



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA E TECNOLOGIA
INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS

INPE-14802-TDI/1245

**DETERMINAÇÃO DE ÓRBITA VIA GPS CONSIDERANDO
MODELO DE PRESSÃO DE RADIAÇÃO SOLAR PARA O
SATÉLITE TOPEX/POSEIDON**

Paula Cristiane Pinto Mesquita Pardal

Dissertação de Mestrado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle, orientada pelos Drs. Hélio Koiti Kuga e Rodolpho Vilhena de Moraes, aprovada em 27 de fevereiro de 2007.

INPE
São José dos Campos
2007

Publicado por:

esta página é responsabilidade do SID

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE)

Gabinete do Diretor – (GB)

Serviço de Informação e Documentação (SID)

Caixa Postal 515 – CEP 12.245-970

São José dos Campos – SP – Brasil

Tel.: (012) 3945-6911

Fax: (012) 3945-6919

E-mail: pubtc@sid.inpe.br

**Solicita-se intercâmbio
We ask for exchange**

Publicação Externa – É permitida sua reprodução para interessados.



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA E TECNOLOGIA
INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS

INPE-14802-TDI/1245

**DETERMINAÇÃO DE ÓRBITA VIA GPS CONSIDERANDO
MODELO DE PRESSÃO DE RADIAÇÃO SOLAR PARA O
SATÉLITE TOPEX/POSEIDON**

Paula Cristiane Pinto Mesquita Pardal

Dissertação de Mestrado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle, orientada pelos Drs. Hélio Koiti Kuga e Rodolpho Vilhena de Moraes, aprovada em 27 de fevereiro de 2007.

INPE
São José dos Campos
2007

629.7.062.2

Pardal, P. C. P. M.

Determinação de órbita via GPS considerando modelo
de pressão de radiação solar para o satélite

TOPEX/POSEIDON / Paula Cristiane Pinto Mesquita

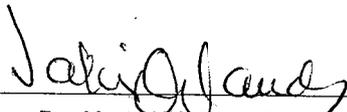
Pardal. - São José dos Campos: INPE, 2007.

173 p. ; (INPE-14802-TDI/1245)

1. Determinação de órbita. 2. GPS.
3. Estimação de Estado. 4. Método de mínimos quadrados
recursivo. 5. Pressão de radiação solar. I. Título.

**Aprovado (a) pela Banca Examinadora
em cumprimento ao requisito exigido para
obtenção do Título de Mestre em
Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica
Espacial e Controle**

Dr. Valcir Orlando



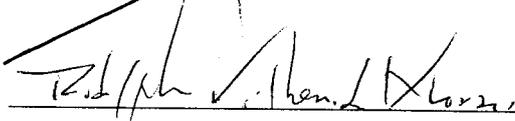
Presidente / INPE / SJCampos - SP

Dr. Hélio Koiti Kuga



Orientador(a) / INPE / SJCampos - SP

Dr. Rodolpho Vilhena de Moraes



Orientador(a) / UNESP/GUARA / Guaratinguetá - SP

Dra. Ana Paula Marins Chiaradia



Convidado(a) / UNESP/GUARA / Guaratinguetá - SP

Aluno (a): Paula Cristiane Pinto Mesquita Parda

São José dos Campos, 27 de Fevereiro de 2007

“A morte de um homem começa no instante em que ele desiste de aprender”.

Albino Teixeira

À minha mãe, Luiza, e ao meu marido, Luís, por todo amor, companheirismo e apoio nestes dois anos, dedico.

AGRADECIMENTOS

Aos membros da Banca Examinadora, Dr. Valcir Orlando e Dra. Ana Paula Marins Chiaradia, pelas valiosas contribuições para o aprimoramento deste trabalho e pela atenção dispensada ao lerem a minha Dissertação e ao me avaliarem.

Ao meu orientador, Dr. Hélio Koiti Kuga, por todas as lições ensinadas, pela paciência nos momentos difíceis e por ser um exemplo de profissional a ser seguido.

Ao meu orientador, Dr. Rodolpho Vilhena de Moraes, pelas contribuições imprescindíveis para o desenvolvimento deste trabalho, pelas palavras de incentivo e de apoio e por ser, para mim, mais que um exemplo de profissional, e sim um exemplo de vida, do tipo de pessoa que eu almejo ser.

