



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA E TECNOLOGIA

INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS

INPE-8755-TDI/798

**DETERMINAÇÃO E MANOBRAS AUTÔNOMAS DE ÓRBITAS DE
SATÉLITES ARTIFICIAIS EM TEMPO REAL USANDO MEDIDAS GPS
DE UMA FREQUÊNCIA**

Ana Paula Marins Chiaradia

Tese de Doutorado em Engenharia e Tecnologia Espaciais, orientada pelos Dr. Hélio Koiti Kuga e Dr. Antônio Fernando Bertachini de Almeida Prado, aprovada em novembro de 2000.

INPE
São José dos Campos
2002

629.7.062.2

CHIARADIA, A. P. M.

Determinação e manobras autônomas de órbitas de satélites artificiais em tempo real usando medidas GPS de uma frequência /

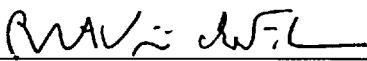
A. P. M. Chiaradia - São José dos Campos: INPE, 2000.

202p. – (INPE-8755-TDI/798).

1.Filtro de Kalman. 2.Manobras orbitais. 3.Sistema de Posicionamento Global (GPS). 4.Medidas GPS. 5.Uma frequência. 6.Mecânica orbital. 7.estimação de posição orbital. 8.Navegação autônoma. 9.Satélites artificiais I.Título.

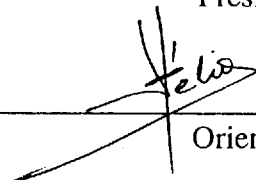
Aprovada pela Banca Examinadora em
cumprimento a requisito exigido para a
obtenção do Título de **Doutor em**
Engenharia e Tecnologia
Espaciais/Mecânica Espacial e
Controle.

Dr. Roberto Fonseca Vieira Lopes



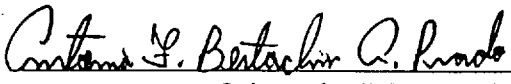
Presidente/INPE-SJC/SP

Dr. Hélio Koiti Kuga



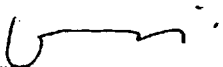
Orientador/INPE-SJC/SP

Dr. Antonio F. Bertachini de A Prado



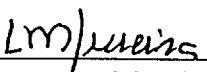
Orientador/INPE-SJC/SP

Dr. Atair Rios Neto



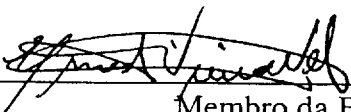
Membro da Banca/UNIVAP-SJC/SP

Dr. Luiz Danilo Damasceno Ferreira



Membro da Banca
Convidado UFPR-Curitiba/PR

Dr. Ernesto Vieira Neto



Membro da Banca
Convidado FEG-Guaratinguetá/SP

Candidato (a): Ana Paula Marins Chiaradia

São José dos Campos, 14 de novembro de 2000.

*Paí, o senhor se foi e eu fiquei como uma criança insegura e indefesa.
Agora não tenho mais os seus conselhos.
Nem suas idéias.
Nem mesmo nossas brigas e discussões por sermos iguais
Mas tenho boas lembranças.
Lembranças de um homem íntegro, generoso,
honesto e digno.
De um homem corajoso que lutou com todas
as forças até o último minuto.
De um homem forte.
Lembranças que jamais esquecerei
e que servirão de exemplo para mim
e para todos que tiveram a honra de conhecê-lo.
Exemplo de uma pessoa que procuro e
sempre procurarei ser igual.
Um homem que me orgulho de ser filha.
E que espero que tenha tido orgulho de ser meu pai.
Paí, o senhor deixa muitas saudades
Sinto uma falta enorme.
Paí, o amarei eternamente.
Onde quer que o senhor esteja,
eu o amo muito!*

*Minha mãe, exemplo de mulher, mãe e esposa.
Dedicada.
Sempre do nosso lado em todos os momentos:
bons ou ruins e difíceis.
Segurando tudo, com muita força.
Mulher forte.
Mulher decidida.
Mãe, sem a senhora eu não sei o que seria de mim.
Não teria forças para suportar tudo.
É muito bom tê-la ao meu lado.
Também tenho muito orgulho de ser sua filha.
E espero que tenha orgulho de ser minha mãe,
porque sempre lutei por isto.
Mãe, a amarei eternamente.
Eu a amo muito!*

*Quem me dera que Deus pudesse torná-los imortais fisicamente!
O importante é que eu os tornarei no meu coração, amando-os eternamente!*

*Àqueles que amarei eternamente,
meus pais Carlos Roberto e Paulina,
minhas irmãs Gisele e Marianne;
meu sobrinho Diogo,
dedico.*

AGRADECIMENTOS

Ao Dr. Hélio Koiti Kuga e ao Dr. Antonio Fernando Bertachini de Almeida Prado por me orientarem neste trabalho de modo seguro, compreensivo e amigo.

Ao Dr. Oliver Montenbruck e ao Dr. Eberhard Gill do GSOC/DLR (*German Space Operation Center/Deutsches Zentrum für Luft - Raumfahrt*) pelas sugestões, críticas e colaboração durante a elaboração do trabalho.

Ao Dr. Friedrich E. Jochim pela oportunidade dada de desenvolver parte deste trabalho na DLR.

Ao Dr. Ivan Jelinek Kantor e à Msc. Mariangel Fedrizzi por analisar o Capítulo 6 e pelas sugestões recebidas.

Ao Dr. Luiz Danilo Damasceno Ferreira e Dra. Cláudia Pereira Krueger pela oportunidade dada de conhecer e testar receptores GPS na Universidade Federal do Paraná.

Aos membros da banca examinadora pela predisposição em analisar este trabalho e pelas sugestões recebidas.

A minha família, pelo carinho, amor, compreensão, apoio, colaboração e o constante incentivo.

A meus pais, Carlos Roberto e Paulina, pela vida maravilhosa que me deram.

Às amigas Cristina Tobler de Sousa, Gislaine de Felipe e Walkiria Schulz pelo incentivo, sugestões e ajudas recebidas ao desenvolver este trabalho, pelos momentos de alegria, pelas boas risadas e pela sincera amizade.

Ao Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais e à DLR pelo apoio e, à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, pela bolsa concedida.

À Divisão de Mecânica Espacial e Controle deste instituto pelo suporte e os recursos fornecidos e, aos colegas que, direta ou indiretamente contribuíram para o enriquecimento deste trabalho.

RESUMO

Um algoritmo simplificado e compacto com baixo custo computacional fornecendo precisão em torno de dezenas de metros para determinação de órbita de satélites artificiais em tempo real e a bordo, usando o Sistema de Posicionamento Global (GPS), é desenvolvido neste trabalho. O vetor de estado, composto da posição, velocidade, tendência, deriva e taxa de deriva do relógio do receptor GPS, é estimado pelo filtro de Kalman estendido. O integrador numérico Runge-Kutta de passo fixo de quarta ordem é utilizado para integrar o vetor de estado. As equações de movimento consideram somente perturbações devidas ao geopotencial. A matriz de covariância dos erros do estado é propagada através da matriz de transição calculada de maneira otimizada. As medidas GPS de única frequência são utilizadas como medidas de observação. Estas são corrigidas com relação ao atraso dos relógios dos satélites GPS e do receptor. O efeito ionosférico é considerado nas medidas através do modelo de dupla frequência, somente para avaliação do impacto na precisão. Dados reais do satélite Topex/Poseidon são utilizados para validar este algoritmo. Os resultados obtidos são comparados com os arquivos de efemérides precisas POE deste satélite produzidas pelo JPL/NASA. Os erros em posição e em velocidade obtidos são de 15 a 20 m e de 0,014 a 0,018 m/s, respectivamente, com ou sem Disponibilidade Seletiva (SA). Um método para determinação de manobras orbitais bi-impulsivas e coplanares é testado e implementado com sucesso com o objetivo de tornar o satélite autônomo com relação ao cálculo de manobras orbitais. As diversas simulações efetuadas mostram que este método converge para a solução ótima em um tempo curto o suficiente para viabilizar aplicações em tempo real e com cálculos efetuados a bordo do satélite. Os resultados obtidos mostram desempenho consistente para o problema proposto.

AUTONOMOUS ARTIFICIAL SATELLITE ORBIT DETERMINATION AND MANEUVER IN REAL-TIME USING SINGLE FREQUENCY GPS MEASUREMENTS

ABSTRACT

A simplified and compact algorithm with low computational cost providing an accuracy around tens of meters for artificial satellite orbit determination in real-time and onboard, using the Global Positioning System (GPS), is developed in this work. The state vector, composed of the position, velocity, bias, drift, and drift rate of the GPS receiver clock, is estimated by the extended Kalman filter. The fourth order Runge-Kutta numerical integrator is used to integrate the state vector. In the equations of motion are considered only the perturbations due to the geopotential. The state error covariance matrix is propagated through the transition matrix, which is calculated in an optimized way. The single frequency GPS measurements are used as observation ones. These are corrected regarding GPS satellite and receiver clock offsets. The ionospheric effect is evaluated on these measurements by the dual frequency model to measure the impact in the accuracy. To validate this algorithm, the real data of the Topex/Poseidon satellite are used. The results are compared against the precise ephemerides orbit POE files of this satellite released by JPL/NASA. The position and velocity errors obtained vary from 15 to 20 m and from 0.014 to 0.018 m/s, respectively, with and without Selective Availability (SA). In addition, a method for bi-impulsive coplanar orbital maneuver determination is tested and implemented successfully, with the goal of increasing the satellite autonomy regarding the calculation of orbital maneuver. The developed simulations show that this method converges to the optimal solution in a short time interval, enough to be implemented in real-time applications with onboard computations. The obtained results show a consistent performance for the proposal problem.

SUMÁRIO

	<u>Pág.</u>
LISTA DE FIGURAS	19
LISTA DE TABELAS	21
LISTA DE SÍMBOLOS	23
LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS	27
CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO	29
1.1 - Motivação	32
1.2 - Objetivos	32
1.3 - Síntese do trabalho	33
CAPÍTULO 2 - REVISÃO DA LITERATURA	37
CAPÍTULO 3 - SISTEMA GPS	45
3.1 - Descrição do sistema GPS	46
3.1.1 - Segmento espacial	46
3.1.2 - Segmento de controle	46
3.1.3 - Segmento usuário	48
3.2 - Sinais GPS	48
3.3 - Mensagem de navegação	49
CAPÍTULO 4 - METODOLOGIA	53
4.1 - Tipos de medidas	55
4.1.1 - Definição da pseudo-distância	56
4.1.2 - Definição de fase da portadora	57
4.2 - Técnica de estimação	58
4.2.1 - Filtro de Kalman	59

4.3 - Modelo de forças.....	64
4.3.1 - Geopotential.....	65
4.4 - Integração numérica.....	67
4.4.1 - Runge-Kutta de passo fixo de quarta ordem.....	68
CAPÍTULO 5 - MODELO DE MEDIDAS.....	71
5.1 - Fontes de Erros.....	71
5.1.1 - Erros nas efemérides.....	72
5.1.2 - Erros dos relógios.....	73
5.1.3 - Erros ionosféricos.....	74
5.1.4 - Erros troposféricos.....	74
5.1.5 - Erros de multicaminho.....	75
5.1.6 - Erros devidos ao usuário.....	75
5.1.7 - <i>Cycle slip</i>	76
5.1.8 - Disponibilidade Seletiva (<i>Selective Availability - SA</i>).....	76
5.2 - Modelo de medidas.....	78
5.2.1 - Correção dos erros dos relógios.....	79
5.2.2 - Correção do instante de recepção e propagação do sinal.....	80
CAPÍTULO 6 - CORREÇÃO IONOSFÉRICA PARA AS MEDIDAS GPS.....	83
6.1 - Introdução.....	83
6.2 - Efeitos ionosféricos nos sinais do GPS.....	84
6.3 - Modelo de Klobuchar.....	86
6.4 - Modelo empírico de ionosfera - IRI-95.....	87
6.5 - Modelo empírico da plasmasfera – Gallagher-88.....	88
6.6 - Modelo ionosférico de duas frequências	90
6.7 - Conclusão.....	93
CAPÍTULO 7 - MATRIZ DE TRANSIÇÃO.....	95

7.1 - Introdução.....	95
7.2 - Solução analítica da matriz de transição para órbitas elípticas keplerianas.....	97
7.2.1 - Cálculo das funções f, g, \dot{f}, \dot{g}	98
7.2.2 - Cálculo da matriz $M_{3 \times 3}$	100
7.2.3 - Propriedade da matriz de transição.....	101
7.3 - Método de Markley.....	101
7.4 - Análise dos métodos.....	105
7.5 - Conclusão.....	108
CAPÍTULO 8 - DESCRIÇÃO DOS DADOS.....	111
8.1 - Dados usados.....	111
8.1.1 - Arquivo POE - Arquivo de referência.....	112
8.1.2 - Arquivo de observação.....	113
8.1.3 - Arquivo de navegação transmitido.....	113
8.2 - Condição inicial.....	113
CAPÍTULO 9 - MODELAGEM DE FORÇAS E ANÁLISE DE DESEMPENHO COMPUTACIONAL.....	115
9.1 - Análise do modelo de forças.....	115
9.2 - Escolha do passo de integração.....	117
9.3 - Conclusão.....	118
CAPÍTULO 10 - DETERMINAÇÃO DE ÓRBITA.....	119
10.1 - Condição inicial.....	119
10.2 - Escolha do modelo apropriado.....	121
10.3 - Resultados finais da determinação de órbita.....	122

CAPÍTULO 11 - MANOBRAS ORBITAIS	133
11.1 - Introdução.....	133
11.2 - Modelos para o problema de transferência de órbitas.....	134
11.3 - Métodos impulsivos.....	135
11.3.1 - Transferência de Hohmann.....	135
11.3.2 - A transferência bi-elíptica tri-impulsiva.....	136
11.3.3 - Outras manobras impulsivas.....	136
11.4 - Manobras com empuxo contínuo.....	137
11.5 - Manobras orbitais autônomas.....	138
CAPÍTULO 12 - MANOBRAS ORBITAIS COPLANARES AUTÔNOMAS	139
12.1 - O problema de Lambert com mínimo delta-V.....	140
12.2 - Definição do problema.....	141
12.3 - Primeiro método: usando a regra da cadeia para as derivadas.....	144
12.3.1 - Resolvendo a equação $\frac{\mathcal{I}(\mathbf{DV})}{\mathcal{D}_1} = 0$	146
12.4 - Segundo método: calculando $\mathbf{DV}(D_1)$ explicitamente.....	146
12.5 - Simulações de manobras.....	149
CAPÍTULO 13 - CONCLUSÕES E SUGESTÕES	155
13.1 - Contribuição.....	156
13.2 - Conclusões.....	157
13.3 - Sugestões para extensão deste trabalho.....	158
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	161

APÊNDICE A - FORMATO RINEX E SP3	175
A.1 - Formato Rinex.....	175
A.1.1 - Definição das observações.....	176
A.1.2 - Descrição geral do formato.....	177
A.2 - Formato SP3.....	182
A.2.1 - Exemplo de arquivo no formato SP3.....	182
APÊNDICE B - SISTEMAS DE REFERÊNCIAS E TRANSFORMAÇÕES	187
B.1 - Sistema de coordenadas de referência	187
B.1.1 - Sistema de coordenadas inerciais convencional (CIC).....	187
B.1.2 - Sistema de coordenadas terrestres convencional (CTC).....	187
B.2 - Transformações entre sistemas de coordenadas.....	187
B.2.1 - O efeito da precessão – J2000 para MoD.....	188
B.2.2 - O efeito da nutação – MoD para ToD.....	190
B.2.3 - O efeito da rotação sideral – ToD para PEF.....	190
B.2.4 - O efeito do movimento polar – PEF para EF.....	192
B.3 - Sistema de tempo.....	193
B.4 - Data Juliana.....	194
B.4.1 - Conversão.....	194
APÊNDICE C - JGM-2 E WGS-84	197
C.1 - Modelo gravitacional terrestre - JGM-2.....	197
C.2 - World Geodetic System - WGS-84.....	198
APÊNDICE D - SATÉLITE TOPEX/POSEIDON	199

LISTA DE FIGURAS

	<u>Pág.</u>
3.1 - Segmento espacial.....	47
3.2 - Segmento de controle.....	47
3.3 - Receptor GPS.....	48
3.4 - Mensagem de navegação.....	50
4.1 - Ilustração do método da triangulação.....	54
6.1 - Erro ionosférico na pseudo-distância em L1 (18/11/1993).....	91
6.2 - Erro ionosférico na pseudo-distância em L2 (18/11/1993).....	92
6.3 - Erro ionosférico na pseudo-distância em L1 (20/04/1995).....	92
6.4 - Erro ionosférico na pseudo-distância em L2 (20/04/1995).....	93
10.1 - Erros reais e estimados em posição e velocidade para o dia 18/11/1993.....	126
10.2 - Erros reais e estimados em posição e velocidade para o dia 19/11/1993.....	127
10.3 - Erros reais e estimados em posição e velocidade para o dia 20/11/1993.....	127
10.4 - Erros reais e estimados em posição e velocidade para o dia 03/01/1994.....	128
10.5 - Erros reais e estimados em posição e velocidade para o dia 04/01/1994.....	128
10.6 - Erros reais e estimados em posição e velocidade para o dia 05/01/1994.....	129
10.7 - Erros reais e estimados em posição e velocidade para o dia 21/01/1994.....	129
10.8 - Erros reais e estimados em posição e velocidade para o dia 22/01/1994.....	130
10.9 - Comportamento típico dos resíduos da pseudo-distância.....	130
10.10 - Histograma dos resíduos da pseudo-distância.....	131
10.11 - Distribuição normal dos resíduos.....	131
12.1 - Geometria do Problema de Lambert com mínimo delta-V.....	142
12.2 - ΔV e sua derivada como uma função de D_1	147
D.1 - Satélite Topex/Poseidon.....	199

LISTA DE TABELAS

	<u>Pág.</u>
4.1 - Comparação entre a pseudo-distância e a fase da portadora.....	58
5.1 - Erros devidos à Disponibilidade Seletiva.....	77
6.1 - Média dos erros ionosféricos.....	94
7.1 - Tempo de processamento para o cálculo analítico da matriz de transição.....	107
7.2 - Elementos Keplerianos das órbitas usadas.....	107
7.3 - Comparação para uma órbita circular.....	107
7.4 - Comparação para uma órbita elíptica.....	108
8.1 - Resumo dos dados usados.....	112
9.1 - Precisão no truncamento do grau e ordem dos coeficientes harmônicos.....	116
9.2 - Comparação em relação ao tamanho do passo de integração.....	117
10.1 - Condições iniciais do filtro.....	120
10.2 - Condição inicial das coordenadas de posição e velocidade para todos os dias.....	120
10.3 - Cenário dos testes iniciais.....	122
10.4 - Erros estatísticos para variação do modelo.....	123
10.5 - Erros estatísticos com e sem correção ionosférica.....	123
10.6 - Cenário dos testes finais.....	123
10.7 - Erros estatísticos com ou sem SA.....	132
12.1 - Manobras variando o semi-eixo maior para o dia 18/11/1993.....	151
12.2 - Manobras variando o semi-eixo maior para o dia 21/01/1994.....	152
12.3 - Manobras variando o semi-eixo maior e a excentricidade para o dia 18/11/1993.....	153
12.4 - Manobras variando o semi-eixo maior e a excentricidade para o dia 21/01/1994.....	154
A.1 - Arquivos de observação - Descrição do cabeçalho.....	177
A.2 - Arquivos de observação - Descrição dos dados gravados.....	179
A.3 - Arquivos da mensagem de navegação - Descrição do cabeçalho.....	180
A.4 - Arquivos da mensagem de navegação - Descrição dos dados gravados.....	181
B.1 - Épocas padrões.....	196
C.1 - Principais parâmetros dos modelos JGM-2 e WGS-84.....	198

D.1 - Parâmetros orbitais nominais do satélite T/P.....	201
D.2 - Constantes do satélite T/P.....	202

LISTA DE SÍMBOLOS

Latinos

a	semi-eixo maior
<i>a</i>	aceleração do satélite
b	vetor do desvio do relógio do receptor GPS
b₀	tendência do relógio do receptor GPS
b₁	deriva do relógio do receptor GPS
b₂	taxa de deriva do relógio do receptor GPS
c	velocidade da luz
E	anomalia excêntrica
e	excentricidade
f	função vetorial do estado e do tempo
F	matriz das derivadas parciais
I	matriz identidade
J₂	efeito do achatamento da Terra
M	anomalia média
0	matriz nula
P	matriz de covariância do erro do estado
Q	matriz de densidade espectral do ruído da dinâmica
r	distância radial
R	matriz de covariância do erro de observação
r	vetor posição
r_e	raio da Terra
<i>ṙ</i>	vetor velocidade
<i>ṙ̈</i>	vetor aceleração
t	instante de observação
v	vetor velocidade
x	vetor estado

x, y, z coordenadas de posição
 $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$ coordenadas de velocidade
 \mathbf{z} vetor observação

Gregos

\mathbf{F} matriz transição
 ε ruídos de observação
 λ comprimento de onda
 μ constante gravitacional terrestre
 ρ distância geométrica entre a antena do satélite GPS e a do receptor GPS
 ρ_c pseudo-distância calculada
 σ desvio padrão
 τ tempo de propagação do sinal
 ω argumento do perigeu
 Δ_{ION} erro devido ao atraso ionosférico
 Δt_{GPS} desvio do relógio do satélite GPS
 Δt_u desvio do relógio do receptor GPS
 ΔT tempo acumulado desde a primeira medida
 Δt tempo de propagação
 Δr diferença entre os vetores de posição
 ΔV incremento de velocidade
 Δr diferença entre os vetores de velocidade

Índices superiores

WGS encontra-se no sistema terrestre WGS-84
- atualizado
^ propagado

Índices inferiores

0	inicial
1	transferência
2	final
e	Terra
GEO	geopotencial
GPS	refere-se a dados dos satélites GPS
u	refere-se ao receptor GPS

LISTAS DE SIGLAS E ABREVIATURAS

A-S	Anti-Spoofing
BIRD	Bispectral Infrared Detection Mission
C/A	Coarse/Acquisition code
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CDDIS	Crustal Dynamics Data Information System
CET	Conteúdo Eletrônico Total
CIC	Sistema de coordenadas inerciais convencional
CNES	Centre National d'Etudes Spatiales
COSPAR	Comitê de Pesquisas Espaciais
CTC	Sistema de coordenadas terrestres convencional
DGPS	Diferencial GPS
DJ	Data Juliana
DJM	Data Juliana Modificada
DLR	Deutsches Zentrum für Luft-Raumfahrt
DMC	Divisão de Mecânica Espacial e Controle
DORIS	Doppler Orbitography and Radio positioning Integrated by Satellite
ECEF	Earth centered Earth fixed system
EF	Earth-fixed equator and prime meridian
EUVE	Extreme Ultraviolet Explorer satellite
GLONASS	Global Navigation Satellite System
GPS	Global Positioning System
GSFC	Goddard Space Flight Center
GSOC	German Space Operation Center
HOW	Handover over Word
IAU	International Astronomical Union
IERS	International Earth Rotation Service
IGS	International GPS Service for Geodynamics
INPE	Instituto Nacional de Pesquisa Espaciais
IODC	Issue of Date, Clock
IRI	International Reference Ionosphere
J2000	Earth mean equator and equinox of date
JGM	Joint Gravity Model
JPL	Jet Propulsion Laboratory
L1	Portadora L1 (1575,42 MHz)
L2	Portadora L2 (1227,6 Mhz)
MoD	Earth mean equator and equinox of date
NASA	National Aeronautics and Space Administration
P	Precise code
PEF	Pseudo Earth-fixed equator and prime meridian
POD	Precise Orbit Determination
PODPS	Topex/Poseidon Precision Orbit Determination Production

POE	Precision Orbit Ephemeris
PRN	Pseudorandom noise
RINEX	Receiver Independent Exchange (Format)
RK4	Runge-Kutta de quarta ordem
RK8	Runge-Kutta de oitava ordem
RMS	Root meter square
SA	Selective Availability
SLR	Satellite Laser Ranging
SP3	Tipo de formato de dados
T/P	Ocean TOPography EXperiment (TOPEX)/Poseidon
TDRSS	Tracking and Data Relay Satellite System
TECU	Total Electron Content Unit
TLM	Telemetry Word
ToD	Earth true equator and equinox of date
TRANSIT	Navy Navigation Satellite System
UCET	Unidades de CET
UT	Universal Time
UTC	Universal Time Coordinated
WGS-84	World Geodetic System of 1984
Y-code	Encrypted P-code

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

Segundo Raol e Sinha (1985), determinação de órbita de um satélite artificial é o processo de obtenção de valores dos parâmetros que completamente especificam o seu movimento no espaço, baseado em um conjunto de observações deste satélite. Estas observações podem ser obtidas através de sistemas de rastreamento em solo ou de sensores a bordo do veículo espacial. Técnicas modernas de observação são atualmente capazes de medir a distância entre o instrumento e o satélite com a precisão de centímetros ou até melhor.

A determinação de órbita pode ser feita de diversas maneiras e pode depender, em parte, das características da órbita do satélite e das necessidades da missão.

Realizar uma manobra orbital significa transferir o satélite de uma órbita para outra. A manobra torna-se necessária quando ocorrem desvios nos parâmetros orbitais do satélite, no momento da sua injeção, fazendo com que ele se encontre em um órbita diferente da nominal. Ou ainda, esta manobra pode estar prevista na própria missão ou pode ser apenas uma manobra de correção. A manobra, em geral, é determinada pelo centro de controle. Com advento de computadores compactos e velozes, tal manobra pode ser calculada e controlada de forma autônoma.

Os sistemas de rastreamento baseados em solo são aqueles que usam redes de estações de rastreamento topocêntricas (na superfície terrestre). Este sistema emprega computadores de razoável capacidade para o processamento de dados e a determinação da órbita. As medidas típicas feitas pelas estações de rastreamento são as de alcance (*range*), velocidade radial (*range-rate*) e ângulos de azimute e elevação.

Algumas vantagens e desvantagens do uso de sistemas de rastreamento baseados em solo são:

- Alto custo de construção, operação e manutenção;
- Rastreia poucos satélites simultaneamente;
- Necessita tempo para estabelecer comunicação;
- A determinação da órbita e o controle são feitos através das estações e dos centros de controle;
- Visibilidade limitada;
- Suscetível a interferência;
- Confiabilidade e robustez comprovadas;
- A precisão pode ser comprometida devido às limitações de modelagem;
- Característica multimissão (podendo rastrear várias satélites distintos e órbitas distintas).

A necessidade de maior cobertura de rastreamento, comunicação e tempo para determinação de órbita fez com que os satélites em grandes altitudes se tornassem estações de rastreamento operacionais. São exemplos os sistemas *Navy Navigation Satellite System* (TRANSIT), TIMATION, *Global Positioning System* (GPS) e *Global Navigation Satellite System* (GLONASS). Parkinson (1997) descreve as origens, a evolução e o futuro dos sistemas de navegação por satélites.

As medidas obtidas por algum tipo de sensor a bordo do veículo espacial podem ser transmitidas para o solo e processadas por alguma técnica de estimação; ou um microcomputador a bordo do veículo pode processar as informações utilizando um algoritmo de filtragem que seja computacionalmente eficiente e numericamente estável e preciso. O progresso tecnológico nos equipamentos de comunicação e dos microcomputadores fez com que o monitoramento pudesse se tornar autônomo e contínuo e os equipamentos se tornassem baratos, menores e mais precisos, como o caso dos receptores GPS, especialmente os de uma frequência.

Hoje, o sistema GPS é um excelente sistema de navegação por satélites, que vem sendo utilizado em terra, no mar e no espaço. Alguns veículos espaciais que possuem um

receptor GPS a bordo para medir sua posição no espaço já foram lançados e vários outros serão lançados em um futuro próximo. Os exemplos mais significativos são o satélite *Extreme Ultraviolet Explorer* (EUVE), lançado em junho de 1992 com um receptor de uma frequência (Gold et al., 1994); o satélite *Ocean TOPOgraphy Experiment (Topex)/Poseidon* (T/P) lançado em agosto de 1992 com um receptor GPS de duas frequências como experimento (Fu et al., 1994); o satélite MicroLab-1, lançado em 1995 com o receptor GPS/MET como experimento (Montenbruck e Gill, 2000); a estação espacial MIR, que possui um receptor GPS desde maio de 1996 (Gill, 1997); o satélite *Bispectral Infrared Detection Mission* (BIRD), cujo lançamento está previsto depois de maio de 2001 (Gill et al., 2000); EOS ICESat, cujo lançamento está previsto para julho de 2001 (Rim et al., 2000).

Algumas vantagens e desvantagens em utilizar um receptor GPS a bordo para determinação e manobra de órbita são:

- Baixo custo de equipamentos e de manutenção em solo;
- Atende inúmeros usuários;
- Rápida obtenção das informações transmitidas pelos satélites;
- Permite navegação autônoma e em tempo real;
- Cobertura global;
- Existem sempre satélites visíveis;
- Alta imunidade a interferência;
- Qualificação espacial não totalmente provada para navegação autônoma;
- Alta precisão no cálculo da posição devida à geometria favorável;
- Cálculo de manobras orbitais a bordo;
- Necessidade de um receptor por satélite.

1.1 MOTIVAÇÃO

O Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE) vem determinando a órbita de seus satélites com muito sucesso utilizando estações de rastreamento terrestres localizadas em pontos estratégicos do Brasil. Mas, a necessidade de realizar esta tarefa com maior precisão e baixo custo computacional são sempre desafios constantes. A cada dia, novas técnicas vêm sendo desenvolvidas, como a utilização do sistema GPS. Porém, este tipo de tecnologia ainda não foi utilizado com esta finalidade pelo INPE ou por qualquer instituto ou satélite brasileiro.

A utilização de um receptor GPS a bordo de um satélite artificial permite a determinação e o cálculo de manobras orbitais em tempo real, autônoma, praticamente sem problemas de visibilidade, com melhora na precisão e baixo custo computacional e financeiro. Diante disto, houve a necessidade de desenvolver um algoritmo compacto para determinação de órbita em tempo real para ser utilizado a bordo e implementar um algoritmo para cálculo de manobras orbitais bi-impulsivas coplanares que possa ser utilizado a bordo fornecendo a solução ótima em tempo real.

1.2 OBJETIVOS

O principal objetivo deste trabalho é desenvolver e analisar um algoritmo para determinação e cálculo de manobras de órbita de satélites artificiais que permita sua navegação autônoma. Para isto, alguns pontos essenciais são considerados:

- Determinação em tempo real, isto é, sem armazenamento de dados;
- Cálculo de manobra orbital em tempo real;
- Sistema compacto;
- Determinação e cálculo de manobra orbital a bordo do veículo espacial;
- Equipamento barato, simples e preciso;
- Baixo custo computacional;

- Estimador robusto;
- Modelo do sistema simplificado;
- Precisão relativa – dezenas de metros;
- Manobras orbitais autônomas.

Para satisfazer todas as exigências citadas acima, os seguintes recursos foram adotados:

- Equipamento GPS;
- Filtro de Kalman estendido;
- Perturbações devidas ao geopotencial para integrar o estado orbital;
- Integrar a matriz de transição utilizando o movimento kepleriano puro ou perturbado pelo efeito do achatamento terrestre;
- O uso da medida de pseudo-distância em uma frequência (L1);
- Manobra orbital bi-impulsiva coplanar com consumo mínimo de combustível.

1.3 SÍNTESE DO TRABALHO

Capítulo 1: É feita uma introdução do trabalho dando ênfase a motivação e seus objetivos principais.

Capítulo 2: É feita uma revisão da literatura dando ênfase à determinação de órbita utilizando o sistema GPS e manobras orbitais bi-impulsivas coplanares.

Capítulo 3: É realizada uma breve descrição do sistema GPS.

Capítulo 4: É apresentada a metodologia adotada neste trabalho. Descreve-se de forma sucinta como será feita a determinação de órbita. As medidas de receptores GPS são descritas de forma concisa. O algoritmo de filtro de Kalman estendido para medidas discretas é descrito. O modelo de forças considera somente as perturbações devidas ao geopotencial. O integrador numérico adotado para propagar o estado é o Runge-Kutta de passo fixo de quarta ordem (RK4), que é também descrito nesse capítulo.

Capítulo 5: São apresentadas, de forma sucinta, as fontes de erros do sistema GPS. O modelo de medida usando a pseudo-distância em uma frequência e as correções dos erros dos relógios, do instante de recepção e transmissão para corrigir as pseudo-distâncias são descritas.

Capítulo 6: São descritos alguns modelos usados para corrigir o efeito ionosférico nas medidas GPS, como o modelo de uma (Klobuchar, 1987) e duas frequências e empírico de ionosfera *International Reference Ionosphere -95* (IRI-95) e plasmasfera (Gallagher et al., 1988). Neste capítulo, é analisada a necessidade do uso de algum modelo de correção ionosférica para satélites artificiais acima de 1.000 km e indica-se, preferencialmente, qual modelo deve ser utilizado.

Capítulo 7: Dois métodos são analisados neste trabalho com a finalidade de obter melhor precisão e menor gasto computacional para o cálculo da matriz de transição. O primeiro considera somente o movimento kepleriano puro; e o segundo considera o efeito do achatamento terrestre na matriz de transição segundo o método proposto por Markley (1986). Estes métodos e a comparação entre eles são descritos neste capítulo.

Capítulo 8: É feita uma descrição dos dados utilizados para validar o algoritmo proposto por este trabalho e a forma como eles podem ser encontrados.

Capítulo 9: É analisado qual o melhor modelo de forças e o tamanho do passo de integração adequado às necessidades deste trabalho. Como está exposto o modelo de forças no Capítulo 4, as perturbações consideradas neste trabalho foram as devidas ao geopotencial. Então, neste capítulo, são verificados e analisados o grau e a ordem dos coeficientes harmônicos a serem considerados, ponderando precisão com gasto computacional.

Capítulo 10: Os testes realizados utilizando dados reais do satélite T/P para determinação de órbita de satélites artificiais são apresentados. Foram realizados testes

para oito dias completos de observação. Os erros estatísticos dos oito dias são apresentados.

Capítulo 11: É feito um estudo dos modelos de transferências de órbitas, métodos impulsivos, manobras com empuxo contínuo e autônoma impulsiva.

Capítulo 12: A teoria utilizada para realizar manobras orbitais coplanares autônomas é descrita. O Problema de Lambert com mínimo Delta-V é usado e descrito neste trabalho. São realizados testes para manobras orbitais bi-impulsivas coplanares variando o semi-eixo maior e a excentricidade. Foram utilizados os mesmos dados reais do Capítulo 10.

Capítulo 13: A conclusão e a contribuição deste trabalho e as sugestões para futuros trabalhos são apresentadas.

Apêndice A: Os formatos *Receiver Independent Exchange* (RINEX) e SP3 são descritos. Exemplos destes formatos são apresentados.

Apêndice B: Os sistemas de referências usados e as transformações de sistemas de referência e de tempo realizadas neste trabalho são apresentados.

Apêndice C: São feitas descrições do modelo gravitacional terrestre *Joint Gravity Model-2* (JGM-2) e do sistema de referência *World Geodetic System* de 1984 (WGS-84).

Apêndice D: É feita uma descrição do satélite T/P. Os parâmetros orbitais nominais e as constantes deste satélite encontram-se neste apêndice.

CAPÍTULO 2

REVISÃO DA LITERATURA

Ao longo dos anos, os requisitos das missões ficaram mais rigorosos. Com isto, os métodos de determinação de órbita tiveram que se tornar mais precisos sem aumentar custos computacionais. Vários métodos foram desenvolvidos e aperfeiçoados com relação ao modelo do sistema dinâmico, às medidas e às técnicas de estimação.

O modelo do sistema completo consiste na descrição matemática para a dinâmica do movimento orbital de um satélite e para as medidas, considerando todas as fontes de erros e perturbações possíveis.

O modelo da dinâmica consiste nas equações do movimento orbital do satélite e no conjunto de parâmetros orbitais que definem completamente a órbita. As equações da dinâmica devem incluir a influência das perturbações com o objetivo de tentar modelar, o mais fielmente possível, o sistema físico.

O modelo da medida é definido pelo tipo de equipamento utilizado. Inclui a especificação das coordenadas do observador, do modelo da Terra e de certos parâmetros que permitem transformar e corrigir as coordenadas.

Inicialmente, a órbita de um satélite artificial era conhecida utilizando medidas feitas pelas estações de rastreamento terrestre, como os trabalhos desenvolvidos no INPE de Paiva (1981) e Kuga (1982). Nestes trabalhos, foram utilizados procedimentos de estimação adaptativa para determinar a órbita de satélites artificiais em tempo real. O filtro de Kalman estendido foi utilizado como estimador de estado.

Como continuação do seu trabalho, Kuga (1989) estudou técnicas de filtragem e suavização aplicadas à determinação de órbitas de satélites. O filtro de Kalman foi implementá-lo na forma fatorizada UD em conjunto com técnicas adaptativas para

estimar o nível de ruído dinâmico, que é utilizado para prevenir a divergência das estimativas devidas ao modelo impreciso do movimento orbital. Outros estudos foram realizados no INPE com respeito a estimação adaptativa, como os de Rios Neto e Kuga (1981), Rios Neto et al. (1982), Rios Neto e Kuga (1982), Rios Neto e Paiva (1983), Orlando e Rios Neto (1984), Rios Neto e Kuga (1985) e Kuga et al. (1989).

Determinação de órbita usando sistema de navegação por satélites, como o sistema GPS, é uma atividade que surgiu no começo dos anos 80. Desenvolvimentos recentes têm mostrado precisão abaixo de 13 cm para missões de satélites com altímetro. Um ambiente de operação de pós-processamento é necessário para atingir esta precisão, com um atraso do tempo que pode atingir uma semana ou mais (Bertiger et al., 1994).

Lopes e Kuga (1986, 1988) desenvolveram um procedimento para determinar uma órbita através do processamento de medidas GPS de uma frequência. Os erros e as matrizes de covariância foram obtidos levando em conta, não somente os erros das medidas, mas também, as incertezas nas posições e velocidades dos satélites GPS. Erros sistemáticos devidos aos relógios assíncronos foram considerados. Utilizaram o método dos mínimos quadrados como estimador de estado.

Paiva (1989) desenvolveu um procedimento para determinação de órbita a bordo de satélites artificiais terrestres. Utilizou um modelo simples para a dinâmica do satélite e o filtro de Kalman estendido, como estimador de estado. A dinâmica do movimento do satélite foi representada por expressões polinomiais para cada elemento orbital. As observações GPS, como alcance e velocidade radial, obtidas a bordo do satélite artificial foram processadas seqüencialmente. Os resultados de testes foram obtidos sob condições simuladas.

Osório (1992) usou as variáveis de Poincaré modificadas para representar o movimento do satélite. O filtro estendido de Kalman foi utilizado como estimador de estado e a forma (quadrática) de Joseph foi usada para atualizar a matriz de covariância. Utilizou a medida de fase nas duas frequências para obter o posicionamento preciso dos satélites,

fixar a ambigüidade das fases, determinar os parâmetros que definem o estado dos relógios e o conteúdo eletrônico total ao longo do percurso dos sinais na ionosfera. Não levou em conta os *cycle-slips* e o multicaminho. A precisão em posição variou entre 10 cm e 1,5 m e a precisão em velocidade em torno de 0,08 m/s.

Bertiger et al. (1994) fizeram uma comparação entre as órbitas precisas calculadas por três grupos: *Jet Propulsion Laboratory* (JPL), CSR e *Goddard Space Flight Center* (GSFC). Cada grupo usa diferentes *softwares* de análise aplicados para um ou mais dos três tipos de dados precisos de rastreamento: GPS, *Doppler Orbitography and Radio positioning Integrated by Satellite* (DORIS) e *Satellite Laser Ranging* (SLR). A precisão obtida em termos da componente radial da posição para o satélite T/P foi melhor do que 3 cm RMS, usando a técnica de dinâmica reduzida do JPL.

Gold et al (1994) mostraram, com o satélite EUVE (órbita baixa de aproximadamente 500 km de altitude), que é possível obter precisão de 10 a 20 m com ou sem SA utilizando navegação por satélite em tempo real e um modelo de força limitado. Além disso, Gold et al (1994) estimaram outros termos, como a tendência da fase para cada satélite. O estado estimado consistiu da posição, velocidade, tendência e a deriva do relógio do receptor GPS. Usaram medidas de pseudo-distância e fase da portadora em uma frequência.

Um método utilizando os elementos orbitais clássicos como estado a ser estimado pelo filtro de Kalman, modelo de dinâmica simplificado considerando uma órbita kepleriana, matriz de transição considerando o movimento kepleriano puro e modelo de medida considerando as observações de pseudo-distância fornecida pelo GPS, foi estudado por Zhang e Yang (1993), Chiaradia (1996) e Chiaradia et al. (1997).

Nos trabalhos de Binning (1996, 1997a) foram utilizados dados do satélite T/P. Dois modos diferentes de processamento são apresentados: dados pós-processados dos GPS foram usados para estimar o estado do satélite T/P, via suavizador; e os parâmetros da navegação transmitida são usados para estimar o estado do T/P em tempo real simulado.

A precisão da órbita foi aferida comparando as estimativas do filtro do Kalman com as *Precision Orbit Ephemeris* (POE's) calculadas pelo JPL. Binning (1996, 1997a) utilizou as medidas da pseudo-distância em duas frequências. Foi feita correção ionosférica nas medidas utilizando o modelo de duas frequências. O modelo de dinâmica considerou perturbações devidas ao geopotencial (JGM 50×50), perturbações do terceiro corpo, marés devidas à Lua e ao Sol e a pressão de radiação solar. O estado a ser estimado consistiu de posição, velocidade, tendência e a deriva do relógio do receptor GPS. Usou modelo de atitude para remover os efeitos do movimento da antena.

Em Binning (1997b) foram descritos métodos e implementações do filtro de Kalman estendido, suavizador e resolução da ambigüidade para a fase da portadora para o problema de determinação absoluta de órbita de satélite e navegação relativa, satélite a satélite, utilizando medidas GPS. Quatro algoritmos foram apresentados na área de navegação relativa: aqueles que usaram somente pseudo-distância e aqueles que usaram somente a fase da portadora. Os erros em posição da navegação absoluta foram de 50 cm para solução suavizada utilizando informação precisa do GPS e de 3 a 7 m usando os parâmetros da navegação transmitida.

Montenbruck et al. (1996) e Gill (1997) utilizaram a solução de navegação do GPS e o método dos mínimos quadrados para determinar a órbita da estação espacial MIR. O erro em posição da MIR resultou em precisão melhor do que 50 m durante o intervalo de dados.

Lopes e Kuga (1997) realizaram um experimento e testaram o algoritmo ORBEST para calcular a solução de navegação através do processamento dos dados brutos da pseudo-distância de um receptor GPS. Em Kuga et al. (2000) é apresentado um resumo deste e de outros trabalhos sobre a determinação de órbita de satélites artificiais utilizando receptores GPS desenvolvidos no INPE.

Nascimento et al. (1997) também utilizaram a solução de navegação GPS e o método dos mínimos quadrados, como estimador, para determinar a órbita de satélites artificiais.

