA}{c} Q_{pr} \hat{S} \quad (1)$$

em que os índices S, E, M e p representam o Sol, a Terra, a Lua e a partícula, respectivamente.  $\vec{r}_{S-p}$ ,  $\vec{r}_{E-p}$  e  $\vec{r}_{M-p}$  são os vetores-posição do Sol, Terra e da Lua, respectivamente, em relação à partícula.  $G$  é a constante gravitacional,  $R_E$  é o raio equatorial da Terra,  $J_2$  é o coeficiente zonal do achatamento,  $\phi$  é a latitude,  $A$  é a área da seção de choque da partícula atingida pelo fluxo de radiação solar,  $S$  é a intensidade do fluxo solar,  $c$  é a velocidade da luz,  $Q_{pr}$  é o coeficiente de pressão de radiação e  $\hat{S}$  é o vetor unitário radial à fonte de radiação solar.



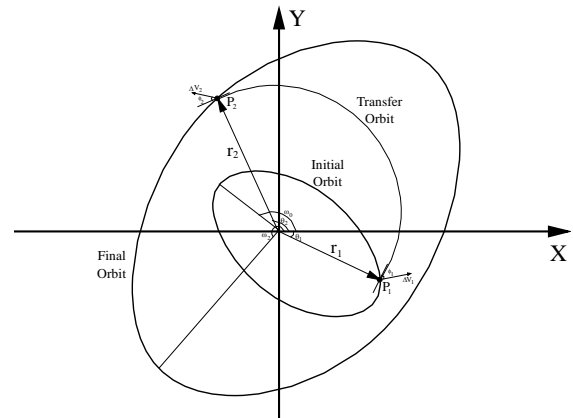
**Figura 1** - Condições iniciais da nuvem de poeira proveniente da fragmentação de um satélite da constelação de GPS. a) distribuição do raio em função da quantidade de partícula. b) distribuição da velocidade em função do raio da partícula. c) distribuição da inclinação em função do raio da partícula. e d) distribuição do raio orbital em função do raio da partícula.

Integrando esta equação é possível obter a evolução orbital temporal desta nuvem de poeira originada da fragmentação de um satélite da constelação de GPS. No instante inicial tem-se que a distribuição de partículas é concentrada numa região praticamente planar e bem definida. Esta região é próxima a do satélite fragmentado. Para um período de integração inferior a 50 dias, tem-se que esta nuvem de pequenos objetos apresenta uma distribuição tridimensional. Após este instante tem-se que a distribuição de partículas forma um anel e pode-se notar que existem regiões mais densas e outras em que aparece um “gap”. Logo, a nuvem de poeira espalha gradualmente e esta eventualmente pode vir a circundar a órbita de todos os outros satélites da constelação. Este comportamento pode ser observado na Figura 2. Para o instante de 347 dias parece que a densidade espacial dos fragmentos é muito maior do que em outros instantes visto que a região orbital parece diminuir. Dessa forma, quando a densidade espacial dos fragmentos é elevada, o risco de uma colisão para os satélites que passam através da nuvem é aumentado.

#### 4. MANOBRA ORBITAL

Considerando os efeitos básicos da explosão, vemos que passa a existir um anel de partículas com semi-eixo maior aproximadamente constante no valor de 26,298.35 km e excentricidade de aproximadamente 0.01. Como temos outros satélites no mesmo plano orbital, nosso objetivo é o de efetuar uma manobra com os demais satélites que pertencem ao mesmo plano para evitar que eles passem pela região densa da nuvem. Essa manobra é necessária, mesmo que ela leve os satélites para uma órbita que prejudique a execução da missão, pois, caso não seja efetuada, os satélites poderão ser destruídos. Se necessário, essa manobra pode colocar os satélites em uma órbita temporária até que os detritos sejam removidos, seja pelas forças naturais ou por algum mecanismo de remoção artificial. Sendo assim, os elementos orbitais iniciais da órbita inicial para a manobra são a do satélite em questão (semi-eixo maior de 25,564 km e excentricidade de 0.01). Como órbita final, temos que escolher valores que evitem a passagem do satélite pela nuvem. A nuvem possui um perigeu de 26035 km e um apogeu de 26561 km. O satélite possui um perigeu de 26298 km e um apogeu de 26830 km. A manobra deve então ter por objetivo colocar o satélite em uma órbita com perigeu mínimo de 26561 km, de forma a fazer com que ele sempre fique fora da nuvem. Não existe solução única para a órbita final, pois qualquer par de valores para semi-eixo maior e excentricidade que gerem um perigeu de 26561 km é válido. Sendo assim, será preciso montar um algoritmo que resolva o problema de transferência orbital para uma série de situações. Para buscar essa solução, utilizaremos o algoritmo de manobras orbitais bi-impulsivas desenvolvido no trabalho de Prado e Broucke[1].