Ao amigo Francisco Carlos de Amorim Terceiro, pelas valiosas ajudas, pelas inteligentes sugestões, pelas palavras de incentivo que não deixaram o desânimo predominar nos momentos de adversidade e pelas boas risadas.

Ao INPE, pelas facilidades oferecidas através da organização do curso de Pós-Graduação e do suporte e autonomia dados à Biblioteca, no sentido de sempre priorizar o conhecimento e evolução intelectual e profissional de seu corpo discente.

À FAPESP, pelo apoio financeiro concedido, através do Processo N° 04/11635-8, o que permitiu aquisição de um bom equipamento de trabalho e participação em congressos que, de outra forma, não teriam acontecido.

Aos funcionários do Serviço de Pós-Graduação do INPE, em especial à ex-secretária de Pós-Graduação do meu curso, Flávia de Luiz Nunes, por estar sempre pronta a ajudar, não encontrando empecilhos ao desenvolvimento de sua função, o que facilitou muito a minha

vida nestes dois anos. E também à Coordenação Acadêmica do Curso de Mecânica Espacial e Controle.

À DMC do INPE, por disponibilizar o espaço físico necessário para o desenvolvimento do trabalho e por seu tão competente corpo docente, que através de desafios, mostrou que o limite é sempre um pouco além, possibilitando acumular conhecimentos sem os quais não seria possível cumprir este ciclo tão importante em minha vida profissional.

Aos funcionários da Biblioteca do INPE, pela eficiência, pela simpatia, pelo auxílio na construção dos roteiros para elaboração de referências bibliográficas e também pela revisão deste trabalho, especialmente a Yolanda Ribeiro da Silva Souza. Agradeço por estarem sempre prontos a ajudar a encontrar todo o material necessário e pela paciência durante as correções.

Aos funcionários da Gráfica do INPE, por encontrarem sempre soluções inteligentes face à falta de recursos, trabalhando sempre com dedicação, presteza e criatividade.

A todos aqueles que contribuíram direta ou indiretamente para que esta etapa fosse vencida, mas que por injustiça minha, nestas palavras tão rapidamente rabiscadas, não foram citados.

RESUMO

Foi determinada a órbita de um satélite artificial, utilizando sinais da constelação GPS e o Método de Mínimos Quadrados Recursivo através de ortogonalizações de Givens como técnica de estimação, por ser um método mais robusto e mais rápido. A motivação era melhorar o desempenho de processos de determinação de órbitas e, ao mesmo tempo, minimizar o custo do procedimento computacional. As perturbações consideradas foram aquelas devidas ao geopotencial (até ordem e grau 50×50), à pressão de radiação solar direta e à atração luni-solar. Foi considerada também a posição da antena GPS no satélite que, em última análise, consiste na influência do movimento da atitude do satélite no processo de determinação de órbita. Uma aplicação foi feita, utilizando dados reais do satélite Topex/Poseidon, disponíveis na Internet. A melhor precisão em posição obtida foi de 2 m para o curto período (2 horas) e de 7 m para o longo período (24 horas) de determinação de órbita. Em ambos os casos, todas as perturbações mencionadas foram consideradas e as análises ocorreram sem a degradação dos sinais das medidas.

ORBIT DETERMINATION USING GPS CONSIDERING SOLAR RADIATION PRESSURE MODEL FOR THE TOPEX/POSEIDON SATELLITE

ABSTRACT

The orbit of an artificial satellite, using signals of the GPS constellation and the Recursive Least Squares Method as the estimation technique, which is more powerful and faster, was determined, with the aim of improving the performance of the orbit estimation process and, at the same time, minimizing the procedure computational cost. Perturbations up to high order geopotential (50×50), direct solar radiation pressure and Sun-Moon attraction were taken into account. It was also taken into consideration the position of the GPS antenna on the satellite body that, lately, consists of the influence of the satellite attitude motion in the orbit determination process. One application has been done, using real data from the Topex/Poseidon satellite, freely available at Internet. The best accuracy obtained in position was 2 meters for short period (2 hours) and 7 meters for long period (24 hours) orbit determination. In both cases all the perturbations mentioned before were taken into account and the analysis occurred without selective availability on the signals measurements.