No modelo da dinâmica, foi considerado o efeito do achatamento da Terra. Os dados foram simulados obtendo erro estimado em posição em torno de $13 \pm 4,5$ m e erro estimado em velocidade em torno de $9,95 \times 10^{-3} \pm 3,7 \times 10^{-3}$ m/s.

Gill et al. (2000) descreveram a missão do pequeno satélite alemão BIRD com um receptor GPS de uma frequência (L1) a bordo para determinação de órbita. Este satélite está previsto para ser lançado depois de maio de 2001 em órbita heliosíncrona com altitude média de 565 km. A determinação de órbita foi baseada na integração numérica (RK4) das equações do movimento usando o modelo de campo gravitacional da Terra JGM-3 10×10 e aplicação do filtro de Kalman estendido para processamento de dados. Isto permitiu fornecer dados precisos da posição do veículo espacial com uma precisão melhor do que 90 m em intervalo de 30 s, depois do receptor ter sido desligado. Uma aproximação kepleriana da matriz de transição é usada. Um estudo da visibilidade de satélites GPS pelo BIRD foi apresentado em Gill et al. (2000) e Gill (1999).

Outra missão espacial incluindo um receptor GPS a bordo está sendo desenvolvida, como foi descrita em Rim et al. (2000). O EOS ICESat está previsto para ser lançado em julho de 2001 e será colocado em uma altitude de 600 km. Para atingir os objetivos da missão, a órbita deve ser conhecida com precisão de 5 e 20 cm nas componentes radial e horizontal, respectivamente. Para isto, serão usados dados de um receptor GPS a bordo e do SLR em solo.

Após a fase de determinação de órbita, é considerado o problema de manobras orbitais. O problema de transferir um veículo espacial entre duas órbitas dadas com o mínimo consumo de combustível possível é um importante problema em Astronáutica. Em uma transferência orbital existem outros fatores importantes, como por exemplo o tempo gasto, limites nos atuadores e/ou estado do veículo, etc.

Existem várias possibilidades para os modelos envolvidos no problema de transferência de órbitas. Esses modelos podem ser divididos basicamente em três partes: dinâmica do sistema, tipos de atuadores e métodos de otimização. Os métodos clássicos de manobras

orbitais são todos baseados no modelo de propulsão impulsivo. Os mais utilizados são descritos abaixo.

A transferência de Hohmann é a solução bi-impulsiva ótima para uma transferência entre duas órbitas keplerianas circulares e coplanares. Foi criada por Hohmann e é o resultado mais usado em cálculo de manobras orbitais.

Anos mais tarde, Hoelker e Silber (1959) mostraram que a transferência de Hohmann é a transferência ótima entre duas órbitas circulares e coplanares apenas quando $r_f/r_0 < 11,93876$, onde r_f é o raio da órbita final e r_0 é o raio da órbita inicial. Se essa condição não for satisfeita, a transferência bi-elíptica com três impulsos pode apresentar um consumo menor.

Conforme detalhado em Gobetz e Doll (1969), existem transferências derivadas da bi-elíptica para os casos de transferência entre uma órbita circular e uma elíptica e entre órbitas elípticas co-axiais. De uma forma geral, sabe-se que para uma transferência entre duas órbitas coplanares existem duas possibilidades para uma manobra ótima do ponto de vista de consumo mínimo de combustível: bi-impulsiva do tipo de Hohmann ou tri-impulsiva passando pelo infinito.

Outras variantes de manobras impulsivas existem, como por exemplo as que se utilizam de uma série de manobras nos apses para compensar uma eventual falta de capacidade dos propulsores em fornecerem o impulso necessário (Spencer et al., 1982); a transferência com dois impulsos de magnitude fixas (Melton e Jin, 1991); as transferências de um corpo de volta ao mesmo corpo (Prado e Broucke, 1993); as transferências com tempo fixo (Rocco, 1997 e Rocco et al., 2000); as manobras em três dimensões (Schulz, 1997 e Paulo et al., 2000); e outros.

Com relação as manobras do satélite T/P, Bhat et al. (1993) descreveram a seqüência de seis manobras realizadas para colocá-lo na órbita desejada. Esta seqüência durou um

período de 42 dias, logo depois do lançamento. A sua manobra de manutenção é realizada para mantê-lo em uma órbita congelada.

A disponibilidade a bordo de conhecimento contínuo e preciso da órbita de um satélite artificial torna prática a idéia de aumentar o grau de autonomia do sistema de controle, reduzindo a necessidade de intervenções em solo. No INPE, já existem alguns trabalhos sendo realizados para realizar controle autônomo de satélites artificiais usando GPS e outros sistemas, como os trabalhos de Orlando et al. (1997) e Orlando e Kuga (1999, 2000a, 2000b).

CAPÍTULO 3

SISTEMA GPS

O sistema GPS foi desenvolvido pelos Estados Unidos com finalidade militar. Planejado com o intuito de substituir o sistema TRANSIT na década de 70, o sistema GPS é propriedade e é operado pelo Departamento de Defesa dos Estados Unidos. Hoje, existem milhares de usuários civis utilizando-o em aviões, veículos espaciais, navios, caminhões, trens e automóveis.

A validação do conceito ocorreu entre 1973 e 1979. O desenvolvimento da escala completa e o teste do sistema se deram entre 1979 e 1985. E de 1985 até os dias de hoje, acontecem a produção e a distribuição.

A construção da constelação dos satélites GPS começou com uma série chamada de satélites do Bloco I. O primeiro satélite foi lançado em 1978. Satélites deste bloco têm inclinação igual a 63° . Estes satélites eram experimentais e foram utilizados somente para a primeira fase da construção da constelação.

Uma nova série foi lançada com inclinação igual a 55° , chamada de Bloco II. O primeiro satélite deste bloco foi lançado em fevereiro de 1989. Outra série de satélites com a característica de fornecer 180 dias de operação sem contato com o segmento de controle, chamada de Bloco IIA, começou a ser lançada em novembro de 1990. Outra série de 20 satélites em desenvolvimento é chamada de série do Bloco IIR. No total foram lançados 36 satélites até o ano de 1998. Em 8 de dezembro de 1993, existiam 24 em operação: 9 do Bloco II e 15 do Bloco IIA, conforme a Fig. 3.1. Atualmente, existem 28 satélites em operação.

O Comando Espacial da Força Área Americana declarou formalmente, em 27 de abril de 1995, que a constelação GPS encontrava-se completamente em operação.

3.1 DESCRIÇÃO DO SISTEMA GPS

A idéia fundamental do sistema é permitir ao usuário com equipamento apropriado, obter a sua posição e velocidade tridimensionais e o tempo com alta precisão. Admite-se um número ilimitado de usuários simultaneamente, em qualquer parte do mundo, na superfície ou próximo da Terra.

O sistema GPS é composto de três segmentos: espacial, controle e usuário que são descritos a seguir.

3.1.1 Segmento espacial

O segmento espacial tem a função de gerar e transmitir códigos, a fase da portadora e a mensagem de navegação. Em 1998, consistia de uma constelação de 24 satélites GPS em seis planos orbitais com períodos de 11 h e 58 min. As órbitas têm semi-eixo maior igual a 26.560 km, com excentricidade de 0,0131. Cada plano orbital contém quatro satélites igualmente espaçados, como mostra a Fig. 3.1, distribuídos de tal forma que forneçam uma visibilidade simultânea de pelo menos quatro satélites para um usuário localizado em qualquer parte do mundo e em qualquer instante. Entretanto, o mesmo satélite se torna visível quatro minutos mais cedo a cada dia devido à diferença de quatro minutos por dia entre a órbita do satélite e a rotação da Terra. A meta de tempo de vida dos satélites é de 7,5 anos (Leick, 1995).

3.1.2 Segmento de controle

A função do segmento de controle é calibrar o tempo GPS e as efemérides dos satélites, além de gerenciar os veículos espaciais. Por gerenciar, entende-se atualizar periodicamente as informações que são transmitidas por todos os satélites, que incluem as efemérides do satélites, a saúde, os dados do relógio e o almanaque.

Este segmento consistia de uma estação mestre de controle localizada na base de *Falcon Air Force* próxima a Colorado Springs no Colorado, Estados Unidos, e mais quatro estações de monitoramento no Havaí, Kwajalein, Diego Garcia e Ilha da Ascensão. A Fig. 3.2 mostra a localização de cada estação de controle. Atualmente, já existem 12 estações de controle no total.

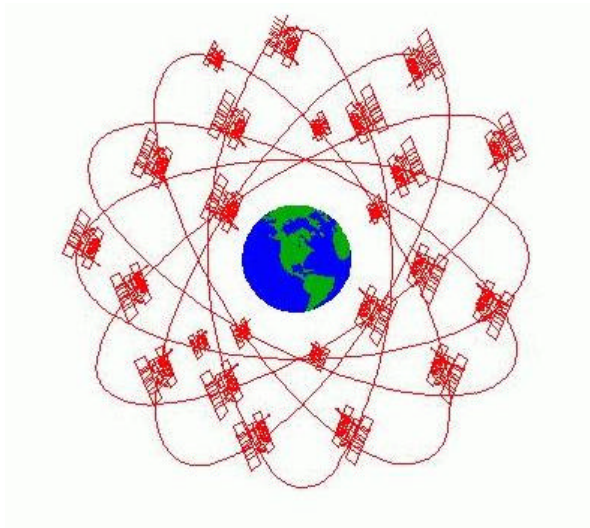


Fig. 3.1 – Segmento espacial.

FONTE: Dana (1998).



Fig. 3.2 – Segmento de controle.

3.1.3 Segmento usuário

O segmento usuário consiste de receptores militares e civis especialmente designados para receber, decodificar e processar os sinais dos satélites. O usuário observa e grava as transmissões de vários satélites e aplica algoritmos de solução para obter a sua posição, velocidade e tempo. A Figura 3.3 mostra um exemplo de um tipo de receptor GPS.

Os receptores GPS convertem os sinais recebidos em estimativas da posição, velocidade e tempo. Quatro satélites são exigidos para calcular as quatro dimensões de (x, y, z) e tempo.



Fig. 3.3 – Receptor GPS.

3.2 SINAIS GPS

Cada satélite GPS transmite dois sinais para o posicionamento: um sinal primário de 1575,42 MHz (chamado de L1) e uma transmissão secundária de 1227,6 MHz (chamado de L2). Estes sinais são gerados em sincronia de modo que o usuário, que recebe os dois sinais, pode calibrar diretamente o atraso ionosférico e aplicar correções apropriadas. Entretanto, muitos usuários civis usam somente a frequência L1.

Os sinais são modulados com dois tipos de códigos: C/A e P. O código *Coarse/Acquisition* (C/A) é transmitido em 1,023 MHz e é modulado na frequência L1. É de uso civil e é sempre transmitido, mas está sujeito a degradações. O uso deste sinal

é chamado de Serviço Padrão de Posicionamento. O código *Precise* (P) é, algumas vezes, chamado de código protegido e é transmitido em 10,23 MHz (10 vezes mais rápido que C/A), modulado em L1 e L2. Devido a sua modulação mais alta, o sinal é mais preciso. O sinal fornece o Serviço de Posicionamento Preciso. É de uso militar e para usuários autorizados. Quando criptografado, o código P torna-se código Y (ou P/Y). Esta característica é conhecida como *Anti-spoofing* (A-S).

Os operadores militares do sistema têm a capacidade de degradar intencionalmente a precisão do sinal C/A dessincronizando o relógio do satélite ou incorporando pequenos erros nas efemérides transmitidas. Esta degradação é chamada Disponibilidade Seletiva (*Selective Availability* - SA), que foi desativada pelo Departamento de Defesa dos EUA em 2 de maio de 2000 (Dana, 2001).

3.3 MENSAGEM DE NAVEGAÇÃO

Cada satélite transmite uma série de dados chamados de mensagem de navegação. Estes dados são recebidos pelo receptor do usuário na forma de bits modulados em sinais.

A série de dados da mensagem de navegação é comum para ambos códigos P e C/A e em ambas as frequências L1 e L2, com uma razão de 50 bits.

A mensagem completa consiste de 25 quadros e cada um contém 1.500 bits. Cada quadro é subdividido em 5 subquadros de 300 bits e cada subquadro consiste de 10 palavras de 30 bits cada uma. Em uma razão de 50 bit/s, levam-se 6 segundos para transmitir um subquadro, 30 segundos para completar um quadro e 12,5 min para uma transmissão completa da mensagem. A Fig. 3.4 apresenta um esquema de estrutura da mensagem de navegação.

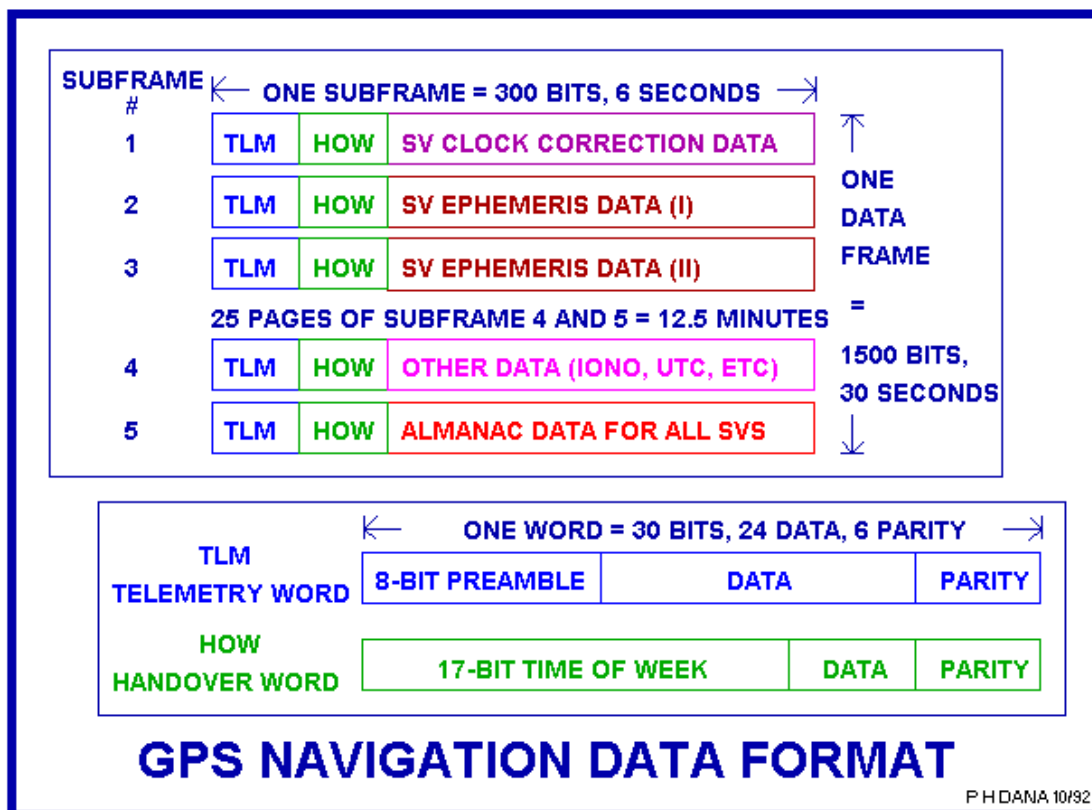


Fig. 3.4 - Mensagem de navegação.

FONTE: Dana (1998).

As informações enviadas pela mensagem de navegação são as correções do relógio do satélite; as correções para os desvios na propagação do sinal através da ionosfera; a informação de sincronização dos tempos para transferência do código C/A para código P; as efemérides do satélite transmissor; os parâmetros orbitais de todos os satélites (almanaque) e a saúde dos veículos espaciais.

Cada subquadro de dados inicia-se com duas palavras que são *Telemetry Word* (TLM), transmitidas primeiro e, imediatamente, seguidas por *Handover Over Word* (HOW), as quais são geradas pelo veículo espacial. As oito palavras restantes são dadas pelo segmento de controle.

A TLM facilita a aquisição das mensagens de dados ou contém somente informações que são necessárias para o usuário autorizado. O HOW permite a transferência do código C/A para o P.

As informações restantes da mensagem são fornecidas pelo segmento de controle e incluem três blocos de dados e mais um bloco para mensagens especiais.

O primeiro subquadro contém os parâmetros de correção do relógio do veículo espacial, os parâmetros do modelo dos desvios da propagação da ionosfera, o tempo de referência do relógio, o parâmetro que permite uma aproximação dos desvios atmosféricos para receptores que usam somente o sinal L1 que têm uma navegação menos precisa e o tempo *Issue of Date, Clock* (IODC).

O segundo e o terceiro subquadros contêm as efemérides do veículo espacial transmissor.

O quarto subquadro contém uma mensagem especial de caracteres alfanuméricos, termos de correções ionosféricas, coeficientes para converter o tempo GPS para *Universal Time Coordinated* (UTC) e o almanaque para satélites com número *Pseudorandom noise 25* (PRN) ou maior.

O quinto subquadro é um ciclo dos almanaques de todos veículos espaciais (um por quadro, no total 25 quadros) que contém suas efemérides, os parâmetros ou as correções do relógio e a saúde, necessários para calcular as posições de outros satélites. O almanaque é a forma truncada dos dados das efemérides listados nos subquadros 1 a 3.

Normalmente, um receptor recebe dados novos de efemérides a cada hora, mas pode usar dados antigos até quatro horas sem muito erro (duas horas antes e duas horas depois da época transmitida). As efemérides são usadas com um algoritmo que calcula a posição do satélite a qualquer instante entre o período da órbita descrito pelo conjunto de efemérides. Para obter o algoritmo citado acima, consulte Parkinson e Spilker Jr.

(1996a). A mensagem de navegação, atualmente, é transmitida no formato RINEX que pode ser encontrado no Apêndice A.

Os dados da mensagem de navegação são transmitidos no sistema de coordenadas terrestres (CTC) e campo gravitacional terrestre WGS-84. O tempo de referência é o tempo GPS. Estes sistemas estão descritos no Apêndice B.

Para maiores detalhes sobre a teoria do sistema GPS, recomendamos os seguintes livros Seeber (1993), Hofmann-Wellenhof et al. (1994), Leick (1995) e Parkinson e Spilker Jr. (1996a e 1996b).

CAPÍTULO 4

METODOLOGIA

Como foi apresentado no Capítulo 1, o objetivo principal deste trabalho é determinar e calcular manobras de órbita de um satélite artificial em tempo real sem a necessidade de receber instruções das estações terrestres, isto é, de forma autônoma. Neste capítulo, é apresentada, de forma simples, a metodologia adotada neste trabalho.

A determinação da órbita é feita, a cada instante, através do método de triangulação. Isto é, o receptor GPS a bordo do satélite usuário recebe sinais contendo dados através da mensagem de navegação, que permitem calcular a posição dos satélites GPS em relação a um sistema de referência (WGS-84) (ver o Apêndice C), e mede o tempo de transmissão do sinal (tempo GPS), que permite calcular a distância entre o receptor e o satélite GPS que enviou o sinal. Assim sendo, o receptor pode calcular a sua posição em relação a um sistema de referência. Se o relógio do receptor estiver sincronizado com os relógios dos satélites GPS, a medida de distância de, ao menos, três diferentes satélites GPS, em posição conhecida, permitirá ao usuário calcular a sua posição. Se o relógio do receptor não estiver sincronizado com os relógios dos satélites, serão necessários no mínimo quatro satélites GPS, sendo o quarto utilizado para determinar o desvio do relógio, uma quantidade desconhecida. Veja a Fig. 4.1 para maiores detalhes.

O receptor GPS fornece dois tipos de medidas ao usuário: pseudo-distância do código e da fase da portadora. Neste trabalho, a pseudo-distância será chamada somente de pseudo-distância, enquanto a pseudo-distância da fase da portadora será chamada de fase da portadora. Então, somente a pseudo-distância é utilizada no processo descrito neste trabalho, com a finalidade de minimizar custo computacional e, ainda, obter uma precisão suficiente para os objetivos de qualquer missão. Em geral, usa a fase da portadora junto com a pseudo-distância quando deseja-se alta precisão.

O estado a ser estimado neste trabalho é a posição e a velocidade em coordenadas cartesianas no sistema de referência *True of Date* (ToD) e os parâmetros de desvio do relógio do veículo espacial. Para estimar este estado, é utilizado o filtro de Kalman, por permitir estimativas em tempo real. Este filtro possui dois ciclos: propagação e atualização. O ciclo de propagação utiliza a dinâmica do estado; e o ciclo de atualização utiliza a medida, para obter as estimativas do estado e da matriz de covariância dos erros no estado estimado.

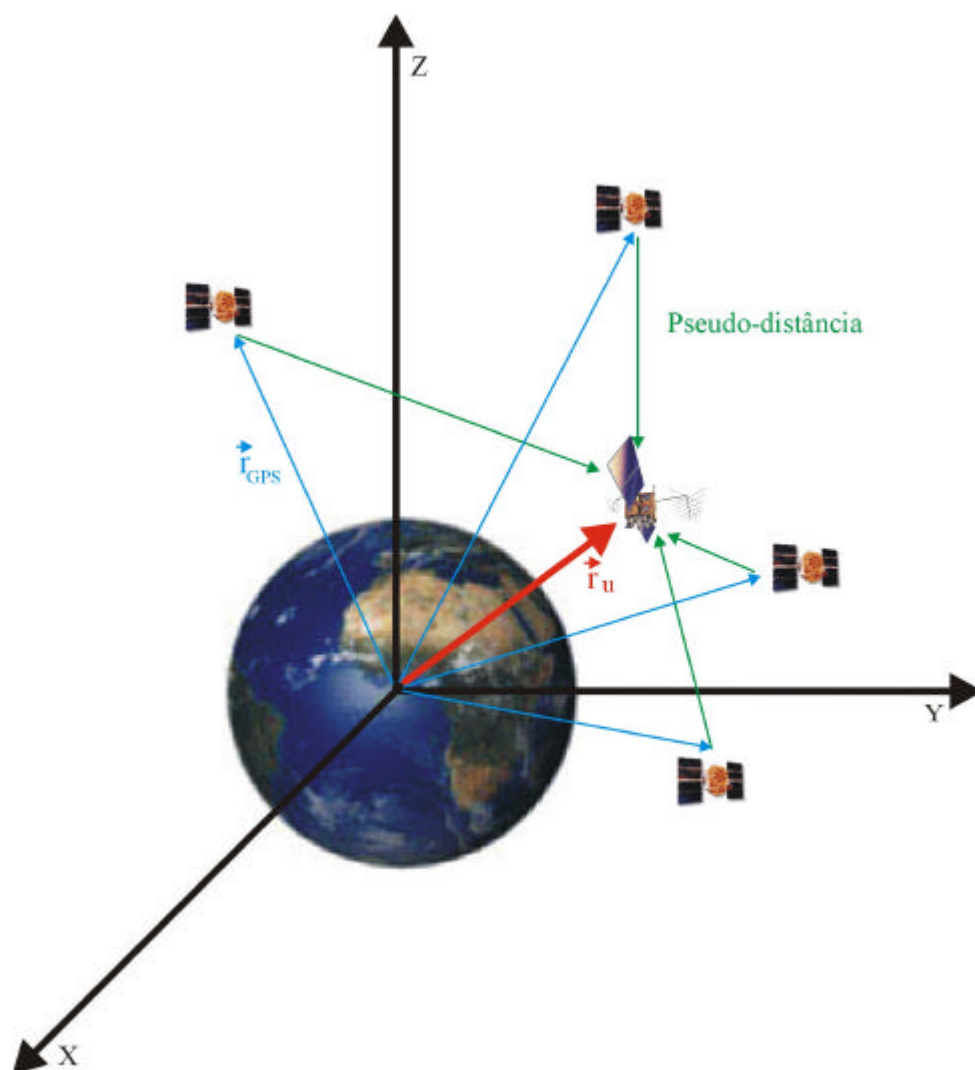


Fig. 4.1 – Ilustração do método da triangulação.

Para integrar o estado são modeladas somente as forças perturbadoras devidas ao geopotencial. O grau e a ordem dos coeficientes harmônicos que são considerados neste modelamento são estudados e definidos no Capítulo 9. O integrador numérico utilizado para as equações do movimento é o Runge-Kutta de passo fixo de quarta ordem, por ser simples, de fácil implementação e manter precisão suficiente em tempo real. Para propagar a matriz de covariância dos erros no estado utiliza-se a matriz de transição, que é calculada de forma mais simplificada que o modelo de forças usado para propagar o estado. O cálculo da matriz de transição tem alto custo computacional. Portanto, somente é considerado o movimento Kepleriano ou, no máximo, o efeito do achatamento da Terra na matriz de transição. Um estudo sobre a matriz de transição é apresentado no Capítulo 7.

O modelo de medida da pseudo-distância em uma frequência é o mais simples possível. Somente foram consideradas as correções dos relógios do satélite e do receptor. A necessidade de corrigir o erro ionosférico na medida é estudada no Capítulo 6.

Após a determinação de órbita, é feita uma análise de uma possível manobra de correção e/ou transferência de órbita, caso seja necessário. Esta correção é feita com dois impulsos, sendo a órbita inicial a órbita estimada pelo processo de determinação aqui desenvolvido e a final a órbita desejada para o satélite considerado. Neste trabalho, a manobra é realizada somente com relação ao semi-eixo maior e a excentricidade, mas é possível realizá-la também com relação ao argumento do perigeu. A teoria sobre este assunto é apresentada nos Capítulos 11 e 12.

4.1 TIPOS DE MEDIDAS

Os observáveis GPS são as distâncias deduzidas das diferenças medidas de tempo ou fase baseadas na comparação entre os sinais recebidos e os sinais gerados pelo receptor. Pode-se dizer que esta diferença de tempo é simplesmente o tempo que o sinal leva para propagar do satélite à antena do receptor. Portanto, um dado observável é a diferença de tempo multiplicada pela velocidade da luz. O observável assim obtido é chamado de

pseudo-distância, porque utilizam dois relógios assincronizados com o tempo, um no satélite (aquele que governa a geração do sinal do GPS) e outro no receptor (aquele que governa a geração da réplica do código), além de incluir todos os erros atmosféricos e de propagação do sinal. O receptor pode determinar este erro de sincronização junto com as suas coordenadas de posição e velocidade.

Além da falta de sincronização do tempo, os observáveis possuem outros tipos de erros, como atraso ionosférico e troposférico, multicaminho e ruído do receptor. Estes erros serão vistos com mais no detalhes no Capítulo 5.

A seguir são apresentadas as definições dos dois observáveis básicos do GPS: pseudo-distância e fase da portadora.

4.1.1 Definição da pseudo-distância

A equação fundamental da pseudo-distância, medida em metros, é dada por:

$$\mathbf{r}_c = \mathbf{r} + c[\mathbf{D}_{GPS}(t) - \mathbf{D}_u(t)] + \mathbf{D}_{ION} + \mathbf{D}_{TRO} + \mathbf{e} = c\mathbf{t}, \quad (4.1)$$

onde $\mathbf{r} = \sqrt{(x_{GPS} - x)^2 + (y_{GPS} - y)^2 + (z_{GPS} - z)^2}$ é a distância geométrica entre a antena do satélite GPS e a do receptor; x , y , e z (incógnitas) são as coordenadas da posição da antena do receptor GPS; x_{GPS} , y_{GPS} , e z_{GPS} (enviadas) são as coordenadas da posição do satélite GPS; c é a velocidade da luz (conhecida); \mathbf{D}_{GPS} é o erro do relógio do satélite GPS com respeito ao tempo do GPS (calculado); \mathbf{D}_u é o erro de sincronização entre o relógio do satélite GPS e o receptor GPS, chamado de desvio do relógio do receptor (incógnita); t aqui é utilizado para explicitar a dependência temporal de \mathbf{D}_{GPS} e \mathbf{D}_u ; \mathbf{D}_{ION} e \mathbf{D}_{TRO} são os erros devidos aos atrasos ionosféricos e troposféricos, respectivamente (estimados); \mathbf{e} são os ruídos de observação (estimados ou negligenciados); e \mathbf{t} é o tempo de propagação do sinal observado entre o satélite GPS e

a antena do receptor (medido). Maiores detalhes sobre os instantes a que se referem os termos da Eq. 4.1 serão apresentados no próximo capítulo.

4.1.2 Definição de fase da portadora

A medida da fase da portadora é definida como a diferença entre a fase da portadora do satélite GPS recebida pela antena do receptor e a fase do oscilador interno do receptor na época da medida. A equação fundamental da fase da portadora, medida em ciclos, é dada por:

$$\mathbf{f}_c = \mathbf{r} + c[\mathbf{D}_{GPS}(t) - \mathbf{D}_u(t)] - \mathbf{D}_{ION} + \mathbf{D}_{TRO} + \mathbf{I}N + \mathbf{e}, \quad (4.2)$$

onde \mathbf{I} é o comprimento de onda da portadora (conhecido) e N é o número inteiro de ciclos completos da portadora (incógnita).

A observação inicial somente consiste da parte fracionária da diferença de fase. Quando o rastreamento é contínuo, sem perda de sinal, ainda registra-se a parte fracionária mais o número de ciclos desde a época inicial. Mas, a observação não fornece o número inteiro de ciclos total, que é chamado de ambigüidade N . A principal dificuldade é determinar a ambigüidade N , na presença de saltos nos ciclos (*cycle slips*).

Na Tabela 4.1 são apresentadas as principais características e diferenças entre a fase da portadora e a pseudo-distância.

TABELA 4.1 - COMPARAÇÃO ENTRE A PSEUDO-DISTÂNCIA E A FASE DA PORTADORA

	Pseudo-distância	Fase da Portadora
Comprimento de onda	Código P 29,3 m	L1 ~ 19,05 cm
	Código C/A 293 m	L2 ~ 24,45 cm
Ruído de observação:	Código C/A 10 m	
	Receptor clássico Código P 0,6 – 1 m	1 – 3 mm
	Receptor novo Código P 2 – 5 cm	< 0,2 mm
Efeitos de propagação	Efeito ionosférico atrasado	Efeito ionosférico adiantado
Ambigüidade	sem ambigüidade	com ambigüidade

FONTE: Adaptada de Seeber (1993, p. 251).

4.2 TÉCNICA DE ESTIMAÇÃO

O objetivo de um estimador é calcular o vetor de estado com base em um conjunto de observações, de maneira que seja ótimo segundo um dado critério. Em síntese, um estimador ótimo é um algoritmo computacional que processa medidas para produzir uma estimativa de erro mínimo do estado de um sistema utilizando:

- Conhecimento da dinâmica do sistema e das medidas;
- Estatísticas do ruído do sistema dinâmico e erros da medida;
- Informações da condição inicial.

No processo de estimação de estado existem dois métodos básicos para estimar o vetor de estado:

- Quando o vetor de estado é atualizado num instante de referência ou época, usando um lote (bloco) de observações obtido durante um intervalo de tempo. Neste caso, o processo é chamado de estimador em lotes, onde se destaca o método dos mínimos quadrados por lotes;

- Quando o vetor de estado é atualizado após cada observação ser processada. Então o processo é chamado estimador seqüencial ou recursivo, cujos exemplos típicos são os métodos dos mínimos quadrados recursivo e filtro de Kalman.

Neste trabalho será utilizado, como estimador, o filtro de Kalman por ser robusto, fácil implementação, aplicação em tempo real, recursivo e seqüencial, isto é, não é necessário armazenamento de observações podendo estas serem processadas à medida que vão sendo coletadas e a convergência é obtida à medida que uma certa quantidade de observações é processada.

Na literatura podem ser encontrados inúmeros livros e artigos sobre o filtro de Kalman, como Gelb et al. (1974), Bierman e Thornton (1977), Brown e Hwang (1984), Raol e Sinha (1985), Maybeck (1979), Brown e Hwang (1992) e Yunck (1996).

4.2.1 Filtro de Kalman

Na determinação de órbita de satélites artificiais, tanto a dinâmica quanto as medidas são não-lineares. Para o filtro ser aplicado a este caso, as equações da dinâmica e medida devem ser linearizadas em torno de uma solução de referência. Existem dois tipos de filtro linearizado: o linearizado e o estendido. Uma regra prática é que quando a dinâmica for precisa e a estimativa inicial for próxima do valor verdadeiro utiliza-se o filtro linearizado para diminuir a carga computacional; quando a dinâmica for imprecisa é preferível utilizar o filtro estendido (Kuga, 1997). Como é difícil modelar a dinâmica de um satélite artificial precisamente, o filtro estendido convencional é utilizado neste trabalho.

Seja a dinâmica, contínua no tempo, modelada como uma função não-linear do estado na seguinte forma:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(t, \mathbf{x}(t)) + \mathbf{B}(t)\mathbf{w}(t) \quad (4.3)$$

onde \mathbf{x} é o vetor de estado, que neste trabalho é dado por:

$$\mathbf{x} = (\mathbf{r}, \mathbf{v}, \mathbf{b})^T, \quad (4.4)$$

$\mathbf{r} = (x, y, z)^T$ e $\mathbf{v} = (\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})^T$ são os vetores posição e velocidade do veículo espacial; $\mathbf{b} = (b_0, b_1, b_2)^T$, onde b_0 , b_1 , b_2 , são a tendência (*bias*), deriva (*drift*) e taxa de deriva (*drift rate*) do relógio do receptor GPS, respectivamente; t é o instante de observação; \mathbf{f} é uma função vetorial do estado e do tempo de dimensão n ; \mathbf{B} é uma matriz $n \times r$ contínua no tempo; e \mathbf{w} é o processo gaussiano branco de média nula e covariância \mathbf{Q} , isto é:

$$E[\mathbf{w}(t)] = 0, \quad (4.5)$$

$$E[\mathbf{w}(t)\mathbf{w}^T(\mathbf{t})] = \mathbf{Q}(t)\mathbf{d}(t - \mathbf{t}), \quad (4.6)$$

ou seja, $\mathbf{w}(t) = N(0, \mathbf{Q}(t))$, onde $E[.]$ representa o operador esperança, \mathbf{Q} é uma matriz $n \times n$ de densidade espectral do ruído da dinâmica semi-definida positiva e \mathbf{d} é a função Delta de Dirac.

Neste trabalho, as coordenadas de posição e de velocidade estão em metros e metros/segundos, respectivamente. Todas as coordenadas estão referenciadas no sistema inercial ToD. Veja o Apêndice B sobre sistemas de referência.

Sejam as observações, discretas no tempo, modeladas como uma função não-linear do estado, na seguinte forma:

$$\mathbf{z}(k) = \mathbf{h}(k, \mathbf{x}(k)) + \mathbf{v}(k), \quad (4.7)$$

onde \mathbf{z} é o vetor de m observações, \mathbf{h} é uma função vetorial m -dimensional do estado e do instante k , \mathbf{v} é uma seqüência gaussiana branca de média nula e covariância \mathbf{R} , isto é:

$$E[\mathbf{v}(k)] = 0, \quad (4.8)$$

$$E[\mathbf{v}(k)\mathbf{v}^T(j)] = \mathbf{R}(k)\mathbf{d}_{kj}, \quad (4.9)$$

ou seja, $\mathbf{v}_k = N(0, \mathbf{R}_k)$, onde \mathbf{R} é a matriz de covariância $m \times m$ dos erros de observação definida positiva.

O ruído branco \mathbf{w} é não-correlacionado, tanto com o estado inicial \mathbf{x} quanto com a seqüência \mathbf{v} e a seqüência \mathbf{v} é não-correlacionada com o estado inicial, portanto:

$$E[\mathbf{w}(t_k)\mathbf{v}^T(k)] = 0, \quad (4.10)$$

$$E[\mathbf{x}(t_k)\mathbf{v}^T(k)] = 0, \quad (4.11)$$

$$E[\mathbf{x}(t_0)\mathbf{w}(t)] = 0. \quad (4.12)$$

A equação da dinâmica é propagada a partir da condição inicial do estado \mathbf{x}_0 . Como este valor não pode ser conhecido precisamente *a priori*, será modelado como um vetor aleatório que é normalmente distribuído. A descrição de $\mathbf{x}(t_0)$ é completamente especificada pela média $\hat{\mathbf{x}}_0$ e covariância \mathbf{P}_0 . Então, as condições iniciais são também gaussianas e não-tendenciosas:

$$E[\mathbf{x}(t_0)] = \hat{\mathbf{x}}_0, \quad (4.13)$$

$$E[(\mathbf{x}(t_0) - \hat{\mathbf{x}}_0)(\mathbf{x}(t_0) - \hat{\mathbf{x}}_0)^T] = \mathbf{P}_0, \quad (4.14)$$

onde t_0 é o instante inicial, \mathbf{P} é a matriz de covariância do erro do estado e $\hat{\mathbf{x}}$ representa a melhor estimativa do estado no instante considerado.

O filtro de Kalman é um algoritmo contendo uma seqüência de propagações e atualizações das estimativas do estado do sistema. O algoritmo para o filtro de Kalman estendido é apresentado a seguir (Gelb et al., 1974).

Propagação

A estimativa do estado e da matriz de covariância de seu erro, no próximo instante de observação, são calculadas com auxílio do modelo da dinâmica do sistema. Elas são propagadas até os instantes de observação, mas antes da medida ser incorporada. As equações de propagação do estado $\bar{\mathbf{x}}$, da covariância $\bar{\mathbf{P}}$ e da matriz de transição do estado \mathbf{F} são dadas por:

$$\dot{\bar{\mathbf{x}}}(t) = \mathbf{f}(t, \bar{\mathbf{x}}(t)), \quad (4.15)$$

$$\dot{\bar{\mathbf{O}}}(t) = \mathbf{F}(t, \bar{\mathbf{x}}(t))\bar{\mathbf{O}}(t), \quad (4.16)$$

$$\bar{\mathbf{P}}(k+1) = \bar{\mathbf{O}}(k)\hat{\mathbf{P}}(k)\bar{\mathbf{O}}^T(k) + \int_k^{k+1} \bar{\mathbf{O}}(k, \mathbf{t})\mathbf{B}(\mathbf{t})\mathbf{Q}(\mathbf{t})\mathbf{B}^T(\mathbf{t})\bar{\mathbf{O}}(k, \mathbf{t})d\mathbf{t}, \quad (4.17)$$

onde $\bar{\mathbf{x}}(t_0) = \hat{\mathbf{x}}(t_0)$, $\mathbf{F}(t_0) = \mathbf{0I}$, \mathbf{I} é a matriz identidade e $\mathbf{F} = \partial \mathbf{f}(\mathbf{x}, t) / \partial \mathbf{x}$. Na prática as Eqs. (4.15) e (4.16) devem ser integradas simultaneamente, no mesmo conjunto de equações diferenciais para assegurar que as derivadas parciais estão sendo calculadas na trajetória de referência $\bar{\mathbf{x}}$.

A matriz \mathbf{F} descreve a evolução do erro entre o estado de referência e o estado verdadeiro entre instantes diferentes. A matriz \mathbf{P} é a medida da exatidão do erro de estado. No final do processo, $\bar{\mathbf{x}}$ e $\bar{\mathbf{P}}$ são obtidos e são chamados de estado e covariância atualizados, respectivamente.

Porém, neste trabalho, o estado é propagado utilizando um integrador numérico, como é mostrado no Item 4.4. A matriz de transição para propagar a matriz de covariância \mathbf{P} é dada por:

$$\ddot{\mathbf{O}}(t, t_0) = \begin{pmatrix} \ddot{\mathbf{O}}_{11} & \ddot{\mathbf{O}}_{12} & \ddot{\mathbf{O}}_{13} \\ \ddot{\mathbf{O}}_{21} & \ddot{\mathbf{O}}_{22} & \ddot{\mathbf{O}}_{23} \\ \ddot{\mathbf{O}}_{31} & \ddot{\mathbf{O}}_{32} & \ddot{\mathbf{O}}_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{r}_0} & \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{v}_0} & \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{b}_0} \\ \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{r}_0} & \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{v}_0} & \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{b}_0} \\ \frac{\partial \mathbf{b}}{\partial \mathbf{r}_0} & \frac{\partial \mathbf{b}}{\partial \mathbf{v}_0} & \frac{\partial \mathbf{b}}{\partial \mathbf{b}_0} \end{pmatrix}, \quad (4.18)$$

onde as submatrizes \mathbf{F}_{11} , \mathbf{F}_{12} , \mathbf{F}_{21} , e \mathbf{F}_{22} são calculadas de acordo com o Capítulo 7; as submatrizes \mathbf{F}_{13} , \mathbf{F}_{23} , \mathbf{F}_{31} , e \mathbf{F}_{32} são nulas; e a submatriz \mathbf{F}_{33} é a matriz de transição, correspondente à tendência, deriva e taxa de deriva do relógio do receptor GPS, dada por:

$$\ddot{\mathbf{O}}_{33}(t, t_0) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4.19)$$

Atualização

As estimativas do estado e da matriz de covariância de seu erro, propagadas para o instante da observação atual, são atualizadas com base no processamento das observações. As equações de atualização do estado $\hat{\mathbf{x}}$, da covariância $\hat{\mathbf{P}}$ e do ganho de Kalman \mathbf{K} são dadas por:

$$\mathbf{K}(k+1) = \bar{\mathbf{P}}(k+1)\mathbf{H}^T(k+1, \bar{\mathbf{x}}(k+1)) \left(\mathbf{H}(k+1, \bar{\mathbf{x}}(k+1))\bar{\mathbf{P}}(k+1)\mathbf{H}^T(k+1, \bar{\mathbf{x}}(k+1)) + \mathbf{R}(k+1) \right)^{-1}, \quad (4.20)$$

$$\hat{\mathbf{P}}(k+1) = (\mathbf{I} - \mathbf{K}(k+1)\mathbf{H}(k+1, \bar{\mathbf{x}}(k+1)))\bar{\mathbf{P}}(k+1), \quad (4.21)$$

$$\hat{\mathbf{x}}(k+1) = \bar{\mathbf{x}}(k+1) + \mathbf{K}(k+1)(z(k+1) - \mathbf{h}(k+1, \bar{\mathbf{x}}(k+1))), \quad (4.22)$$

onde \mathbf{H} é a matriz de sensibilidade dada pelas derivadas parciais de \mathbf{h} em relação a \mathbf{x} avaliada ao longo da trajetória nominal:

$$\mathbf{H}[k+1, \bar{\mathbf{x}}(k+1)] = \left[\frac{\partial \mathbf{h}(k+1, \mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right]_{\mathbf{x}=\bar{\mathbf{x}}(k+1)}. \quad (4.23)$$

As Eqs. (4.20) a (4.22) podem ser usadas para processar a medida, seqüencialmente, de modo que a inversão de matriz na Eq. (4.20) é transformada na inversão de um escalar. As medidas devem ser não-correlacionadas e, neste caso, a matriz \mathbf{R} é diagonal.

O resíduo da medida e a matriz de sensibilidade são encontrados através da equação de medida calculada pela Eq. (4.1). Usando a pseudo-distância, a matriz de sensibilidade é dada por:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} -\frac{(x_{GPS} - x)}{\mathbf{r}} & -\frac{(y_{GPS} - y)}{\mathbf{r}} & -\frac{(z_{GPS} - z)}{\mathbf{r}} & 0 & 0 & 0 & 1 & \mathbf{DT} & \mathbf{DT}^2 \end{bmatrix}, \quad (4.24)$$

onde \mathbf{DT} é o tempo acumulado desde a primeira medida. O resíduo da medida é:

$$\mathbf{D}\tilde{\mathbf{i}}(k) = \mathbf{z}(k) - \tilde{\mathbf{n}}_c(\mathbf{x}(t), t), \quad (4.25)$$

onde \mathbf{z} é a medida observada e $\tilde{\mathbf{n}}_c$ é a medida calculada pela Eq. (4.1). A matriz \mathbf{R} é, basicamente, uma matriz do peso da medida, que expressa a magnitude dos erros de medida.