As equações básicas são mostradas abaixo. A Figura 3 mostra o esquema geral da transferência, bem como define as principais variáveis utilizadas. Assume-se uma órbita inicial Kepleriana  $O_0$  e uma órbita final  $O_2$ . No ponto  $P_1$  ( $r_1, \theta_1$ ) é aplicado primeiro impulso  $\Delta V_1$  e no ponto  $P_2$  ( $r_2, \theta_2$ ) é aplicado o impulso  $\Delta V_2$ . O impulso total é dado por  $\Delta V$  ( $=\Delta V_1 + \Delta V_2$ ). Utilizaremos, de acordo com a referência citada, os elementos orbitais  $D, h$  e  $k$ , definidos por  $D = \frac{\mu}{C}$ ;  $k = e \cos(\omega)$ ;  $h = e \sin(\omega)$ , em que  $\mu$  é o parâmetro gravitacional da Terra,  $C$  é o momento angular, e  $e$  é a excentricidade e  $\omega$  o argumento do perigeu da órbita.



**Figura 3** – Geometria da Manobra Bi-impulsiva.

As equações para os impulsos são:

$$\begin{aligned}\Delta V_{r1} &= (D_1 k_1 - D_0 k_0) \sin(\theta_1) - (D_1 h_1 - D_0 h_0) \cos(\theta_1) \\ \Delta V_{t1} &= D_1 - D_0 + (D_1 k_1 - D_0 k_0) \cos(\theta_1) + (D_1 h_1 - D_0 h_0) \sin(\theta_1) \\ \Delta V_{r2} &= (D_2 k_2 - D_1 k_1) \sin(\theta_2) - (D_2 h_2 - D_1 h_1) \cos(\theta_2) \\ \Delta V_{t2} &= D_2 - D_1 + (D_2 k_2 - D_1 k_1) \cos(\theta_2) + (D_2 h_2 - D_1 h_1) \sin(\theta_2)\end{aligned}$$

O problema em questão é encontrar as órbitas que façam com que o impulso total seja minimizado, respeitando os vínculos que representam o fato das manobras se encontrarem:

$$\begin{aligned}g_1 &= D_0^2 (1 + k_0 \cos(\theta_1) + h_0 \sin(\theta_1)) - \\ &D_1^2 (1 + k_1 \cos(\theta_1) + h_1 \sin(\theta_1)) = 0 \\ g_2 &= D_2^2 (1 + k_2 \cos(\theta_2) + h_2 \sin(\theta_2)) - \\ &D_1^2 (1 + k_1 \cos(\theta_2) + h_1 \sin(\theta_2)) = 0\end{aligned}$$

O resultado analítico é [1]:

$$\begin{aligned}k_1 &= -\text{Csc}(\theta_1 - \theta_2) \left[ \begin{aligned} &\left( \left( \frac{D_0^2}{D_1^2} \right) (1 + k_0 \cos(\theta_1) + h_0 \sin(\theta_1)) - 1 \right) \sin(\theta_2) \\ &- \left( \left( \frac{D_2^2}{D_1^2} \right) (1 + k_2 \cos(\theta_2) + h_2 \sin(\theta_2)) - 1 \right) \sin(\theta_1) \end{aligned} \right] \\ h_1 &= -\text{Csc}(\theta_1 - \theta_2) \left[ \begin{aligned} &\left( \left( \frac{D_2^2}{D_1^2} \right) (1 + k_2 \cos(\theta_2) + h_2 \sin(\theta_2)) - 1 \right) \cos(\theta_1) \\ &- \left( \left( \frac{D_0^2}{D_1^2} \right) (1 + k_0 \cos(\theta_1) + h_0 \sin(\theta_1)) - 1 \right) \cos(\theta_2) \end{aligned} \right]\end{aligned}$$