SUMÁRIO

Pág.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

LISTA DE SÍMBOLOS

1	INTRODUÇÃO	25
1.1	Motivação	26
1.2	Objetivos.....	27
1.3	Síntese do Trabalho	28
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	31
3	METODOLOGIA.....	35
4	O SISTEMA GPS	39
4.1	Estrutura do Sinal e da Mensagem do GPS	43
4.2	Principais Fontes de Erros	44
5	DETERMINAÇÃO DE ÓRBITA VIA GPS	47
5.1	Observáveis do Sistema GPS	47
5.2	Princípio Básico para Determinação de Órbita, Usando a Pseudo-Distância	49
6	TEORIA DE ESTIMAÇÃO DE ESTADOS	53
6.1	Princípio Básico da Teoria de Estimação	53
6.2	Método de Mínimos Quadrados	56
6.3	Mínimos Quadrados com Informação “a priori”	60
7	MODELO DA DINÂMICA DO SISTEMA	63
7.1	Modelo Dinâmico	63
7.2	Linearização da Dinâmica	66
7.3	Modelo das Medidas.....	67
7.3.1	Linearização das Medidas	68
7.4	Modelo de Forças	69
7.4.1	Principais Efeitos Perturbadores.....	69
7.4.2	Perturbações Devidas ao Campo Gravitacional Terrestre.....	70

7.4.2.1	Modelo de Geopotencial Considerado	72
7.4.3	Perturbações Devidas à Pressão de Radiação Solar Direta	74
7.4.4	Perturbações Devidas à Atração Gravitacional Luni-Solar	76
7.5	Integração Numérica.....	78
8	MÉTODO DE MÍNIMOS QUADRADOS RECURSIVO ATRAVÉS DE ROTAÇÕES DE GIVENS.....	79
8.1	Equações do Método de Estimação	79
8.2	Transformação Ortogonal.....	80
8.3	Fatorização QR.....	81
8.4	Comparação entre Rotações de Givens e Transformações de Householder	84
9	O MODELO DE MARSHALL E DE LUTHCKE PARA FORÇAS DE RADIÇÃO	89
9.1	O Controle de Atitude do Satélite Topex/Poseidon.....	89
9.1.1	O Posicionamento da Antena	89
9.1.2	O Sistema de Controle de Atitude	91
9.2	Desenvolvimento do Modelo de Marshall e de Luthcke.....	97
9.3	Pressão de Radiação Solar Direta.....	101
9.3.1	Obtenção do Versor \hat{n} no Sistema de Referência do Topex.....	107
9.3.2	Obtenção do Versor \hat{s} no Sistema de Referência do Topex.....	108
9.3.3	Algoritmo para o Cálculo da Força de Pressão de Radiação Solar Direta	109
10	RESULTADOS	113
10.1	Resultados Esperados	113
10.2	Descrição dos Dados Utilizados	114
10.3	Resultados Obtidos	119
10.3.1	Geopotencial.....	121
10.3.2	Posição da Antena GPS	132
10.3.3	Pressão de Radiação Solar Direta.....	137
10.3.4	Atração Gravitacional Luni-Solar	141
10.3.5	Análise da Propagação de Órbita.....	151
10.4	Conclusões do Capítulo	157
11	CONCLUSÕES E SUGESTÕES	163
11.1	Conclusões.....	163
11.2	Sugestões para Extensão do Trabalho	165
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	167