4.3 MODELO DE FORÇAS

As principais forças perturbadoras que agem sobre um satélite artificial são a atração gravitacional, o arrasto atmosférico, a pressão de radiação solar direta e indireta, a atração gravitacional luni-solar e as marés devidas à Lua e ao Sol. As forças mais importantes que atuam em um satélite artificial de baixa altitude (abaixo de 1.000 km) são as forças devidas ao campo gravitacional terrestre e ao arrasto atmosférico; para satélite em órbitas elevadas (altitude superior a 1.000 km) são as forças gravitacionais

(terrestre e luni-solar) e a pressão de radiação. Para satélites acima de 1.000 km a pressão de radiação supera o arrasto atmosférico (Kuga, 1987).

Entretanto, estas forças são difíceis de serem modeladas. Em geral, adota-se um modelo simplificado, que exprime de maneira aproximada o movimento do satélite, para economizar tempo de processamento, principalmente quando se deseja processamento em tempo real, como foi feito nos trabalhos de Kuga (1982, 1989). Utiliza-se um modelo mais complexo para a propagação de órbita para longos períodos, quando deseja-se fazer, por exemplo, uma previsão acurada de eventos futuros, a previsão de passagens por estações de rastreamento, cálculo de tempo de vida de satélites, simulações numéricas de missões, etc.

Para escolher o modelo simplificado de forças adotado neste trabalho, foram considerados os seguintes fatores: a precisão da órbita, o tempo de processamento, a memória utilizada e a capacidade de processamento considerando que a determinação de órbita será realizada em tempo real e a bordo do veículo espacial. Portanto, as únicas forças modeladas foram as devidas ao geopotencial. O grau e a ordem dos harmônicos esféricos foram escolhidos através de um estudo realizado em uma fase anterior. Os resultados deste estudo estão apresentados no Capítulo 9.

4.3.1 Geopotencial

O vetor aceleração do veículo espacial \mathbf{a}_{GEO} devido ao geopotencial é dado por:

$$\mathbf{a}_{GEO} = \frac{\partial U}{\partial \mathbf{r}}, \quad (4.26)$$

onde \mathbf{r} é o vetor posição e U é o potencial gravitacional da Terra. A matriz correspondente as derivadas parciais a ser usada nas equações variacionais é dada por $\partial \mathbf{a}_{GEO} / \partial \mathbf{r}$. A representação do campo gravitacional é usualmente feita por harmônicos esféricos:

$$U(r, \mathbf{f}, \mathbf{l}) = \frac{\mathbf{m}}{r} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{r_e}{r} \right)^n \bar{P}_{n,m}(\text{sen } \mathbf{f}) [\bar{C}_{n,m} \text{cos } m\mathbf{l} + \bar{S}_{n,m} \text{sen } m\mathbf{l}], \quad (4.27)$$

onde r é a distância radial do veículo espacial, \mathbf{f} é a latitude geocêntrica, \mathbf{l} é a longitude nas coordenadas fixas na Terra, \mathbf{m} é a constante gravitacional do corpo central e r_e é o raio do corpo central. Os valores $\bar{C}_{n,m}$ e $\bar{S}_{n,m}$ são os coeficientes harmônicos esféricos normalizados de grau n e ordem m , enquanto $\bar{P}_{n,m}$ são as funções de Legendre associadas normalizadas de grau n e ordem m . As constantes $\mathbf{m} r_e$ e os coeficientes $\bar{C}_{n,m}$ e $\bar{S}_{n,m}$ definem um potencial gravitacional específico. As funções de Legendre associadas podem ser encontradas calculando:

$$P_{n,m}(\text{sen } \mathbf{f}) = \frac{l}{2^n n!} \frac{d^{n^*m}}{d \text{sen } \mathbf{f}^{n^*m}} (\text{sen}^2 \mathbf{f} - l)^n. \quad (4.28)$$

A equação dinâmica do movimento é dada por:

$$\ddot{\mathbf{r}} = -\frac{\mathbf{m}}{r^3} \mathbf{r} + \mathbf{a}_{GEO}. \quad (4.29)$$

A aceleração e as matrizes das derivadas parciais são calculadas através da relação de recorrência, de acordo com Pines (1973), em coordenadas terrestres fixas. A transformação de coordenadas do sistema de referência ToD para o *Pseudo Earth-fixed* (PEF) leva em conta a rotação sideral da Terra, porém o movimento polar é negligenciado. Veja o Apêndice A sobre as transformações de coordenadas. A implementação do modelo do JGM-2 foi feita até o grau e a ordem 50, apenas como estudo. Veja o Apêndice C sobre modelo gravitacional.

4.4 INTEGRAÇÃO NUMÉRICA

Sendo um dos problemas mais importantes na análise e controle de uma missão, propagar a órbita de um satélite consiste em calcular a sua trajetória sujeita à ação do campo gravitacional com o conhecimento da sua posição e da velocidade em uma época de referência. Isto pode ser realizado através de métodos de resolução das equações diferenciais do movimento que consistem, basicamente, em teorias analíticas ou integração numérica das equações do movimento. A escolha do método de propagação depende das exigências da missão, como precisão, eficiência, tempo de processamento, intervalo de propagação e outras.

Neste trabalho, o método escolhido foi o método numérico de Cowell por tratar-se de uma aplicação prática e por ser de fácil implementação. Este método consiste em integrar passo a passo as equações do movimento com todas as perturbações e envolve integração direta do intervalo de tempo da posição e da velocidade. As perturbações podem ser incluídas ao mesmo tempo. A aceleração é encontrada calculando as forças que agem no satélite, por termos aditivos.

O integrador numérico escolhido foi o Runge-Kutta de quarta ordem (RK4) sem qualquer mecanismo de ajuste de passo ou controle de erro. Foi escolhido por ser estável, simples, não exigir um procedimento de início, ser de fácil implementação, ter relativamente um pequeno erro de truncamento e o tamanho do passo é fácil de ser mudado. As desvantagens deste integrador são: não existir um caminho simples para determinar o erro de truncamento, o que torna difícil determinar o tamanho do passo adequado, e utilização somente da informação do último passo calculado.

Em Kondapalli (1984), é feita uma revisão dos métodos numéricos de passo simples, de passo múltiplo e de extrapolação para integração numérica de problemas de condições iniciais. É feita uma breve revisão de alguns métodos especiais para computação de órbita e atitude. Alguns algoritmos, em linguagem Fortran, utilizados pela Divisão de Mecânica Espacial e Controle (DMC) estão disponíveis nestes trabalhos. Em

Kondapalli e Kuga (1986), encontra-se um manual destes algoritmos para facilitar o uso e o acesso a eles por qualquer usuário. Uma revisão dos métodos de propagação de órbita pode ser encontrada em Kuga (1987). Em Kondapalli (1989), é feita uma avaliação da influência dos erros envolvidos na propagação de órbitas de satélites artificiais.

4.4.1 Runge-Kutta de passo fixo de quarta ordem

O método de Runge-Kutta aproxima uma extrapolação da função da série de Taylor por vários cálculos das primeiras derivadas em pontos pertencentes ao intervalo de extrapolação. A ordem de um membro particular da família é a ordem da potência mais alta do tamanho do passo h na expansão da série de Taylor equivalente. A formulação para o método padrão de quarta ordem é dada por:

$$x_{n+1} = x_n + \frac{h}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4), \quad (4.30)$$

onde

$$\begin{aligned} k_1 &= f(t_n, x_n), \\ k_2 &= f\left(t_n + \frac{h}{2}, x_n + \frac{k_1}{2}\right), \\ k_3 &= f\left(t_n + \frac{h}{2}, x_n + \frac{k_2}{2}\right), \\ k_4 &= f(t_n + h, x_n + k_3), \end{aligned} \quad (4.31)$$

e f é uma função que representa as derivadas das equações diferenciais ordinárias. O algoritmo é inicializado especificando o estado inicial em alguma época. Em seguida, especifica-se um passo de integração D , calculam-se as Eqs. (4.31) na ordem apresentada e, então, substituem-se estas equações na Eq. (4.30). No problema em

questão, $f(t_n, x_n)$ representa as forças do veículo espacial no instante t_n e para o estado x_n . Neste trabalho, as equações do movimento do satélite artificial a serem integradas pelo RK4, considerando o seguinte vetor de estado:

$$\mathbf{x} = (x \quad y \quad z \quad \dot{x} \quad \dot{y} \quad \dot{z} \quad b_0 \quad b_1 \quad b_2)^T, \quad (4.32)$$

definidas por:

$$\mathbf{x} = (x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4 \quad x_5 \quad x_6 \quad x_7 \quad x_8 \quad x_9)^T, \quad (4.33)$$

são dadas por:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_4, \\ \dot{x}_2 &= x_5, \\ \dot{x}_3 &= x_6, \\ \dot{x}_4 &= a_x, \\ \dot{x}_5 &= a_y, \\ \dot{x}_6 &= a_z, \\ \dot{x}_7 &= 0, \\ \dot{x}_8 &= 0, \\ \dot{x}_9 &= 0, \end{aligned} \quad (4.34)$$

onde x_7 , x_8 e x_9 são resolvidos analiticamente e a_x , a_y , a_z são as acelerações do satélite artificial considerando as perturbações devidas ao geopotencial, que só dependem das coordenadas de posição.

CAPÍTULO 5

MODELO DE MEDIDAS

Como foi visto no Capítulo 3, o sistema GPS permite ao usuário medir a distância e a velocidade em relação aos satélites GPS, simultaneamente, para determinar a sua posição, velocidade e o desvio do relógio. Cada satélite transmite um conjunto de dados, chamado de mensagem de navegação, em duas frequências L1 e L2 e em uma razão de 50 bps. Este conjunto de dados contém o termo de correção do relógio do satélite; o tempo de referência do veículo espacial; o termo de atraso diferencial do grupo e o IODC; os parâmetros das efemérides para o veículo espacial transmissor; os coeficientes polinomiais para a correção ionosférica; os coeficientes para converter o tempo GPS para UTC; o almanaque para todos os veículos espaciais contendo suas efemérides; os parâmetros de correção do relógio; e o estado dos satélites. Para maiores informações sobre a mensagem de navegação e sobre como utilizar os dados enviados através dela, consultar Van Dierendonck et al. (1980).

Além disto, os sinais GPS permitem coletar outros tipos de dados, tais como a pseudo-distância e a fase da portadora, além de permitir obter a solução de navegação que consiste na posição imprecisa (grosseira) calculada pelo receptor. Apesar do GPS ser um sistema de navegação preciso, as pseudo-distâncias, definidas no Capítulo 4, são corrompidas por várias fontes de erros. Estas fontes de erros serão comentadas com um pouco mais de detalhes no próximo item deste capítulo.

5.1 FONTES DE ERROS

As fontes de erros podem ser classificadas em grupos de acordo com sua natureza e podem ser divididas em oito classes, tais como dados das efemérides; relógio do satélite; propagação do sinal através da ionosfera e troposfera; multicaminho; receptor; *cycle slip*; e Disponibilidade Seletiva (SA).

5.1.1 Erros nas efemérides

Os satélites transmitem, através da mensagem de navegação, seus elementos keplerianos com um pequeno erro. Este erro cresce com o tempo decorrido desde a atualização mais recente feita pelas estações de controle. Este crescimento é lento e suave.

As efemérides transmitidas são baseadas nas observações das 12 estações do segmento de controle do sistema GPS. As efemérides mais recentes são utilizadas para calcular a órbita de referência para os satélites GPS. Elas são transmitidas pela mensagem de navegação em formato RINEX de hora em hora e em tempo real. Elas devem somente ser usadas durante o período prescrito de aproximadamente quatro horas para o qual elas se referem. Veja Apêndice A para maiores detalhes sobre o formato RINEX.

No estudo realizado por Gomes et al. (2000) sobre a precisão das efemérides transmitidas, o algoritmo da mensagem de navegação implementado por Kuga, em linguagem Fortran, foi usado para determinar a posição dos satélites GPS. Este programa lê a mensagem de navegação em formato RINEX e gera as coordenadas cartesianas dos satélites no sistema WGS-84. Ele é capaz de fornecer as posições de cada satélite GPS na época transmitida pela mensagem de navegação e calcular a posição para a época desejada no tempo GPS.

A posição do satélite GPS gerada pelo programa é comparada com as efemérides precisas da órbita (POE) na mesma época. O arquivo POE, em formato SP3, fornece as posições do GPS pós-processadas e é gerado pelo JPL/NASA com uma precisão em torno de 3 cm (Noll, 1998). As posições transmitidas dos satélites GPS foram obtidas em um intervalo de 15 minutos, da mesma maneira que foram fornecidas pelo arquivo POE. Veja Apêndice A para maiores detalhes sobre o formato SP3.

A média do erro da diferença entre a posição transmitida e a pós-processadas pelo JPL, para as épocas analisadas, ficou em torno de $4 \pm 2,9$ m com ou sem SA. Gomes et al. (2000) verificou que as efemérides transmitidas são fornecidas com boa precisão e o

programa é robusto, podendo ser utilizado com segurança na determinação de órbita de satélites artificiais com receptor GPS a bordo.

Segundo Parkinson (1996a), estes erros estão intimamente relacionados com o relógio do satélite.

5.1.2 Erros dos relógios

Tanto a pseudo-distância quanto a fase da portadora são afetadas pelos erros dos relógios do receptor e do satélite GPS. Estes erros do relógio afetam ambos os códigos P e C/A da mesma forma (Parkinson, 1996a). Este efeito é independente da direção do satélite GPS em relação ao receptor GPS.

Os satélites GPS carregam relógios atômicos (césio e rubídio) de alta tecnologia. Em compensação, o relógio do receptor, em geral, não é caro e nem preciso.

Os relógios atômicos de cada satélite GPS tentam acompanhar o tempo GPS o mais fielmente possível. Desta forma, devido aos desvios do relógio, cada satélite GPS opera em seu próprio sistema de tempo. Todas as transmissões feitas pelo satélite são iniciadas no tempo do satélite. Entretanto, os dados da mensagem de navegação são relativos ao tempo GPS. O tempo GPS é estabelecido pelo segmento de controle e está relacionado com UTC em 1 μ s. Os dados necessários para relacionar o tempo GPS e o tempo individual do satélite são incluídos na mensagem de navegação. Porém, o tempo GPS nem sempre está sincronizado com o tempo do relógio do satélite GPS causando erros nas medidas de observação. A mensagem de navegação contém coeficientes para calcular, em primeira ordem, o erro do relógio do satélite GPS correspondente. No Apêndice B encontra-se a transformação entre o tempo GPS e UTC.

O erro do relógio do receptor GPS do usuário também deve ser corrigido por algum método. A solução de navegação fornece instantaneamente o desvio do relógio. Entretanto, para aplicações mais precisas, é necessário estimar o erro do relógio e

acompanhar sua evolução no tempo. É usual estimar o erro do relógio decompondo o erro em três fontes: tendência, deriva e taxa de deriva. Assim o erro do relógio do usuário é normalmente modelado conforme o Item 5.2.

5.1.3 Erros ionosféricos

O efeito da ionosfera pode causar o maior erro na propagação do sinal na ausência de SA. A ionosfera é um meio dispersivo, isto é, o índice de refração é uma função da frequência usada. O atraso da propagação da ionosfera depende do conteúdo eletrônico, da trajetória do sinal e da frequência usada.

Devido à sua importância nas medidas GPS, este erro será analisado com mais detalhes no Capítulo 6, com a finalidade de verificar a necessidade de utilizar um modelo de uma frequência para correção do efeito ionosférico no modelo de medidas.

5.1.4 Erros troposféricos

A propagação do sinal depende principalmente do conteúdo de vapor d'água e da temperatura das camadas atmosféricas. Para ondas eletromagnéticas de rádio-frequência, a troposfera se comporta como um meio não dispersivo para frequências abaixo de 30 GHz (Leick, 1995), ou seja, a refração troposférica não depende da frequência dos sinais transmitidos pelos satélites GPS.

Além disso, o índice de refração não depende da frequência. Depende da pressão do ar, da temperatura e da pressão do vapor d'água. Por causa do comportamento dinâmico das condições troposféricas, é difícil modelar o índice de refração e também não é possível a eliminação do efeito da refração troposférica utilizando medidas de duas frequências. Existem diferentes tipos de modelos devidos à dificuldade em modelar o vapor d'água. Os modelos de correção do atraso troposférico levam em conta os dados meteorológicos da superfície. O modelo de Hopfield usa dados reais que cobrem a Terra inteira. Este modelo encontrou, empiricamente, uma representação da refratividade seca

como uma função da altura acima da superfície. O modelo de Hopfield modificado é restrito introduzindo o comprimento dos vetores posição no lugar das alturas (Hoffmann-Wellenhof et al., 1994).

Para determinação de órbita de satélites artificiais, este efeito não é considerado, pois assume-se que o sinal GPS captado no receptor do usuário não se propaga através da troposfera.

5.1.5 Erros de multicaminho

Os sinais do GPS podem seguir diferentes trajetórias até a antena do receptor devido à reflexão do sinal. O multicaminho é causado, principalmente, pela superfície refletora próxima do receptor e também devido às reflexões no satélite durante a transmissão do sinal. Este efeito distorce as modulações dos códigos C/A e P e as observações da fase da portadora.

O multicaminho é um problema sério devido à dificuldade de modelagem por causa da arbitrariedade das diferentes situações geométricas. Ele depende tanto da frequência de transmissão do sinal como do efeito da ionosfera. A influência do multicaminho pode ser estimada usando uma combinação dos códigos L1 e L2 e medidas de fase da portadora (Hoffmann-Wellenhof et al., 1994). Para maiores detalhes, consultar Parkinson e Spilker Jr. (1996a).

5.1.6 Erros devidos ao usuário

Os erros nas medidas coletadas pelo receptor são causados por ruídos, erros de alinhamento do centro de fase da antena (em geral, não coincide com o centro de massa do veículo espacial), atrasos devido ao conversor (*down converter*) e falhas advindas de *softwares* e *hardwares*.

5.1.7 Cycle slip

O *cycle-slip* ocorre se o receptor perder momentaneamente o rastreamento do sinal do satélite GPS. Existem quatro causas para ocorrer *cycle slip*: obstruções do sinal do satélite devido a árvores, construções, pontes, montanhas, etc.; ruído no sinal causado pelo multicaminho e ionosfera; elevação baixa do satélite causando corrupção do sinal; e sinais fracos causados por interferência, à inclinação da antena e ao processamento do sinal.

O *cycle-slip* afeta as medidas de fase e pode ser removido dos dados na fase de pré-processamento ou uma nova ambigüidade tem que ser determinada para uma medida particular.

5.1.8 Disponibilidade Seletiva (*Selective Availability* - SA)

A SA é a degradação intencional dos sinais GPS para os usuários não autorizados através de variação do tempo do relógio do satélite (processo- δ) e manipulação das efemérides (processo- ϵ). Foi formalmente implementada em 25 de março de 1990 pelo Departamento de Defesa americano. Em agosto de 2000, o governo americano desativou a SA, porém reservando-se o direito de ativá-la seletivamente em regiões sensíveis e áreas de conflito.

A SA é diferente para o sinal de cada satélite e é a maior fonte de erros do relógio. Segundo as especificações do Departamento de Defesa americano, a exatidão é degradada em 100 m para a posição horizontal e em 156 m para a altura. Estas especificações também implicam em um erro em velocidade de 0,3 m/s e um erro em tempo de 340 ns (Hofmann-Wellenhof et al., 1994).

Como a SA é gerada no lado transmissor, isto é, no satélite, este erro é espacialmente correlacionado. Correlação espacial significa que existe uma forte relação entre o erro em uma localização e o erro em uma localização próxima. Esta propriedade da SA pode

ser explorada para eliminar o erro se o *Differential GPS* (DGPS) for empregado. O DGPS minimiza todos os erros que são comuns a ambas medidas em uma estação terrestre de monitoramento local ou um receptor de um usuário.

Os erros padrões sem e com o efeito da SA para receptores de única frequência e sem SA para receptores autorizados de duas frequências estão expostos na Tabela 5.1. Pode ser visto, através desta tabela, que a maior fonte de erro para receptores de uma frequência sem SA é devida à ionosfera e está em torno de 4 m, dependendo da qualidade do modelo de uma frequência. Já com SA, a maior fonte de erro é devida ao relógio. As fontes dominantes para os receptores autorizados são as efemérides do satélite GPS e erro do relógio.

TABELA 5.1 - ERROS DEVIDOS À DISPONIBILIDADE SELETIVA

Fontes de erros	Uma frequência						Duas frequências		
	Sem SA (m)			Com SA (m)			Código P (m)		
	Bias	Alea-tório	Total	Bias	Alea-tório	Total	Bias	Alea-tório	Total
Dados das efemérides	2,1	0,0	2,1	2,1	0,0	2,1	2,1	0,0	2,1
Relógio do satélite	2,0	0,7	2,1	20,0	0,7	20,0	2,0	0,7	2,1
Ionosfera	4,0	0,5	4,0	4,0	0,5	4,0	1,0	0,7	1,2
Troposfera	0,5	0,5	0,7	0,5	0,5	0,7	0,5	0,5	0,7
Multicaminho	1,0	1,0	1,4	1,0	1,0	1,4	1,0	1,0	1,4
Receptor	0,5	0,2	0,5	0,5	0,2	0,5	0,5	0,2	0,5
UERE: RMS	5,1	1,4	5,3	20,5	1,4	20,6	3,3	1,5	3,6
UERE filtrado: RMS	5,1	0,4	5,1	20,5	0,4	20,5	3,3	0,4	3,3

FONTE: Parkinson e Spilker Jr.(1996a)

A incerteza das efemérides transmitidas com SA é cerca de 5 a 100 m e depende do nível da SA. Para efemérides transmitidas sem SA, é cerca de 5 a 10 m ou melhor (Hofmann-Wellenhof et al., 1994).

5.2 MODELO DE MEDIDAS

Para aplicações de alta precisão (cerca de centímetros), o uso das medidas da fase da portadora e da pseudo-distância é exigido. Em geral, ou a pseudo-distância ou a solução de navegação é usada na determinação de órbita quando não é exigida alta precisão, como é o caso deste trabalho. Portanto, somente a pseudo-distância em uma frequência (L1) será utilizada.

Os erros considerados na pseudo-distância foram somente os erros devidos ao relógio do receptor e do satélite GPS. Os erros devidos ao atraso ionosférico D_{ION} são considerados em forma de estudo, como será apresentado no Capítulo 6. Todos os outros erros foram negligenciados. Portanto, a equação da pseudo-distância para a frequência L1 é dada por:

$$\mathbf{r}_c = \mathbf{r} + c[\mathbf{D}_{GPS}(t) - \mathbf{D}_u(t)] + \mathbf{D}_{ION}, \quad (5.1)$$

onde \mathbf{r}_c é a pseudo-distância calculada para L1, c é a velocidade da luz no vácuo, \mathbf{D}_{GPS} é o atraso do relógio do satélite GPS, \mathbf{D}_u é o atraso do relógio do receptor, t é o instante de observação no tempo GPS, \mathbf{D}_{ION} é o erro devido ao atraso ionosférico, \mathbf{r} é a distância geométrica dada por:

$$\mathbf{r} = \sqrt{(x_{GPS} - x)^2 + (y_{GPS} - y)^2 + (z_{GPS} - z)^2}, \quad (5.2)$$

x , y e z são as coordenadas cartesianas do receptor no sistema ToD (neste trabalho) no instante de recepção no tempo GPS e x_{GPS} , y_{GPS} e z_{GPS} são as coordenadas cartesianas no sistema WGS-84 no instante de transmissão no tempo GPS (corrigido pelo atraso do tempo de propagação). Veja o Apêndice B sobre os sistemas de coordenadas e as transformações empregadas neste trabalho.

A seguir será mostrado como estes termos foram implementados neste trabalho.

5.2.1 Correção dos erros dos relógios

O segundo termo do lado direito da Eq. (5.1) é composto pelos desvios do relógios do satélite GPS e do usuário com respeito ao tempo GPS. Cada GPS contribui com um desvio do relógio. A informação do relógio do satélite GPS é conhecida e transmitida através da mensagem de navegação, na forma de três coeficientes polinomiais com referência no instante t_{oc} . Embora os relógios sejam altamente estáveis, o \mathbf{D} pode desviar até, aproximadamente, 1 ms do tempo GPS, o que significa 300 km de erro na pseudo-distância. Os erros de distância induzidos nos erros do relógio são da ordem de 3 m (Leva et al., 1996). A correção do relógio do GPS para o instante t é:

$$t = t_{GPS} - \mathbf{D}_{GPS} \quad (5.3)$$

onde

$$\mathbf{D}_{GPS} = a_{f0} + a_{f1}(t - t_{oc}) + a_{f2}(t - t_{oc})^2 + \mathbf{d}_R^{GPS}, \quad (5.4)$$

$$\mathbf{d}_R = \frac{2}{c^2} \sqrt{a m e} \sin E, \quad (5.5)$$

t_{GPS} é o instante da fase do código do veículo espacial (satélite GPS), em segundos, no instante de transmissão da mensagem; a_{f0} , a_{f1} e a_{f2} são a tendência, a deriva, a taxa de deriva do relógio do satélite GPS, respectivamente; t_{oc} é o instante de referência medido, em segundos, na época semanal do tempo GPS; \mathbf{d}_R é uma pequena correção relativística do relógio causada pela excentricidade e ; a é o semi-eixo maior da órbita; m é a constante gravitacional terrestre; e E é a anomalia excêntrica.

Os efeitos relativísticos são relevantes para a órbita do satélite, para a propagação do sinal do satélite e para os relógios do satélite e do usuário, e podem ser calculados precisamente. Para as órbitas do GPS com excentricidade 0,02, este efeito pode ser

maior do que 45,8 ns, correspondendo a um erro de distância de cerca de 14 m (Leick, 1995). Este efeito é incluído no polinômio do relógio transmitido pela mensagem de navegação, onde a anomalia excêntrica E depende do tempo e é expandida em série de Taylor. Se uma equação mais precisa for usada, o efeito relativístico deve ser subtraído dos coeficientes polinomiais do relógio. Os coeficientes a_{p0} , a_{p1} e a_{p2} são transmitidos em unidades s, s/s e s/s², respectivamente. O instante de referência dos dados do relógio t_{oc} é também transmitido. O valor de t_{GPS} deve levar em conta o início ou o fim da semana. O usuário pode aproximar t por t_{GPS} na Eq. (5.3), sem prejuízo da precisão.

O atraso do relógio do usuário é parte do vetor de estado a ser estimado e é dado por (Chiaradia et al., 2000):

$$c\mathbf{D}_u = b_0 + b_1\mathbf{DT} + b_2\mathbf{DT}^2 + \mathbf{d}_R^U \quad (5.6)$$

onde b_0 , b_1 , b_2 são a tendência, a deriva e a metade da taxa de deriva do relógio do receptor e ΔT é o tempo acumulado a partir do instante da primeira medida. O efeito relativístico no relógio do usuário é calculado usando o melhor vetor de estado estimado disponível na época.

5.2.2 Correção do instante de recepção e de propagação do sinal

O cálculo da distância geométrica r é exigido para cálculo tanto da pseudo-distância quanto da fase da portadora. As coordenadas de posição do satélite GPS no instante de transmissão do sinal devem ser usadas para calcular a distância. Entretanto, é o instante de recepção que é disponível nas medidas. Então, é necessário corrigir o instante de recepção subtraindo o tempo de viagem do sinal para obter o instante de transmissão. Portanto, é necessário calcular o tempo de viagem através de um processo iterativo que inicia-se assumindo um valor médio para o tempo de viagem t . A seguir, a posição do GPS é interpolada para a época $(t - t)$ e, então, a distância geométrica é calculada usando o tempo de viagem recalculado (Leick, 1995):

$$\mathbf{t} = \frac{\mathbf{r}}{c}. \quad (5.7)$$

Se a discrepância entre a primeira e a segunda aproximação de \mathbf{t} for maior do que o critério especificado, a iteração é repetida. Isto é, uma nova posição do satélite GPS é interpolada e uma nova distância é calculada. Geralmente, duas iterações são suficientes.

Este cálculo não é afetado pelo erro do relógio do receptor e do satélite. Entretanto, o instante nominal de emissão é corrompido pela ionosfera, pela troposfera, pelo equipamento e pelo multicaminho. Todos estes efeitos são negligenciados no presente contexto. O instante de recepção é corrigido pelo mesmo processo.

A iteração do tempo é usualmente desenvolvida em um sistema inercial com o vetor posição do usuário $\mathbf{r} = (x, y, z)$ e o vetor posição do satélite GPS $\mathbf{r}_{GPS} = (x_{GPS}, y_{GPS}, z_{GPS})$. Então, é necessário realizar uma transformação da posição do GPS do sistema inercial para o terrestre WGS84. Sendo assim, a trajetória do sinal é dada por (Montenbruck e Gill, 2000):

$$\mathbf{r} = \left| \mathbf{R}^{WGS}(t) (\mathbf{r}_{GPS}(t - \mathbf{t}) - \mathbf{r}(t)) \right| \quad (5.8)$$

onde \mathbf{R}^{WGS} é a matriz de rotação do sistema inercial para o sistema WGS-84. Fazendo uso da aproximação:

$$\mathbf{R}^{WGS}(t) \approx \mathbf{R}_z(\mathbf{w}_e \mathbf{t}) \mathbf{R}^{WGS}(t - \mathbf{t}) \quad (5.9)$$

onde \mathbf{w}_e é a variação rotacional da Terra. A posição inercial do satélite GPS pode ser substituída pela posição correspondente no sistema fixo na Terra:

$$\mathbf{r}_{GPS}^{WGS}(t - \mathbf{t}) = \mathbf{R}^{WGS}(t - \mathbf{t})\mathbf{r}_{GPS}(t - \mathbf{t}). \quad (5.10)$$

Isto produz

$$\mathbf{r} = c\mathbf{t} = \left| \mathbf{R}_z(\mathbf{w}_e \mathbf{t})\mathbf{r}_{GPS}(t - \mathbf{t}) - \mathbf{r}^{WGS}(t) \right| \quad (5.11)$$

no sistema de referência terrestre.

CAPÍTULO 6

CORREÇÃO IONOSFÉRICA PARA AS MEDIDAS GPS

Neste capítulo serão descritos alguns modelos usados para corrigir o efeito ionosférico nas medidas GPS, tais como os modelos de duas frequências, Klobuchar, empírico de ionosfera (IRI-95) e plasmasfera (Gallagher-88). A finalidade deste capítulo é analisar a necessidade do uso de algum modelo de correção ionosférica para satélites artificiais acima de 1.000 km e escolher qual modelo deve ser utilizado.

6.1 INTRODUÇÃO

A atmosfera é usualmente subdivida em regiões que são baseadas em propriedades físicas, tais como temperatura, composição, campo magnético, propagação e ionização. Com respeito às diferentes condições de propagação do sinal, a atmosfera pode ser dividida em ionosfera e troposfera.

A troposfera é a parte mais baixa da atmosfera da Terra. Ela compreende desde a superfície da Terra até cerca de 18 km no equador e 8 km nos pólos acima da sua superfície. A ionosfera cobre a região entre, aproximadamente, 50 km e 1.000 km acima da Terra e é caracterizada pela alta condutividade devido ao número elevado de íons e elétrons livres que a compõe. Consequentemente, uma onda eletromagnética que atravessa esta camada tem a velocidade e a direção de propagação alteradas. Esta propriedade caracteriza a ionosfera como um meio dispersivo (Davies, 1990).

No sistema GPS, a segunda frequência foi incorporada para corrigir os erros em distância e velocidade induzidos pela ionosfera. Os receptores GPS de duas frequências levam a vantagem da natureza dispersiva da ionosfera podendo eliminar os erros ionosféricos quase totalmente, pelo menos matematicamente. Para receptores de uma frequência, foi incorporado um modelo numérico para corrigir o erro ionosférico. Este

modelo é chamado de modelo de Klobuchar (Klobuchar, 1987) e é descrito no Item 6.3 deste capítulo.

6.2 EFEITOS IONOSFÉRICOS NOS SINAIS DO GPS

A influência da ionosfera sobre a propagação de ondas de rádio é descrita através do índice de refração. O índice de refração é uma função da frequência de ondas de rádio, da densidade eletrônica e , em um menor grau, da intensidade do campo magnético da Terra e é dado, em primeira aproximação, por Seeber (1993):

$$n = 1 \pm \frac{c_2}{f^2}, \quad (6.1)$$

onde o sinal positivo é para a fase e o negativo para o grupo, f é a frequência e $c_2 = -40,3N_e$ em Hz^2 , e N_e é a densidade eletrônica que é sempre positiva. Assim $n_g > n_f$, onde n_g é o índice de refração do grupo e n_f é o índice de refração da fase. Como $v_f = c/n_f$ e $v_g = c/n_g$, onde v_f e v_g são as velocidades de propagação do sinal da fase e do grupo, respectivamente, então, $v_g < v_f$. Isto significa que as medidas GPS de pseudo-distância são atrasadas e as da fase da portadora são adiantadas. Portanto, a pseudo-distância é uma medida maior e a fase da portadora é menor comparada com a medida da distância verdadeira entre o satélite e o receptor.

Rescrevendo a Eq. (6.1), tem-se:

$$n = 1 \mp \frac{40,3N_e}{f^2}. \quad (6.2)$$

A distância medida entre o receptor e o GPS é:

$$s = \int_{GPS}^{receptor} n ds, \quad (6.3)$$

onde a integral deve ser estendida ao longo da trajetória do sinal s . Porém, esta distância é diferente da distância geométrica verdadeira na linha de visada l :

$$l = \int_{GPS}^{receptor} dl. \quad (6.4)$$

Esta diferença é medida por uma quantidade chamada de erro ionosférico:

$$\mathbf{D}_{ION} = \int_{GPS}^{receptor} n ds - \int_{GPS}^{receptor} dl. \quad (6.5)$$

Para alta frequência, a trajetória do sinal pode ser aproximada pela distância geométrica ($ds \approx dl$), onde $n = 1$. Então, integra-se a Eq. (6.5) ao longo da linha de visada l :

$$\mathbf{D}_{ION} = \mp \frac{40,3}{f^2} \int_{GPS}^{receptor} N_e dl. \quad (6.6)$$

A densidade eletrônica integrada ao longo da linha de visada é chamada de Conteúdo Eletrônico Total (CET):

$$CET = \int N_e dl. \quad (6.7)$$

Portanto, o atraso ionosférico é proporcional ao número de CET e inversamente proporcional ao quadrado da frequência:

$$D_{ION} = \mp \frac{40,3}{f^2} CET. \quad (6.8)$$

A densidade de elétrons livres varia fortemente com a hora do dia e a latitude. O efeito da refração ionosférica na medida da pseudo-distância está relacionado com a determinação do CET. Entretanto, o próprio CET é uma quantidade bastante complicada, porque depende da radiação solar ionizante e apresenta distintas variações diurnas e sazonais, variações relacionadas com nível de atividade solar e com tempestades magnéticas. O CET é medido em unidades de CET (UCET), em analogia à abreviatura TECU (*Total Electron Content Unit*), onde 1 UCET corresponde a 1×10^{16} elétrons/m² (Fedrizzi, 1999).

Em Fedrizzi (1999), foi desenvolvido um método para a obtenção do CET a partir das observações do GPS feitas por receptores localizados na superfície da Terra. O método utiliza-se da característica dispersiva do meio ionosférico para determinar o CET a partir da diferença entre as medidas da pseudo-distância e da fase simultâneas, nas duas frequências dos sinais enviados pelos satélites GPS.

Komjathy (1997) desenvolveu um algoritmo para produzir mapas regionais e globais do CET de hora em hora usando observações de duas frequências para estações terrestres do *International GPS Service for Geodynamics* (IGS).

6.3 MODELO DE KLOBUCHAR

O modelo de Klobuchar (Klobuchar, 1987) é usado para corrigir os efeitos ionosféricos para medidas obtidas através de receptores GPS de uma frequência. Consiste de uma representação do coseno da curva diurna, permitindo variar em amplitude e em período, com a latitude do usuário. É descrito por oito coeficientes **a** e **b** ($i = 1, \dots, 4$) que são transmitidos como parte da mensagem de navegação do GPS. Este modelo remove cerca de 50% do atraso ionosférico nas latitudes médias. É representado através de um

conjunto de variáveis que são válidas para alguns dias. A equação da correção do atraso ionosférico é dada por Feess e Stephens (1987):

$$\mathbf{D}I_{ion} = DC + A \cos\left(\frac{2P(t - \mathbf{f})}{P}\right) \text{ (dia)}, \quad (6.9)$$

$$\mathbf{D}I_{ion} = DC \text{ (noite)}, \quad (6.10)$$

onde $\mathbf{D}I_{ion}$ é o atraso vertical (ns), DC é o termo constante da meia-noite (5 ns ou 5×10^{-9} s), A é a amplitude, \mathbf{f} é o termo constante da fase (14 h hora local), t é a hora local e P é o período. A amplitude e o período são funções da latitude geomagnética e são representados por polinômios do terceiro grau:

$$A = \sum_{n=0}^3 \mathbf{a}_n \mathbf{f}_m^n \text{ (segundos)}, \quad (6.11)$$

$$P = \sum_{n=0}^3 \mathbf{b}_n \mathbf{f}_m^n \text{ (segundos)}. \quad (6.12)$$

Entretanto, este modelo não considera a altitude do receptor. Feess e Stephen (1987) apresentam uma validação do modelo de Klobuchar usando valores do atraso ionosférico medido por receptores GPS de duas frequências que foram comparados com os valores calculados pelo modelo de Klobuchar no mesmo instante.

6.4 MODELO EMPÍRICO DE IONOSFERA - IRI-95

O *International Reference Ionosphere* (IRI) é um projeto internacional patrocinado pelo Comitê de Pesquisas Espaciais (COSPAR) e a União Internacional de Ciência do Rádio (URSI). O modelo IRI-95 é um modelo empírico que descreve valores médios de parâmetros ionosféricos, tais como a densidade eletrônica, temperaturas eletrônica e iônica e composição iônica, de acordo com a localização geográfica ou geomagnética, hora local ou universal, estação do ano, altitude e atividade solar. O IRI-95 pode ser

utilizado para determinação do conteúdo eletrônico total ionosférico para altitudes entre 50 e 1.000 km.

O programa IRI-95 é obtido, via ftp, em NASA (2000) e está disponível em linguagens de programação C e Fortran.

Komjathy (1997) realizou modificações neste modelo atualizando seu conjunto de coeficientes com a finalidade de fornecer previsões mais precisas para receptores GPS de uma frequência do atraso ionosférico derivado de IRI-95.

6.5 MODELO EMPÍRICO DA PLASMASFERA – GALLAGHER-88

Plasmasfera é a região situada, aproximadamente, entre 1.000 km e 30.000 km de altitude. Os íons predominantes nesta região da atmosfera são os prótons, cuja concentração decresce exponencialmente com a altitude. O comportamento da densidade eletrônica na plasmasfera é afetada pelo ciclo solar e pela variação sazonal.

O modelo empírico da plasmasfera consiste de uma expressão analítica que pode ser usada para reproduzir a densidade do hidrogênio em lugares arbitrários na plasmasfera para condições dadas. A dependência espacial da densidade plasmasférica do H^+ está associada à *L-shell*. *L-shell* são superfícies de L constantes. L é a distância medida em raios terrestres, na qual sua linha de força do campo magnético da Terra intercepta o plano equatorial (Davies, p. 41, 1990). O modelo de Gallagher usa a seguinte fórmula empírica (Gallagher et al., 1988):

$$\text{Log}_{10}(N_e) = a_1 \cdot F(L) \cdot G(L) \cdot H(L), \quad (6.13)$$

onde N_e é a densidade eletrônica;

$$F(L) = a_2 - e^{a_3 \left(1 - a_4 e^{-h(L, I) / a_5} \right)} \quad (6.14)$$

é a camada modificada de Chapman;

$$G(L) = a_6 L + a_7 \quad (6.15)$$

é o modelo linear de *L-shell* que foi encontrado por ser a melhor representação do perfil da densidade eletrônica interna plasmasférica;

$$H(L) = \left(1 + \left(\frac{L}{a_8} \right)^{2(a_9-1)} \right)^{-\left(\frac{a_9}{a_9-1} \right)} \quad (6.16)$$

representa a forma e a posição da plasmapausa; e

$$\begin{aligned} a_1 &= 1,4 \\ a_2 &= 1,53 \\ a_3 &= -0,036 \\ a_4 &= 30,76 \\ a_5 &= 159,9 \\ a_6 &= -0,87 + 0,12 e^{-x^2/9} \\ a_7 &= 6,27 \\ a_8 &= 0,7 \cos\left(2\mathbf{p} \frac{MLT - 21}{24} \right) + 4,4 \\ a_9 &= 15,3 \cos\left(2\mathbf{p} \frac{MLT}{24} \right) + 19,7 \end{aligned} \quad (6.17)$$

As constantes a_i são os parâmetros livres usados para ajustar a equação para o logaritmo da densidade eletrônica. O parâmetro a_6 controla o gradiente da densidade na plasmasfera interior, enquanto a_8 e a_9 determinam a posição e a inclinação da plasmasfera, respectivamente. L é o parâmetro de *L-shell* de MacIlwain medido em raios terrestres, \mathbf{I} é a latitude geomagnética, MLT é a hora local magnética em horas,

definida pela longitude geomagnética do Sol médio e $h(L, \mathbf{I})$ é a altitude em relação à da superfície da Terra dada por:

$$h(L, \mathbf{I}) = r_e L \cos^2 \mathbf{I} - 6.371, \quad (6.18)$$

com a altitude iniciando a 1.000 km da superfície da Terra e r_e é o raio da Terra.

Este modelo fornece variações na densidade eletrônica plasmasférica como uma função da latitude geomagnética, valores de L e da hora local magnética. O algoritmo não modela as variações diurnas, sazonais e relativas ao ciclo solar do conteúdo eletrônico plasmasférico.

O efeito ionosférico é calculado em cada ponto. É necessário calcular o efeito ao longo da trajetória entre o usuário e os satélites GPS, fornecendo assim o *CET*. Sabendo o *CET* é necessário calcular o efeito ionosférico que é dado pela Eq. (6.8).

Consulte Gallagher et al. (1988), Komjathy (1997) e Fedrizzi (1999) para maiores detalhes sobre este modelo.

6.6 MODELO IONOSFÉRICO DE DUAS FREQUÊNCIAS

Já que o atraso ionosférico é dependente da frequência, ele pode ser eliminado utilizando medidas nas duas frequências. A diferença entre as medidas feitas nas duas frequências L1 e L2 é capaz de estimar os atrasos ionosféricos para ambas as frequências. A correção ionosférica para L1 pode ser estimada usando a seguinte expressão:

$$\mathbf{D}_{ION}^1 = \left(\frac{f_2^2}{f_2^2 - f_1^2} \right) (\mathbf{r}_c^1 - \mathbf{r}_c^2), \quad (6.19)$$

onde r_c^1 e r_c^2 são as medidas de pseudo-distância em L1 e L2, respectivamente, e f_1 e f_2 são as frequências em L1 e L2.