Usando cálculo elementar:

$$\begin{aligned}\frac{\partial(\Delta V)}{\partial \alpha_m} = 0 &= \frac{1}{\Delta V_1} \left[ \Delta V_{r1} \frac{\partial(\Delta V_{r1})}{\partial \alpha_m} + \Delta V_{t1} \frac{\partial(\Delta V_{t1})}{\partial \alpha_m} \right] + \\ &\frac{1}{\Delta V_2} \left[ \Delta V_{r2} \frac{\partial(\Delta V_{r2})}{\partial \alpha_m} + \Delta V_{t2} \frac{\partial(\Delta V_{t2})}{\partial \alpha_m} \right]\end{aligned}$$

em que  $\alpha_1 = D_1$ ,  $\alpha_2 = \theta_1$ ,  $\alpha_3 = \theta_2$ .

Uma expressão geral seria:

$$\frac{\partial(\Delta V_{ij})}{\partial \alpha_m} = \frac{\partial(\Delta V_{ij})}{\partial \alpha_m} \Big|_{\text{Direct}} + \frac{\partial(\Delta V_{ij})}{\partial \alpha_1} \frac{\partial \alpha_1}{\partial \alpha_m} + \frac{\partial(\Delta V_{ij})}{\partial \alpha_2} \frac{\partial \alpha_2}{\partial \alpha_m}$$

onde  $i = r, t$ ;  $j = 1, 2$  e a palavra "Direct" representam a parte das derivadas dependentes da dependência explícita. As demais expressões estão detalhadas em [1].

Com o algoritmo mostrado acima para uma manobra entre duas órbitas, podemos utilizá-lo para construir uma solução aonde a excentricidade da órbita final é utilizada como variável independente  $e$ , a partir dela, calculamos um semi-eixo maior que obedece ao vínculo de perigeu de

26561 km. A partir daí calculamos o impulso total necessário a manobra e construímos a figura 4, que mostra o impulso total em função da excentricidade. Nessa figura notamos a existência de um ponto de mínimo, que corresponde aos valores de  $e = 0.005$  e  $\Delta V = 0.00986$  km/s. Isso indica a maneira ótima (do ponto de vista de consumo de combustível) de deslocar o satélite da passagem pela nuvem.

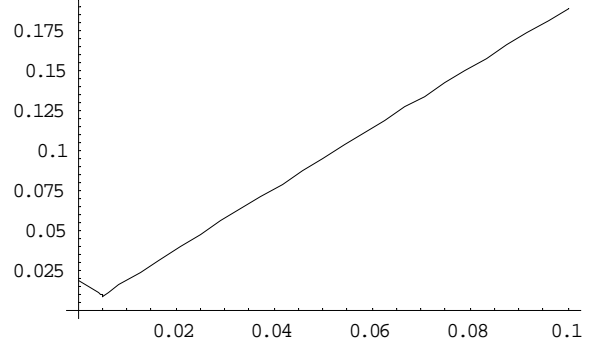


Figura 4 – Consumo total em função da excentricidade.

## 5. DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

A densidade de partículas de um satélite fragmentado da região de satélites GPS apresenta uma evolução tridimensional aumentando, desta forma, a possibilidade de colisão destas partículas com os demais satélites da própria constelação. As partículas são espalhadas de maneira a formar um anel de poeira na região do GPS após um pequeno intervalo de tempo de, aproximadamente, 50 dias. O anel mais denso, para o período de integração de 365 dias, foi obtido em 347 dias. A evolução orbital destes objetos fragmentados mostra que, mesmo com características de anel, é possível obter regiões de "gap" entre as partículas.