LISTA DE FIGURAS

4.1	Constelação GPS	41
4.2	Estação central de controle e estações monitoras do GPS.....	42
5.1	Método Geométrico	49
8.1	Diferença dos erros em posição entre as Transformações de Householder e as Rotações de Givens.....	85
8.2	Diferença dos erros em velocidade entre as Transformações de Householder e as Rotações de Givens.....	86
9.1	Localização da antena GPS do T/P.....	90
9.2	Modelo do Topex apresentando o sistema de coordenadas fixo no satélite	92
9.3	Sistema de coordenadas de referência do T/P, o ângulo da órbita Ω^* e β'	93
9.4	Relação entre as rotações no sistema de coordenadas do Topex	97
9.5	Satélite Topex/Poseidon	98
9.6	Micromodelo de Marshall e Luthcke.....	99
9.7	Macromodelo de Marshall e Luthcke	100
9.8	Elementos Keplerianos (Ω , ω e i).....	103
9.9	Ângulos β' e α' , que posicionam o Sol no plano da órbita do satélite	104
9.10	O ângulo Ω^*	105
10.1	Erro nas coordenadas radial, normal e transversal para 2 e 24 horas de dados, respectivamente, dia 18/11/93	123
10.2	Erro nas coordenadas radial, normal e transversal para 2 e 24 horas de dados, respectivamente, dia 19/11/93	124
10.3	Evolução do resíduo de pseudo-distância para 2 horas de dados, dia 18/11/93	125
10.4	Evolução do resíduo de pseudo-distância para 24 horas de dados, dia 18/11/93	126
10.5	Evolução do resíduo de pseudo-distância para 2 horas de dados, dia 19/11/93	126
10.6	Evolução do resíduo de pseudo-distância para 24 horas de dados, dia 19/11/93	127
10.7	Erro nas coordenadas radial, normal e transversal para 2 e 24 horas de dados, respectivamente, dia 18/11/93, considerando geopotencial e posição da antena GPS do T/P.....	135
10.8	Erro nas coordenadas radial, normal e transversal para 2 e 24 horas de dados, respectivamente, dia 19/11/93, considerando geopotencial e posição da antena GPS do T/P.....	136
10.9	Erro nas coordenadas radial, normal e transversal para 2 e 24 horas de dados, respectivamente, dia 18/11/93, considerando geopotencial, posição da antena e pressão de radiação solar direta	138
10.10	Erro nas coordenadas radial, normal e transversal para 2 e 24 horas de dados, respectivamente, dia 19/11/93, considerando geopotencial, posição da antena e pressão de radiação solar direta	139
10.11	Erro nas coordenadas radial, normal e transversal para 2 e 24 horas de dados, respectivamente, dia 18/11/93, considerando geopotencial, posição da antena, pressão de radiação solar direta e atração do Sol.....	145

10.12	Erro nas coordenadas radial, normal e transversal para 2 e 24 horas de dados, respectivamente, dia 19/11/93, considerando geopotencial, posição da antena, pressão de radiação solar direta e atração do Sol.....	146
10.13	Erro nas coordenadas radial, normal e transversal para 2 e 24 horas de dados, respectivamente, dia 18/11/93, considerando geopotencial, posição da antena, pressão de radiação solar direta e atração da Lua.....	147
10.14	Erro nas coordenadas radial, normal e transversal para 2 e 24 horas de dados, respectivamente, dia 19/11/93, considerando geopotencial, posição da antena, pressão de radiação solar direta e atração da Lua.....	148
10.15	Erro nas coordenadas radial, normal e transversal para 2 e 24 horas de dados, respectivamente, dia 18/11/93, considerando geopotencial, posição da antena, pressão de radiação solar direta e atração luni-solar.....	149
10.16	Erro nas coordenadas radial, normal e transversal para 2 e 24 horas de dados, respectivamente, dia 19/11/93, considerando geopotencial, posição da antena, pressão de radiação solar direta e atração luni-solar.....	150
10.17	Propagação de órbita em função do tempo com a inclusão do geopotencial, do posicionamento da antena e da pressão de radiação solar direta, para os dias 18/11/93 e 19/11/93	153
10.18	Propagação de órbita em função do tempo com a inclusão da atração do Sol, a da Lua e a luni-solar, para os dias 18/11/93 e 19/11/93	154

LISTA DE TABELAS

4.1 - Estimativa de resíduos usando medidas de pseudo-distância.....	46
7.1 - Principais parâmetros do modelo JGM-2 e do sistema WGS-84	74
8.1 - Tabela demonstrativa das diferenças de posição e de velocidade entre os estimadores de mínimos quadrados	86
9.1 - Valores para atitude do Topex	90
9.2 - Modos de direção de guinada do Topex/Poseidon	94
9.3 - Versores normais às placas, dados no sistema de coordenadas fixo no satélite	106
9.4 - Características óticas e térmicas das placas.....	108
10.1 - Condições de teste para os dias 18 e 19 de novembro de 1993.....	117
10.2 - Condições iniciais do estimador para os quatro períodos de análise.....	117
10.3 - Condições iniciais das coordenadas de posição e de velocidade para os dias 18 e 19 de novembro de 1993 a 0 hora UTC.....	118
10.4 - Condições iniciais do relógio para os dias 18 e 19 de novembro de 1993 a 0 hora UTC	118
10.5 - Estatística do resíduo de pseudo-distância para os quatro casos de teste, com os efeitos de todas as perturbações analisadas	129
10.6 - Amplitudes máxima e mínima dos erros no sistema RTN para 2 e 24 horas, nos dia 18 e 19, considerando todas as perturbações analisadas.....	134
10.7 - Valores máximo e mínimo dos erros em cada coordenada do sistema RTN, para as perturbações consideradas, nos dias 18 e 19.....	155
10.8 - Estatística dos erros no sistema RTN para 24 horas, nos dia 18 e 19, considerando todas as perturbações analisadas.....	161