A correção ionosférica para L2 pode ser estimada multiplicando a Eq. (6.19) por:

$$\left(\frac{f_1}{f_2}\right)^2 = \left(\frac{77}{60}\right)^2, \quad (6.20)$$

As Figs. 6.1 a 6.4 mostram, como exemplo, o erro ionosférico para a pseudo-distância em L1 e L2, respectivamente, para dois dias completos de observação. Estes erros foram obtidos sem nenhum pré-processamento dos dados.

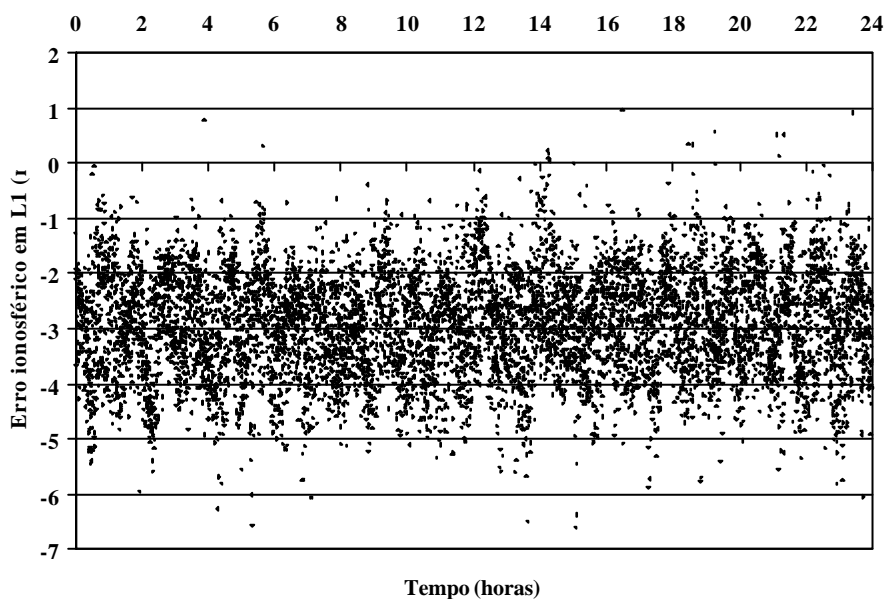


Fig. 6.1- Erro ionosférico na pseudo-distância em L1 (18/11/1993).

Os dados usados são do satélite T/P (Veja o Apêndice D), porque este satélite carrega um receptor GPS de duas frequências a bordo, experimentalmente, para testar a habilidade do GPS em fornecer uma determinação de órbita precisa.

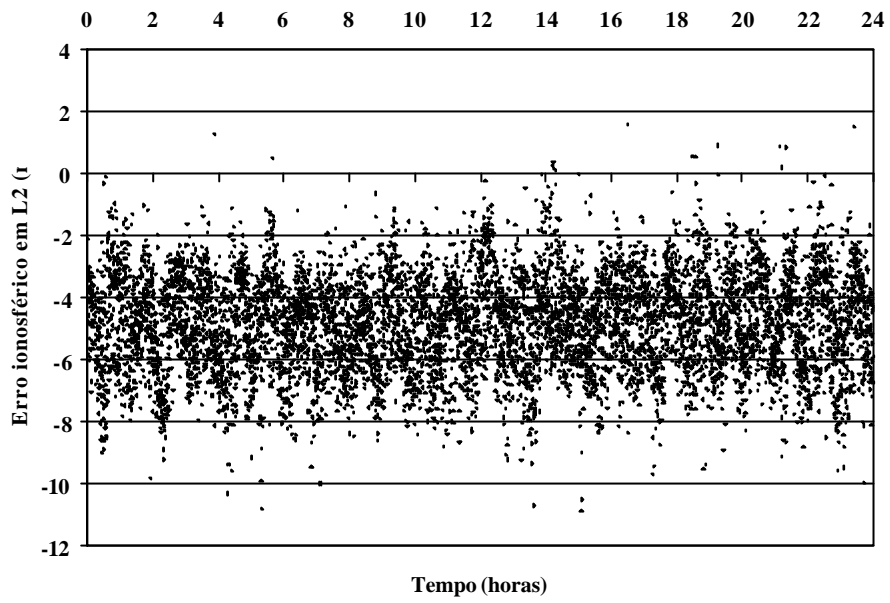


Fig. 6.2 - Erro ionosférico na pseudo-distância em L2 (18/11/1993).

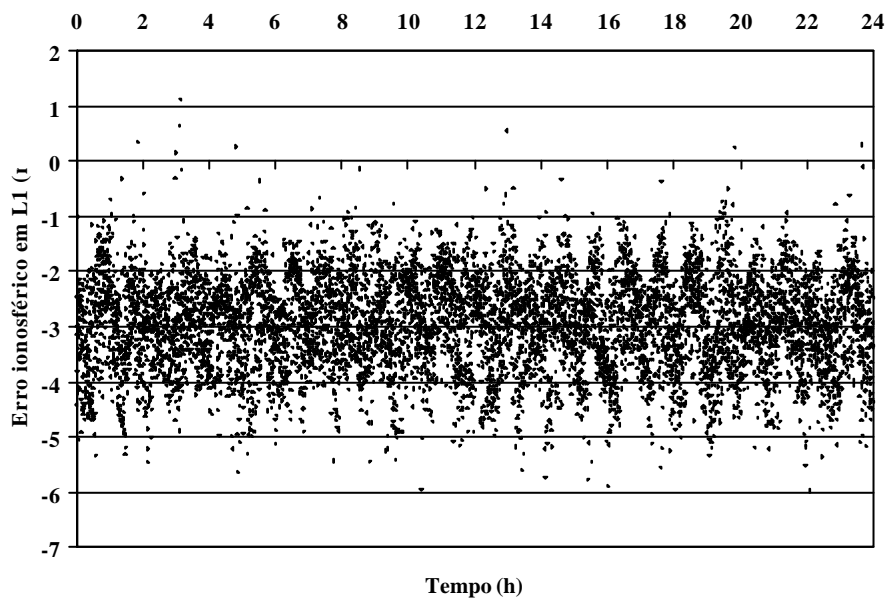


Fig. 6.3 - Erro ionosférico na pseudo-distância em L1 (20/04/1995).

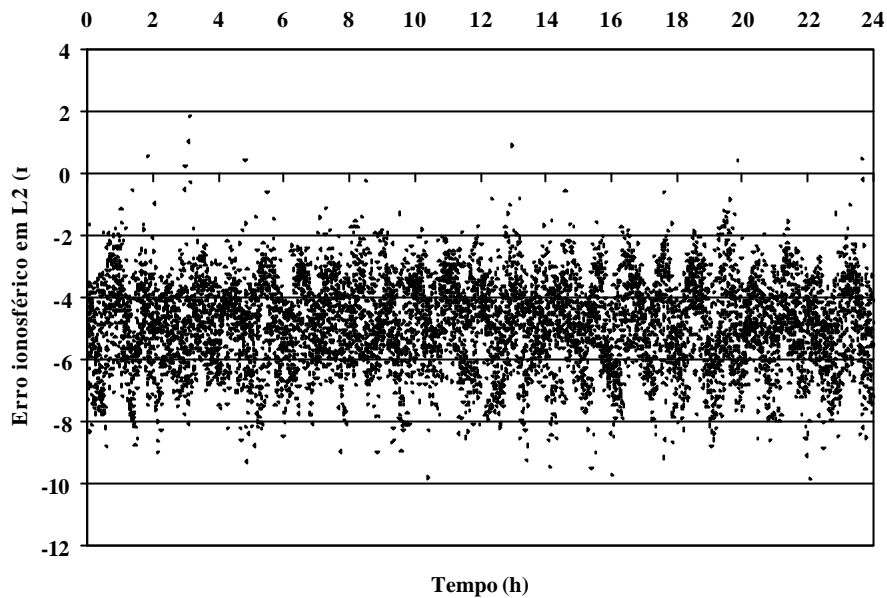


Fig. 6.4 - Erro ionosférico na pseudo-distância em L2 (20/04/1995).

A Tabela 6.1 mostra a média e o desvio padrão do erro ionosférico, em L1 e L2, para o dia completo. A média do erro em L1 está em torno de $3 \pm 0,9$ m e para L2 em torno de $5 \pm 1,5$ m.

6.7 CONCLUSÃO

Verificou-se que o atraso ionosférico, neste caso, não afeta significativamente a medida de pseudo-distância e, portanto, não afetará a precisão da órbita estimada usando estas medidas. Portanto, este erro será negligenciado neste trabalho já que o seu objetivo não é atingir alta precisão (cerca de centímetros). No caso da necessidade de atingir alta precisão da órbita estimada, algum tipo de modelo de uma frequência deve ser utilizado desde que não haja alto custo computacional, já que a determinação de órbita é feita a bordo e em tempo real.

Havendo a necessidade de usar algum modelo, sugere-se não utilizar o modelo de Klobuchar, porque este não considera a altitude do receptor, sendo assim, só deve ser usado por um receptor na superfície da Terra. Para satélites acima de 1.000 km, pode-se

usar o modelo empírico da plasmasfera (Gallagher-88), para calcular o efeito ionosférico no sinal entre a altitude do GPS (acima de 20.000 km) e a altitude do satélite usuário (acima de 1.000 km). Para satélites abaixo de 1.000 km, deve-se usar o modelo de ionosfera IRI-95, para calcular o efeito ionosférico no sinal até a altitude abaixo de 1.000 km e acima desta altitude deve-se usar o modelo empírico da plasmasfera. Observa-se que nenhum dos modelos apresentados aqui foi testado com relação ao custo computacional.

TABELA 6.1 - MÉDIA DOS ERROS IONOSFÉRICOS

Dia	Média do erro em L1 (m)	Média do erro em L2 (m)
17 de novembro de 1993	$-2,96 \pm 0,90$	$-4,87 \pm 1,48$
18 de novembro de 1993	$-2,92 \pm 0,94$	$-4,80 \pm 1,54$
19 de novembro de 1993	$-3,00 \pm 0,92$	$-4,95 \pm 1,51$
20 de novembro de 1993	$-3,03 \pm 0,90$	$-4,98 \pm 1,47$
03 de janeiro de 1994	$-2,95 \pm 0,91$	$-4,86 \pm 1,50$
04 de janeiro de 1994	$-2,97 \pm 0,91$	$-4,90 \pm 1,48$
05 de janeiro de 1994	$-2,96 \pm 0,88$	$-4,87 \pm 1,45$
21 de janeiro de 1994	$-3,05 \pm 0,90$	$-5,02 \pm 1,48$
22 de janeiro de 1994	$-3,01 \pm 0,89$	$-4,95 \pm 1,48$
20 de abril de 1995	$-2,94 \pm 0,84$	$-4,84 \pm 1,38$
13 de outubro de 1995	$-3,06 \pm 0,83$	$-5,04 \pm 1,37$
22 de fevereiro de 1997	$-2,89 \pm 0,89$	$-4,77 \pm 1,46$

CAPÍTULO 7

MATRIZ DE TRANSIÇÃO

A função da matriz de transição é relacionar as variações do vetor de estado entre os instantes t_k e t_{k+1} . As variações mostram a correção (refinamento) a ser calculada nas coordenadas de referência estimadas anteriormente. Portanto, quanto mais precisa for a matriz de transição, melhor será a determinação de órbita.

Entretanto, o cálculo da matriz de transição do estado apresenta um dos maiores gastos computacionais porque exige o cálculo da matriz jacobiana (derivadas parciais) e a integração das equações variacionais correspondentes às equações diferenciais do movimento. Esta matriz pode ter expressões analíticas incômodas quando um modelo de força complexo é usado.

Um método para evitar o problema do alto custo computacional e das extensas expressões analíticas da matriz de transição consiste em, primeiramente, integrar o vetor de estado usando um modelo de força considerando todas as perturbações conhecidas e, então, calcular a matriz de transição usando um modelo de força simplificado. Dois métodos foram desenvolvidos neste trabalho com a finalidade de obter melhor precisão e menor gasto computacional. O primeiro considera somente o movimento kepleriano, o qual é uma aproximação razoável quando somente pequenos intervalos de tempo são envolvidos e a órbita é elíptica (Kuga, 1986); e o segundo considera também o efeito do coeficiente J_2 , que mede o achatamento terrestre, na matriz de transição segundo o método proposto por Markley (1986).

7.1 INTRODUÇÃO

A equação diferencial para o movimento kepleriano é expressa por:

$$\ddot{\mathbf{r}} = -\frac{\mathbf{m}}{r^3}, \quad (7.1)$$

onde

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, \quad (7.2)$$

r é a magnitude do vetor posição do satélite, que tem coordenadas x , y , z , e \mathbf{m} é a constante gravitacional terrestre.

A equação, que relaciona desvios no estado para diferentes instantes de tempo, é dada por:

$$\begin{pmatrix} \partial \mathbf{r} \\ \partial \mathbf{v} \end{pmatrix} = \ddot{\mathbf{O}}(t, t_0) \begin{pmatrix} \partial \mathbf{r}_0 \\ \partial \mathbf{v}_0 \end{pmatrix}, \quad (7.3)$$

onde \mathbf{r} e \mathbf{v} são os vetores posição e velocidade no instante t , respectivamente, \mathbf{r}_0 e \mathbf{v}_0 são os vetores iniciais da posição e da velocidade no instante t_0 , respectivamente e \mathbf{F} é a matriz de transição dada por:

$$\ddot{\mathbf{O}}(t, t_0) = \begin{pmatrix} \ddot{\mathbf{O}}_{11} & \ddot{\mathbf{O}}_{12} \\ \ddot{\mathbf{O}}_{21} & \ddot{\mathbf{O}}_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{r}_0} & \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \mathbf{v}_0} \\ \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{r}_0} & \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{v}_0} \end{pmatrix}, \quad (7.4)$$

as submatrizes \mathbf{F}_{11} , \mathbf{F}_{12} , \mathbf{F}_{21} , e \mathbf{F}_{22} são calculadas segundo os dois métodos, como serão mostrados nos próximos itens.

7.2 SOLUÇÃO ANALÍTICA DA MATRIZ DE TRANSIÇÃO PARA ÓRBITAS ELÍPTICAS KEPLERIANAS

Goodyear (1965) publicou um método para calcular, analiticamente, a matriz de transição para o problema dos dois corpos. Este método é válido para qualquer tipo de órbita. Este método foi implementado por Kuga (1986) usando a mesma formulação elegante e adequada para implementação digital, mas aplicado para o problema elíptico kepleriano. Kuga (1986) fez simplificações possíveis neste método para aumentar sua eficiência computacional (tempo de processamento, memória e precisão).

Kuga (1986) comparou seu método com o método de Goodyear usando os dados do satélite Landsat-5. Este método foi implementado em linguagem Fortran. O tempo de processamento do método proposto melhorou. A precisão não tem dependência com o tempo de propagação. Os métodos para a integração numérica foram os algoritmos Runge-Kutta de quarta e oitava ordens de passo fixo. O RK8 obteve melhor desempenho do que o RK4 para o mesmo número de passos. Os melhores resultados foram obtidos usando o maior número de passos para o RK4, enquanto o RK8 obteve a mesma precisão com o menor número de passos. Para integração numérica da matriz de transição, a maior ordem do Runge-Kutta obteve melhor desenvolvimento.

De acordo com Goodyear (1965, 1966) e Shepperd (1985), as quatro submatrizes 3×3 da Eq. (7.4) são escritas como:

$$\ddot{\mathbf{O}}_{11} = f \mathbf{I} + (\mathbf{r} \quad \mathbf{v}) \begin{pmatrix} M_{21} & M_{22} \\ M_{31} & M_{32} \end{pmatrix} (\mathbf{r}_0 \quad \mathbf{v}_0)^T,$$

$$\ddot{\mathbf{O}}_{12} = g \mathbf{I} + (\mathbf{r} \quad \mathbf{v}) \begin{pmatrix} M_{22} & M_{23} \\ M_{32} & M_{33} \end{pmatrix} (\mathbf{r}_0 \quad \mathbf{v}_0)^T,$$

$$\ddot{\mathbf{O}}_{21} = \dot{f} \mathbf{I} - (\mathbf{r} \quad \mathbf{v}) \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix} (\mathbf{r}_0 \quad \mathbf{v}_0)^T,$$

$$\ddot{\mathbf{O}}_{22} = \dot{g} \mathbf{I} - (\mathbf{r} \quad \mathbf{v}) \begin{pmatrix} M_{12} & M_{13} \\ M_{22} & M_{23} \end{pmatrix} (\mathbf{r}_0 \quad \mathbf{v}_0)^T, \quad (7.5)$$

onde \mathbf{I} é a matriz identidade 3×3 , M_{ij} , $i, j = 1, 2, 3$ são as componentes de uma matriz $M_{3 \times 3}$, a qual será mostrada mais tarde, e f, g, \dot{f}, \dot{g} são calculados no próximo item.

7.2.1 Cálculo das funções f, g, \dot{f}, \dot{g}

Dados os vetores $\mathbf{r}_0, \mathbf{v}_0$ e o intervalo de propagação $\mathbf{D} = t - t_0$:

$$r_0 = \sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2}, \quad (7.6)$$

$$h_0 = x_0 \dot{x}_0 + y_0 \dot{y}_0 + z_0 \dot{z}_0, \quad (7.7)$$

$$v_0 = \sqrt{\dot{x}_0^2 + \dot{y}_0^2 + \dot{z}_0^2}, \quad (7.8)$$

$$\mathbf{a} = v_0^2 - \frac{2\mathbf{m}}{r_0}, \quad (7.9)$$

$$\frac{1}{a} = -\frac{\mathbf{a}}{\mathbf{m}}, \quad (7.10)$$

onde a é o semi-eixo maior. A anomalia excêntrica E_0 e a excentricidade e para a órbita inicial são calculadas através de:

$$e \sin E_0 = \frac{h_0}{\sqrt{\mathbf{m}a}}, \quad (7.11)$$

$$e \cos E_0 = 1 - \frac{r_0}{a}, \quad (7.12)$$

com E_0 reduzido ao intervalo de 0 a 2π . As anomalias médias para as órbitas inicial e propagadas, M_0 e M , são dadas por:

$$M_0 = E_0 - e \operatorname{sen} E_0, \quad (7.13)$$

$$n = \sqrt{\frac{\mathbf{m}}{a^3}}, \quad (7.14)$$

$$M = n\mathbf{D}t + M_0, \quad (7.15)$$

com M_0 e M reduzidas ao intervalo de 0 a 2π . A anomalia excêntrica para a órbita propagada é calculada através da equação de Kepler. A variação da anomalia excêntrica é calculada e reduzida ao intervalo de 0 a 2π por:

$$\mathbf{DE} = E - E_0, \quad 0 \leq \mathbf{DE} \leq 2\mathbf{p}. \quad (7.16)$$

As funções transcendentais s_0 , s_1 , e s_2 para uma órbita elíptica são calculadas de acordo com Goodyear (1965, 1966):

$$s_0 = \cos \mathbf{DE}, \quad (7.17)$$

$$s_1 = \sqrt{\frac{a}{\mathbf{m}}} \operatorname{sen} \mathbf{DE}, \quad (7.18)$$

$$s_2 = \frac{a}{\mathbf{m}} (1 - s_0). \quad (7.19)$$

Portanto, as funções f , g , \dot{f} , \dot{g} são calculadas por:

$$r = r_0 s_0 + h_0 s_1 + \mathbf{m}_2, \quad (7.20)$$

$$f = 1 - \frac{\mathbf{m} s_2}{r_0}, \quad (7.21)$$

$$g = r_0 s_1 + h_0 s_2, \quad (7.22)$$

$$\dot{f} = -\frac{\mathbf{m}_1}{r r_0}, \quad (7.23)$$

$$\dot{g} = 1 - \frac{\mathbf{m}_2}{r}. \quad (7.24)$$

Os vetores propagados de \mathbf{r} e \mathbf{v} são dados por:

$$\begin{aligned} \mathbf{r} &= \mathbf{r}_0 f + \mathbf{v}_0 g \\ \mathbf{v} &= \mathbf{r}_0 \dot{f} + \mathbf{v}_0 \dot{g} \end{aligned} \quad (7.25)$$

Não existe problema de singularidade e a equação de Kepler é resolvida através do método Newton-Raphson com dupla precisão. Os parâmetros orbitais a , e , i , \mathbf{W} e \mathbf{w} são constantes no movimento kepleriano e, portanto, não existe nenhum subscrito neles.

7.2.2 Cálculo da matriz $\mathbf{M}_{3 \times 3}$

Em primeiro lugar, é necessário calcular a componente secular U incluindo os efeitos de multirrevolução para o caso em que o instante de propagação de órbita \mathbf{D} seja maior do que o período orbital:

$$\mathbf{DE} = \mathbf{DE} + IFIX \left(\mathbf{D} \frac{n}{2\mathbf{p}} \right) 2\mathbf{p}, \quad (7.26)$$

$$s'_4 = \cos \mathbf{DE} - 1, \quad (7.27)$$

$$s'_5 = \text{sen} \mathbf{DE} - \mathbf{DE}, \quad (7.28)$$

$$U = s_2 \mathbf{D} + \sqrt{\left(\frac{a}{m} \right)^5} (\mathbf{DE} s'_4 - 3s'_5), \quad (7.29)$$

onde $IFIX(x)$ fornece o número inteiro truncado do argumento x e as variáveis s'_4 e s'_5 são relacionadas com as funções transcendentais de s_4 e s_5 (Goodyear, 1965, 1966).

Portanto, as componentes da matriz $\mathbf{M}_{3 \times 3}$ são dadas por:

$$\begin{aligned}
M_{11} &= \left(\frac{s_0}{rr_0} + \frac{1}{r_0^2} + \frac{1}{r^2} \right) \dot{f} - \mathbf{m}^2 \frac{U}{r^3 r_0^3}, \\
M_{12} &= \left(\frac{\dot{f}s_1}{r} + \frac{(\dot{g}-1)}{r^2} \right), \\
M_{13} &= \frac{(\dot{g}-1)s_1}{r} - \mathbf{m} \frac{U}{r^3}, \\
M_{21} &= - \left(\frac{\dot{f}s_1}{r_0} + \frac{(f-1)}{r_0^2} \right), \\
M_{22} &= -\dot{f} s_2, \\
M_{23} &= -(\dot{g}-1) s_2, \\
M_{31} &= \frac{(f-1)s_1}{r_0} - \mathbf{m} \frac{U}{r_0^3}, \\
M_{32} &= (f-1)s_2, \\
M_{33} &= gs_2 - U.
\end{aligned} \tag{7.30}$$

7.2.3 Propriedade da matriz de transição

A matriz inversa \mathbf{F}^I , que propaga do instante t para t_0 , é dada por:

$$\mathbf{\ddot{O}}^{-1} = \begin{pmatrix} \mathbf{\ddot{O}}_{22}^T & -\mathbf{\ddot{O}}_{12}^T \\ -\mathbf{\ddot{O}}_{21}^T & \mathbf{\ddot{O}}_{11}^T \end{pmatrix}, \tag{7.31}$$

que resulta da natureza canônica das equações originais (Danby, 1964 e Battin, 1964).

7.3 MÉTODO DE MARKLEY

O método de Markley usa dois estados (um no instante t_{k-1} e outro no instante t_k) e calcula a matriz de transição entre eles utilizando $\mathbf{m}J_2$, \mathbf{D} , r_e e os dois estados. Neste caso, o efeito do achatamento da Terra é o fator mais influente no processo. O método

de Markley consiste em fazer uma aproximação da matriz de transição baseada na expansão da série de Taylor para pequenos intervalos de propagação \mathbf{D} . Entretanto, este método é usado somente para propagar a posição e a velocidade do receptor e pode ser utilizado por qualquer tipo de órbita. Suas equações são simples e fáceis de serem calculadas.

Para as forças independentes da velocidade, a matriz de transição obedece a equação diferencial:

$$\frac{d\ddot{\mathbf{O}}(t, t_0)}{dt} = \mathbf{A}_1(t) \ddot{\mathbf{O}}(t, t_0) = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ \mathbf{G}(t) & \mathbf{0} \end{bmatrix} \ddot{\mathbf{O}}(t, t_0), \quad (7.32)$$

onde $\ddot{\mathbf{O}}(t_0, t_0) \equiv \mathbf{I}$ é a condição inicial, $\mathbf{r} = (x \ y \ z)$ e $\mathbf{v} = (\dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z})$ são as coordenadas cartesianas no instante t ; \mathbf{r}_0 e \mathbf{v}_0 são as coordenadas cartesianas no instante t_0 ; $\mathbf{0} \equiv$ a matriz 3×3 de zeros; $\mathbf{I} \equiv$ a matriz identidade 3×3 ; $\mathbf{G}(t) \equiv \frac{\partial \mathbf{a}(\mathbf{r}, t)}{\partial \mathbf{r}} \equiv$ a matriz gradiente; e $\mathbf{a}(\mathbf{r}, t) =$ aceleração do satélite.

Sucessivas diferenciações da Eq. (7.32), seguidas pela substituição da Eq. (7.32) dado que a derivada da matriz de transição é

$$\frac{d^i \ddot{\mathbf{O}}}{dt^i} = \mathbf{A}_i(t) \ddot{\mathbf{O}}(t, t_0), \quad (7.33)$$

onde

$$\mathbf{A}_i(t) = \dot{\mathbf{A}}_{i-1}(t) + \mathbf{A}_{i-1}(t) \mathbf{A}_1(t), \quad (7.34)$$

o ponto representa a derivada em relação ao tempo. Desenvolvendo $\mathbf{F}(t, t_0)$ em série de Taylor para $t = t_0$ usando as matrizes $\mathbf{A}_i(t_0)$ para $i = 1, \dots, 4$ e a condição inicial de

$\ddot{\mathbf{O}}(t_0, t_0) \equiv \mathbf{I}$, a matriz de transição para a posição e a velocidade obtida após algumas simplificações é dada por (Markley, 1986):

$$\ddot{\mathbf{O}}(t, t_0) \approx \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{O}}_{rr} & \ddot{\mathbf{O}}_{rv} \\ \ddot{\mathbf{O}}_{vr} & \ddot{\mathbf{O}}_{vv} \end{bmatrix}_{6 \times 6}, \quad (7.35)$$

onde

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{O}}_{rr} &\equiv \dot{\mathbf{E}} + (2\mathbf{G}_0 + \mathbf{G}) \frac{(\mathbf{D})^2}{6}, \\ \ddot{\mathbf{O}}_{rv} &\equiv \mathbf{I}\mathbf{D} + (\mathbf{G}_0 + \mathbf{G}) \frac{(\mathbf{D})^3}{12}, \\ \ddot{\mathbf{O}}_{vr} &\equiv (\mathbf{G}_0 + \mathbf{G}) \frac{(\mathbf{D})}{2}, \\ \ddot{\mathbf{O}}_{vv} &\equiv \mathbf{I} + (\mathbf{G}_0 + 2\mathbf{G}) \frac{(\mathbf{D})^2}{6}, \end{aligned} \quad (7.36)$$

onde $\mathbf{D} \equiv \mathbf{o}_{t-t_0}$ e $\mathbf{G}_0 \equiv \mathbf{o}\mathbf{G}(t_0)$.

O cálculo destas matrizes não apresenta problemas desde que a matriz gradiente no final do intervalo de propagação seja uma função do estado cartesiano final, o qual deve ser calculado para o processamento de dados e está disponível sem nenhum custo extra. A matriz \mathbf{G} e, portanto, $\ddot{\mathbf{O}}_{rr}, \ddot{\mathbf{O}}_{rv}, \ddot{\mathbf{O}}_{vr}, \ddot{\mathbf{O}}_{vv}$ são simétricas se a perturbação considerada é devida a um potencial. A matriz gradiente \mathbf{G} incluindo somente a força central e o efeito do J_2 é dada por:

$$\mathbf{G}(t) = \frac{\partial \mathbf{a}(r,t)}{\partial \mathbf{r}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial a_x}{\partial x} & \frac{\partial a_x}{\partial y} & \frac{\partial a_x}{\partial z} \\ \frac{\partial a_y}{\partial x} & \frac{\partial a_y}{\partial y} & \frac{\partial a_y}{\partial z} \\ \frac{\partial a_z}{\partial x} & \frac{\partial a_z}{\partial y} & \frac{\partial a_z}{\partial z} \end{bmatrix}. \quad (7.37)$$

As acelerações devidas ao achatamento da Terra são dadas por:

$$\begin{aligned} a_x &= \frac{-\mathbf{m}}{r^3} \left[1 + \frac{3 J_2 r_e^2}{2 r^2} \left(1 - \frac{5z^2}{r^2} \right) \right], \\ a_y &= \frac{y}{x} a_x, \\ a_z &= \frac{-\mathbf{m}}{r^3} \left[1 + \frac{3 J_2 r_e^2}{2 r^2} \left(3 - \frac{5z^2}{r^2} \right) \right]. \end{aligned} \quad (7.38)$$

As derivadas parciais são dadas por (Kuga, 1982):

$$\begin{aligned} \frac{\partial a_x}{\partial x} &= \frac{\mathbf{m}}{r^5} \left[3x^2 - r^2 - \frac{3 J_2 r_e^2}{2} + \frac{15 J_2 r_e^2}{2 r^2} (x^2 + z^2) - \frac{105 J_2 r_e^2}{2 r^4} x^2 z^2 \right], \\ \frac{\partial a_x}{\partial y} &= \frac{3\mathbf{m}y}{r^5} \left[1 + \frac{5 J_2 r_e^2}{2 r^2} - \frac{35 J_2 r_e^2}{2 r^4} z^2 \right], \\ \frac{\partial a_x}{\partial z} &= \frac{3\mathbf{m}z}{r^5} \left[1 + \frac{15 J_2 r_e^2}{2 r^2} - \frac{35 J_2 r_e^2}{2 r^4} z^2 \right], \\ \frac{\partial a_y}{\partial x} &= \frac{\partial a_x}{\partial y}, \\ \frac{\partial a_y}{\partial y} &= \frac{y}{x} \frac{\partial a_x}{\partial y} + \frac{a_x}{x}, \\ \frac{\partial a_y}{\partial z} &= \frac{y}{x} \frac{\partial a_x}{\partial z}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial a_z}{\partial x} &= \frac{\partial a_x}{\partial z}, \\ \frac{\partial a_z}{\partial y} &= \frac{\partial a_y}{\partial z}, \\ \frac{\partial a_z}{\partial z} &= \frac{\mathbf{m}}{r^5} \left[-r^2 + 3 \left(z^2 - \frac{3}{2} J_2 r_e^2 + 15 \frac{J_2 r_e^2}{r^2} z^2 - \frac{35}{2} \frac{J_2 r_e^2}{r^4} z^4 \right) \right].\end{aligned}\quad (7.39)$$

7.4 ANÁLISE DOS MÉTODOS

Foi implementado um programa, em linguagem Fortran 77 em um PC Pentium II 300Hz MMX 64MB, utilizando os dois métodos descritos nos Itens (7.2) e (7.3) para o cálculo da matriz de transição. Além disto, foi implementado o integrador numérico Runge-Kutta de passo variável de oitava ordem (RK78) para integrar, simultaneamente, os vetores posição e velocidade e a matriz de transição considerando, em ambos, o movimento kepleriano com o efeito do achatamento da Terra, J_2 . A matriz de transição gerada pelo integrador numérico será usada como referência para comparar os dois métodos.

Para comparar a precisão dos dois métodos, define-se o erro relativo global como (Kuga, 1986):

$$\mathbf{e}_{Global} = \frac{1}{36} \sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^6 \left| \frac{(\ddot{\mathbf{O}}_{ij} - \bar{\mathbf{O}}_{ij})}{\bar{\mathbf{O}}_{ij}} \right|, \quad (7.40)$$

onde $\bar{\mathbf{O}}_{ij}$ é a componente i,j da matriz de transição calculada pelo integrador numérico e considerada como referência e $\ddot{\mathbf{O}}_{ij}$ é a componente i,j da matriz de transição calculada por um dos dois métodos.

O primeiro método, descrito no Item (7.2), considera o movimento kepleriano puro. O segundo método, descrito no Item (7.3), considera movimento kepleriano puro mais o

efeito do J_2 . Um dia inteiro de integração foi dividido em intervalos de 1 a 60 segundos, que geram de 86.400 a 1.440 passos, respectivamente, como mostra a Tabela 7.1. O tempo de processamento total para cada método é mostrado na Tabela 7.1 e depende do algoritmo, da máquina e do programador, mas servem para ilustrar e auxiliar na obtenção de algumas conclusões. Observa-se que o tempo de CPU em qualquer intervalo de integração e para qualquer método é muito pequeno. O primeiro método é ligeiramente mais rápido que o segundo para passos pequenos, como 1 e 10 segundos.

Para analisar a precisão dos dois métodos, foram feitas seis comparações, considerando duas órbitas dadas, uma circular e uma elíptica. A órbita circular utilizada foi a do satélite T/P. O Apêndice D mostra mais detalhes sobre este satélite. A órbita elíptica usada foi a do tipo Molniya. A matriz de transição gerada por cada um dos métodos foi comparada com o integrador RK78. Lembrando que a comparação foi feita para apenas estes dois tipos de órbitas, casos em que, devido a altitude, a aproximação kepleriana para a matriz de transição já seja, de antemão, sabidamente razoável. O segundo método levará sempre desvantagem se Δt for grande, pois é uma aproximação numérica local. Todos os testes foram realizados para um dia completo. Os dados destas duas órbitas estão expostos na Tabela 7.2. Além disto, o integrador RK4 foi implementado incluindo o J_2 e a matriz de transição gerada por ele foi comparada com a do RK78. Os resultados das três comparações para o caso da órbita circular estão expostos na Tabela 7.3 e os resultados para o caso da órbita elíptica estão expostos na Tabela 7.4.

Os dados do satélite T/P são do dia 21 de janeiro de 1994 à 0 h UTC, extraídos de Shapiro (1998). Os dados do Molniya foram extraídos de Markley (1986). Observa-se que a órbita do Molniya é altamente excêntrica e a inclinação é crítica.

TABELA 7.1 – TEMPO DE PROCESSAMENTO PARA O CÁLCULO ANALÍTICO
DA MATRIZ DE TRANSIÇÃO

		Tempo de CPU (s)	
Dt (s)	Passos	Kepleriano	J ₂
1	86.400	19,8	26,2
10	8.640	2,1	2,7
30	2.880	0,7	0,9
60	1.440	0,4	0,4

TABELA 7.2 - ELEMENTOS KEPLERIANOS DAS ÓRBITAS USADAS

PARÂMETRO	TOPEX/Poseidon (T/P)	MOLNIYA
Semi-eixo maior	7714423,46 m	26563000,0 m
Excentricidade	$1,13458 \times 10^{-4}$	0,75
Inclinação	66,039°	63,435°
Longitude do nodo	236,72°	0,0°
Argumento do perigeu	102,83°	270,0°
Anomalia média	153,54°	0,0°

TABELA 7.3 - COMPARAÇÃO PARA UMA ÓRBITA CIRCULAR

Dt (s)	Erro Global		
	Kepleriano	J ₂	RK4
1	$3,7 \times 10^{-3} \pm 6,0 \times 10^{-3}$	$1,2 \times 10^{-6} \pm 1,3 \times 10^{-5}$	$6,3 \times 10^{-8} \pm 8,9 \times 10^{-7}$
10	$3,8 \times 10^{-3} \pm 8,3 \times 10^{-3}$	$1,0 \times 10^{-4} \pm 5,4 \times 10^{-4}$	$5,0 \times 10^{-6} \pm 4,0 \times 10^{-5}$
30	$3,9 \times 10^{-3} \pm 9,5 \times 10^{-3}$	$7,6 \times 10^{-4} \pm 2,1 \times 10^{-3}$	$3,5 \times 10^{-5} \pm 1,4 \times 10^{-4}$
60	$3,6 \times 10^{-3} \pm 4,9 \times 10^{-3}$	$2,7 \times 10^{-3} \pm 5,5 \times 10^{-3}$	$1,3 \times 10^{-4} \pm 4,0 \times 10^{-4}$
300	$3,2 \times 10^{-3} \pm 1,7 \times 10^{-3}$	$6,6 \times 10^{-2} \pm 1,1 \times 10^{-1}$	$3,8 \times 10^{-3} \pm 8,2 \times 10^{-3}$
600	$3,1 \times 10^{-3} \pm 1,4 \times 10^{-3}$	$2,3 \times 10^{-1} \pm 2,3 \times 10^{-1}$	$2,1 \times 10^{-2} \pm 2,5 \times 10^{-2}$

TABELA 7.4 - COMPARAÇÃO PARA UMA ÓRBITA ELÍPTICA

Dt (s)	Erro Global		
	Kepleriano	J ₂	RK4
1	$3,7 \times 10^{-4} \pm 9,8 \times 10^{-4}$	$8,8 \times 10^{-7} \pm 2,3 \times 10^{-5}$	$6,2 \times 10^{-8} \pm 1,7 \times 10^{-6}$
10	$3,6 \times 10^{-4} \pm 8,2 \times 10^{-4}$	$5,7 \times 10^{-5} \pm 1,1 \times 10^{-3}$	$4,0 \times 10^{-6} \pm 7,6 \times 10^{-6}$
30	$3,5 \times 10^{-4} \pm 7,4 \times 10^{-4}$	$2,4 \times 10^{-4} \pm 2,7 \times 10^{-3}$	$1,7 \times 10^{-5} \pm 1,9 \times 10^{-4}$
60	$3,4 \times 10^{-4} \pm 6,9 \times 10^{-4}$	$5,1 \times 10^{-4} \pm 3,1 \times 10^{-3}$	$3,6 \times 10^{-5} \pm 2,3 \times 10^{-4}$
300	$2,7 \times 10^{-4} \pm 3,8 \times 10^{-4}$	$1,5 \times 10^{-2} \pm 2,3 \times 10^{-1}$	$1,6 \times 10^{-3} \pm 1,3 \times 10^{-2}$
600	$3,5 \times 10^{-4} \pm 6,7 \times 10^{-4}$	$4,3 \times 10^{-2} \pm 1,9 \times 10^{-1}$	$4,6 \times 10^{-3} \pm 1,9 \times 10^{-2}$

7.5 CONCLUSÃO

O objetivo deste capítulo foi escolher o melhor método para calcular a matriz de transição que será utilizada para propagar a matriz de covariância da posição e da velocidade do estimador. Os métodos foram avaliados de acordo com a precisão, tempo de processamento e facilidade de manuseio das equações, para dois tipos de órbita. O tempo de processamento do segundo método (Markley) é cerca de 30% maior do que o primeiro (kepleriano), porém esta diferença não é grande o suficiente para interferir na determinação de órbita. O segundo método é mais preciso para intervalos menores, como $D = 1$ e 10 s, para qualquer uma das órbitas. Para outros intervalos de propagação, o primeiro método demonstrou-se mais estável mantendo a mesma precisão em todos os casos, para os tipos de órbitas consideradas. As equações do segundo método são mais fáceis de serem manuseadas, isto é, é possível incluir facilmente mais perturbações neste método; enquanto, no primeiro método não é possível. O segundo método não possui nenhuma singularidade e nenhuma restrição quanto ao tipo de órbita; enquanto, o primeiro é otimizado para as órbitas elípticas (não parabólicas e não-hiperbólicas), tornando-se mais preciso para este tipo de órbita. No segundo método é feita uma aproximação da série de Taylor, enquanto no primeiro é uma solução analítica para o movimento kepleriano. Portanto, para pequenos intervalos de tempo (1 ou 10 s) e quando se deseja melhor precisão, recomenda-se utilizar o segundo método, isto é, aquele que considera o efeito do achatamento da Terra, desde que o tempo de CPU não

sobrecarregue o computador na determinação de órbita a bordo. Para intervalos de tempo maiores e quando deseja-se maior estabilidade no cálculo, recomenda-se o primeiro método, isto é, aquele que considera o movimento kepleriano puro. No Capítulo 10 será feita a escolha do passo de integração que está vinculada à escolha do método para calcular a matriz de transição.

CAPÍTULO 8

DESCRIÇÃO DOS DADOS

Para analisar o algoritmo desenvolvido neste trabalho, foi usado o conjunto de dados do satélite T/P, por este ter um receptor GPS de duas frequências a bordo. O receptor GPS foi colocado a bordo, experimentalmente, para testar a habilidade do GPS para fornecer determinação de órbita precisa (*Precise Orbit Determination* - POD). Consulte o Apêndice D para maiores detalhes sobre este satélite.

Além disso, os dados deste satélite são facilmente encontrados na Internet (Shapiro, 1998). Estes dados consistem em dados de observação em formato RINEX, solução de navegação em formato SP3 e os arquivos POE. Os dados dos satélites GPS também são facilmente encontrados na Internet (Noll, 1998). Estes dados consistem na mensagem de navegação em formato RINEX e nos arquivos POE. No Apêndice A, estes formatos estão mais detalhados.

8.1 DADOS USADOS

Os conjuntos de dados do satélite T/P, que foram utilizados neste trabalho, estão expostos na Tabela 8.1. Somente para estas datas foram encontrados todos os arquivos completos e necessários para analisar o algoritmo. Inúmeras tentativas de obter outros conjuntos de dados deste satélite, incluindo dados mais recentes, foram feitas sem sucesso. Estas tentativas foram feitas através de e-mails enviados aos responsáveis pela divulgação dos dados e acessos a inúmeras páginas na Internet.

No período de 17/11/1993 12:00:00 UTC a 19/11/1993 00:00:00 UTC, os satélites GPS encontravam-se com a SA desativada. Segundo Binning (1997b), a SA estava desativada para 18 dos 25 satélites GPS. Eram: dois satélites do bloco I [PRNs 3, 13], 6 do bloco II [PRNs 14,15, 16, 17, 20, 21], 10 do bloco II-A [PRNs 1, 5, 7, 9, 22, 23, 2, 26, 28, 31]. Isto permite que os usuários civis tenham acesso às medidas GPS mais

precisas. Ao mesmo tempo, a constelação não estava completamente em operação e, portanto, o A-S também estava desligado, permitindo aos usuários receberem dados limpos em ambas as frequências L1 e L2. Os dados de janeiro também estavam com A-S desligado, porém com SA ativada.

TABELA 8.1 - RESUMO DOS DADOS USADOS

DATAS USADAS	SA	A-S
18 de novembro de 1993	desativada	desligado
19 de novembro de 1993	desativada	desligado
20 de novembro de 1993	ativada	desligado
03 de janeiro de 1994	ativada	desligado
04 de janeiro de 1994	ativada	desligado
05 de janeiro de 1994	ativada	desligado
21 de janeiro de 1994	ativada	desligado
22 de janeiro de 1994	ativada	desligado

8.1.1 Arquivo POE - Arquivo de referência

O *Topex/Poseidon Precision Orbit Determination Production* (PODPS) foi desenvolvido pela *Goddard Space Flight Center* (NASA/GSFC) e designado para produzir as efemérides da órbita (POE) de maneira precisa, consistente e oportuna. Cada POE tem 10 dias de comprimento e é calculado dentro de 25 dias de trabalho do fim do ciclo. A órbita do satélite é calculada através de mínimos quadrados dos resíduos de rastreamento usando um modelo preciso para a órbita e os dados de rastreamento do satélite (Putney et al., 1993).