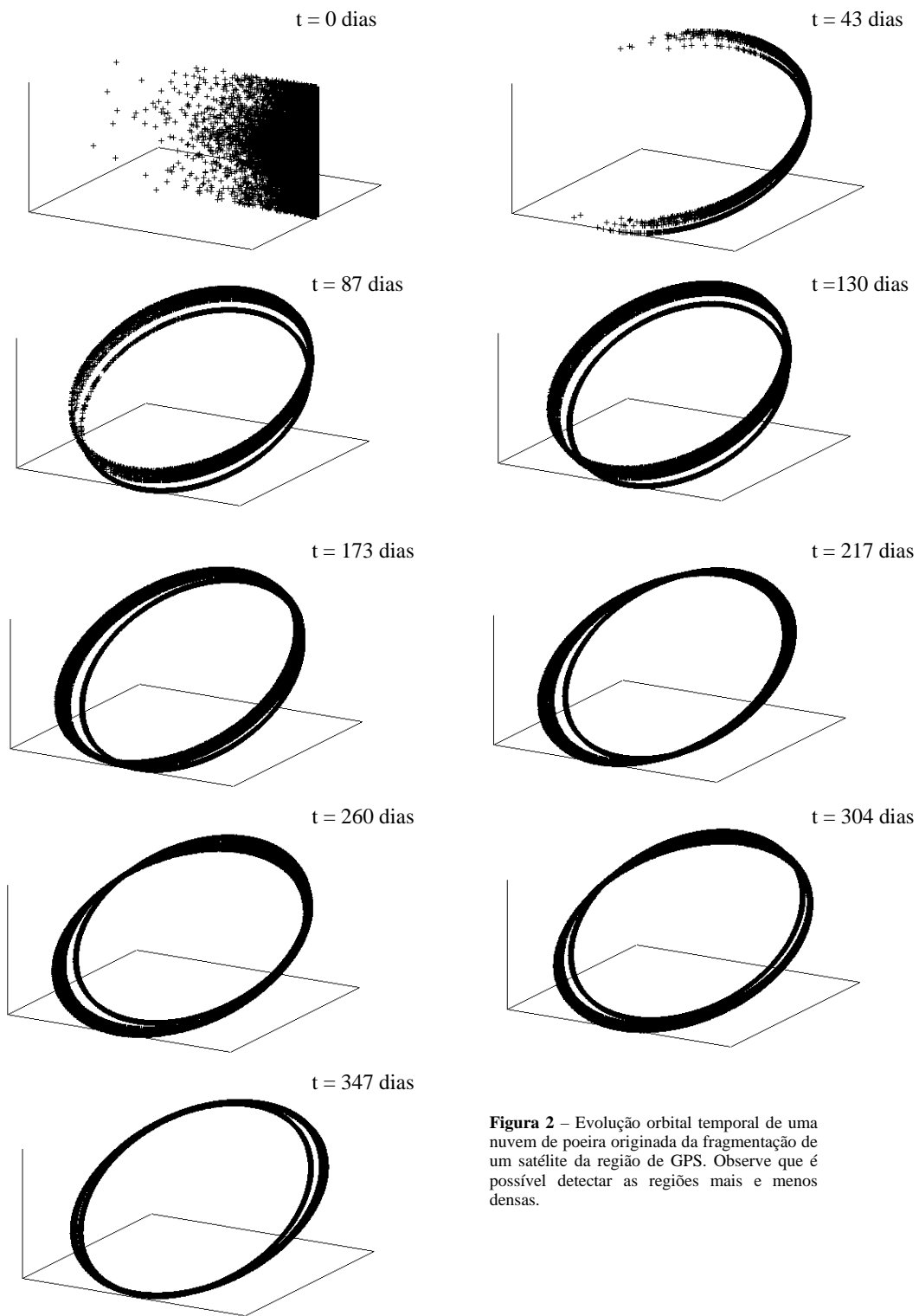
Um sistema simples e rápido de calcular manobras orbitais pode ser utilizado para evitar riscos maiores de colisões no caso de haver a explosão de um satélite. Esse esquema se mostrou viável e pode obter uma solução ótima para a manobra de escape e colisão.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Prado, A.F.B.A. and Broucke, R.A., 1996. The Minimum Delta-V Lambert's Problem, SBA Controle e Automação, **7**, 2.
- [2] Benz, W; Asphaug, E., 1999. Catastrophic Disruptions Revisited, Icarus, **142**, p. 5-20.
- [3] Farinella, P.; Gonczi, R.; Froeschle, Ch.; Froeschle, C.; 1993. The injection of asteroid fragments into resonances, Icarus, **101**, 2, p. 174.
- [4] Petit, Jean-Marc.; Farinella, P., 1993. Modelling the outcomes of high-velocity impacts between small solar system bodies, Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy, **57**, 1-2, p. 1-28.

## Agradecimentos

Os autores agradecem a FAPESP e ao CNPq pelo apoio financeiro



**Figura 2** – Evolução orbital temporal de uma nuvem de poeira originada da fragmentação de um satélite da região de GPS. Observe que é possível detectar as regiões mais e menos densas.