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

A-S	Anti-Spoofing
C/A	Coarse/Acquisition code
CDDIS	Crustal Dynamics Data Information System
CM	Centro de Massa
CNES	Centre National d'Etudes Spatiales
D	fator D das matrizes de covariância "a priori" e atualizada
DO	Determinação de Órbita
ERS-1	First European Remote-Sensing Satellite
ERS-2	Second European Remote-Sensing Satellite
FEG	Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá
FK	Filtro de Kalman
FORTRAN	FORmula TRANslation
GEM10	Gravity model improvement using Geos3
GEOSAT	GEOdetic SATellite
GPS	Global Positioning System
GSFC	Goddard Space Flight Center
IERS	Internatinal Earth Rotation Service
INPE	Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais
JGM	Joint Gravity Model
JPL	Jet Propulsion Laboratory
L1	Link de transmissão - portadora 1 (1575,42 MHz)
L2	Link de transmissão - portadora 2 (1227,60 MHz)
LAGEOS	LAser GEodynamics Satellites
NASA	National Aeronautics and Space Administration
MCS	Master Control Station
MQ	Mínimos Quadrados
MLQ	Mínimos Quadrados por Lotes
MQR	"Mínimos Quadrados" Recursivo
MS	Monitor Stations
NAVSTAR	NAVigation Satellite Timing And Ranging
OBC	On-Board Computer
P	Precise code
POD	Precise Orbit Determination
POE	Precision Orbit Ephemeris
PRN	PseudoRandom Noise
PRS	Pressão de Radiação Solar
RF	Sinais de Rádio-Frequência
RINEX	Receiver INdependent EXchange format
RKF78	Runge-Kutta de Fehlberg de sétima ordem
RMS	Rooth Mean Square

RTN	(Radial, Transverse, Normal) orbit-fixed frame
SA	Selective Availability
T/P	Ocean TOPography EXperiment (TOPEX)/Poseidon
TIMATION	TIME navigATION
ToD	Earth true equator and equinox of date
U	fator U das matrizes de covariância “a priori” e atualizada
U.A.	Unidade Astronômica
UNESP	UNiversidade EStadual Paulista
UPL	UpLoading Station
UTC	Universal Time Coordinated
WGS	World Geodetic System

LISTA DE SÍMBOLOS

a	semi-eixo maior
\vec{a}	vetor de aceleração das perturbações modeladas
A	área superficial de cada placa
\vec{b}	vetor do desvio do relógio do receptor GPS
b_0	tendência do relógio do receptor GPS
b_1	deriva do relógio do receptor GPS
b_2	taxa de deriva do relógio do receptor GPS
c	velocidade da luz
dt	desvio do relógio do usuário
dTi	desvio do relógio do i -ésimo satélite GPS
D_{ION}	desvio ionosférico em relação à medida da pseudo-distância
D_{TROP}	desvio troposférico em relação à medida da pseudo-distância
e	excentricidade
f	anomalia verdadeira
H	matriz sensibilidade
i	inclinação
J	função custo
J_2	efeito do achatamento da Terra
K_i	ganho de Kalman
\hat{n}	versor normal à placa
M	anomalia média
N	ambigüidade inicial dos ciclos em relação ao i -ésimo satélite GPS
P	matriz de covariância dos erros do estado
P_i	pseudo-distância medida pelo usuário em relação ao i -ésimo satélite GPS
P_{nm}	funções de Legendre associadas
Q	matriz ortogonal
\vec{r}_u	vetor posição do satélite usuário em relação ao sistema inercial
R	matriz triangular superior
R_T	raio médio da Terra
\vec{R}_{GPS_i}	vetor posição do i -ésimo satélite GPS
\hat{s}	versor de incidência do Sol na placa
S_{nm}, C_{nm}	coeficientes esféricos harmônicos normalizados
t	instante de observação
T_0	instante de transmissão do sinal do i -ésimo satélite GPS
T_i	instante de recepção do sinal do i -ésimo satélite GPS
\vec{v}	vetor velocidade
\vec{x}	vetor de estado
\bar{x}	valor nominal do estado
(x, y, z)	coordenadas de posição do satélite usuário