O POE é determinado pelos dados de rastreamento do SLR e do DORIS importados do *Crustal Dynamics Data Information System* (CDDIS/GSFC) e do *Centre National d'Etudes Spatiales* (CNES), respectivamente. Fornece a posição do T/P com precisão de 15 cm. A posição e a velocidade do satélite T/P estão em tempo UTC e com um incremento de um minuto nos sistemas ToD e EF. Veja o Apêndice B sobre o sistema

de coordenadas. A posição e a velocidade estimadas, em ToD, neste trabalho, são comparadas com a posição e a velocidade do arquivo T/P-POE no mesmo sistema.

8.1.2 Arquivo de observação

Este arquivo é fornecido pelo *GPS Data Processing Facility* do JPL. As medidas GPS fornecidas pelo receptor a bordo do satélite T/P são: fase da portadora e pseudo-distância em ambas frequências, quando o A-S está desligado. No máximo, seis satélites GPS são rastreados pelo receptor a bordo do T/P. Além disto, o receptor fornece a solução de navegação.

As medidas de pseudo-distância GPS, em metros, são fornecidas de 10 em 10 segundos no tempo GPS em formato RINEX. De acordo com *International Earth Rotation Service* (IERS), a diferença entre os tempos UTC e GPS é de 9 segundos para as datas usadas neste trabalho (IERS, 1995).

8.1.3 Arquivo de navegação transmitido

Este arquivo é fornecido pelo CDDIS/GSFC. Os arquivos de navegação transmitidos fornecem as efemérides dos satélites GPS com precisão de 5 a 100 m com SA ativa. Para SA desativada, a precisão é de 5 a 10 m ou melhor (Hofmann-Wellenhof et al., 1994). Os dados são enviados no sistema WGS-84 e no tempo GPS no formato RINEX. Consulte o Apêndice B para maiores detalhes. Com estes dados, é possível calcular as coordenadas cartesianas dos satélites GPS através de um algoritmo, como foi citado no Capítulo 5.

8.2 CONDIÇÃO INICIAL

As condições iniciais para a posição e a velocidade usadas para todos os testes são retiradas dos arquivos POE do satélite T/P.

CAPÍTULO 9

MODELAGEM DE FORÇAS E ANÁLISE DE DESEMPENHO COMPUTACIONAL

O objetivo deste capítulo é analisar o modelo de forças adequado às necessidades deste trabalho. Como foi exposto no Capítulo 4, as perturbações orbitais consideradas neste trabalho foram as devidas ao geopotencial. Basicamente, o geopotencial é modelado por uma série infinita, função dos polinômios de Legendre e de coeficientes dos harmônicos esféricos. Cabe aqui, verificar e analisar o grau e a ordem dos coeficientes harmônicos a serem considerados, de forma a ponderar precisão com custo computacional.

O integrador numérico adotado neste trabalho é o método simples de Runge-Kutta de passo fixo de quarta ordem (RK4). Neste capítulo será verificada e analisada a dimensão do passo de integração, também ponderando precisão com custo computacional.

A escolha do passo de integração deve estar de acordo com o método escolhido para integração da matriz de transição, analisado no Capítulo 7. O tamanho de passo deve ser o mesmo para os dois métodos de cálculo da matriz de transição. Na prática, deve-se levar em conta que o receptor GPS fornece medidas de observação a cada 10 segundos, como no caso do satélite T/P.

A seguir será feita a análise sobre o impacto em termos de precisão, do modelo de forças e do passo de integração.

9.1 ANÁLISE DO MODELO DE FORÇAS

Para analisar o modelo de forças a ser utilizado neste trabalho, a órbita do satélite T/P foi integrada usando o integrador numérico RK4, considerando diferentes truncamentos de grau e ordem dos coeficientes harmônicos, como mostra a Tabela 9.1. O tamanho do passo de integração foi de 1 segundo, isto é, $\Delta t = 1$ s. A posição, a cada um minuto, foi

comparada com a posição fornecido pelo POE/JPL, usado como referência em todos os casos. A Tabela 9.1 mostra a diferença D_r , em metros, entre a posição propagada pelo RK4 e a posição gerada pelo POE depois de 1, 12 e 24 horas.

TABELA 9.1 – PRECISÃO NO TRUNCAMENTO DO GRAU E ORDEM DOS COEFICIENTES HARMÔNICOS

Casos	Dr após 1 h (m)	Dr após 12h (m)	Dr após 24h (m)	CPU (s)
J₂	373,5	1745,5	2537,8	3,5
4 × 4	29,1	810,2	2050,7	5,8
10 × 10	24,9	190,9	331,1	9,5
15 × 15	7,3	70,6	114,8	21,1
20 × 20	9,5	75,3	137,5	37,3
25 × 25	8,6	70,9	136,8	60,0
50 × 50	8,4	70,3	133,8	331,2

Analisando a Tabela 9.1, pode-se verificar que os casos J₂ e 4×4 não fornecem boa precisão, apesar do rápido processamento computacional. Os casos 20×20, 25×25 e 50×50 fornecem boa precisão, mas com alto custo computacional. Além disto, a partir do caso 15×15, não existe melhora relativa da precisão da posição propagada. Os casos 10×10 e 15×15 fornecem melhor precisão para o objetivo deste trabalho. O custo computacional do caso 15×15 é 45% maior que o caso 10×10, porém ainda aceitável para determinação de órbita a bordo.

Portanto, os casos 10×10 e 15×15 serão analisados com relação ao tamanho do passo de integração no próximo item.

9.2 ESCOLHA DO PASSO DE INTEGRAÇÃO

Para analisar a magnitude do passo de integração a ser adotada, a posição foi propagada usando o RK4 considerando diferentes valores, como mostra a Tabela 9.2. Nos dois casos, a posição foi comparada com a posição fornecida pelo POE/JPL a cada um minuto. A Tabela 9.2 mostra a diferença D , em metros, entre o vetor posição propagado pelo RK4 e o vetor posição do POE, após a integração da órbita por um período de 24 horas, e o tempo de CPU para cada caso.

TABELA 9.2 - COMPARAÇÃO EM RELAÇÃO AO TAMANHO DO PASSO DE INTEGRAÇÃO

	10´ 10		15´ 15	
D (s)	D (m)	CPU (s)	D (m)	CPU (s)
1	331,1	9,5	114,8	21,1
10	331,5	2,2	113,9	3,9
30	353,9	0,9	137,8	1,5
60	1027,7	0,6	814,0	0,8
90	5311,7	0,4	5100,4	0,6

Para o passo $D = 1$ s, houve aumento do consumo do tempo de processamento sem significativa melhoria de precisão. Para $D = 10$ s, houve boa precisão e custo computacional aceitável. Para $D = 30$ s, o tempo de processamento reduziu pela metade sem grandes mudanças na precisão. Para $D = 60$ e 90 s, a precisão foi degradada.

Com relação ao tamanho do passo para integrar a matriz de transição, como mostra o estudo nas Tabelas 7.3 e 7.4, os melhores D 's adequados são os de 10 e 30 segundos.

9.3 CONCLUSÃO

O truncamento dos graus e das ordens dos coeficientes harmônicos que resultaram em precisão com baixo custo computacional foram os truncamentos 10×10 e 15×15 . As magnitudes do passo de integração, com melhor precisão e baixo custo computacional para integrar tanto a matriz de transição quanto o estado, foram as correspondentes de 10 e 30 segundos. Usando um destes intervalos de integração, o erro devido ao modelo de forças é aceitável para o objetivo deste trabalho. Portanto, estes quatro casos (combinando o modelo de forças com o tamanho do passo) devem ser recomendados para utilização no programa computacional para determinação de órbita a bordo usando GPS.

CAPÍTULO 10

DETERMINAÇÃO DE ÓRBITA

Este capítulo tem como objetivo analisar e validar o algoritmo proposto nos capítulos anteriores. O algoritmo foi implementado em linguagem Fortran 77 com dupla precisão em um PC Pentium II 300Hz MMX 64MB. Os resultados desta implementação são apresentados.

10.1 CONDIÇÃO INICIAL

Os testes foram realizados com as condições iniciais de filtragem expostas na Tabela 10.1, onde σ representa o desvio padrão. Estes valores foram obtidos através de testes até o filtro convergir. Estes valores foram conservados ao longo de todos os testes realizados neste capítulo.

Na Tabela 10.2 são expostas as condições iniciais das coordenadas de posição e velocidade, para todos os dias de testes. As coordenadas da posição e velocidade estão no sistema inercial ToD em metros e metros/segundos, respectivamente, e no instante 0h UTC do respectivo dia. Estes dados foram extraídos dos arquivos POE do satélite T/P. Na primeira passagem de determinação de órbita, a condição inicial é propagada pelo RK4 até o primeiro instante de observação, que consiste, em todos os casos, em cerca de 1 s (ou 10 s no tempo GPS sem correção de tempo).

Para o dia 18/11/1993, foi usado um arquivo de observação completamente bruto; isto é, medidas negativas. Enquanto para os outros dias, os arquivos de observação já possuíam um valor adicionado (ou corrigido) devido ao relógio, mas, mesmo assim, estes arquivos são considerados brutos.

TABELA 10.1 - CONDIÇÕES INICIAIS DO FILTRO

Parâmetro	Símbolo	Valores iniciais
s^2 da posição (m) ²	P_r	(1.000) ²
s^2 da velocidade (m/s) ²	P_v	(10) ²
s^2 da tendência (m) ²	P_b	(1.000) ²
s^2 da deriva (m/s) ²	$P_{\dot{b}}$	(10) ²
s^2 da taxa de deriva (m/s ²) ²	$P_{\ddot{b}}$	(1 × 10 ⁻⁸) ²
s^2 do ruído da posição (m) ²	Q_r	(0,5) ²
s^2 do ruído da velocidade (m/s) ²	Q_v	(0,0005) ²
s^2 do ruído da tendência (m) ²	Q_b	(0,5) ²
s^2 do ruído da deriva (m/s) ²	$Q_{\dot{b}}$	(0,0005) ²
s^2 do ruído da taxa de deriva (m/s ²) ²	$Q_{\ddot{b}}$	(1 × 10 ⁻¹⁰) ²
s^2 da medida (m) ²	R	(100) ²

TABELA 10.2 - CONDIÇÃO INICIAL DAS COORDENADAS DE POSIÇÃO E VELOCIDADE PARA TODOS OS DIAS

	18/11/93	19/11/93	20/11/93	03/01/94	04/01/94	05/01/94	21/01/94	22/01/94
x_{ToD} (m)	7617552,5	2973502,7	-5631286,7	2986869,5	-217015,8	-3067866,8	-1550490,1	4104869,6
y_{ToD} (m)	1232455,5	-2580522,1	-2594791,0	-3635672,6	-7636491,7	-1596059,1	3190760,7	6473964,6
z_{ToD} (m)	-142175,8	-6636205,8	-4594350,8	6114709,1	-1097909,7	-6897848,4	-6852507,1	-8945950,6
\dot{x}_{ToD} (m/s)	-346,962	6572,891	4874,056	1000,011	2919,699	5984,190	-4404,241	-2888,101
\dot{y}_{ToD} (m/s)	2899,670	1868,197	-1752,634	6321,226	-1016,042	-7028,304	-5460,425	9311,136
\dot{z}_{ToD} (m/s)	6568,245	2217,053	-4981,358	3266,908	6489,203	1358,974	-1545,294	-6516,458
b (m)	-3620027,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
\dot{b} (m/s)	-13,937	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
\ddot{b} (m/s ²)	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0

10.2 ESCOLHA DO MODELO APROPRIADO

Para obter a melhor precisão possível na determinação de órbita de satélites artificiais em tempo real e a bordo utilizando medidas GPS de uma frequência, vários testes foram realizados variando o modelo da dinâmica e da medida, o intervalo de integração e o método de integração da matriz de transição. A principal diferença entre estes testes e os outros realizados nos capítulos anteriores é que, neste caso, os testes são realizados considerando todo o algoritmo de determinação da órbita. Estes testes foram realizados com o objetivo de analisar a influência destas variações de modelagem na determinação de órbita.

Com relação ao modelo da dinâmica, dois testes foram realizados: o vetor de estado foi propagado considerando perturbações devidas ao geopotencial até 10° e 15° graus e ordens dos coeficientes harmônicos. Com relação ao modelo de medida, dois testes foram realizados: corrigindo ou não o efeito ionosférico nas medidas. Além disto, foram realizados testes variando o intervalo de integração de 10 e 30 segundos e testes variando os métodos do cálculo da matriz de transição expostos no Capítulo 7.

A Tabela 10.3 mostra o cenário criado para cada teste inicial. Na Tabela 10.4 são expostos os erros estatísticos para variação do modelo de dinâmica, do intervalo de integração e do método de cálculo da matriz de transição na determinação de órbita.

Os dias de testes foram escolhidos aleatoriamente. Observando a Tabela 10.4, verificou-se que não houve melhora significativa em precisão variando o modelo de dinâmica e o método de cálculo da matriz de transição. Variando o intervalo de tempo de integração, a precisão em posição melhorou em torno de 2,3 m. Analisando em conjunto as Tabelas 7.3 e 7.4, que analisam o método de cálculo da matriz de transição para cada intervalo de integração, pode-se usar o $\Delta t = 30$ s na determinação de órbita. Portanto, o modelo considerado no caso 3, que considera JGM-2 10×10 , $\Delta t = 30$ s e kepleriano, fornece a melhor precisão em posição e em velocidade com menor gasto computacional.

Considerado o modelo do caso 3 como modelo ótimo, os resultados dos testes para o modelo que considera a correção ionosférica na medida estão expostos na Tabela 10.5. O modelo usado para corrigir o efeito ionosférico foi o modelo de duas frequências. Observa-se nesta tabela que não houve nenhuma melhora na precisão em posição e em velocidade, como era esperado de acordo a análise apresentada no Capítulo 6.

TABELA 10.3 - CENÁRIO DOS TESTES INICIAIS

Caso	Modelo de dinâmica	Dt (s)	Matriz de transição
1	JGM-2 10×10	10	kepleriano
2	JGM-2 15×15	10	kepleriano
3	JGM-2 10×10	30	kepleriano
4	JGM-2 15×15	30	kepleriano
5	JGM-2 10×10	10	J ₂
6	JGM-2 15×15	10	J ₂
7	JGM-2 15×15	30	J ₂
8	JGM-2 15×15	30	J ₂

10.3 RESULTADOS FINAIS DA DETERMINAÇÃO DE ÓRBITA

De acordo com os testes realizados no Item 10.2, o cenário para todos os dias de testes da determinação de órbita é dado por: vetor de estado é propagado considerando perturbações devidas ao geopotencial até 10^o graus e ordem dos coeficientes harmônicos; o modelo de medida não leva em conta a correção ionosférica e somente considera as correções dos relógios do receptor e dos satélites; o método de cálculo da matriz de transição considera somente o movimento kepleriano puro; e o intervalo de integração é de 30 segundos. O cenário dos testes finais está exposto na Tabela 10.6.

TABELA 10.4 - ERROS ESTATÍSTICOS PARA VARIAÇÃO DO MODELO

Caso	Dia					
	18/11/93 - SA desativada			21/01/00 - SA ativada		
	Dr (m)	Dv (m/s)	Resíduo (m)	Dr (m)	Dv (m/s)	Resíduo (m)
1	18,1 ± 8,0	0,02 ± 0,009	0,1 ± 12,3	24,7 ± 11,3	0,03 ± 0,04	0,02 ± 23,0
2	18,1 ± 8,0	0,02 ± 0,009	0,1 ± 12,3	24,5 ± 11,3	0,03 ± 0,04	0,02 ± 23,0
3	15,8 ± 7,0	0,02 ± 0,007	0,1 ± 13,1	19,5 ± 8,5	0,02 ± 0,04	-0,007 ± 23,9
4	15,7 ± 7,1	0,02 ± 0,007	0,1 ± 13,1	19,1 ± 8,5	0,02 ± 0,04	-0,008 ± 23,9
5	18,1 ± 8,0	0,02 ± 0,009	0,1 ± 12,3	24,6 ± 11,3	0,03 ± 0,04	0,02 ± 23,0
6	18,1 ± 8,0	0,02 ± 0,009	0,1 ± 12,3	24,5 ± 11,3	0,03 ± 0,04	0,02 ± 23,0
7	15,8 ± 7,0	0,02 ± 0,007	0,1 ± 13,1	19,5 ± 8,5	0,02 ± 0,04	-0,007 ± 23,9
8	15,7 ± 7,1	0,02 ± 0,007	0,1 ± 13,1	19,1 ± 8,5	0,02 ± 0,04	-0,007 ± 23,9

TABELA 10.5 - ERROS ESTATÍSTICOS COM E SEM CORREÇÃO IONOSFÉRICA

Caso	Dia					
	18/11/93 - SA desativada			21/01/00 - SA ativada		
	Dr (m)	Dv (m/s)	Resíduo (m)	Dr (m)	Dv (m/s)	Resíduo (m)
com	15,8 ± 7,0	0,02 ± 0,007	0,1 ± 13,1	19,5 ± 8,5	0,02 ± 0,04	-0,004 ± 23,9
sem	15,8 ± 7,0	0,02 ± 0,007	0,1 ± 13,1	19,5 ± 8,5	0,02 ± 0,04	-0,007 ± 23,9

TABELA 10.6 - CENÁRIO DOS TESTES FINAIS

Modelo de forças	JGM-2 10×10
Correção ionosférica	não
Matriz de transição	kepleriana
Controle do processamento de medidas	3σ
Intervalo de propagação	30 s
Estimador de estado	Filtro de Kalman estendido convencional
Período de determinação	24 h

O filtro convencional foi implementado de forma a calcular somente a porção triangular superior da matriz de covariância. Os outros elementos são obtidos impondo que a matriz seja simétrica (a falta de simetria é a maior fonte de erro de truncamento por passo (Kuga, 1989)).

As coordenadas estimadas da posição e velocidade são comparadas com os arquivos de referência POE do satélite T/P descritos no Capítulo 8. O arquivo POE do satélite T/P fornece as coordenadas da posição do satélite com precisão menor do que 15 cm, e fornecem dados em um intervalo de tempo de um minuto UTC no sistema ToD. Entretanto, no processo de determinação de órbita o estado é estimado em intervalos de 30 segundos no tempo UTC com correção do tempo de emissão e recepção. Logo, os instantes dos dados para comparação não coincidem. Então, foi necessário interpolar os dados de referência. Para isto, foi utilizada a subrotina de interpolação *Polint* (Press et al., 1987). Com este enfoque, o erro médio de interpolação é de 0,068 m e $2,5 \times 10^{-4}$ m/s para posição e velocidade, respectivamente.

Definem-se alguns parâmetros a serem utilizados na avaliação do algoritmo nos testes efetuados. O erro real em posição é dado por:

$$\mathbf{D} \equiv \left[\sum_{i=1}^3 (x_i - \hat{x}_i)^2 \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (10.1)$$

onde x_i e \hat{x}_i , $i = 1,2,3$, são as componentes de referência (ou real) e estimadas da posição do vetor de estado, respectivamente. O erro estimado em posição é dado por:

$$\mathbf{D} = \left[\sum_{i=1}^3 P_{ii} \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (10.2)$$

onde P_{ii} , $i = 1,2,3$, representam os valores dos elementos da diagonal da matriz de covariância dos erros na estimativa do vetor estado, correspondente aos elementos de posição. O erro real em velocidade é dado por:

$$\mathbf{D} \equiv \left[\sum_{i=4}^6 (x_i - \hat{x}_i)^2 \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (10.3)$$

onde x_i e \hat{x}_i , $i = 4,5,6$, são as componentes de referência (ou real) e estimadas da velocidade do vetor de estado, respectivamente. O erro estimado em velocidade é dado por:

$$\mathbf{D}\hat{\mathbf{v}} = \left[\sum_{i=4}^6 P_{ii} \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (10.4)$$

onde P_{ii} , $i = 4,5,6$, representam os valores dos elementos da diagonal da matriz de covariância dos erros na estimativa do vetor estado, correspondente aos elementos de velocidade. E o resíduo é dado por:

$$\mathbf{D}\hat{\mathbf{r}} = \mathbf{z} - \hat{\mathbf{r}}_c, \quad (10.5)$$

onde \mathbf{z} e $\hat{\mathbf{r}}_c$ são as medidas da pseudo-distância observadas e calculadas, respectivamente.

As Figs. 10.1 a 10.8 mostram os erros reais e estimados pelo filtro para a posição e para a velocidade em m e m/s, respectivamente, para todos os dias de testes expostos na Tabela 8.1. Os erros estimados e reais foram calculados de acordo com as Eqs. (10.1) a (10.4). A Fig. 10.9 mostra o comportamento típico dos resíduos da pseudo-distância. O resíduo foi calculado de acordo com a Eq. (10.5). A Tabela 10.3 mostra os erros estatísticos para posição, velocidade e resíduos da pseudo-distância para todos os dias de testes.

Através das Figs. 10.1 a 10.8 é possível observar que, em todos os dias, os erros reais em posição e em velocidade estão em média abaixo dos erros estimados em posição e em velocidade pelo filtro, o que mostra a consistência estatística. Em todos os casos, o filtro leva cerca de uma hora para obter convergência. Até atingir a convergência, o computador de bordo pode usar a solução de navegação GPS fornecida pelo receptor com um erro de até 100 m para determinar a posição do satélite. A precisão atingida em posição sem (18/11/1993 e 19/11/1993) ou com (os outros dias) SA está em torno de 15 a 20 m com desvio padrão de 6 a 10 m e em velocidade em torno de 0,014 a 0,018 m/s com desvio padrão de 0,006 a 0,009 m/s, como mostra a Tabela 10.7.

Através das Figs. 10.9 a 10.11 e da Tabela 10.7, observa-se que os resíduos apresentam uma distribuição normal com média 0 (zero) m e desvio padrão em torno de 23 m. Os dias 18 e 19 de novembro de 1993, os quais não têm SA ativa, resultaram em um desvio padrão dos resíduos em torno de 13,3 m, menor que os outros dias. Este fato ilustra com o SA influencia a estatística dos resíduos, embora o estado estimado não tenha se degradado significativamente.

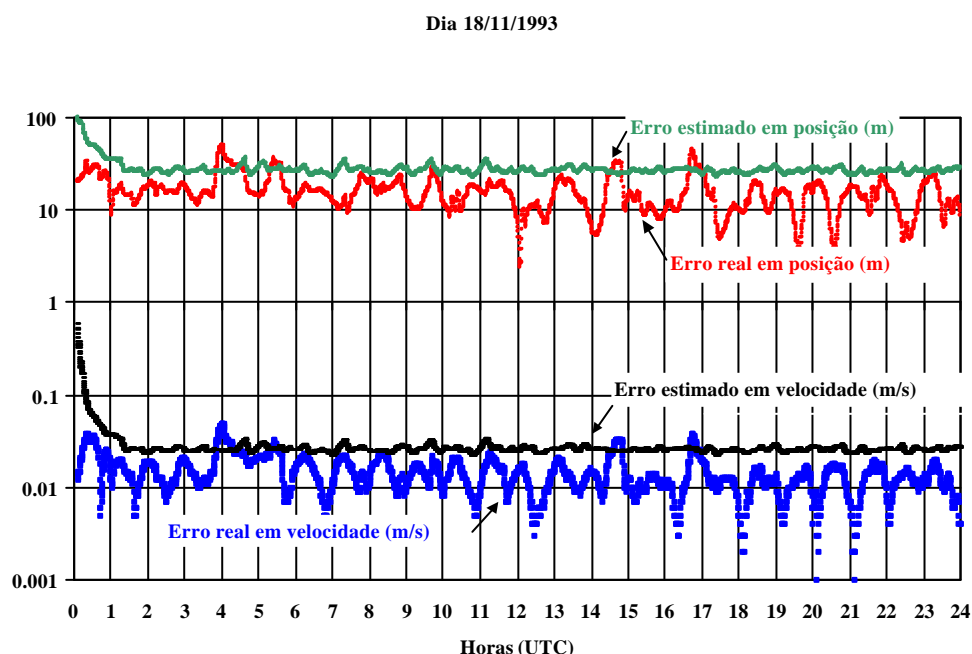


Fig. 10.1 - Erros reais e estimados em posição e velocidade para o dia 18/11/1993.

Dia 19/11/1993

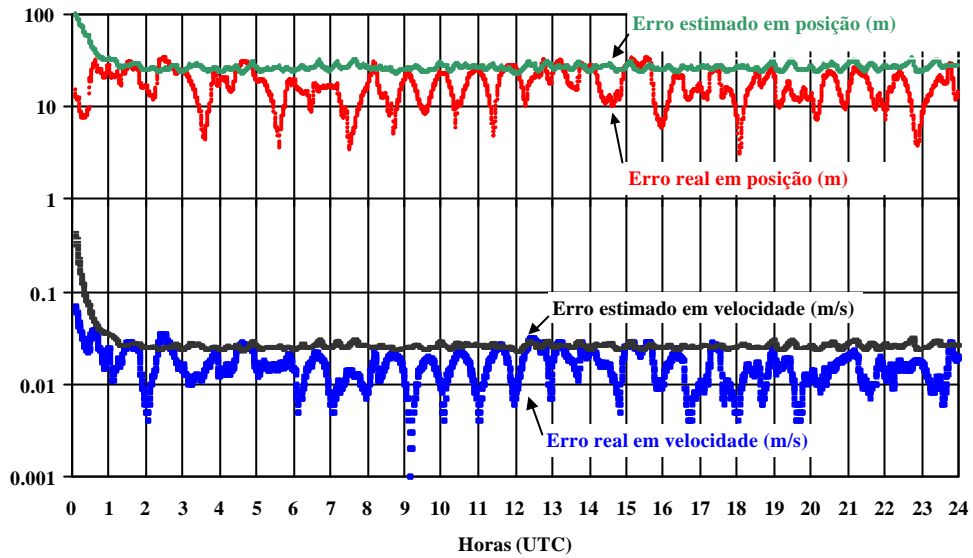


Fig. 10.2 - Erros reais e estimados em posição e velocidade para o dia 19/11/1993.

Dia 20/11/1993

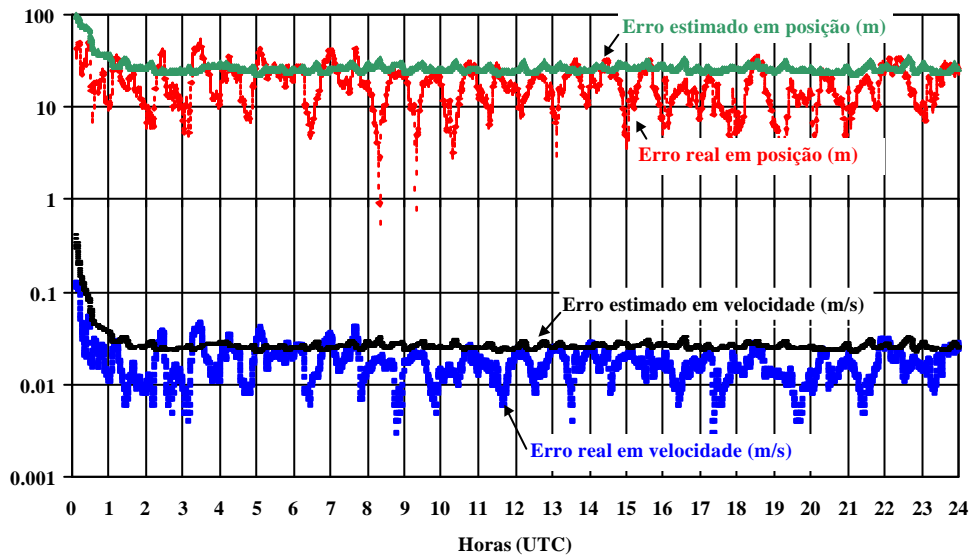


Fig. 10.3 - Erros reais e estimados em posição e velocidade para o dia 20/11/1993.

Dia 03/01/1994

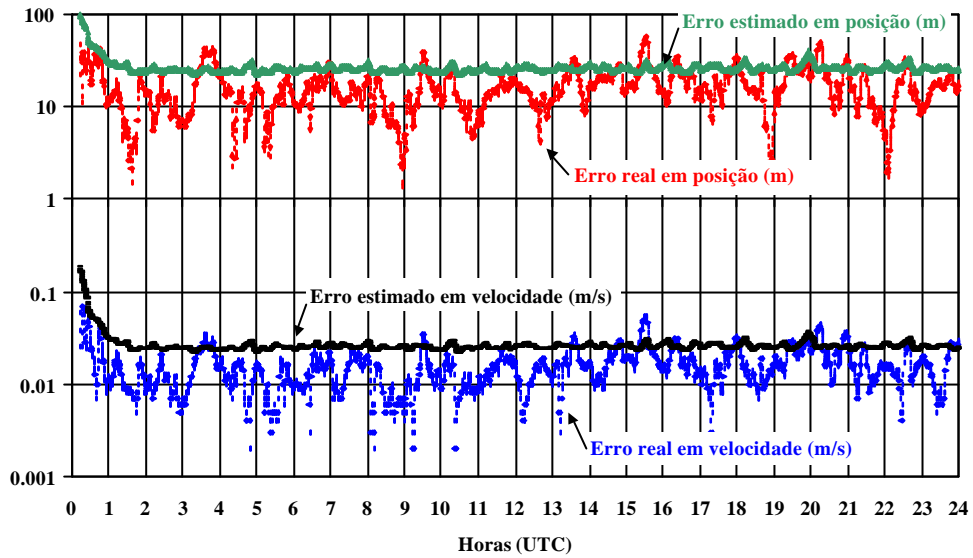


Fig. 10.4 - Erros reais e estimados em posição e velocidade para o dia 03/01/1994.

Dia 04/01/1994

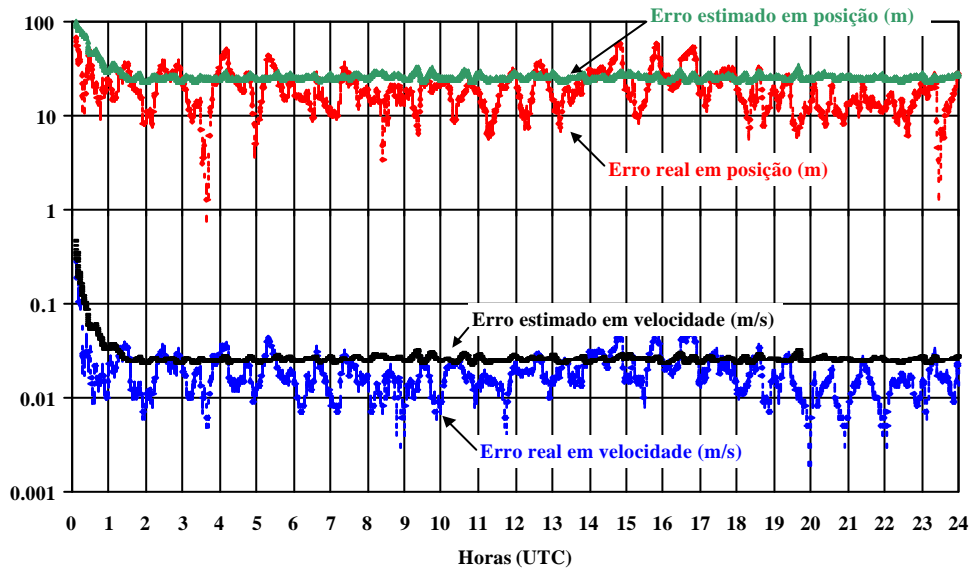


Fig. 10.5 - Erros reais e estimados em posição e velocidade para o dia 04/01/1994.

Dia 05/01/1994

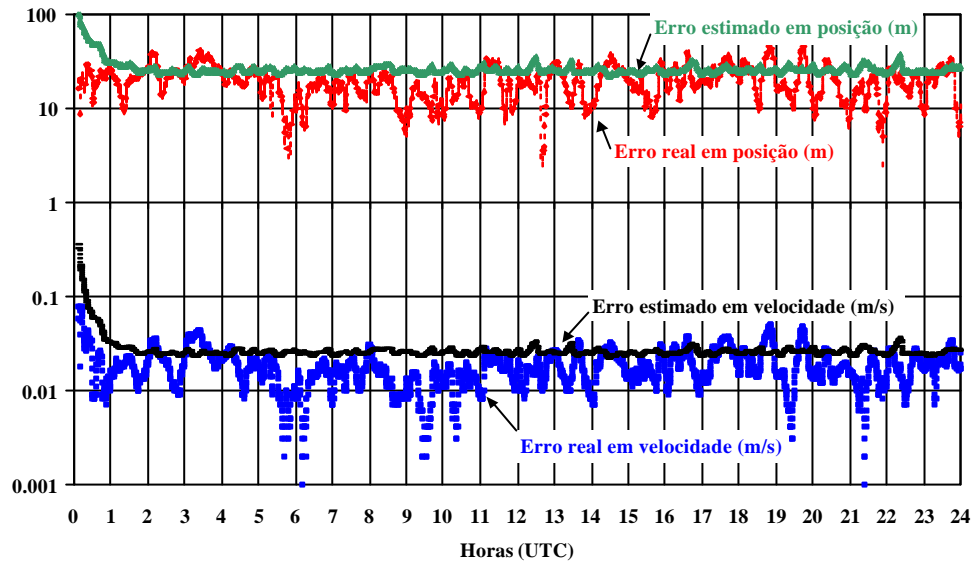


Fig. 10.6 - Erros reais e estimados em posição e velocidade para o dia 05/01/1994.

Dia 21/01/1994

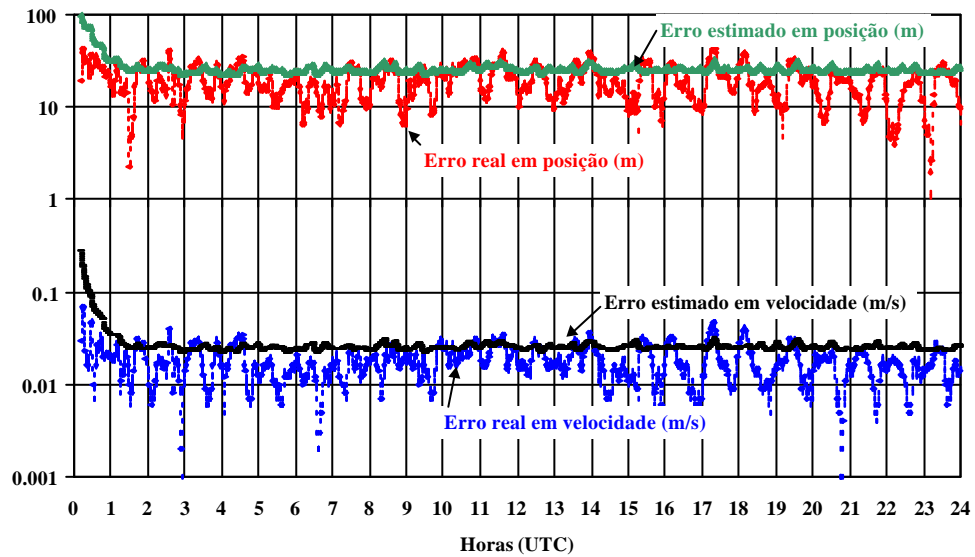


Fig. 10.7 - Erros reais e estimados em posição e velocidade para o dia 21/01/1994.

Dia 22/01/1994

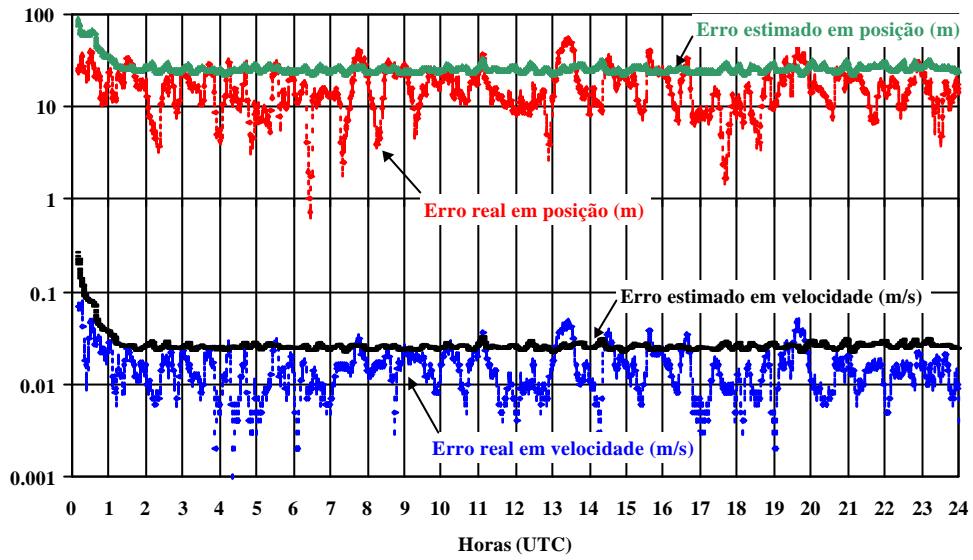


Fig. 10.8 - Erros reais e estimados em posição e velocidade para o dia 22/01/1994.

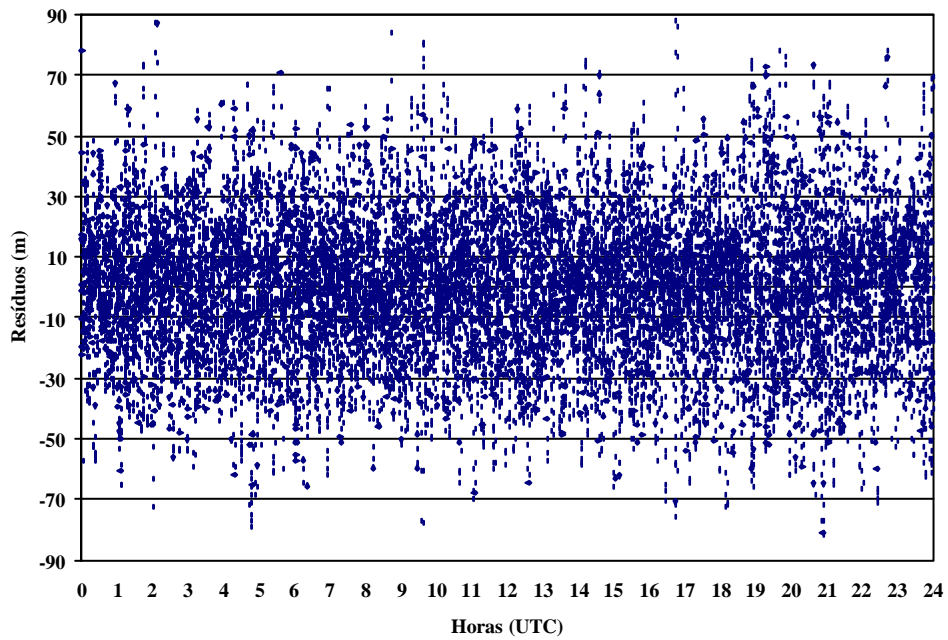


Fig. 10.9 - Comportamento típico dos resíduos da pseudo-distância

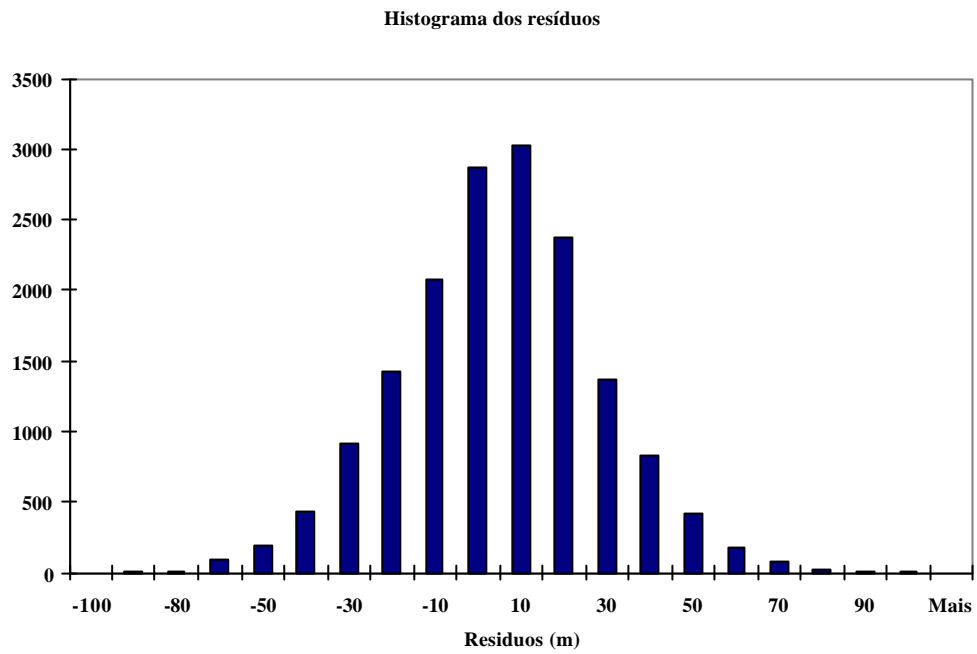


Fig. 10.10 - Histograma dos resíduos da pseudo-distância.

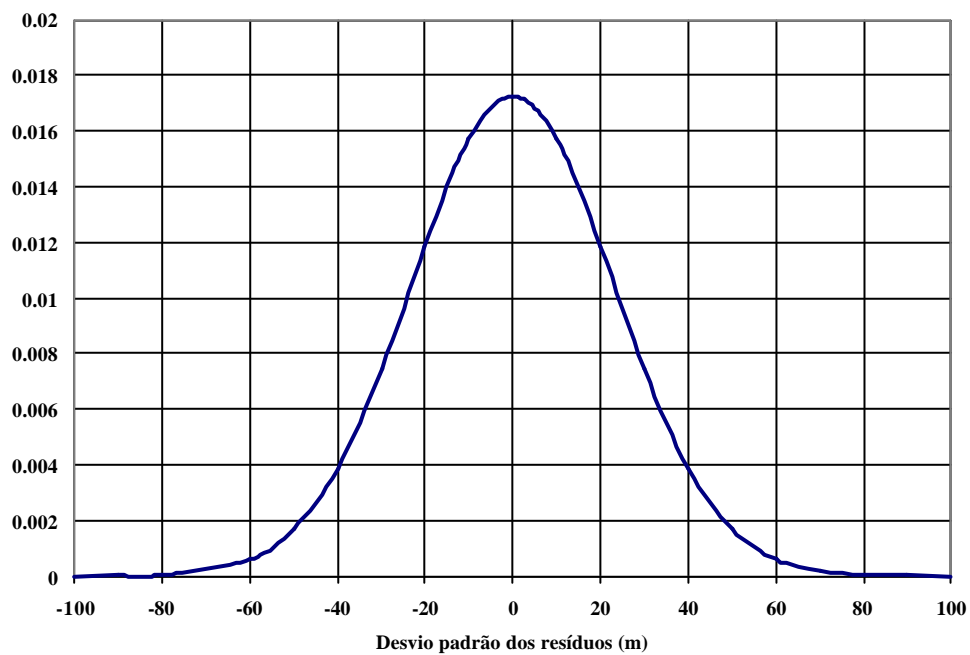


Fig. 10.11 - Distribuição normal dos resíduos.

TABELA 10.7 - ERROS ESTATÍSTICOS COM OU SEM SA

Dia	Dr (m)	Dv (m)	Resíduos (m)
18/11/1993	15,5 ± 6,8	0,014 ± 0,006	0,027 ± 13,2
19/11/1993	17,4 ± 6,7	0,016 ± 0,006	-0,13 ± 13,4
20/11/1993	17,6 ± 8,4	0,017 ± 0,007	-0,16 ± 22,6
03/01/1994	16,5 ± 8,5	0,015 ± 0,008	0,004 ± 22,1
04/01/1994	19,5 ± 9,6	0,018 ± 0,009	-0,16 ± 22,8
05/01/1994	19,6 ± 7,8	0,018 ± 0,008	0,04 ± 22,9
21/01/1994	19,0 ± 7,7	0,018 ± 0,008	-0,05 ± 23,9
22/01/1994	16,5 ± 8,6	0,015 ± 0,008	-0,007 ± 23,3

CAPÍTULO 11

MANOBRAS ORBITAIS

Este capítulo é introdutório de manobras orbitais onde alguns tipos de modelos para o problema de transferência de órbitas, métodos impulsivos e manobras com empuxo contínuo são brevemente descritos .

11.1 INTRODUÇÃO

O problema de transferir um veículo espacial entre duas órbitas dadas com o mínimo consumo de combustível possível é um problema significativo em Astronáutica. Em uma transferência orbital, existem outros fatores importantes como o tempo gasto, limites nos atuadores e/ou estado do veículo, etc. Porém, nesse trabalho, será considerado o consumo de combustível como o elemento crítico de nossas manobras.

Esse problema pode ser definido como sendo o problema de mudar o estado inicial de um veículo espacial (posição, velocidade e massa) de \mathbf{r}_0 , \mathbf{v}_0 e m_0 no instante t_0 , para \mathbf{r}_f , \mathbf{v}_f e m_f no instante t_f ($t_f \geq t_0$) com o menor consumo de combustível ($m_f - m_0$) possível. Para realizar essa missão, devem-se escolher o módulo, a direção e o sentido do empuxo a ser aplicado ao veículo. Neste trabalho, o estado inicial será a órbita estimada no processo de determinação de órbita em tempo real e a órbita final será a órbita desejada para o satélite, que é um dado inicial do problema.

Esse problema pode apresentar diferentes graus de liberdade, como: transferência com tempo livre, *rendezvous* (onde deseja que o veículo espacial encontre e permaneça ao lado de um segundo veículo espacial), *Fly-by* (onde deseja cruzar com a trajetória de um outro veículo ou corpo celeste). Nesse trabalho será estudado apenas o caso de transferências com tempo livre e com consumo mínimo de combustível.

11.2 MODELOS PARA O PROBLEMA DE TRANSFERÊNCIA DE ÓRBITAS

Existem várias possibilidades para os modelos envolvidos no problema de transferência de órbitas. Esses modelos podem ser divididos basicamente em três partes: dinâmica do sistema, tipos de atuadores e métodos de otimização (Prado e Rios Neto, 1993).

A dinâmica é usualmente baseada na força gravitacional dos corpos envolvidos (assumidos como pontos de massa) e nas forças geradas pelo empuxo. Existem enfoques alternativos considerando massa não pontual, como Rodrigues (1991). As possibilidades mais comuns são: modelagem de dois corpos, onde um corpo principal governa o movimento de um veículo espacial sem massa; modelagem de dois corpos perturbados, onde são adicionadas uma ou mais perturbações a dinâmica acima descrita (arrasto atmosférico, influência de um terceiro corpo, pressão de radiação, etc); modelagem de três corpos, onde a presença de três massas são consideradas (a versão restrita desse problema onde um ponto de massa desprezível se move atraído pela força da gravitação de dois outros corpos é um excelente modelo para trajetórias interplanetárias e lunares. Veja Szebehely (1967)); modelagem com N corpos, onde N pontos de massa são considerados, como em viagens aos sistemas de luas de Júpiter e Saturno.

Existem duas modelagens principais para o controle a ser aplicado ao: empuxo instantâneo e infinito, que consiste em mudanças instantâneas de velocidade ΔV ; e empuxo contínuo finito, que consiste na aplicação de uma força finita por um intervalo de tempo diferente de zero.

Existem três grandes grupos de métodos de otimização: o método direto, onde o problema é resolvido através de uma busca de parâmetros que minimizem uma certa função objetivo; o método indireto, onde as condições necessárias de primeira ordem do problema de controle ótimo associado são usadas para resolver o problema; o método híbrido, onde as condições necessárias de primeira ordem do problema de controle ótimo associado são escritas e transformadas em uma busca direta de parâmetros.

11.3 MÉTODOS IMPULSIVOS

Os métodos clássicos de manobras orbitais são todos baseados no modelo de propulsão impulsivo. Os mais utilizados são descritos abaixo.

11.3.1 Transferência de Hohmann

A transferência de Hohmann é a solução bi-impulsiva ótima para uma transferência entre duas órbitas circulares e coplanares. Foi criada por Hohmann. É o resultado mais usado em cálculo de manobras orbitais. Constituídos das seguintes etapas: na órbita inicial um impulso de magnitude aplicado na direção do movimento:

$$\mathbf{D}V_o = V_o \left| \frac{\sqrt{2 \left(\frac{r_f}{r_o} \right)} - 1}{\sqrt{\left(\frac{r_f}{r_o} \right) + 1}} \right|, \quad (11.1)$$

onde V_o é a velocidade do veículo e r_o e r_f são os raios da órbita inicial e final, respectivamente. Com esse impulso, o veículo entra em uma órbita elíptica com periapsis r_o e apoapsis r_f ; o segundo impulso é aplicado quando o veículo está no apoapsis. A magnitude do segundo impulso é dado por:

$$\mathbf{D}V_f = V_o \left| 1 - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\left(\frac{r_f}{r_o} \right) + 1}} \sqrt{r_o/r_f} \right| \quad (11.2)$$

e esse impulso circulariza a órbita no raio final desejado.

11.3.2 A Transferência bi-elíptica tri-impulsiva

A transferência de Hohmann é a transferência ótima entre duas órbitas circulares e coplanares apenas quando $r_f/r_0 < 11,93876$. Se essa condição não for satisfeita, a transferência bi-elíptica com três impulsos pode apresentar um consumo menor. Essa transferência possui os seguintes passos: o primeiro impulso DV_0 é aplicado na órbita inicial para colocar o veículo espacial em uma órbita com periapsis r_0 e apoapsis r_1 ($r_1 > r_p$); quando o veículo está no apoapsis, um segundo impulso DV_1 é aplicado para aumentar a altura do periapsis para r_f ; um terceiro impulso é então aplicado quando o veículo está no periapsis e esse impulso circulariza o veículo em sua órbita final desejada.

O impulso total gasto nessa transferência diminui quando r_1 aumenta. O mínimo ocorre quando $r_1 = \infty$, o que caracteriza a chamada transferência bi-parabólica (devido ao fato de que as duas órbitas de transferência passaram a ser parabólicas). Sabe-se que para $r_f/r_0 > 15,58178$, a transferência bi-elíptica é sempre superior (para qualquer valor de $r_1 > r_p$) a de Hohmann e na faixa $11,93876 < r_f/r_0 < 15,58178$ existe em valor mínimo limite de r_1 que a bi-elíptica deve utilizar para ser mais eficiente que a de Hohmann.

11.3.3 Outras manobras impulsivas

Conforme detalhado em Gobetz e Doll (1969), existem transferências derivadas da bi-elíptica para os casos de transferência entre uma órbita circular e uma elíptica e entre órbitas elípticas co-axiais. De uma forma geral, sabe-se que para uma transferência entre duas órbitas coplanares existem duas possibilidades para uma manobra ótima do ponto de vista de consumo mínimo de combustível: bi-impulsiva do tipo de Hohmann ou tri-impulsiva passando pelo infinito.

Outras variantes de manobras impulsivas existem, como as que se utilizam de uma série de manobras nos apsides para compensar uma eventual falta de capacidade dos propulsores em fornecerem o impulso necessário (Spencer et al., 1982); transferência com dois impulsos de magnitude fixas (Melton e Jin, 1991); transferências de um corpo de volta ao mesmo corpo (Prado e Broucke, 1993); transferências com tempo fixo (Rocco, 1997 e Rocco et al., 2000); manobras em três dimensões (Schulz, 1997 e Paulo et al., 2000); e outros.

Os casos particulares mostrados acima (órbitas circulares, circular-elíptica, elípticas co-axiais) já foram estendidas ao caso mais geral de transferências não-coplanares.

11.4 MANOBRAS COM EMPUXO CONTÍNUO

O próximo estágio em pesquisas de manobras orbitais é o de considerar o empuxo aplicado no veículo espacial como finito e contínuo. Isso significa que uma força finita é aplicada durante um intervalo finito de tempo e é necessário integrá-la ao longo do tempo para conhecer o seu efeito. Existem muitos resultados na literatura, começando com os trabalhos de Tsien (1953) e Lawden (1955). Uma coleção de resultados e referências pode ser obtida em Prado (1989) e Prado e Rios Neto (1993). O método mais usado nesse modelo é a chamada teoria do *primer-vector* e foi desenvolvido por Lawden (1953, 1954). Mais recentemente foram consideradas manobras contínuas com erros nos propulsores (Jesus, 1999 e Jesus et al., 2000).

É possível também o emprego de métodos de busca direta para estudar o problema de transferências com empuxo contínuo. Para isso é necessário parametrizar a função de controle (força aplicada em cada instante) de alguma forma. Um bom exemplo do uso dessa técnica encontra-se em Biggs (1978). Esse método é conhecido como abordagem sub-ótima do problema, pois ao invés de buscar a melhor função de controle que resolve o problema, busca-se a melhor solução linear (ou outra forma parametrizada qualquer). Essa técnica fornece excelentes resultados, porque gera soluções rapidamente e de fácil implementação em termos de *hardware* e com consumo de combustível muito próximo

do obtido pelo método ótimo, conforme documentado em Prado (1989). Uma discussão sobre esse tipo de manobra não será aprofundada aqui, pois ela não será utilizada em nenhuma etapa do presente trabalho.

11.5 MANOBRAS ORBITAIS AUTÔNOMAS

No caso do presente trabalho, o objetivo é o de testar algoritmos existentes na literatura com o objetivo de escolher um método que possa ser utilizado a bordo para o cálculo das manobras necessárias ao satélite. Foram testados dois algoritmos que permitem o cálculo de manobras impulsivas em três dimensões (Schulz, 1997 e Paulo et al., 2000), porém eles não se mostraram rápidos o bastante para execução a bordo e em tempo real. Sendo assim, foi escolhido o algoritmo desenvolvido em Prado (1993), que após algumas otimizações na programação, consegue ser executado em um tempo compatível com aplicações em tempo real. Este algoritmo será descrito no Capítulo 12. O método deste algoritmo pode resolver o problema de transferências bi-impulsivas planas com variação dos elementos orbitais: semi-eixo maior, excentricidade e argumento do perigeu. A restrição de manobras planas não compromete a utilização do algoritmo, pois existem aplicações de grande importância em missões que não requerem mudança no plano orbital.

CAPÍTULO 12

MANOBRAS ORBITAIS COPLANARES AUTÔNOMAS

O problema de manobrar um satélite de forma autônoma no espaço pode ser definido como obter a solução do problema de transferência orbital sem a presença de comandos enviados de um centro de controle terrestre. Para efetuar essa tarefa é preciso que o satélite tenha condições de determinar a sua órbita no espaço e, a partir desse conhecimento, determinar um procedimento para alterá-la para que uma determinada órbita final desejada seja atingida.

O algoritmo desenvolvido neste trabalho efetua a determinação da órbita em tempo real a partir de medidas de observação do sistema GPS. Com a órbita conhecida e a informação da órbita final desejada, uma manobra plana bi-impulsiva que requer um mínimo consumo de combustível é calculada. Será assumido que as duas órbitas envolvidas são coplanares. A razão dessa hipótese é que o tempo de CPU permitido para cálculo da transferência ótima é da ordem de poucos segundos. Algoritmos mais complexos que envolvam uma órbita tridimensional e que possam ser executados dentro do tempo limite ainda precisam ser desenvolvidos. Além disso, existe um grande número de missões que requerem apenas manobras planas, e onde o algoritmo aqui proposto pode ser utilizado com sucesso.

Assim sendo, a cada intervalo de cerca de 10 a 30 segundos a determinação da órbita é efetuada e o ponto inicial da transferência é assumido como sendo a posição do satélite naquele instante. A seguir, a órbita final desejada é discretizada em um certo número de pontos e, para cada ponto dessa órbita final, é calculada uma transferência orbital bi-impulsiva ótima. O consumo de cada manobra ótima ligando os dois pontos dados é armazenado e assim o mínimo global, que representa a transferência entre o ponto dado pela posição instantânea do satellite na órbita inicial e todos os pontos nos quais a órbita final foi discretizada pode ser encontrado. Efetuando esse procedimento para todos os instantes nos

quais a órbita inicial foi determinada, pode-se obter o instante que gera a manobra de menor consumo de combustível. O resultado final desse procedimento é a obtenção da manobra de menor consumo no intervalo de tempo considerado. Para resolver esse problema, é utilizado o Problema de Lambert com mínimo Delta-V, que será descrito a seguir.

Para resolver o Problema de Lambert com mínimo Delta-V, são obtidas as expressões analíticas para o incremento total requerido de velocidade \mathbf{DV} (como uma função de apenas uma variável independente) e para sua primeira derivada com respeito a esta variável. Então, é usado um método numérico para obter a raiz da primeira derivada e o valor numérico do \mathbf{DV} neste ponto. A partir desta informação é possível obter todos os outros parâmetros envolvidos, como as componentes dos impulsos, suas localizações, etc. Uma descrição mais detalhada desse método pode ser encontrada em Prado (1993). Existem três razões básicas para a escolha desse método de otimização como base para o cálculo das manobras orbitais: o método é suficientemente rápido para ser executado em tempo real e calculado a bordo do satellite; é possível a inclusão de vínculos nas regiões permitidas para a manobra, para levar em conta vínculos que limitem as regiões do espaço onde os impulsos possam ser aplicados, como por exemplo, a restrição de não manobrar fora de visibilidade, etc.; e controle da relação entre o tempo de processamento e a precisão dos resultados obtidos através do controle do número de pontos nos quais a órbita final é discretizada. Um maior número de pontos permite uma precisão maior, porém aumenta o tempo necessário para efetuar os cálculos envolvidos.

12.1 O PROBLEMA DE LAMBERT COM MÍNIMO DELTA-V

O problema de Lambert original é um dos mais importantes e populares tópicos em Mecânica Celeste. É definido como: deseja-se encontrar uma órbita kepleriana ao redor de um dado campo gravitacional de força que conecte dois pontos dados (P_1 e P_2) em um dado intervalo

de tempo especificado D . Diversos pesquisadores trabalharam com este problema, tentando encontrar melhores maneiras para resolver as dificuldades numéricas envolvidas.

Prado (1993) desenvolveu uma nova formulação para tratar problemas relacionados com o Problema de Lambert. Sua formulação é um pouco diferente da original, mas também tem diversas aplicações e é chamada de Problema de Lambert com mínimo Delta-V.

O Problema de Lambert com mínimo Delta-V é formulado como: deseja-se encontrar uma órbita kepleriana ao redor de um dado centro de força gravitacional que conecte dois pontos dados (P_1 pertencente a uma órbita inicial e P_2 pertencente a uma órbita final) de forma que o DV (consumo de combustível) para a transferência entre esses dois pontos seja mínimo.

Para resolver este problema, Prado (1993) obteve as expressões analíticas para o incremento total de velocidade requerido DV (como uma função de apenas uma variável independente) e para sua primeira derivada com respeito a esta variável. Usou um método numérico para obter a raiz da primeira derivada e o valor numérico de DV neste ponto. A partir desta informação, obteve todos os outros parâmetros envolvidos, tais como as componentes dos impulsos, suas localizações, etc.

12.2 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

Suponha que exista um veículo espacial em uma órbita kepleriana, chamada por O_0 (a órbita inicial). Deseja-se transferir esse veículo espacial para a órbita kepleriana final O_2 , que é coplanar com a órbita O_0 . Para efetuar essa transferência, parti-se do ponto $P_1(r_1, \mathbf{q})$, onde é aplicado um impulso com magnitude DV_1 , que forma um ângulo \mathbf{f}_1 com a direção transversa local (perpendicular ao raio-vetor). A órbita de transferência cruza a órbita final no ponto $P_2(r_2, \mathbf{q})$, onde é aplicado um segundo impulso com magnitude DV_2 , que forma um ângulo \mathbf{f}_2 com a direção local transversa. Para definir o problema básico (o Problema de Lambert com

mínimo Delta-V) é necessário especificar o ângulo, que define a posição (\mathbf{q}) do ponto de partida na órbita $O_0 (P_1)$ e o ângulo de posição (\mathbf{q}) do ponto de chegada na órbita $O_2 (P_2)$. Com esses dois valores dados e todos os elementos keplerianos das duas órbitas conhecidas, é possível determinar os raios vetores \mathbf{r}_1 e \mathbf{r}_2 no início e no fim da transferência. Então, o problema é encontrar qual é a órbita de transferência que, conectando esses dois vetores e usando somente dois impulsos, requer o mínimo \mathbf{DV} para a manobra. Este problema é definido aqui como Problema de Lambert com mínimo Delta-V.

O esquema da transferência e as variáveis utilizadas são mostradas na Fig. 12.1.

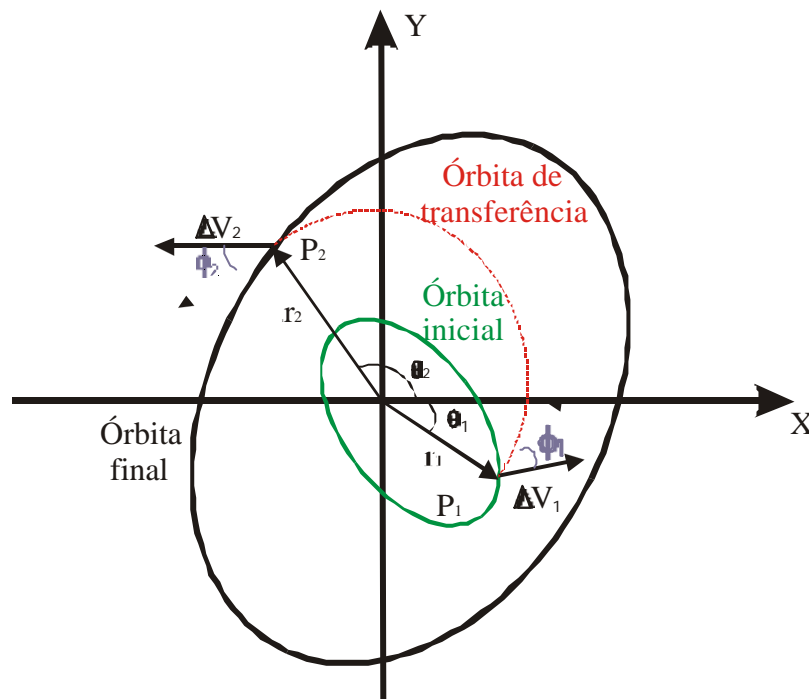


Fig. 12.1 - Geometria do Problema de Lambert com Mínimo Delta-V.

FONTE: Adaptada de Prado (1993, p. 176)

Usando equações básicas da Mecânica Celeste é possível escrever uma expressão analítica para o \mathbf{DV} total ($= \mathbf{DV}_1 + \mathbf{DV}_2$) requerido para esta manobra. Para especificar cada uma das

três órbitas envolvidas no problema, os elementos D , h , e k são usados. Eles são definidos pelas equações seguintes:

$$\begin{aligned} D &= \frac{\mathbf{m}}{C}, \\ k &= e \cos \mathbf{w}, \\ h &= e \sin \mathbf{w}, \end{aligned} \tag{12.1}$$

onde \mathbf{m} é o constante gravitacional do corpo central; C é o momento angular da órbita; e é a excentricidade; e \mathbf{w} é o argumento do perigeu. Para facilitar a notação, foram adotados os subscritos 0 para a órbita inicial, 1 para a órbita de transferência e 2 para a órbita final.

Nestas variáveis, as expressões para os componentes radiais (subscrito r) e transversais (subscrito t) dos dois impulsos são (Prado, 1993):

$$\mathbf{DV}_{r1} = (D_1 k_1 - D_0 k_0) \sin \mathbf{q}_1 - (D_1 h_1 - D_0 h_0) \cos \mathbf{q}_1, \tag{12.2}$$

$$\mathbf{DV}_{t1} = D_1 - D_0 + (D_1 k_1 - D_0 k_0) \cos \mathbf{q}_1 + (D_1 h_1 - D_0 h_0) \sin \mathbf{q}_1, \tag{12.3}$$

$$\mathbf{DV}_{r2} = (D_2 k_2 - D_1 k_1) \sin \mathbf{q}_2 - (D_2 h_2 - D_1 h_1) \cos \mathbf{q}_2, \tag{12.4}$$

$$\mathbf{DV}_{t2} = D_2 - D_1 + (D_2 k_2 - D_1 k_1) \cos \mathbf{q}_2 + (D_2 h_2 - D_1 h_1) \sin \mathbf{q}_2. \tag{12.5}$$

O problema agora é encontrar a órbita de transferência que minimiza o \mathbf{DV} total e que satisfaça as duas equações seguintes, que representam o fato de que a órbita de transferência intercepta tanto a órbita inicial quanto a órbita final:

$$g_1 = D_0^2 (1 + k_0 \cos \mathbf{q}_1 + h_0 \sin \mathbf{q}_1) - D_1^2 (1 + k_1 \cos \mathbf{q}_1 + h_1 \sin \mathbf{q}_1) = 0, \tag{12.6}$$

$$g_2 = D_2^2 (1 + k_2 \cos \mathbf{q}_2 + h_2 \sin \mathbf{q}_2) - D_1^2 (1 + k_1 \cos \mathbf{q}_2 + h_1 \sin \mathbf{q}_2) = 0. \tag{12.7}$$

O problema é então reduzido a encontrar o valor de D_1 que forneça o mínimo valor para o impulso total $\mathbf{D}V = \sqrt{V_{r1}^2 + V_{t1}^2} + \sqrt{V_{r2}^2 + V_{t2}^2}$.

12.3 PRIMEIRO MÉTODO: USANDO A REGRA DA CADEIA PARA AS DERIVADAS

Nessa metodologia, as equações de vínculo (12.6) e (12.7) são usadas para resolver este sistema para duas das variáveis, tornando a equação de $\mathbf{D}V$ uma função de apenas uma variável independente. O sistema formado por essas duas equações é simétrico e linear nas variáveis h_1 e k_1 , de modo que o sistema é resolvido para essas duas variáveis. Os resultados são as Eqs. (12.8) e (12.9).

$$k_1 = -\operatorname{cosec}(\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2) \left[\left(\frac{D_0^2}{D_1^2} (1 + k_0 \cos \mathbf{q}_1 + h_0 \operatorname{sen} \mathbf{q}_1) - 1 \right) \operatorname{sen} \mathbf{q}_2 - \left(\frac{D_2^2}{D_1^2} (1 + k_2 \cos \mathbf{q}_2 + h_2 \operatorname{sen} \mathbf{q}_2) - 1 \right) \operatorname{sen} \mathbf{q}_1 \right], \quad (12.8)$$

$$h_1 = -\operatorname{cosec}(\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2) \left[\left(\frac{D_2^2}{D_1^2} (1 + k_2 \cos \mathbf{q}_2 + h_2 \operatorname{sen} \mathbf{q}_2) - 1 \right) \cos \mathbf{q}_1 - \left(\frac{D_0^2}{D_1^2} (1 + k_0 \cos \mathbf{q}_1 + h_0 \operatorname{sen} \mathbf{q}_1) - 1 \right) \cos \mathbf{q}_2 \right]. \quad (12.9)$$

Agora que o $\mathbf{D}V$ é função apenas da variável D_1 , pode ser usado o cálculo elementar para encontrar o seu mínimo. Tudo o que tem que ser feito é procurar pela raiz da expressão

$$\frac{\mathcal{I}(\mathbf{D}V)}{\mathcal{I}D_1} = 0. \text{ A partir da definição de } \mathbf{D}V \text{ é possível escrever:}$$

$$\begin{aligned} \frac{\mathcal{F}(\mathbf{DV})}{\mathcal{D}_1} = 0 = \frac{1}{\mathbf{DV}_1} \left[\mathbf{DV}_{r1} \frac{\mathcal{F}(\mathbf{DV}_{r1})}{\mathcal{D}_1} + \mathbf{DV}_{t1} \frac{\mathcal{F}(\mathbf{DV}_{t1})}{\mathcal{D}_1} \right] + \\ \frac{1}{\mathbf{DV}_2} \left[\mathbf{DV}_{r2} \frac{\mathcal{F}(\mathbf{DV}_{r2})}{\mathcal{D}_1} + \mathbf{DV}_{t2} \frac{\mathcal{F}(\mathbf{DV}_{t2})}{\mathcal{D}_1} \right]. \end{aligned} \quad (12.10)$$

Agora a regra da cadeia para derivadas é aplicada para obter expressões para as quantidades

$\frac{\mathcal{F}(\mathbf{DV}_{r1})}{\mathcal{D}_1}$, $\frac{\mathcal{F}(\mathbf{DV}_{t1})}{\mathcal{D}_1}$, $\frac{\mathcal{F}(\mathbf{DV}_{r2})}{\mathcal{D}_1}$ e $\frac{\mathcal{F}(\mathbf{DV}_{t2})}{\mathcal{D}_1}$. Uma expressão geral para elas é:

$$\frac{\mathcal{F}(\mathbf{DV}_{ij})}{\mathcal{D}_1} = \frac{\mathcal{F}(\mathbf{DV}_{ij})}{\mathcal{D}_1} \Big|_{Direct} + \frac{\mathcal{F}(\mathbf{DV}_{ij})}{\mathcal{K}_1} \frac{\mathcal{K}_1}{\mathcal{D}_1} + \frac{\mathcal{F}(\mathbf{DV}_{ij})}{\mathcal{H}_1} \frac{\mathcal{H}_1}{\mathcal{D}_1}, \quad (12.11)$$

onde $i = r, t; j = 1, 2$; a palavra *Direct* significa a parte da derivada que veio da dependência explícita de \mathbf{DV}_{ij} na variável D_1 .

As expressões para $\frac{\mathcal{F}(\mathbf{DV}_{ij})}{\mathcal{K}_1}$ e $\frac{\mathcal{F}(\mathbf{DV}_{ij})}{\mathcal{H}_1}$ podem ser obtidas a partir das Eqs. (12.2) a (12.5) e as expressões para $\frac{\mathcal{K}_1}{\mathcal{D}_1}$ e $\frac{\mathcal{H}_1}{\mathcal{D}_1}$ podem ser obtidas a partir das Eqs. (12.8) e (12.9).

Com todas essas equações disponíveis, um algoritmo numérico pode ser desenvolvido para iterar na variável D_1 até encontrar a única raiz real da equação $\frac{\mathcal{F}(\mathbf{DV})}{\mathcal{D}_1} = 0$. Para obter o

valor de $\frac{\mathcal{F}(\mathbf{DV})}{\mathcal{D}_1}$ para um dado D_1 , necessário para o processo de iteração requerido, as

seguintes etapas podem ser seguidas:

- Obter k_1 e h_1 a partir das Eqs. (12.8) e (12.9) para o dado valor de D_1 ;

- Com D_I , h_I e k_I , as Eqs. (12.2) a (12.5) são usadas para obter DV_{r1} , DV_{t1} , DV_{r2} , DV_{t2} ,

$$DV_I(\sqrt{DV_{r1}^2 + DV_{t1}^2}) \text{ e } DV_2(\sqrt{DV_{r2}^2 + DV_{t2}^2});$$

- Com todas estas quantidades conhecidas, é possível avaliar $\frac{\mathcal{I}(DV_{ij})}{\mathcal{I}k_1}$ e $\frac{\mathcal{I}(DV_{ij})}{\mathcal{I}h_1}$

$$\text{(obtidas a partir das Eqs. (12.2) a (12.5)) e (12.10) para finalmente obter } \frac{\mathcal{I}(DV)}{\mathcal{I}D_I}$$

para o dado D_I .

12.3.1 RESOLVENDO A EQUAÇÃO $\frac{\mathcal{I}(DV)}{\mathcal{I}D_I} = 0$

Neste ponto é importante lembrar que a função $\frac{\mathcal{I}(\Delta V)}{\mathcal{I}D_I}$ é muito sensível a pequenas

variações em D_I , especialmente quando próximo da raiz real. Sua curva é quase uma linha reta com uma inclinação que tende ao infinito quando $(\mathbf{q} - \mathbf{q}_I)$ tende para 180° . A Fig. 12.2 mostra o detalhe para uma transferência orbital onde $(\mathbf{q} - \mathbf{q}_I) = 3.110$ rad.

A partir da Fig. 12.2, é fácil verificar que esse fato provém da curva $DV \times D_I$ não ser suave perto do mínimo. Esta característica é particular para a sequência de variáveis utilizadas e não é um problema físico. Se qualquer outra variável independente for usada, como o argumento do perigeu da órbita de transferência, a curva para $DV \times D_I$ tem um mínimo bem mais suave e, em consequência, sua derivada não tem grandes saltos. Este comportamento torna inadequados métodos numéricos para encontrar a raiz baseados em derivadas (como o método popular de Newton-Raphson).

12.4 SEGUNDO MÉTODO: CALCULANDO $DV(D_I)$ EXPLICITAMENTE

Outra maneira equivalente para resolver este problema é usar as expressões de h_I e k_I (Eqs. (12.8) e (12.9)) para encontrar as expressões equivalentes às Eqs. (12.2) e (12.5), somente

como funções de D_1 . Após algumas manipulações algébricas, as expressões seguintes (somente funções de D_1) podem ser obtidas:

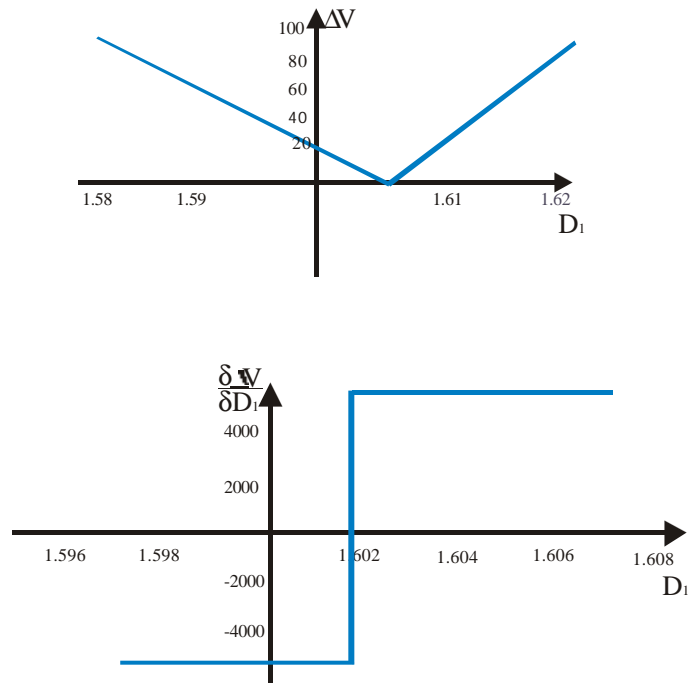


Fig. 12.2 - ΔV e sua derivada como uma função de D_1 .

FONTE : Prado (1993, p. 209)

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_{V_{r1}} = & -\frac{\operatorname{cosec}(\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2)}{2D_1} \left[2(D_1^2 - D_2^2) + 2(D_0^2 - D_1^2)\cos(\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2) + \right. \\ & + (D_0^2 k_0 - D_0 D_1 k_0)\cos(2\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2) + (D_0^2 k_0 + D_0 D_1 k_0 - 2D_2^2 k_2)\cos\mathbf{q}_2 + \\ & \left. + (D_0^2 h_0 - D_0 D_1 h_0)\operatorname{sen}(2\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2) + (D_0^2 h_0 + D_0 D_1 h_0 - 2D_2^2 h_2)\operatorname{sen}\mathbf{q}_2 \right], \end{aligned} \quad (12.12)$$

$$\mathbf{D}_{V_{t1}} = \frac{D_0}{D_1} [(D_0 - D_1)(1 + k_0 \cos\mathbf{q}_1 + h_0 \operatorname{sen}\mathbf{q}_1)], \quad (12.13)$$

$$\begin{aligned}
\mathbf{D}V_{r_2} = & -\frac{\operatorname{cosec}(\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2)}{2D_1} \left[2(D_1^2 - D_0^2) + 2(D_2^2 - D_1^2) \cos(\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2) + \right. \\
& + (D_2^2 k_2 - D_1 D_2 k_2) \cos(\mathbf{q}_1 - 2\mathbf{q}_2) + (D_2^2 k_2 + D_1 D_2 k_2 - 2D_0^2 k_0) \cos \mathbf{q}_1 + \\
& \left. + (D_1 D_2 h_2 - D_2^2 h_2) \operatorname{sen}(\mathbf{q}_1 - 2\mathbf{q}_2) + (D_2^2 h_2 + D_1 D_2 h_2 - 2D_0^2 h_0) \operatorname{sen} \mathbf{q}_1 \right],
\end{aligned} \tag{12.14}$$

$$\mathbf{D}V_{i_2} = \frac{D_2}{D_1} [(D_1 - D_2)(I + k_2 \cos \mathbf{q}_2 + h_2 \operatorname{sen} \mathbf{q}_2)]. \tag{12.15}$$

Estas equações permitem o cálculo da expressão para $\frac{\mathfrak{I}(\mathbf{D}V)}{\mathfrak{I}D_1}$, que é dada pela Eq. (12.10).

As derivadas parciais envolvidas são dadas por:

$$\begin{aligned}
\frac{\mathfrak{I}(\mathbf{D}V_{r_1})}{\mathfrak{I}D_1} = & -\frac{\operatorname{cosec}(\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2)}{2D_1^2} \left[2(D_1^2 + D_2^2) - 2(D_0^2 + D_1^2) \cos(\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2) - \right. \\
& D_0^2 k_0 \cos(2\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2) + (2D_2^2 k_2 - D_0^2 k_0) \cos \mathbf{q}_2 - \\
& \left. D_0^2 h_0 \operatorname{sen}(2\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2) + (2D_2^2 h_2 - D_0^2 h_0) \operatorname{sen} \mathbf{q}_2 \right],
\end{aligned} \tag{12.16}$$

$$\frac{\mathfrak{I}(\mathbf{D}V_{i_1})}{\mathfrak{I}D_1} = -\left(\frac{D_0^2}{D_1^2} \right) [I + k_0 \cos \mathbf{q}_1 + h_0 \operatorname{sen} \mathbf{q}_1], \tag{12.17}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\mathfrak{I}(\mathbf{D}V_{r_2})}{\mathfrak{I}D_1} = & -\frac{\operatorname{cosec}(\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2)}{2D_1^2} \left[2(D_1^2 + D_0^2) - 2(D_1^2 + D_2^2) \cos(\mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2) - \right. \\
& D_2^2 k_2 \cos(\mathbf{q}_1 - 2\mathbf{q}_2) + (2D_0^2 k_0 - D_2^2 k_2) \cos \mathbf{q}_1 + \\
& \left. D_2^2 h_2 \operatorname{sen}(\mathbf{q}_1 - 2\mathbf{q}_2) + (2D_0^2 h_0 - D_2^2 h_2) \operatorname{sen} \mathbf{q}_1 \right],
\end{aligned} \tag{12.18}$$

$$\frac{\mathcal{I}(\mathbf{D}\mathbf{V}_{i2})}{\mathcal{I}\mathcal{D}_1} = \left(\frac{D_2^2}{D_1^2} \right) [I + k_2 \cos \mathbf{q}_2 + h_2 \sin \mathbf{q}_2]. \quad (12.19)$$

Agora, a técnica de dividir o intervalo em duas partes em cada iteração é usada para encontrar a raiz da Eq. (12.10).

12.5 SIMULAÇÕES DE MANOBRAS

Simulações de manobras utilizando o algoritmo proposto para problemas de transferências bi-impulsivas coplanares foram realizadas.

Primeiramente, o vetor de estado (posição e velocidade) é estimado através do algoritmo de determinação de órbita a cada 30 segundos, como foi exposto no Capítulo 10. Este algoritmo utiliza as medidas GPS de pseudo-distância na frequência L1 e o filtro de Kalman como estimador de estado. Então, a órbita inicial para todas as simulações foi a órbita estimada na determinação de órbita. O algoritmo calcula a manobra ótima para cada intervalo de tempo (neste caso de 30 segundos) em que é feita a estimação do estado durante um dia e fornece os dados da manobra ótima para o respectivo dia.

O algoritmo utilizado permite realizar manobras variando o semi-eixo a , a excentricidade e e/ou o argumento de perigeu w . Porém, neste trabalho somente manobras variando o semi-eixo maior a e a excentricidade e foram realizadas. Nas Tabelas 12.1 e 12.2 são apresentadas as manobras ótimas realizadas somente variando somente o semi-eixo maior para dois dias de simulação. A estimação do estado é realizada utilizando os elementos osculadores, porém o algoritmo de cálculo de manobra orbital utiliza os elementos médios. Portanto, foi necessário realizar uma transformação de elementos osculadores para médios e adicioná-lo ao algoritmo. Logo, os elementos keplerianos apresentados nas Tabelas 12.1 a 12.4 são elementos médios.

Todas as manobras feitas variando o semi-eixo maior foram do tipo Hohmann, isto é, a diferença entre os ângulos de posição do impulso é em torno de 180° $|\mathbf{D}(\mathbf{q}_2 - \mathbf{q}_1)| \approx 180^\circ$, o que era esperado. A direção de todos os impulsos é próxima de tangencial. O instante em que é necessário realizar a manobra, em cada dia, é dado nas tabelas. Na Tabela 12.2, por exemplo, nota-se que, entre todos os instantes nos quais a órbita foi determinada, a manobra correspondente ao instante de 62081,0 s foi escolhida como ótima para os três casos. Isso é explicado pelo fato de que nesse tempo o semi-eixo maior médio da órbita inicial obtém o valor máximo no intervalo de tempo estudado e isso diminui o consumo da manobra orbital que tem como objetivo aumentar o semi-eixo maior da órbita do satélite.

Nas Tabelas 12.3 e 12.4 foram realizadas são apresentadas as manobras ótimas realizadas variando somente o semi-eixo maior e a excentricidade, simultaneamente, para dois dias de simulação.

Agora, as manobras variando o semi-eixo maior e a excentricidade não são do tipo Hohmann. Elas são bi-impulsivas coplanares ótimas, mas os impulsos não são sempre tangenciais a órbita e o ângulo entre as posições dos impulsos não é mais de 180° .

TABELA 12.1 - MANOBRAS VARIANDO O SEMI-EIXO MAIOR PARA O DIA

18/11/1993

Parâmetros	Simulação 1	Simulação 2	Simulação 3
a_0 (m)	7.728.608,9	7.728.608,9	7.728.608,9
e_0	0,002515	0,002515	0,002515
w_0 (graus)	257,85°	257,85°	257,85°
a_2 (m)	7.730.000,0	7.800.000,0	7.850.000,0
q_1 (graus)	5,5°	5,5°	5,5°
q_2 (graus)	185,96°	185,96°	185,96°
a_1 (m)	7.729.303,8	7.764.276,8	7.789.257,5
e_1	0,002488	0,004511	0,0074
w_1 (graus)	-138,90°	175,31°	170,12°
r_1 (m)	7.734.460,1	7.734.460,1	7.734.460,1
r_2 (m)	7.723.907,8	7.723.907,8	7.843.813,8
f_1 (graus)	0,61°	0,61°	0,61°
f_2 (graus)	0,61°	0,61°	0,61°
DV_1 (m/s)	0,32	16,49	27,93
DV_2 (m/s)	0,32	16,45	27,82
DV_{Total} (m/s)	0,64	32,94	55,74
t (s)	77251,1	77251,1	77251,1

TABELA 12.2 - MANOBRAS VARIANDO O SEMI-EIXO MAIOR PARA O DIA

21/01/1994

Parâmetros	Simulação 4	Simulação 5	Simulação 6
a_0 (m)	7.726.538,9	7.726.538,9	7.726.538,9
e_0	0,002169	0,002169	0,002169
w_0 (graus)	235,23°	235,23°	235,23°
a_2 (m)	7.730.000,0	7.800.000,0	7.850.000,0
q_1 (graus)	5,14°	5,14°	5,14°
q_2 (graus)	183,97°	183,97°	183,97°
a_1 (m)	7.728.268,8	7.763.256,6	7.788.247,9
e_1	0,002144	0,004878	0,0079
w_1 (graus)	-123,40°	136,23°	137,89°
r_1 (m)	7.729.361,4	7.729.361,4	7.729.361,4
r_2 (m)	7.727.444,1	7.797.420,9	7.847.404,4
f_1 (graus)	1,05°	1,05°	1,05°
f_2 (graus)	1,05°	1,05°	1,05°
DV_1 (m/s)	0,80	16,98	28,41
DV_2 (m/s)	0,80	16,93	28,30
DV_{Total} (m/s)	1,60	33,91	56,71
t (s)	62081,0	62081,0	62081,0

TABELA 12.3 - MANOBRAS VARIANDO O SEMI-EIXO MAIOR E A
EXCENTRICIDADE PARA O DIA 18/11/1993

Parâmetros	Simulação 7	Simulação 8	Simulação 9
a_0 (m)	7.726.950,7	7.728.608,8	7.728.608,8
e_0	0,00505	0,002515	0,002515
w_0 (graus)	341,97°	257,85°	257,85°
a_2 (m)	7.730.000,0	7.800.000,0	7.850.000,0
e_2	0,0001	0,0001	0,0001
q_1 (graus)	314,96°	5,5°	5,5°
q_2 (graus)	299,94°	155,97°	167,97°
a_1 (m)	7.729.835,5	7.764.773,0	7.790.744,3
e_1	0,00048	0,0045	0,0078
w_1 (graus)	-163,42°	168,50°	165,87°
r_1 (m)	7.729.835,5	7.734.460,1	7.734.460,1
r_2 (m)	7.730.772,9	7.800.160,3	7.849.998,3
f_1 (graus)	73,59°	0,92°	0,12°
f_2 (graus)	1,47°	0,98°	0,18°
DV_1 (m/s)	0,15	16,72	28,60
DV_2 (m/s)	1,38	16,24	27,15
DV_{Total} (m/s)	1,53	32,96	55,75

t (s)	53521,1	77251,1	77251,1
---------	---------	---------	---------

TABELA 12.4 - MANOBRAS VARIANDO O SEMI-EIXO MAIOR E A EXCENTRICIDADE PARA O DIA 21/01/1994

Parâmetros	Simulação 10	Simulação 11	Simulação 12
a_0 (m)	7.725.673,5	7.726.538,9	7.726.538,9
e_0	0,0058	0,002169	0,002169
w_0 (graus)	53,38°	7,8°	7,8°
a_2 (m)	7.730.000,0	7.800.000,0	7.850.000,0
e_2	0,0001	0.0001	0.0001
q_1 (graus)	37,55°	5,2°	5,2°
q_2 (graus)	231,97°	159,97°	169,97°
a_1 (m)	7.726.015,8	7.762.859,0	7.788.568,9
e_1	0,00061	0,0048	0,0078
w_1 (graus)	-128,8°	-138,09°	-139,14°
r_1 (m)	7.721.414,7	7.729.361,4	7.729.361,4
r_2 (m)	7.730.772,8	7.800.206,4	7.850.073,1
f_1 (graus)	0,14°	0,09°	0,15°
f_2 (graus)	0,15°	0,15°	0,09°
DV_1 (m/s)	0,16	16,79	28,55
DV_2 (m/s)	1,85	17,12	28,16

DV_{Total} (m/s)	2,01	33,91	56,71
t (s)	38401,0	62081,0	62081,0

CAPÍTULO 13

CONCLUSÕES E SUGESTÕES

Foi proposto neste trabalho desenvolver um algoritmo para determinação de órbitas e manobras orbitais de satélites artificiais em tempo real e a bordo utilizando medidas GPS de uma frequência. Um estudo bibliográfico sobre determinação de órbita de satélites artificiais e manobras orbitais foi realizado. Em seguida, um modelo para determinação e manobras orbitais em tempo real foi proposto e a metodologia utilizada foi apresentada. O modelo de medidas utilizado foi descrito incluindo as correções dos erros de origem sistemática e aleatória. A necessidade de implementar um modelo de correção ionosférica com uso de única frequência de receptor GPS foi estudada. O vetor de estado, que consistiu na posição, velocidade e no desvio do relógio, foi estimado pelo filtro de Kalman estendido. As equações do movimento orbital considerou perturbações devidas ao geopotencial. As equações de movimento foram integradas através do Runge-Kutta de passo fixo de quarta ordem (RK4). Um estudo para compatibilizar o grau e a ordem dos coeficientes harmônicos, considerando custo computacional e precisão, foi realizado. A matriz de covariância dos erros no estado foi propagada no tempo através do cálculo da matriz de transição. Um estudo do método analítico de cálculo da matriz de transição foi realizado. O tamanho adequado do passo de integração foi escolhido através de extensivos testes para o problema de determinação de órbita em tempo real.

Os modelos propostos foram implementados em linguagem Fortran 77 e analisados através de dados reais do satélite T/P, que possui um receptor GPS de dupla frequência a bordo. Os resultados obtidos foram comparados com os arquivos de referência POE do satélite T/P, disponíveis na Internet.

Para finalizar este trabalho, foi apresentado um estudo de manobras orbitais. Três algoritmos foram testados com a finalidade de calcular e executar manobras orbitais de forma autônoma, e um deles foi escolhido, implementado e testado numericamente.

13.1 CONTRIBUIÇÃO

A principal contribuição deste trabalho foi o desenvolvimento de um algoritmo simplificado e compacto que possibilita a determinação de órbitas de satélites artificiais em tempo real e a bordo com relativa precisão em posição e velocidade.

Este algoritmo utiliza tecnologia de ponta, isto é, receptores GPS no lugar de estações de rastreamento, para fornecer medidas de observação para determinação de órbita. Assim, pode-se diminuir custos e aumentar a precisão da órbita estimada. Atualmente, vários satélites estrangeiros estão utilizando este tipo de equipamento e obtendo excelentes resultados. Porém, esta tecnologia ainda não foi utilizada por satélites brasileiros.

Além de determinar a órbita a bordo, foi analisada a viabilidade de realizar manobras orbitais sem qualquer comunicação com a estação terrestre. Isto é, o próprio satélite verifica a necessidade de realizar uma manobra, calcular e executá-la de modo que seja ótima segundo um critério de mínimo combustível. Com todas as informações necessárias a bordo, ele pode determinar o momento exato de realizá-la sem necessidades de vínculo com o segmento solo. Este trabalho introduz uma série de novos estudos com relação a este tópico.

A dificuldade em modelar a pseudo-distância foi um grande desafio devido as sutilezas do sistema GPS, tais como as correções dos relógios do receptor e dos satélites GPS, correção dos instantes de recepção e transmissão, correção relativística e correção ionosférica.

Dados reais do satélite T/P foram usados para validar a decodificação de dados reais, o cálculo de efemérides dos satélites GPS a partir da mensagem de navegação e o algoritmo de determinação de órbita, que, em geral, é feito com dados simulados.

13.2 CONCLUSÕES

O objetivo principal deste trabalho foi desenvolver um sistema de determinação de órbita através de um procedimento simplificado, compacto, com baixo custo computacional e com precisão em torno de dezenas de metros. Este modelo foi devidamente testado com dados reais de um satélite com receptor a bordo. O erro em posição obtido por este modelo foi de 15 a 20 m com desvio padrão em torno de 6 a 10 m com ou sem degradação das medidas através da Disponibilidade Seletiva (SA). O erro em velocidade obtido foi de 0,014 a 0,018 m/s com desvio padrão em torno de 0,006 a 0,008 m/s com ou sem SA. Resultados semelhantes foram obtidos por Gold et al. (1996) com um modelo um pouco menos simplificado do que este e usando pseudo-distância e fase da portadora como medidas de observação, como foi citado no Capítulo 2. Resultados melhores sem vínculos rígidos de tempo real considerando um modelo mais sofisticado e usando pseudo-distâncias de dupla frequência, foram obtidos por Binning (1996 e 1997b). A precisão em posição obtida por ele foi de 3 a 7 m.

O método para o cálculo de manobras orbitais bi-impulsivas e coplanares a bordo do veículo espacial, disponível na literatura em Prado (1993), foi testado e implementado com sucesso. As diversas simulações efetuadas mostraram que o método converge para a solução ótima em um tempo curto o suficiente para viabilizar aplicações em tempo real e com cálculos efetuados a bordo do satélite. Os resultados obtidos estão sempre dentro do esperado para o problema proposto. As possibilidades de restrição da região, onde a manobra será efetuada, e de controle, da relação entre o tempo de processamento e a precisão da solução, são mais dois fatores que recomendam o método utilizado para a aplicação proposta.

No Capítulo 7, foi mostrado que o método de Markley (1986) de cálculo da matriz de transição considerando o efeito do achatamento da Terra não fornece mudanças significativas na precisão da determinação de órbita, aumenta cerca de 30% o custo computacional, porém apresenta-se mais preciso para intervalo menores, como $D = 1$ e 10 s. As equações deste método são relativamente fáceis de serem manuseadas, isto é, é

possível incluir facilmente mais perturbações; enquanto, o outro método, que considera o movimento kepleriano puro, não oferece esta possibilidade. O método de Markley não possui nenhuma singularidade e nenhuma restrição quanto ao tipo de órbita. Neste método é feita uma aproximação via série de Taylor truncada, enquanto no outro, o movimento kepleriano puro, a solução é completamente analítica.

Como foi verificado no Capítulo 10, as diferenças entre os métodos de cálculo da matriz de transição não foram significativos para interferir no tempo de processamento e na precisão da determinação de órbita.

Com os estudos realizados nos Capítulos 9 e 10, conclui-se que o modelo de forças mais adequado, isto é, aquele que pondera melhor precisão com baixo custo computacional, foi o modelo que considera perturbações devidas ao geopotencial até o 10^o grau e ordem dos coeficientes harmônicos. A magnitude do passo de integração com melhor precisão e baixo custo computacional para integrar tanto a matriz de transição quanto o estado, foi correspondente a 30 segundos, por apresentar melhor precisão em posição e consumir menor custo computacional.

Nos Capítulos 6 e 10, verificou-se que o atraso ionosférico não afeta significativamente a medida de pseudo-distância e, logo não afetou a precisão da órbita estimada usando estas medidas.

Verificou-se que o filtro convergiu após aproximadamente uma hora de observação. Os resíduos formam uma distribuição normal com média zero e desvio padrão de no máximo 24 m.

13.3 SUGESTÕES PARA EXTENSÃO DESTE TRABALHO

Diversas sugestões podem ser feitas para futuras extensões dos tópicos abordados neste trabalho. Entre elas, podem ser citadas as seguintes:

- Incluir a correção do centro de fase, atitude e posição da antena GPS em relação ao centro de massa no algoritmo para melhorar na precisão em posição e velocidade (no satélite T/P é na ordem de 5 m em posição);
- A realização de testes com dados reais do satélite EUVE, o qual possui órbita baixa de ~ 500 km. Comparar os resultados obtidos com o trabalho de Gold et al. (1996), que obteve precisão em posição de 10 a 20 m com ou sem SA utilizando um receptor GPS de única frequência e um modelo de força limitado;
- Incluir no algoritmo de determinação de órbita de satélites baixos o efeito ionosférico como parâmetro a ser estimado pelo filtro de Kalman. Realizar novos testes e compará-los com os testes citados no item anterior;
- Incluir o arrasto atmosférico (em satélites baixos) e a pressão da radiação solar no modelo da dinâmica usado para propagar o vetor de estado e analisar necessidades verificando se houve melhora na precisão em posição e velocidade sem aumentar significativamente o custo computacional;
- Desenvolver um algoritmo com as mesmas características deste trabalho, porém usando a solução de navegação do GPS como medida. Comparar os resultados obtidos com os resultados obtidos por este trabalho;
- Desenvolver um algoritmo com as mesmas características principais deste trabalho, porém usando medidas de pseudo-distância obtidos em dupla frequência. Considerar o modelo de correção ionosférica para dupla frequência. Realizar testes com dados reais de satélites em órbitas baixas e altas, como o EUVE e T/P;
- Aumentar a ordem de aproximação do cálculo da matriz de transição como sugere Markley (1986) e incluir outras perturbações neste método. Comparar os resultados com os obtidos no Capítulo 7 deste trabalho. Analisar a sua necessidade de implementação;
- Estudar outros métodos de cálculo da matriz de transição que diminuam o custo computacional e aumentem a precisão da órbita;
- Considerar como parte do estado a ser estimado, as acelerações não modeladas;

- Desenvolver um algoritmo que utilize a fase da portadora e a pseudo-distância como medidas de observação. Com isto, será necessário calcular a ambigüidade da fase da portadora, que poderá ser estimada como parte do vetor de estado;
- Considerar um método para identificação de *cycle-slips*, resolução da ambigüidade e correção do multicaminho no caso da fase da portadora ser usada e verificar se houve melhora em precisão;
- Estimar como parte do estado a tendência de cada satélite GPS nas medidas de pseudo-distância;
- Desenvolver um algoritmo para manobras em três dimensões que possa ser executado em tempo real e a bordo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Battin, R. H. **Astronautical guidance**. New York: McGraw-Hill, 1964. 400p.
- Bertiger, W. I.; Bar-Server, Y. E.; Christensen, E. J.; Davis, E. S.; Guinn, J. R.; Haines, B.J.; Ibanez-Meier, R. W.; Jee, J. R.; Lichten, S. M.; Melbourne, W. G.; Muellerschoen, R. J.; Munson, T. N.; Vigue, Y.; Wu, S. C.; Yunck, T. P.; Schutz, B. E.; Abusali, P. A. M.; Rim, H. J.; Watkins, M. M.; Willis, P. GPS precise tracking of TOPEX/Poseidon: results and implications. **Journal of Geophysical Research**. v. 99, n. C12, p. 24449-24463, Dec.1994.
- Bhat, R. S.; Shapiro, B. E.; Frauenholz, R. B. Topex/Poseidon orbit acquisition maneuver sequence. In: Misra, A. K; Modi, V. J., Holdaway, r.; Bainum, P M. ed. **Advances in the Astronautical Sciences**. Columbia, Colorado: American Astronautical Society, 1993, v. 85, n. 1, p. 103-121.
- Bierman, G. J.; Thornton, C. L. Numerical comparison of kalman filter algorithms: orbit dertermination case study. **Automatica**, v. 13, p. 23-55, 1977.
- Biggs, M. C. B. **The optimisation of spacecraft orbital manoeuvres**. Part I: linearly varying thrust angles. Numerical Optimisation Centre: Haltfield Polytechnic, 1978. 25p. (Technical Report n. 98)
- Binning, P. W. GPS, dual frequency, SA free satellite navigation. In: ION Annual Meeting, 52., Boston, 1996. **Anais**. Alexandria: The Institute of Navigation. p. 803-812.
- Binning, P. W. Satellite orbit determination using GPS pseudoranges under SA. In: Howell, K. C.; Cicci, D. A.; Cochran Jr, J. E.; Kelso, T. S. ed. **Advances in the Astronautical Sciences**. Huntsville, Alabama: American Astronautical Society, 1997a, v. 95, n. 1, p. 183-193.

- Binning, P. W. **Absolute and relative satellite to satellite navigation using GPS.** Colorado. 163p. Thesis (Ph.D.) - Department of Aerospace Engineering Sciences - University of Colorado, 1997b.
- Brown, R.G.; Hwang, P. Y. C. A Kalman filter approach to precision GPS geodesy. In: Janiczek, P. M. ed. **Navigation: Global Positioning System**, 1984, v. 2, p. 155-166.
- Brown, R. G.; Hwang, P. Y. C. **Introduction to random signals and applied Kalman filtering.** 2. ed. New York: John Wiley, 1992. 502p.
- Chiaradia, A. P. M. **Aplicação do sistema GPS para determinação preliminar de órbita de satélite.** São José dos Campos. 136p. Dissertação (Mestrado em Ciência) - Instituto Tecnológico de Aeronáutica, 1996.
- Chiaradia, A. P. M.; Fernandes, S. S.; Vilhena de Moraes, R. Application of the GPS system for preliminary satellite orbit determination. **Advances in Space Research**, v. 19, n. 11, p. 16710-1675, 1997.
- Chiaradia, A. P. M.; Gill, E.; Montenbruck, O.; Kuga, H. K.; Prado, A. F. B. A. **Algorithms for on-board orbit determination using GPS - OBODE-GPS.** Wessling, Alemanha: DLR, 2000. 43p. (DLR – GSOC TN 00-04).
- Dana, P. H. **Global positioning system overview.** University of texas, Austin. [online] <<http://www.utexas.edu/depts/grg/gcraft/notes/gps/gps.html>>. July, 1998.
- Dana, P. H. **Global positioning system overview.** University of texas, Austin. [online] <http://www.colorado.Edu/geography/gcraft/notes/gps/gps_f.>. Jan., 2001.

Danby J. M. A. The matrizant of Keplerian motion. **AIAA Journal**, v. 2, n. 1, p. 16-19, Jan.1964.

Davies, K. **Ionospheric radio**. London: Peter Peregrinus, 1990. 580p.

Fedrizzi, M. **Observações do conteúdo eletrônico total com dados do GPS**. São José dos Campos. 142p. (INPE-7259-TDI/703). Dissertação (Mestrado em Ciência Espacial/Geofísica Espacial) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, 1999.

Feess, W. A.; Stephens, S. G. Evaluation of GPS ionospheric time-delay model. **IEEE transactions on Aerospace and Electronic Systems**, v. AES-23, n. 3, p. 332-338, May, 1987.

Fu, L. L.; Christensen, E. J.; Yamarone Jr., C. A.; Lefevre, M.; Ménard, Y.; Dorrer, M.; Escudier, P. TOPEX/POSEIDON mission overview. **Journal of Geophysical Research**, v. 99, n. C12, p. 24369-24381, Dec., 1994.

Gallagher, D. L.; Craven, P. D.; Comfort, R. H. An empirical model of the earth's plasmasphere. **Advances in Space Research**, v. 8, n. 8, p. (8)15-(8)24, 1988.

Gelb, A.; Kasper Jr., J.F.; Nash Jr., R. A.; Price, C. F.; Sutherland Jr., A. A. **Applied optimal estimation**. Inglaterra: The M.I.T. Press, 1974. 374p.

Gill, E. Orbit determination of the MIR space station from GPS navigation data. In: International Symposium on Space Flight Dynamics, 12., Darmstadt, 1997. **Anais**. ESOC: ESA, 1997. SFD 97/17 ESA SP-403, p. 79-82.

Gill, E. **Visibility analysis of the GPS space segment for the BIRD satellite mission**. Wessling, Alemanha: DLR, 1999. (GSOC TN 99-04).

Gill, E.; Montenbruck, O.; Terzibaschian, Th. An autonomous navigation system for the german small satellite mission BIRD. In: AAS/AIAA Space Flight Mechanics Meeting, Clearwater, Florida, 2000. **Anais**. San Diego: American Astronautical Society, AAS00-122, 2000.

Gobet, F.W.; Doll, J.R. A Survey of Impulsive Trajectories. **AIAA Journal**, v. 7, n. 5, p. 801-834, 1969.

Gold, K.; Bertiger, W. I.; Wu, S.; Yunck, T.; Mullerschoen, R.; Born, G.; Larson, K. A study of real-time GPS orbit determination for the extreme ultraviolet explorer. In: ION National Technical Meeting, San Diego, 1994. **Anais**. Alexandria: The Institute of Navigation, v. 41-3, p. 1- 10, 1994.

Gomes, V. M.; **Análise da Mensagem de Navegação Transmitida e da Geometria dos Satélites GPS**: relatório de iniciação científica no Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais. São José dos Campos, 1. sem de 2000. 53p.

Goodyear, W. H. Completely general closed-form solution for coordinates and partial derivatives of the two-body problem. **The Astronomical Journal**, v. 70. n. 3, p. 189-192, Abr., 1965.

Goodyear W. H. **A general method for the computation of Cartesian coordinates and partial derivatives of the two-body problem** Greenbelt, MD: Goddard Space Flight Center, 1966. 97p. (NASA CR-522).

Gurtner, W. RINEX, The receiver-independent exchange format. **GPS World**, p. 48-52, Jun., 1994.

Gurtner, W.; Mader, G. M. **The Rinex format: current status, future developments**. [online] <<http://www.navcen.uscg.mil/gps/geninfo/gpsdocuments/rinex/rinex.htm>>. Mar. 1998.

Hoelker, R.F.; Silber, R. **The bi-elliptic transfer between circular co-planar orbits.**
Alabama: Army Ballistic Missile Agency, Redstone Arsenal, Jan. 1959. (DA Tech
Memo 2-59).

Hofmann-Wellenhof, B.; Lichtenegger, H.; Collins, J. **Global Positioning System –
theory and practice.** 3.ed. Wien: Springer-Verlag, 1994. 355p.

International Earth Rotation Service (IERS) **1995 IERS Annual Report.** Paris:
Observatoire de Paris, 1996.

Jesus, A. D. C. **Análise estatística de manobras orbitais com propulsão finita sujeita
a erros no vetor empuxo.** São José dos Campos. 351p. (INPE-7504-
TDI/719).Dissertação (Doutorado em Engenharia e Tecnologia Espaciais) -
Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais,1999.

Jesus, A. D. C.; Souza, M. L. O.; Prado, A. F. B. A. Study of the effects of thrust vector
errors on nonimpulsive orbital Transfers. In: Prado, A. F. B. A. ed. **Advances in
Space Dynamics**, São José dos Campos: INPE, 2000, p. 424-435.

Klobuchar, J.A. Ionospheric time-delay algorithm for single-frequency GPS users.
IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, v. AES-23, n. 3, p.
325-331, May, 1987.

Komjathy, A. **Global ionospheric total electron content mapping using the Global
Positioning System.** New Brunswick. 248p. Thesis (Ph.D.) - Department of
Geodesy and Engineering - University of New Brunswick, Sept., 1997.

Kondapalli, R. R. **A review of numerical methods for initial value problems.** São
José dos Campos: INPE, 1984. 173p. (INPE – 3011 – RPI/088).

- Kondapalli, R. R. **Avaliação da influência de erros envolvidos na propagação de órbitas de satélites artificiais**. São José dos Campos. 276p. (INPE-4962-TDL/391). Dissertação (Doutorado em Ciência Espacial/Mecânica Orbital) - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, 1989.
- Kondapalli, R. R.; Kuga, H. K. **Manual de uso de um conjunto de integradores numéricos para problemas de condições iniciais**. São José dos Campos: INPE, 1986. 70p. (INPE – 3830 – RPI/154).
- Kuga, H. K. **Estimação adaptativa de órbitas aplicada a satélites a baixa altitude**. São José dos Campos. 128p. (INPE-2316-TDL/079). Dissertação (Mestrado em Ciência Espacial) - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, 1982.
- Kuga, H. K. **Matriz de transição do movimento kepleriano elíptico**. São José dos Campo: INPE, 1986. 20p. (INPE-3779-NTE/250).
- Kuga, H. K. **Métodos em propagação de órbita de satélites artificiais terrestres**. São José dos Campos: INPE, 1987. 62p. (INPE – 4405 – RPE/556).
- Kuga, H. K. **Determinação de órbitas de satélites artificiais terrestres através de técnicas de estimação combinadas a técnicas de suavização de estado**. São José dos Campos. 249p. (INPE-4959-TDL/079). Dissertação (Doutorado em Ciência Espacial/Mecânica Orbital) - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, 1989.
- Kuga, H. K. **Noções práticas sobre a utilização do filtro de Kalman**. (Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 1997). Comunicação pessoal.
- Kuga, H. K.; Gill, E. **A mathematical description of the ODEM orbit determination software**. Wessling, Alemanha, 1994. 59p. (DLR-GSOC IB 94-06).

- Kuga, H. K.; Lopes, R. V. F.; Prado, A. F. B. A.; Nascimento, J. M.; Chiaradia, A. P. M. Orbit determination and navigation using GPS. In: J. M. Balthazar, P. B. Gonçalvez, R. Brasil, ed. **Nonlinear dynamics, chaos, control and their applications to engineering sciences**, Rio de Janeiro: ABCM, 2000, v. 3, Cap. 7, p. 93-108.
- Kuga, H. K.; Rios Neto, A.; Orlando, V. UD filtering and smoothing applied to orbit determination. In: International Symposium on Space Dynamics, Toulouse, 1989. **Anais**. Toulouse: CEPADUES-EDITIONS, p. 545-560, 1989.
- Langley, R. B. A GPS glossary. **GPS World**, p 61-63, Out., 1995.
- Lawden, D. F. Minimal rocket trajectories. **ARS Journal**, v. 23, n. 6, p. 360-382, 1953.
- Lawden, D.F. Fundamentals of space navigation. **Journal of British Interplanetary Science**, v. 13, p. 87-101, 1954.
- Lawden, D.F. Optimal programming of pocket thrust direction. **Astronautica Acta**, v. 1, n. 1, p. 41-56, 1955.
- Leick, A. **GPS satellite surveying**. 2. ed. New York: John Wiley, 1995. 559p.
- Leva, J. L.; Haag, M. U.; Dyke, K. V. Performance of standalone GPS. In: Kaplan, E. R. ed. **Understanding GPS: principles and applications**. New York: Artech House Publisher, 1996. Cap. 7, p. 237 -319, 1996.
- Lopes, R. V. F.; Kuga, H. K. **Fast optimal orbit estimation from GPS measurements**. São José dos Campos: INPE, 1986. 40p. (INPE-4016-PRE/263).

Lopes, R.V.F; Kuga. H. K. Optimal estimation of local orbit from GPS measurements. **AAIA Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 11, n. 2, p. 186-188, Mar.-Abr. 1988.

Lopes, R. V. F.; Kuga, H. K. ORBEST - A GPS navigation solution algorithm without DOP analysis. In: Howell, K. C.; Cicci, D. A.; Cochran Jr, J. E.; Kelso, T. S. ed. **Advances in the Astronautical Sciences**. Huntsville, Alabama: American Astronautical Society, 1997a, v. 95, n. 1, p. 153-166.

Markley F. L. Approximate cartesian state transition matrix. **The Journal of the Astronautical Sciences**, v.34, n. 2, p 161-169, Apr. – June, 1986.

Marshall, J.A.; Antreasian, P.G.; Rosborough, G.W.; Putney, B.H. Modeling radiation forces acting on satellites for precision orbit determination. In: Kaufman, B; Alfried, K. T; Rochrich, R. L; Dasenbrock, R. R. ed. **Advances in The Astronautical Sciences**. Durango, Colorado: American Astronautical Society, 1991,v. 76, n. I, p. 73-96.

Maybeck, P.S. **Stochastic models, estimation, and control**. New York: Academic Press, 1979. v. 1. 423p.

Melton, R.G.; Jin, H. Transfers between circular orbits using fixed impulses. AAS 91-161. In: Soldner, J. K.; Misra, A. K.; Sackett, L. I., Holdaway, L. ed. **Advances in The Astronautical Sciences**. Houston, Texas: American Astronautical Society, 1991,v. 76, n.1, p. 833-842.

Montenbruck, O.; Gill, E.; Ordonez, J. M. F. Orbit determination of the Mir space station using MOMSNAV GS measurements. In: International Symposium on Space Technology and Science, 20., Gifu, 1996. **Anais**. Gifu: ISTS, 1996, 96-c-53, p. 1-6, 1996.

- Montenbruck, O.; Gill, E. **Satellite orbits – models, methods, and applications**. Heidelberg: Springer Verlag, 2000.
- Nasa, **IRI-95**. [online] <ftp://nssdc.gsfc.nasa.gov/pub/models/ionospheric/iri/iri95>, Mar., 2000.
- Nascimento, J. M.; Kuga, H. K.; Prado, A. F. B. A. **Utilização da solução de navegação do GPS para determinação de órbita de satélites a baixa altitude**. São José dos Campos: INPE, 1997. 8p. (INPE-6719-PRE/2741).
- Nerem, S. **GEM models**. [online] <ftp://geodesy.gsfc.nasa.gov/dist/GEM_Models>, Ago. 2000.
- Noll, C. **Crustal dynamics data information system** [online] <ftp://cddisa.gsfc.nasa.gov/>, Dez. 1998.
- Orlando, V.; Rios Neto, A. **Aplicação de técnica de ruído adaptativo em estimação de estado à suavização de dados**. São José dos Campos: INPE, 1984. 7p. (INPE-3187-PRE/552).
- Orlando, V.; Kuga, H. K.; Lopes, R. V. F. Reducing the geopotential tesseral harmonic effects on autonomous longitude drift control of Sun-synchronous satellites. In: Howell, K. C.; Cicci, D. A.; Cochran Jr, J. E.; Kelso, T. S. ed. **Advances in the Astronautical Sciences**. Huntsville, Alabama: American Astronautical Society, 1997a, v. 95, n. 1, p. 361-374.
- Orlando, V.; Kuga, H. K. Analysis of an autonomous orbit control concept using GPS. **Revista Brasileira de Ciências Mecânicas**, v. 21, p. 52-59, 1999.
- Orlando, V.; Kuga, H. K. Effect analysis of maximal allowable maneuver application rate for an autonomous orbit control procedure application. In: International

Symposium Space Dynamics. **Proceedings of International Symposium Space dynamics**. Biarritz: CNES, 2000a.

Orlando, V.; Kuga, H. K. Investigation on autonomous orbit control using DIODE and GPS navigation systems. In: Prado, A. F. B. A. ed. **Advances in Space Dynamics**, São José dos Campos: INPE, 2000b, p. 338-348.

Osório, I. M. T. V. P. **O sistema global de posicionamento na orbitografia de satélites de baixa altitude**. Porto. 198p. Dissertação (Doutorado em Ciência) - Universidade do Porto, 1992.

Paiva, R. N. **Determinação de órbitas de satélites artificiais através de um estimador, na presença de acelerações não-modeladas, usando transformação KS**. São José dos Campos. 131p. (INPE-1998-TDL/040). Dissertação (Mestrado em Ciência Espacial) - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, 1981.

Paiva, R. N. **Determinação autônoma de órbita usando GPS**. São José dos Campos. 230p. (INPE-4815-TDL/361). Dissertação (Doutorado em CEA/Mecânica Orbital) - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, 1989.

Parkinson, B.W. Origins, evolution, and future of satellite navigation. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**. v. 20, n. 1, p. 11-25. Jan.-Fev., 1997.

Parkinson, B. W.; Spilker Jr. J. J. ed. **Global Positioning System: theory and applications. V. I**. Washington: AIAA, 1996a. 793p. (Progress in Astronautics and Aeronautics, 163).

Parkinson, B. W.; Spilker Jr. J. J. ed. **Global Positioning System: theory and applications. V. II**. Washington: AIAA, 1996b. 500p. (Progress in Astronautics and Aeronautics, 163).

- Paulo, M. M. N. S., Prado, A. F. B. A.; Souza, M. L. O. A Numerical algorithm to calculate bi-impulsive three-dimensional maneuvers. In: Prado, A. F. B. A. ed. **Advances in Space Dynamics**, São José dos Campos: INPE, 2000, p. 471-483.
- Pines, S. Uniform representation of the gravitational potential and its derivatives. **AIAA Journal**, v. 11, n.11, P. 1508-1510, Nov., 1973.
- Prado, A.F.B.A. **Análise, seleção e implementação de procedimentos que visem manobras ótimas de satélites artificiais**. São José dos Campos: INPE, 246p. (INPE-5003-TDL/397). Dissertação (Mestrado em Ciência Espacial/Mecânica Orbital) - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, 1989.
- Prado, A.F.B.A. **Optimal Transfer and Swing-By Orbits in the Two- and Three-Body Problems**. Austin. 240p. Thesis (Ph.D) - Department of Aerospace Engineering and Engineering Mechanics - University of Texas, Dec., 1993.
- Prado, A. F. B. A.; Broucke, R.A. The problem of transfer orbits from one body back to the same body. AAS 93-183. In: Melton, R. G. ; Wood, L. J; Thompson, R. C.; Kerridge, S. J. ed. **Advances in the Astronautical Sciences**. Pasadena, Califórnia: American Astronautical Society, 1993. v. 83, n. 2, p. 1241-1260.
- Prado, A.F.B.A.; Rios-Neto, A. Um estudo bibliográfico sobre o problema de transferências de órbitas. **Revista Brasileira de Ciências Mecânicas**, v. 15, n. 1, p. 65-78, 1993.
- Press, H. W.; Flannery, B. P.; Teukolsky, S. A.; Vetterling, W. T. **Numerical Recipes**. 3. ed. Cambridge: University Press, 1987. 818p.
- Putney, B. H.; Marshall, J. A.; Nerem, R. S.; Lerch, F. J.; Chinn, D. S.; Johnson, S. M.; Klosko, S. M.; Luthcke, S. B.; Rachlin, K. E.; Williams, T. A.; Williamson, R. G.; Zelensky, N. P.; Precise orbit determination for Topex/Poseidon mission. In: Misra,

A. K; Modi, V. J., Holdaway, r.; Bainum, P M. ed. **Advances in the Astronautical Sciences**, 1993. v. 85, n. 1, p. 195-212.

Raol, J. R.; Sinha, N. K. On the orbit determination problem. **IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems**, v. AES-21, n. 3, p. 274-290, May, 1985.

Rim, H. J.; Webb, C. E.; Schutz, B. E; Byun, S. Comparison of GPS-based precision orbit determination approaches for ICESAT. In: AAS/AIAA Space Flight Mechanics Meeting, Clearwater, Flórida, 2000. **Anais**. San Diego: AAS, 2000. n. AAS00-114.

Rios Neto, A.; Kuga, H. K. **Estimação adaptativa e em tempo real de órbitas de satélites artificiais a baixa altitude**. São José dos Campos: INPE, 1981. 11p. (INPE-2088-RPE/318).

Rios Neto, A.; Kuga, H. K. **Estimação adaptativa do ruído no estado para o filtro de Kalman**. São José dos Campos: INPE, 1982. 6p. (INPE-2440-RPE/141).

Rios Neto, A.; Kuga, H. K. **Kalman filtering state noise adaptive estimation**. São José dos Campos: INPE, 1985. 5p. (INPE-3790-RPE/885).

Rios Neto, A.; Paiva, R. N. **An adaptive satellite orbit estimation scheme using an analytical approach and a dynamical model compensation technique**. São José dos Campos: INPE, 1983. 21p. (INPE-2304-RPE/072).

Rios Neto, A.; Lopes, R. V. F.; Paiva, R. N. **Estimação adaptativa da atitude de satélites artificiais via filtro de Kalman com compensação do modelo dinâmico**. São José dos Campos: INPE, 1982. 6p. (INPE-2441-RPE/142).

- Rocco, E. M. **Transferências orbitais bi-impulsivas com limite de tempo**. São José dos Campos. 196p. (INPE-6676-TDI/626). Dissertação (Mestrado em Engenharia e Tecnologia Espaciais) - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, 1997.
- Rocco, E.; Prado, A.F.B.A.; Souza, M.L.O. Bi-Impulsive Orbital Transfers Between Non-Coplanar Orbits with Time Limit. In: Prado, A. F. B. A. ed. **Advances in Space Dynamics**, São José dos Campos: INPE, 2000, p. 393-408.
- Rodrigues, D. L. F. **Análise dinâmica de Transferência Orbital**. São José dos Campos. 187p. (INPE-5352-TDI/461) Dissertação (Mestrado em Ciência Espacial/Mecânica Orbital) - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, 1991.
- Schulz, W. **Transferências bi-impulsivas entre órbitas elípticas não coplanares com consumo mínimo de combustível**. São José dos Campos. 89p. (INPE-6385-TDI/604). Dissertação (Mestrado em Engenharia e Tecnologia Espaciais) - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, 1997.
- Seeber, G. **Satellite geodesy: foundations, methods, and applications**. Berlim: Walter de Gruyter, 1993. 531p.
- Shapiro, B.R. **Topex/Poseidon navigation team**. [online] <<http://topexnav.jpl.nasa.gov>>, Abr. 1998.
- Shepperd, S. W. Universal Keplerian state transition matrix. **Celestial Mechanics**, v. 35, n. 2, p. 129-144, 1985.
- Spencer, T.M.; Glickman, R.; Bercaw, W. Low-thrust orbit raising for shuttle payloads. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 5, n. 4, p. 372-378, 1982.
- Szebehely, V.G. **Theory of orbits- The restricted problem of the three bodies**. New York: Academic Press, 1967. 668p.

- Tapley, B. D.; Ries, J. C. Orbit determination requirements for TOPEX. In: Soldner, J.J. K.; Misra, A. K.; Linderg, R. E; Williamson, W. ed. **Advances in The Astronautical Sciences**. Montana: American Astronautical Society, 1987. v. 65, n. 1, p. 321-338.
- Tapley, B.D.; Ries, J.C.; Davis, G.W.; Eanes, R.J.; Schutz, B.E.; Shum, C.K.; Watkins, M.M.; Marshall, J.A.; Nerem, R.S.; Putney, B.H.; Klosko, S.M.; Luthcke, S.B.; Pavlis, d.; Williamson, R.G.; Zelensky, N.P. Precision orbit determination for TOPEX/Poseidon. **Journal of Geophysical Research**, v. 99, n. C12, p. 24383-24404, Dez., 1994.
- Tsien, H.S. Take-Off from Satellite Orbit. **Journal of the American Rocket Society**, v. 23, n. 4, p. 233-236, 1953.
- Van Dierendonck, A. J.; Russell, S. S.; Kopitzke, E. R.; Birnbaum, M. The GPS navigation message. In: Janiczek, P. M. ed. **Navigation: Global Positioning System**. Alexandria: The Institute of Navigation, v. 1, p. 55-73,1980.
- Wu, S.C.; Muellerschoen, R.J.; Bertiger, W.I.; Yunck, T.P.; Bar-Server, Y.E.; Munson, T.N. Automated precision orbit determination for TOPEX/Poseidon with GPS. In: Misra, A. K; Modi, V. J., Holdaway, r.; Bainum, P M. ed. **Advances in the Astronautical Sciences**, 1993. v. 85, n. 1, p. 183-193.
- Yunck, T. P. Orbit determination. In: Parkinson, B. W.; Spilker Jr, J. J. ed. **Global Positioning System: Theory and Applications**. Washington: AIAA, 1996. v. 2, Cap. 21, p. 559-592.
- Zhang, Z.; Yang, X. A new method to determine low earth orbit using GPS. In: Teles, J.; Samii, M. V. ed. **Advances in The Astronautical Sciences**. Columbia, Colorado: American Astronautical Society, 1993, v. 85, n.1, p. 359-365.

A. K; Modi, V. J., Holdaway, r.; Bainum, P M. ed. **Advances in the Astronautical Sciences**, 1993. v. 85, n. 1, p. 195-212.

Raol, J. R.; Sinha, N. K. On the orbit determination problem. **IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems**, v. AES-21, n. 3, p. 274-290, May, 1985.

Rim, H. J.; Webb, C. E.; Schutz, B. E; Byun, S. Comparison of GPS-based precision orbit determination approaches for ICESAT. In: AAS/AIAA Space Flight Mechanics Meeting, Clearwater, Flórida, 2000. **Anais**. San Diego: AAS, 2000. n. AAS00-114.

Rios Neto, A.; Kuga, H. K. **Estimação adaptativa e em tempo real de órbitas de satélites artificiais a baixa altitude**. São José dos Campos: INPE, 1981. 11p. (INPE-2088-RPE/318).

Rios Neto, A.; Kuga, H. K. **Estimação adaptativa do ruído no estado para o filtro de Kalman**. São José dos Campos: INPE, 1982. 6p. (INPE-2440-RPE/141).

Rios Neto, A.; Kuga, H. K. **Kalman filtering state noise adaptive estimation**. São José dos Campos: INPE, 1985. 5p. (INPE-3790-RPE/885).

Rios Neto, A.; Paiva, R. N. **An adaptive satellite orbit estimation scheme using an analytical approach and a dynamical model compensation technique**. São José dos Campos: INPE, 1983. 21p. (INPE-2304-RPE/072).

Rios Neto, A.; Lopes, R. V. F.; Paiva, R. N. **Estimação adaptativa da atitude de satélites artificiais via filtro de Kalman com compensação do modelo dinâmico**. São José dos Campos: INPE, 1982. 6p. (INPE-2441-RPE/142).

- Rocco, E. M. **Transferências orbitais bi-impulsivas com limite de tempo.** São José dos Campos. 196p. (INPE-6676-TDI/626). Dissertação (Mestrado em Engenharia e Tecnologia Espaciais) - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, 1997.
- Rocco, E.; Prado, A.F.B.A.; Souza, M.L.O. Bi-Impulsive Orbital Transfers Between Non-Coplanar Orbits with Time Limit. In: Prado, A. F. B. A. ed. **Advances in Space Dynamics**, São José dos Campos: INPE, 2000, p. 393-408.
- Rodrigues, D. L. F. **Análise dinâmica de Transferência Orbital.** São José dos Campos. 187p. (INPE-5352-TDI/461) Dissertação (Mestrado em Ciência Espacial/Mecânica Orbital) - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, 1991.
- Schulz, W. **Transferências bi-impulsivas entre órbitas elípticas não coplanares com consumo mínimo de combustível.** São José dos Campos. 89p. (INPE-6385-TDI/604). Dissertação (Mestrado em Engenharia e Tecnologia Espaciais) - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, 1997.
- Seeber, G. *Satellite geodesy: foundations, methods, and applications.* Berlin: Walter de Gruyter, 1993. 531p.
- Shapiro, B.R. **Topex/Poseidon navigation team.** [online] <<http://topexnav.jpl.nasa.gov>>, Abr. 1998.
- Shepperd, S. W. Universal Keplerian state transition matrix. **Celestial Mechanics**, v. 35, n. 2, p. 129-144, 1985.
- Spencer, T.M.; Glickman, R.; Bercaw, W. Low-thrust orbit raising for shuttle payloads. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 5, n. 4, p. 372-378, 1982.
- Szebehely, V.G. **Theory of orbits- The restricted problem of the three bodies.** New York: Academic Press, 1967. 668p.

- Tapley, B. D.; Ries, J. C. Orbit determination requirements for TOPEX. In: Soldner, J.J. K.; Misra, A. K.; Linderg, R. E; Williamson, W. ed. **Advances in The Astronautical Sciences**. Montana: American Astronautical Society, 1987. v. 65, n. 1, p. 321-338.
- Tapley, B.D.; Ries, J.C.; Davis, G.W.; Eanes, R.J.; Schutz, B.E.; Shum, C.K.; Watkins, M.M.; Marshall, J.A.; Nerem, R.S.; Putney, B.H.; Klosko, S.M.; Luthcke, S.B.; Pavlis, d.; Williamson, R.G.; Zelensky, N.P. Precision orbit determination for TOPEX/Poseidon. **Journal of Geophysical Research**, v. 99, n. C12, p. 24383-24404, Dez., 1994.
- Tsien, H.S. Take-Off from Satellite Orbit. **Journal of the American Rocket Society**, v. 23, n. 4, p. 233-236, 1953.
- Van Dierendonck, A. J.; Russell, S. S.; Kopitzke, E. R.; Birnbaum, M. The GPS navigation message. In: Janiczek, P. M. ed. **Navigation: Global Positioning System**. Alexandria: The Institute of Navigation, v. 1, p. 55-73,1980.
- Wu, S.C.; Muellerschoen, R.J.; Bertiger, W.I.; Yunck, T.P.; Bar-Server, Y.E.; Munson, T.N. Automated precision orbit determination for TOPEX/Poseidon with GPS. In: Misra, A. K; Modi, V. J., Holdaway, r.; Bainum, P M. ed. **Advances in the Astronautical Sciences**, 1993. v. 85, n. 1, p. 183-193.
- Yunck, T. P. Orbit determination. In: Parkinson, B. W.; Spilker Jr, J. J. ed. **Global Positioning System: Theory and Applications**. Washington: AIAA, 1996. v. 2, Cap. 21, p. 559-592.
- Zhang, Z.; Yang, X. A new method to determine low earth orbit using GPS. In: Teles, J.; Samii, M. V. ed. **Advances in The Astronautical Sciences**. Columbia, Colorado: American Astronautical Society, 1993, v. 85, n.1, p. 359-365.

APÊNDICE A

FORMATO RINEX E SP3

A.1 FORMATO RINEX

Cada tipo de receptor tem o seu próprio formato binário de dados e as observações são definidas seguindo o conceito individual do fabricante. As etiquetas de tempo podem ser definidas no instante de transmissão ou no instante de recepção. A medida de fase pode ser expressada em ciclos inteiros ou em partes fracionárias de ciclos. O código e a fase podem ter etiquetas de tempo diferentes ou idênticas e satélites podem ser observados simultaneamente ou em épocas diferentes.

Como consequência, dados de mais de 60 tipos diferentes de receptores de quatro fabricantes diferentes não podiam ser facilmente processados simultaneamente com um pacote particular de programas de processamento de dados do GPS.

Para resolver este problema, todos os fabricantes são recomendados a usar o mesmo formato de saída de dados ou um formato de dados comum. Este formato tem que ser definido para que possa ser usado como uma interface de dados entre todos os tipos de receptores geodésicos e os diferentes sistemas de programas de processamento. O primeiro não foi realizado até o momento. Entretanto, uma tentativa com sucesso foi feita para definir e aceitar um formato de dados comum para troca de dados internacionais.

O RINEX foi proposto por um grupo do Instituto Astronômico da Universidade de Berne. O Dr. Werner Gurtner o apresentou no 5º Simpósio Geodésico Internacional em Posicionamento por Satélite em Las Cruces, Novo México, em março de 1989. A proposta foi discutida e modificada durante um seminário neste simpósio e

recomendado para o uso internacional. Assim surgiu a primeira versão do RINEX. Em 1990, surgiu a segunda versão. (Gurtner, 1994).

A.1.1 Definição das observações

O RINEX define três observações do GPS: tempo, fase e distância. O tempo de medida é o instante de recepção do sinal recebido. É idêntico para as medidas de fase e distância. É idêntico para todos os satélites simultaneamente observados naquela época. É expressado no tempo GPS (não no tempo Universal).

A medida da pseudo-distância é a diferença entre o instante de recepção (expressado no sistema de tempo do receptor) e o instante de transmissão (expressado no sistema de tempo do satélite GPS) de um sinal distinto do satélite que vai da antena do receptor ao satélite, incluindo os atrasos dos relógios do satélite GPS e do receptor (e outras tendências, tais como atrasos atmosféricos). A pseudo-distância é estocada em unidades de metros e não possui ambigüidade, isto é, a distância do código C/A adicionará o número correto de milésimos de segundos para obter a definição de pseudo-distância dada acima.

A observação da fase é a medida da fase da portadora em ciclos inteiros em uma ou ambas as frequências. É a medida na frequência de batida entre a fase recebida do sinal do satélite e a frequência de referência gerada no receptor. A fase deve ser expressada no mesmo sentido que a pseudo-distância, isto é, um aumento na pseudo-distância implica um aumento no valor da fase.

As observações não são corrigidas por efeitos externos, como refração atmosférica, atrasos de relógios do satélite, etc., razão pela qual recebem o nome de pseudo-distância.

A.1.2 Descrição geral do formato

O formato RINEX consiste em quatro tipos de arquivo ASCII:

1. Arquivo de observação;
2. Arquivo da mensagem de navegação transmitida;
3. Arquivo de dados meteorológicos; e
4. Arquivo de mensagem de navegação do GLONASS.

Cada tipo de arquivo consiste de uma seção de cabeçalho e uma de dados. O cabeçalho contém informações globais para o arquivo inteiro e é colocado no início do arquivo. O cabeçalho contém rótulos nas colunas 61-80 para cada linha. Estes rótulos são obrigatórios e devem aparecer exatamente como nesta descrição.

As Tabelas A.1 a A.4 foram extraídas e adaptadas de Gurtner (1998). Elas se referem aos arquivos de observação e aos da mensagem de navegação transmitida.

TABELA A.1 - ARQUIVOS DE OBSERVAÇÃO – DESCRIÇÃO DO CABEÇALHO

RÓTULO DO CABEÇALHO	DESCRIÇÃO	FORMATO
VERSÃO / TIPO	- Versão do formato (2)	I6,14X
	- Tipo do arquivo ('0' Dados de Obs.)	A1,19X
	- Sistema do satélite: branco ou 'G': GPS	A1,19X
	'R': GLONASS 'T': NNSS Transit 'M': Misturado	
PGM/GERADO POR/DATA	- Nome do programa que cria o arquivo atual	A20
	- Nome da agência que cria o arquivo atual	A20
	- Data da criação do arquivo	A20
COMENTÁRIO	Linha(s) de comentário	A60
NOME DO FABRICANTE	Nome do fabricante da antena	A60
NÚMERO DO FABRICANTE	Número do fabricante da antena	A20
OBSERVADOR/AGÊNCIA	Nome do observador/agência	A20,A40

(Continua)

TABELA A.1 - Continuação

REC # / TIPO / VERS (Versão do programa interno)	Número do receptor, tipo, e versão	3A20
ANT # / TIPO	Número da antena e tipo	2A20
APROX POSIÇÃO XYZ	Posição aproximada do fabricante (WGS84)	F14.4
ANTENA: DELTA H/E/N	- Peso antena: Peso da superfície da base da antena acima do fabricante - Excentricidades do centro da antena relativas ao fabricante para o leste e norte (todas unidades em metros)	3F14.4
FAT COMPRIMENTO L1/2 DE ONDA	- Fatores do comprimento p/ L1 e L2 1: ciclos completos de ambigüidade 2: metade do ciclo de ambigüidade 0 (em L2): instrumento de única frequência - Números de satélites para seguir em lista para qual estes fatores são válidos. 0 ou branco: fatores do comprimento de onda por <i>default</i> para todos os satélites não contidos na tal lista. Máx 7. Se for mais do que 7 satélites: Repete os dados. - Lis de PRNs (números de satélites)	2I6 I6 7(3X,A1,I2)
#/TIPOS DE OBSE.	- n. de tipos diferentes de obs. estocados no arquivo - Tipos de observação Os seguintes tipos de obs. são definidos na versão RINEX 2: L1, L2: medidas da fase em L1 e L2 C1: Pseudo-distância usando C/A - Código em L1 C2: Pseudo-distância usando C/A - Código em L1 e P2-P1 código P1, P2: Pseudo-distância usando P - Código em L1, L2 D1, D2: frequência Doppler em L1 e L2 T1, T2: Doppler integrada do Transit em 150 (T1) e 400 MHz (T2) Unidades: Fase: ciclos completos Pseudo-distância: metros Doppler: Hz Transit: ciclos A seqüência dos tipos na gravação tem que corresponder a seqüência das observações na gravação das observações.	I6 9(4X,A2)
INTERVALO	Intervalo de obs. em segundos	I6
TEMPO DE 1ª OBS	Tempo da 1ª gravação da observação ano (4 dígitos), mês, dia, h, min, s	5I6,F12.6
TEMPO DA ÚLTIMA OBS	Tempo da última gravação da observação ano (4 dígitos), mês, dia, h, min, s	5I6,F12.6

(Continua)

TABELA A.1 - Conclusão

# DE SATÉLITES	Número de satélites, p/ os quais observações são estocadas no arquivo	I6
PRN / #DE OBS	PRN (n. sat.), número de observações Para cada tipo de observação indicada no "# / TYPES OF OBSERVO"- gravação. Esta gravação é repetida para cada satélite presente no arquivo de dados.	3X,A1,I2,9I6

FIM DO CABEÇALHO	Última gravação na seção do cabeçalho	60X

TABELA A.2 - ARQUIVOS DE OBSERVAÇÃO – DESCRIÇÃO DOS DADOS GRAVADOS

GRAVAÇÃO DA OBS.	DESCRIÇÃO	FORMATO
ÉPOCA/ SAT	- ÉPOCA: ou ano (2 dígitos), mês, dia, h, min, s	5I3,F11.7
BANDEIRA DO EVENTO	- Época bandeira 0: OK 1: falha da potência entre época anterior e atual >1: bandeira de evento - Número de satélites na época corrente - Lista de PRNs (n. sat.) na época corrente mais do que 12 satélites: continua na próxima linha com n(A1,I2) - Atraso do relógio do receptor (s, opcional) (Tempo GPS = tempo recebido - <i>offset</i>) Se gravação da band. de evento (band. época > 1): - bandeira do evento: 2: início do movimento da antena 3: nova ocup. do lugar (fim dos dados cinem.) (pelo menos a gravação NOME DO FABRICANTE segue) 4: segue a informação do cabeçalho 5: evento externo (época é significativa) 6: gravações do salto do ciclo segue p/ opcionalmente gravar saltos de ciclos detectados e reparados (mesmo formato como gravações de obs.; saltos ao invés de observações; LLI e comprimento do sinal em branco) - "Número de satélites" contém membros de gravações a seguir (0 para bandeiras de evento 2,5)	I3 I3 12(A1,I2) F12.9
OBSERVAÇÕES	- Observações rep. entre gravações - LLI para cada tipo de obs. - Compr. do Sinal (mesmo seq como dada no cabeçalho) Esta gravação é repetida para cada satélite Dado na ÉPOCA/SAT – gravação. Se mais do que 5 tipos de obs (=80 carac): continua observações na próxima gravação. Observações:	m(F14.3) I1 I1

(Continua)

TABELA A.2 - Conclusão

Fase: Unidades em ciclos inteiros de portadora
 Código: Unidades em metros
 Observações perdidas são escritas como 0.0 ou em branco
 Perda de indicador (LLI, importante para a fase somente)
 0 ou em branco: OK ou não conhecido
 1 (=bit 0): fechadura perdida entre .
 a observ. Atual e anterior: salto de ciclo possível
 2 (=bit): fator oposto do comprimento de
 onda para um definido para o satélite como
 padrão (não muda o padrão)
 3 (=bits 0, 1): elo perdido, inversa w/fato
 Comprimento do sinal protegido no intervalo 1-9:
 1: mínimo possível do comprimento do sinal
 5: razão do umbral para bom S/N
 9: máximo possível do comprimento do sinal
 0 ou branco: não conhecido, não se preocupe

TABELA A.3 - ARQUIVOS DA MENSAGEM DE NAVEGAÇÃO – DESCRIÇÃO DO CABEÇALHO

RÓTULO DO CABEÇALHO	DESCRIÇÃO	FORMATO (Colunas 61-80)
VERSÃO / TIPO	- versão do formato (2)	I6,14X
	- tipo do arquivo ('0' Dados de Obs.)	1,19X
COMENTÁRIO	Linha(s)de comentário	A60
ION ALPHA	Parâmetros. Ion. A0-A3 do Almanque (pag 18 do subquadro 4)	2X,4D12.4
ION BETA	Parâmetros. Ion. B0-B3 do Almanaque	2X,4D12.4
DELTA-UTC:	Para. do almaq. p/ calcular tempo em UTC A0,A1,T,W (pag 18 de subquadro 4) A0,A1: termos do polinômio T: tempo de referência para dados em UTC W: número de semana de referência em UTC	3X,2D19.12 2I9
SALTOS S.	Tempo delta devido a segundos saltados	I6
FIM DO CABEÇALHO	Última gravação na seção do cabeçalho	60X

TABELA A.4 - ARQUIVOS DA MENSAGEM DE NAVEGAÇÃO – DESCRIÇÃO
DOS DADOS GRAVADOS

RÓTULO DO CABEÇALHO	DESCRIÇÃO	FORMATO (Colunas 61-80)
PRN / ÉPOCA / SV REL -	- Número do PRN do Satélite - Época: TOC – Tempo do relógio ano (2 dígitos), mês, dia, h, min, s - bias do relógio do SV (s) - drift do relógio do SV (s/s) - variação do drift do relógio do SV (s/s ²)	I2,513,F5.1,3D19.12
ÓRBITA TRANSMITIDA - 1	- AODE (idade dos dados, efemérides) - Crs (m) - Delta n (rad/s) - Mo (rad)	3X,4D19.12
ÓRBITA TRANSMITIDA - 2	- Cuc (radianos) - Excentricidade - Cuc (radianos) - A1/2 (metros ^{1/2})	3X,4D19.12
ÓRBITA TRANSMITIDA - 3	- TOE tempo das efemérides (segundos em semana GPS) - Cic (rad) - Omega (rad) - Cis (rad)	3X,4D19.12
ÓRBITA TRANSMITIDA - 4	- I _o (rad) - Crc (m) - Omega (rad) - Omega dot (rad/s)	3X,4D19.12
ÓRBITA TRANSMITIDA - 5	- IDOT (rad/s) - Códigos em canal L2 - Semana GPS # (ir com TOE) - Bandeira de dados L2 P	3X,4D19.12
ÓRBITA TRANSMITIDA - 6	- Exatidão do SV - Saúde do SV (MSB somente) - TGD (s) - AODC (s)	3X,4D19.12
ÓRBITA TRANSMITIDA - 7	- Transmissão do tempo da mensagem (segundos em semana GPS, derivada por ex. de conta-Z em <i>Hand Over Word</i> [HOW]) - reserva - reserva - reserva	3X,4D19.12

A.2 FORMATO SP3

Os arquivos SP3 contém as efemérides precisas (POE) geradas pelo JPL/NASA com uma precisão em torno de 3 cm. Cada POE tem um período de 10 dias, correspondendo ao período repetido de rastreamento terrestre do satélite. A precisão da órbita do POE depende da alta qualidade das medidas de rastreamento e da precisão com que várias forças são modeladas no programa de estimação da órbita. O modelo do T/P no programa usa perturbações devidas ao geopotencial, as marés oceânicas e modelos de forças não conservativas, em adição a alguns parâmetros de força empírica para compensar o erro residual.

A primeira geração de precisão de órbita radial POE tinha uma precisão de 3 a 4 cm, que havia de longe superado a necessidade de 13 cm e a seguir foi superada pela segunda geração com precisão de 2 a 3 cm. Na segunda geração a melhora da órbita é baseada na melhora do modelo gravitacional JGM-3 e do modelo de marés oceânicas.

As diferenças entre as duas gerações POEs, que começam com ciclo 93, e a órbita calculada independentemente pela Universidade do Texas são usadas como uma verificação para assegurar que o POE tem sido calculado corretamente.

Os arquivos da mensagem de navegação e POE, no formato SP3, dos GPS são facilmente encontrados na Internet (Noll, 1998).

A.2.1 Exemplo de arquivo no formato SP3

```
# @(#) sp3 1.3 03/08/95
#aV1993 1 29 0 0 0.00000000 96 d ITR91 FIT JPL
## 681 432000.00000000 900.00000000 49016 0.00000000000000
+ 19 1 2 3 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 23 24 25 26
+ 27 28 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
+ 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
+ 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
+ 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
++ 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10
++ 10 11 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
```

```

++      0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
++      0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
++      0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
%c cc cc cc cc cccc cccc cccc cccc cccc cccc cccc
%c cc cc cc cc cccc cccc cccc cccc cccc cccc cccc
%f 0.0000000 0.000000000 0.00000000000 0.0000000000000000
%f 0.0000000 0.000000000 0.00000000000 0.0000000000000000
%i 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
%i 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
/*CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
/*CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
/*CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
/*CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
* 1993 1 29 0 0 0.00000000
P 1 14722.638510 6464.319150 -21020.844810 -8.059218
V 1 -1196.628800 26950.022500 7502.277100 0.000000
P 2 -24023.155300 -11843.563990 -1675.647210 -10.813964
V 2 -769.152700 -3247.508000 31255.023300 0.000000
P 3 2074.555420 19025.998840 17928.366120 -430.859048
V 3 -6873.932300 22421.664200 -23147.529600 0.000000
P 12 -6236.325580 13153.271260 -21964.100040 -108.945737
V 12 -27384.917100 6805.632800 12337.728800 0.000000
P 13 -13306.857100 4790.062110 -22360.523490 628.240251
V 13 9739.738600 -26864.612400 -11662.222500 0.000000
. . . .
. . . .
. . . .
P 27 -19350.820260 -4003.111190 17582.690790 14.651464
V 27 19491.879100 -11990.042400 18156.904400 0.000000
P 28 13316.378500 -13959.644490 18317.660940 52.520005
V 28 258.246400 23316.420800 17208.928500 0.000000
EOF

```

```

SP3 LINE 1
col 1 symbol #
col 2 version id a
col 3 P/V mode flag V
col 4-7 year start 1993
col 9-10 month start _1
col 12-13 day of month start _29
col 15-16 hour start _0
col 18-19 minute start _0
col 21-31 second start _0.00000000
col 33-39 number of epochs ____96
col 41-45 data used ____d
col 47-51 coordinate system ITR91
col 53-55 orbit type FIT
col 57-60 agency name _JPL

```

```

SP3 LINE 2
col 1-2 symbols ##
col 4-7 GPS week _681
col 9-23 seconds of week 432000.00000000
col 25-38 epoch interval __900.00000000

```

col 40-44 mod. julian day start 49016
col 46-60 fractional day 0.00000000000000

SP3 LINE 3

col 1-2 symbols +_
col 5-6 number of satellites 19
col 10-12 sat #1 id __1
col 13-15 sat #2 id __2
.
.
.
col 58-60 sat #17 id _26

SP3 LINES 4-7

col 1-2 symbols +_
col 10-12 sat #18(35,52,69) id _27
col 13-15 sat #19(36,53,70) id _28
.
.
.
col 58-60 sat #34(51,68,85) id __0

SP3 LINES 8-12

col 1-2 symbols ++
col 10-12 sat #1(18,35,52,69) acc _10
col 13-15 sat #2(19,36,53,70) acc _10
.
.
.
col 58-60 sat #17(34,51,68,85) acc _10

SP3 LINES 13-14

col 1-2 symbols %c
col 4-5 2 characters cc
col 7-8 2 characters cc
col 10-12 3 characters ccc
col 14-16 3 characters ccc
col 18-21 4 characters cccc
col 23-26 4 characters cccc
col 28-31 4 characters cccc
col 33-36 4 characters cccc
col 38-42 5 characters ccccc
col 44-48 5 characters ccccc
col 50-54 5 characters ccccc
col 56-60 5 characters ccccc

SP3 LINES 15-16

col 1-2 symbols %f
col 4-13 10-column float _0.0000000
col 15-26 12-column float _0.000000000
col 28-41 14-column float _0.00000000000
col 43-60 18-column float _0.000000000000000

SP3 LINES 17-18

col 1-2 symbols %i

```

col 4- 7  4-column int    ___0
col 9-12  4-column int    ___0
col 14-17 4-column int    ___0
col 19-22 4-column int    ___0
col 24-29 6-column int    _____0
col 31-36 6-column int    _____0
col 38-43 6-column int    _____0
col 45-50 6-column int    _____0
col 52-60 9-column int    _____0

```

SP3 LINES 19-22

```

col 1- 2  symbols        /*
col 4-60  comment        CC...CC

```

SP3 LINE 23 (epoch header record)

```

col 1- 2  symbols        *_
col 4- 7  year start     1993
col 9-10  month start    _1
col 12-13 day of month start 29
col 15-16 hour start     _0
col 18-19 minute start   _0
col 21-31 second start   _0.00000000

```

SP3 LINE 24 (position and clock record)

```

col 1    symbol          P
col 2- 4  satellite id   __1
col 5-18  x-coordinate (km)  __14722.638510
col 19-32 y-coordinate (km)  __6464.319150
col 33-46 z-coordinate (km)  _-21020.844810
col 47-60 clock (microsec)  _____-8.059218

```

SP3 LINE 25 (velocity and clock record)

```

col 1    symbol          V
col 2- 4  satellite id   __1
col 5-18  x-dot (decim/sec)  __-1196.628800
col 19-32 y-dot (decim/sec)  __26950.022500
col 33-46 z-dot (decim/sec)  __7502.277100
col 47-60 cl rate (10e-4 msec/sec) _____0.000000

```

.
.
.

SP3 LINE 22+numeps*(numsats+1)+1 (last line)

```

col 1- 3  symbols        EOF

```


APÊNDICE B

SISTEMAS DE REFERÊNCIAS E TRANSFORMAÇÕES

B.1 SISTEMA DE COORDENADAS DE REFERÊNCIA

B.1.1 Sistema de coordenadas inerciais convencional (CIC)

A origem deste sistema está no centro de massa da Terra. O sistema é inercial no sentido que as equações de movimento de um satélite terrestre podem ser modeladas como se o sistema (CIC) fosse sem aceleração. No sistema CIC, o plano x - y coincide com o plano equatorial da Terra, o eixo x está apontando do centro de massa da Terra para a direção do equinócio vernal, o eixo z é normal ao plano x - y apontando na direção do pólo norte e o eixo y é escolhido para formar o sistema de coordenadas da mão direita. Para medir e determinar a órbita dos satélites GPS é conveniente usar este sistema.

B.1.2 Sistema de coordenadas terrestres convencional (CTC)

O CTC é também chamado de *Earth Centered Earth Fixed System* (ECEF). O plano x - y é coincidente com o plano equatorial da Terra, o eixo x aponta para a direção de longitude 0° e o eixo y aponta na direção de longitude $+90^\circ$. Os eixos x e y fazem a rotação com a Terra, o eixo z é escolhido para ser normal ao plano equatorial na direção do pólo norte geográfico, completando o sistema de coordenadas da mão direita. É mais conveniente calcular a posição do receptor GPS neste sistema, porém é necessário fazer uma transformação das efemérides do satélite do CIC para o CTC.

B.2 TRANSFORMAÇÕES ENTRE SISTEMAS DE COORDENADAS

A transformação entre os sistemas CIC e CTC é realizada através de rotações. Para um vetor de posição \mathbf{r} , a transformação é dada por:

$$\mathbf{r}_{CTC} = \mathbf{R}_M \mathbf{R}_S \mathbf{R}_N \mathbf{R}_P \mathbf{r}_{CIC}, \quad (\text{B.1})$$

onde \mathbf{R}_M é matriz de rotação para o movimento polar, \mathbf{R}_S é matriz de rotação para o tempo Sideral, \mathbf{R}_N é matriz de rotação para a nutação e \mathbf{R}_P é matriz de rotação para precessão. A seguir, serão apresentadas de forma simplificada as transformações acima citadas. Para maiores detalhes, consulte Kuga e Gill (1994).

O eixo de rotação da Terra e seu plano equatorial não são fixos no espaço, mas tem uma rotação com respeito ao sistema inercial. Isto resulta da atração gravitacional da Lua e do Sol no bojo equatorial da Terra. O movimento total é composto de uma componente secular (precessão) e uma componente periódica (nutação).

A posição e orientação do plano equatorial e do primeiro ponto de Aries são chamadas de equador médio e equinócio médio, respectivamente, quando somente a influência da precessão é considerada. Recebem o nome de equador verdadeiro e equinócio verdadeiro, quando a nutação é levada em conta.

B.2.1 O efeito da precessão – J2000 para MoD

A transformação de um vetor posição \mathbf{r} no sistema CIC em um época de referência t_0 (*Earth mean equator and equinox of J2000*) para o *Earth mean equator and equinox of date* (MoD) é dada por:

$$\mathbf{r}_{MoD} = \mathbf{R}_P \mathbf{r}_{J2000}, \quad (\text{B.2})$$

onde a matriz precessão \mathbf{R}_P é dada como o produto de três rotações consecutivas:

$$\mathbf{R}_P = \mathbf{R}_z(-z) \mathbf{R}_x(\mathbf{J}) \mathbf{R}_z(-V), \quad (\text{B.3})$$

onde os ângulos são dados por:

$$\begin{aligned} \mathbf{V} &= 2306,2181''T + 0,30188''T^2 + 0,017998''T^3, \\ \mathbf{J} &= 2004,3109''T - 0,42665''T^2 - 0,041833''T^3, \\ z &= 2306,2181''T + 1,09468''T^2 + 0,018203''T^3, \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

onde T é o número de séculos Julianos de J2000:

$$T = (DJ - 2451545,0) / 36525,0, \quad (\text{B.5})$$

com DJ sendo em dias Julianos da data.

As matrizes de rotações elementares são dadas por:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_x(\mathbf{f}) &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & +\cos\mathbf{f} & -\text{sen}\mathbf{f} \\ 0 & +\text{sen}\mathbf{f} & +\cos\mathbf{f} \end{pmatrix}, \\ \mathbf{R}_y(\mathbf{f}) &= \begin{pmatrix} +\cos\mathbf{f} & 0 & +\text{sen}\mathbf{f} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\text{sen}\mathbf{f} & 0 & +\cos\mathbf{f} \end{pmatrix}, \\ \mathbf{R}_z(\mathbf{f}) &= \begin{pmatrix} +\cos\mathbf{f} & -\text{sen}\mathbf{f} & 0 \\ +\text{sen}\mathbf{f} & +\cos\mathbf{f} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

A mesma transformação é aplicada às coordenadas da velocidade, isto é:

$$\dot{\mathbf{r}}_{MoD} = \mathbf{R}_P \dot{\mathbf{r}}_{J2000}. \quad (\text{B.7})$$

Já que \mathbf{R}_P é uma matriz de rotação, sua inversa \mathbf{R}_P^{-1} é igual à transposta \mathbf{R}_P^T .

B.2.2 O efeito da nutação – MoD para ToD

A transformação do vetor posição \mathbf{r} no sistema MoD para o ToD é dada por:

$$\mathbf{r}_{ToD} = \mathbf{R}_N \mathbf{r}_{MoD}, \quad (\text{B.8})$$

com

$$\mathbf{R}_N = \mathbf{R}_x(-\mathbf{e} - \mathbf{De}) \mathbf{R}_z(-\mathbf{Dy}) \mathbf{R}_x(\mathbf{e}), \quad (\text{B.9})$$

onde \mathbf{e} é a obliquidade média da eclíptica no instante T , que é dado pela Eq. (B.5), e \mathbf{Dy} e \mathbf{De} são os ângulos de nutação que são funções periódicas complexas dos elementos médios da órbita da Lua e do Sol.

A obliquidade média da eclíptica é explicitamente dada por:

$$\mathbf{e} = 23,4929111^\circ - 46,8150''T - 0,00059''T^2 + 0,001813''T^3, \quad (\text{B.10})$$

de acordo com os valores adotados pelo IAU em 1976 (Kuga e Gill, 1994). Para as coordenadas da velocidade, a transformação é dada por:

$$\dot{\mathbf{r}}_{ToD} = \mathbf{R}_N \dot{\mathbf{r}}_{MoD}. \quad (\text{B.11})$$

B.2.3 O efeito da rotação Sideral – ToD para PEF

A transformação do vetor posição \mathbf{r} no sistema ToD para o sistema *Pseudo Earth-fixed equator and prime meridian* (PEF), que leva em conta a rotação do meridiano de Greenwich com respeito ao sistema inercial, é dada por:

$$\mathbf{r}_{PEF} = \mathbf{R}_S \mathbf{r}_{ToD}, \quad (\text{B.12})$$

com a matriz de rotação \mathbf{R}_S dada por:

$$\mathbf{R}_S = \begin{bmatrix} +\cos \mathbf{q} & +\text{sen } \mathbf{q} & 0 \\ -\text{sen } \mathbf{q} & +\cos \mathbf{q} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (\text{B.13})$$

onde \mathbf{q} é o tempo Sideral de Greenwich do dia. Deve ser calculado levando em conta a equação dos equinócios e o tempo UT1 (tempo Universal corrigido pelo movimento polar).

O tempo Sideral Verdadeiro de Greenwich pode ser calculado por:

$$\mathbf{q} = 1,0027379093t_{UT1} + \bar{\mathbf{q}}_0 + \mathbf{Dj} \cos \mathbf{e}', \quad (\text{B.14})$$

onde o primeiro termo do lado direito leva em conta a diferença entre as escalas dos tempos solar e Sideral; $\Delta \mathbf{j} \cos \mathbf{e}'$ é conhecida como a equação dos equinócios, sendo uma função da nutação na longitude \mathbf{Dj} e da obliquidade verdadeira da eclíptica \mathbf{e}' ; e

$$\bar{\mathbf{q}}_0 = 24110,54841' + 8640184,812866'T + 0,093104'T^2 - 6,2' \times 10^{-6} T^3 \quad (\text{B.15})$$

onde $\bar{\mathbf{q}}_0$, em segundos, é o tempo Sideral Médio de Greenwich em 0h UT1 do dia, T é o número de séculos Julianos desde J2000 à 0h UT1 do dia. Neste trabalho, a equação dos equinócios é considerada constante durante o dia inteiro.

A transformação das coordenadas da velocidade é dada por:

$$\dot{\mathbf{r}}_{PEF} = \mathbf{R}_S \dot{\mathbf{r}}_{ToD} + \dot{\mathbf{R}}_S \mathbf{r}_{ToD}, \quad (\text{B.16})$$

com a variação temporal $\dot{\mathbf{R}}_S$ da matriz de rotação Sideral expressada por:

$$\dot{\mathbf{R}}_S \mathbf{r}_{ToD} = \mathbf{R}_S (\mathbf{w} \times \mathbf{r}_{ToD}), \quad (\text{B.17})$$

e o vetor da variação rotacional Sideral $\mathbf{w}^T = (0, 0, \dot{\mathbf{q}})$. Então,

$$\dot{\mathbf{R}}_S = \dot{\mathbf{q}} \begin{bmatrix} -\text{sen } \mathbf{q} & +\text{cos } \mathbf{q} & 0 \\ -\text{cos } \mathbf{q} & -\text{sen } \mathbf{q} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (\text{B.18})$$

A transformação inversa é obtida por:

$$\mathbf{r}_{ToD} = \mathbf{R}_S^T \mathbf{r}_{PEF}, \quad (\text{B.19})$$

$$\dot{\mathbf{r}}_{ToD} = \mathbf{R}_S^T \dot{\mathbf{r}}_{PEF} + \dot{\mathbf{R}}_S^T \mathbf{r}_{PEF}. \quad (\text{B.20})$$

B.2.4 O efeito do movimento polar – PEF para EF

As transformações do vetor posição \mathbf{r} e do vetor velocidade $\dot{\mathbf{r}}$ do sistema PEF para o EF são dadas por:

$$\mathbf{r}_{EF} = \mathbf{R}_{MP} \mathbf{r}_{PEF}, \quad (\text{B.21})$$

$$\dot{\mathbf{r}}_{EF} = \mathbf{R}_{MP} \dot{\mathbf{r}}_{PEF}, \quad (\text{B.22})$$

onde \mathbf{R}_{MP} é a matriz de rotação do movimento polar aproximada por:

$$\mathbf{R}_{MP} = \begin{bmatrix} I & 0 & +x_p \\ 0 & I & -y_p \\ -x_p & +y_p & I \end{bmatrix}, \quad (\text{B.23})$$

x_P e y_P são os deslocamentos dos eixos polares medidos pelo IERS de pequena magnitude.

B.3 SISTEMA DE TEMPO

O tempo Universal (UT) e o tempo Sideral são baseados na rotação da Terra. O tempo Sideral é definido pelo ângulo horário do equinócio vernal. O UT0 é a primeira escala do tempo Universal e é definido pelo ângulo horário de Greenwich baseado na expressão matemática para ascensão reta do Sol médio fictício que orbita no plano equatorial. O UT1 é o tempo Universal do meridiano de Greenwich e mede a rotação angular verdadeira da Terra quando corrigida por uma componente rotacional induzida pelo movimento polar. Entretanto, na prática, o sistema de tempo dinâmico é atingido através do uso de uma escala de tempo atômica, a qual não está relacionada com a rotação da Terra, mas podendo ser relacionado através da escala do tempo de Coordenada Universal (UTC). O UTC é coordenado pelo *Bureau International de l'Heure* em Paris. O tempo UT1 está relacionado com o UTC através da quantidade $dUT1$, a qual é dependente do tempo e é relatada pelo IERS:

$$UT1 = UTC + dUT1. \quad (B.24)$$

Quando $|UT1 - UTC|$ torna-se maior que 0,9 s, um segundo de salto é inserido pelo sistema UTC (Hofmann-Wellenhof et al., 1994). Estes segundos de salto são introduzidos para manter esta escala de tempo atômica em passo aproximado com a rotação da Terra. O ajustamento do segundo de salto pode causar um minuto particular, isto é, ao invés de ter 60 segundos, poderá ter 59 ou 61 segundos. Neste trabalho, o $dUT1$ é considerado constante por um dia.

O tempo GPS é a escala de tempo adotada nas efemérides transmitidas e está relacionada ao sistema de tempo atômico, porém não é o mesmo que UTC. A diferença é que o tempo GPS não introduz qualquer segundo de salto, com isto eles diferem por

um número inteiro conhecido de segundos de salto cumulativos. A conversão entre os tempos UTC e GPS é realizada através da fórmula:

$$UTC + 1,000h = GPS + 19,000 \text{ s}, \quad (\text{B.25})$$

onde h é um número inteiro relatado pelo IERS. O tempo GPS foi coincidente com UTC na época padrão GPS, que é 6 de janeiro de 1980 (Hofmann-Wellenhof et al., 1994).

B.4 DATA JULIANA

Em certas observações e em determinações orbitais, achou-se conveniente expressar o instante de observação como um certo número de dias e uma fração decimal do dia, após uma época fundamental e arbitrária. Esta época foi escolhida o meio-dia médio de 1^o de janeiro de 4.713 A.C. (Hoffmann-Wellenhof et al., 1994). Portanto, a data Juliana é simplesmente uma contagem contínua de cada dia transcorrido desde esta época. Cada data Juliana (DJ) é medida do meio-dia ao meio-dia e, portanto, é um número inteiro depois do meio-dia. A data Juliana modificada (DJM) é obtida subtraindo 2.400.000,5 dias de DJ.

B.4.1 Conversão

Sendo a data expressada por um número inteiro para o ano Y , mês M , dia D e o valor real para o tempo UT em horas. Então, segundo Hoffmann-Wellenhof et al. (1994):

$$DJ = \text{int}[365,25y] + \text{int}[30,6001(m+1)] + D + \frac{UT}{24} + 1720981,5 \quad (\text{B.26})$$

é a conversão para data Juliana, onde a palavra *int* significa a parte inteira de um número real e y e m são dados por:

$$y = Y - 1 \quad e \quad m = M + 12 \quad \text{se } M \leq 2, \quad (\text{B.27})$$

$$y = Y \quad e \quad m = M \quad \text{se } M > 2. \quad (\text{B.28})$$

A transformação da data Juliana para a data civil é dada por:

$$\begin{aligned} a &= \text{int}[DJ + 0,5], \\ b &= a + 1.537, \\ c &= \text{int}[(b-122,1)/365,25], \\ d &= \text{int}[365,25c], \\ e &= \text{int}[(b-d)/30,6001], \end{aligned} \quad (\text{B.29})$$

que são os números auxiliares. Depois, os parâmetros da data civil são obtidos das relações:

$$\begin{aligned} D &= b - d - \text{int}[30,6001e] + \text{FRAC}[DJ + 0,5], \\ M &= e - 1 - 12 \text{int}[e/14], \\ Y &= c - 4.715 - \text{int}[(7 + M)/10], \end{aligned} \quad (\text{B.30})$$

onde *FRAC* significa a parte fracionária de um número. O dia da semana pode ser calculado pela fórmula:

$$N = \text{mod}\{\text{int}[DJ + 0,5], 7\}, \quad (\text{B.31})$$

onde $N = 0$ significa segunda-feira, $N = 1$ significa terça-feira, e assim por diante. Para calcular a semana GPS, a seguinte fórmula é usada:

$$\text{WEEK} = \text{int}[DJ - 2.444.244,5)/7]. \quad (\text{B.32})$$

Na Tabela B.1 encontram-se as épocas padrões do GPS e do J2000.0.

TABELA B.1 - ÉPOCAS PADRÕES

Data civil	Data Juliana	
0 h de 6 de janeiro de 1980	2.444.244,5	Época padrão do GPS
12 h de 1° de janeiro de 2000	2.451.545,0	Época padrão atual do J2000.0

FONTE: (Hoffmann-Wellenhof *et. al.*, 1994)

APÊNDICE C

JGM-2 E WGS-84

C.1 MODELO GRAVITACIONAL TERRESTRE - JGM-2

As perturbações devidas ao geopotencial ocorrem devido à assimetria da distribuição de massa da Terra. Essa assimetria é modelada por coeficientes de harmônicos esféricos, que são normalmente obtidos através da redução de medidas de satélites. O primeiro modelo foi o GEM10, que tem cerca de 450 coeficientes. Este tipo de modelagem causa um alto custo computacional, que aumenta tanto quanto mais complexo e completo for o conjunto de coeficientes harmônicos.

O modelo gravitacional JGM-2 é uma atualização do modelo JGM-1 desenvolvido pela NASA/GSFC e pela Universidade do Texas. O modelo JGM-1 foi desenvolvido antes do lançamento do T/P e foi o resultado de um esforço de vários anos para melhorar o modelo gravitacional terrestre através de uma nova versão de dados de rastreamento de 30 satélites, dados de altímetro do Seasat e Geosat e medidas gravitacionais diretas na superfície da Terra. O modelo JGM-2 foi um ajustamento do JGM-1 depois do lançamento do T/P pela inclusão de 150 dias das observações rastreadas do satélite T/P. O modelo JGM-2 foi usado para calcular as órbitas da primeira geração do satélite T/P. Atualmente, o modelo JGM-2 já foi atualizado pelo modelo JGM-3 que representa um ajustamento superior ao do JGM-1 pela inclusão de mais dados rastreados do satélite T/P e, especialmente, a inclusão de 40 dias de rastreamento do GPS.

Para o satélite T/P, o erro radial global da órbita, devido aos erros em JGM-2, é estimado como cerca de 2 cm RMS. Os coeficientes do JGM-2 e JGM-3 podem ser encontrados em Nerem (2000). A Tabela C.1 mostra os principais parâmetros deste modelo.

C.2 WORLD GEODETIC SYSTEM - WGS-84

O WGS-84 é um conjunto de parâmetros, estabelecido pela Agência de Mapeamento de Defesa dos Estados Unidos, para determinar uma relação geométrica e física em uma escala global. O sistema inclui um elipsóide de referência geocêntrico, um sistema de coordenadas e um modelo de campo gravitacional. O sistema de coordenadas é uma conversão do sistema terrestre convencional, como estabelecido pelo IERS. Desde 1987, a descrição das órbitas dos satélites GPS na mensagem de navegação é referida neste sistema (Langley, 1995). A Tabela C.1 mostra os principais parâmetros que definem este sistema.

WGS-84 é baseado no campo gravitacional de ordem e grau $n = m = 180$. Os coeficientes do WGS-84 podem ser encontrados em Nerem (2000).

TABELA C.1 - PRINCIPAIS PARÂMETROS

Parâmetro	Símbolo	JGM-2	WGS-84
Semi-eixo maior (m)	a	6.378.136,3	6.378.137
Achatamento	f	1/298,257223563	1/298,257223563
Velocidade angular (rad/s)	ω_e	$7,2921151467 \times 10^{-5}$	$7,2921151467 \times 10^{-5}$
Constante gravitacional (m^3/s^2)	m	$398.600,4415 \times 10^9$	$398.600,5 \times 10^9$
2° harmônico zonal	$\bar{C}_{2,0}$	-484,16548	-484,16685

APÊNDICE D

SATÉLITE TOPEX/POSEIDON

Em 10 de agosto de 1992, o satélite *Ocean TOPography EXperiment* (TOPEX)/Poseidon (T/P) foi lançado pelo Ariane 42P em Kourou, Guiana Francesa, em uma missão conjunta entre a NASA e o CNES. A meta inicial era fazer medidas precisas do nível do mar para o estudo da circulação global do oceano por um período de 3 a 5 anos. Outras aplicações incluem medidas de marés oceânicas, geodesia, geodinâmica, altura das ondas do oceano e velocidade do vento (Fu et al., 1994). A topografia do oceano é determinada usando um altímetro, o qual tem a habilidade de medir a distância do satélite à superfície do oceano (Tapley e Ries, 1987). A Fig. D.1 ilustra o satélite T/P.

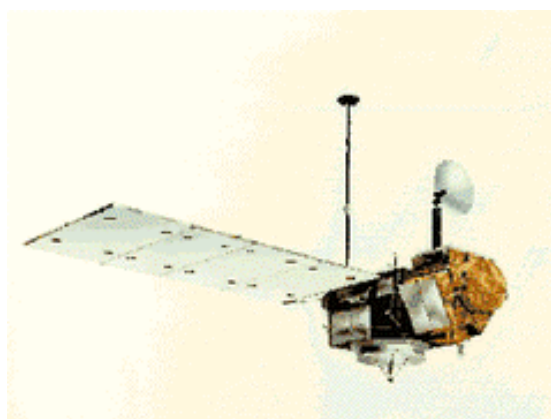


Fig. D.1 - Satélite Topex/Poseidon

A posição do satélite T/P no espaço deve ser conhecida tão precisamente quanto possível, a fim de produzir mapas extremamente precisos do nível do oceano. Para a missão do satélite T/P, a componente radial da órbita do satélite deve ser conhecida melhor do que 13 cm RMS (Tapley et al., 1994). Já que o tempo de vida máximo previsto da missão para o satélite T/P era de 5 anos no lançamento, isto impõe uma exigência de determinação de órbita muito precisa.

Para satisfazer as exigências de precisão da órbita, vários sistemas de rastreamento foram utilizados, como SLR, DORIS, GPS, TDRSS e o próprio altímetro. O altímetro pode medir a distância do veículo espacial à superfície do mar com uma precisão de cerca de 2 cm. Para o SLR, a precisão fica em torno de 0,5 a 5 cm. Para o DORIS, em torno de 0,5 mm/s. Para o GPS, em torno de 50 cm para a pseudo-distância e 5 mm para a fase da portadora. Para o TDRSS, 60 cm para a distância e 0,3 mm/s para a variação da distância (Tapley et al., 1994). Para o cálculo da órbita, somente dois métodos operacionais de rastreamento, SLR e DORIS, são usados. Os dados do TDRSS e do GPS são utilizados pela GSFC e outros grupos para avaliação da precisão orbital e para outros estudos.

O satélite T/P carrega um receptor GPS de seis canais capaz de fazer medidas contínuas de fase da portadora e medidas da pseudo-distância em código P em duas frequências, se o A-S estiver inativo – o primeiro deste tipo que foi colocado em órbita da Terra (Wu et al., 1993). O receptor GPS foi colocado a bordo com um experimento para demonstrar o potencial de localização diferencial do GPS para determinação com alta precisão.

O receptor GPS a bordo do satélite T/P normalmente não exige comandos, ou atenção especial do solo, e está sempre localizado. No instante em que o receptor perde contato com os satélites GPS, comandos iniciados em solo são necessários para reiniciar o processo a bordo para ser capaz de readquirir o sinal do GPS.

O satélite T/P orbita com uma altitude de 1.336 km e em uma inclinação de 66°. Nesta altitude, o efeito do arrasto atmosférico é mínimo e a influência de erros no campo gravitacional da Terra são reduzidos. Isto simplifica as manobras necessárias para manter a posição da órbita. Entretanto, os efeitos das forças de radiação solar serão maiores que os efeitos em altitudes mais baixas. As características da órbita são selecionadas de modo que a localização por terra se repetirá uma vez a cada 10 dias com um erro de ± 1 km. A localização por solo é essencial para permitir o cálculo médio de longa duração dos efeitos temporais na superfície do oceano. Os parâmetros orbitais

nominais da missão são expostos na Tabela D.1 (Tapley e Ries, 1987). A Tabela D.2 mostra as constantes do satélite T/P.

A excentricidade é controlada para manter o argumento do perigeu em 90° , produzindo uma órbita congelada. A órbita congelada minimiza as variações da altura (com respeito ao elipsóide) e é mais favorável para missões com altímetro (Marshall et al., 1991).

Para realizar manobras na atitude do satélite T/P para voltar o painel solar na direção do Sol enquanto o altímetro ainda aponta para a direção do nadir, um modelo de atitude foi implementado. Este modelo fornece os ângulos de rotação sobre as coordenadas locais da órbita permitindo o posicionamento da antena com o centro de massa e a orientação do painel solar. Esta orientação junto com a posição do satélite e do Sol são usadas para calcular a pressão de radiação solar. Este tipo de manobra afeta diretamente a localização da antena do GPS. Portanto, o estado estimado diz respeito a localização da antena e não do centro de massa. Os valores da área da superfície individual e outras constantes estão na Tabela D.2.

TABELA D.1 – PARÂMETROS ORBITAIS NOMINAIS DO SATÉLITE T/P

Parâmetros	Nominiais
Semi-eixo maior	7.712.190 m
Excentricidade	0,0015
Inclinação	$66,039^\circ$
Período orbital	112 min
Movimento do perigeu	$0^\circ/\text{dia}$
Movimento do nodo	$-2,29^\circ/\text{dia}$
Movimento médio	$4.613,6^\circ/\text{dia}$

TABELA D.2 - CONSTANTES DO SATÉLITE T/P

Massa	2.500,0 kg
Área do painel solar	25,5 m ²
C_r	1,0
Razão área/massa máxima	0,140 cm ² /g
Razão área/massa mínima	0,019 cm ² /g
Área da coordenada do corpo X	4,7 m ²
Área da coordenada do corpo Y	8,18 m ²
Área da coordenada do corpo Z	8,3 m ²
Coord X da antena	2,10949 m
Coord. Y da antena	-0,45854 m
Coord. Z da antena	-4,53263 m
Desvio do rolamento	-0,015°
Desvio do arfagem	0,15°

FONTE: Binning (1996)