$(X, Y, Z)_i$	coordenadas de posição do i-ésimo satélite GPS
\hat{x}	estado estimado
\hat{x}_0	estimativa inicial
\bar{y}	vetor de medidas
\bar{w}	vetor ruído branco
W	matriz peso
\bar{z}	vetor de medidas de pseudo-distância observada
α'	ascensão reta do Sol
β'	declinação do Sol
δ	coeficiente de reflexão difusa
Φ	matriz de transição
Φ	ângulo de arfagem
Ψ	ângulo de guinada
μ	constante gravitacional terrestre
ρ	coeficiente de reflexão especular
$\bar{\rho}_c$	medidas de pseudo-distância calculada
ρ_i	distância geométrica
$\bar{\rho}_i$	posição do usuário em relação ao i-ésimo satélite
σ	desvio padrão
σ_i^2	variância
σ_{ij}	correlação
ω	argumento do perigeu
Ω	longitude do nodo ascendente
θ	ângulo formado entre \hat{n} e \hat{s}
Ω^*	ângulo da órbita
$\Delta\bar{\rho}$	resíduo de pseudo-distância
Δt_i	intervalos de tempo de propagação

Índices Superiores

\wedge	estimado
T	transposto

Índices Inferiores

0	inicial
B	sistema de referência fixo no satélite
GPS	refere-se aos dados dos satélites GPS
IN	sistema de referência do Topex

ORB	sistema de referência orbital
T	Terra
<i>u</i>	refere-se ao receptor GPS

1 INTRODUÇÃO

A determinação de órbita, de um modo geral, envolve vários aspectos físicos e matemáticos de naturezas distintas. Envolve a modelagem da dinâmica do movimento orbital e dos dados mensurados, a estabilidade numérica dos algoritmos de processamento e o esquema de estimação de estado, todos contribuindo em maior ou menor grau para a precisão final.

O problema de determinação de órbita consiste basicamente no processo de obtenção dos valores dos parâmetros que especificam completamente o movimento (a trajetória) de um corpo espacial (neste caso, um satélite artificial) através do espaço, baseado em um conjunto de observações do corpo. Estas observações podem ser coletadas através de uma rede de rastreamento terrestre ou através de sensores, que no caso deste projeto, são os receptores GPS, embarcados no próprio satélite.

O GPS (“Global Positioning System” ou Sistema de Posicionamento Global) oferece um processo poderoso e relativamente barato para se determinar órbitas de satélites artificiais. Hoje, o Sistema GPS é um excelente sistema de navegação e posicionamento por satélites que vem sendo utilizado em terra, no mar e no espaço. O satélite Topex/Poseidon (Ocean Topography Experiment ou T/P) é um exemplo de utilização deste sistema para posicionamento no espaço. Este satélite possui um sofisticado receptor GPS a bordo, para determinar a sua posição com precisão.

A determinação de órbita de satélites artificiais é um problema não linear em que as forças perturbadoras não são facilmente modeladas. Os satélites GPS enviam sinais precisos que, baseados na comparação entre sinais recebidos e sinais gerados pelo receptor, possibilitam calcular a pseudo-distância. Através de um receptor GPS a bordo de um satélite artificial é possível então obter medidas (pseudo-distância ou fase da portadora) que podem ser usadas para estimar o vetor de estado que caracteriza a órbita

do satélite. Neste trabalho serão utilizadas medidas de pseudo-distância em uma única frequência L1.

Utilizando conhecimentos sobre a dinâmica do sistema e assumindo estatística de ruído do sistema dinâmico e de erros de medida, estimativas do vetor de estado são calculadas com base em um conjunto de observações. O erro entre o valor nominal e os decorrentes do processo de estimação é, neste trabalho, minimizado segundo o critério de minimização do quadrado dos resíduos, comumente conhecido por Método de Mínimos Quadrados, cujo algoritmo pode ser implementado através de ortogonalização.

1.1 Motivação

Aplicações recentes de satélites artificiais necessitam por vezes descrever o movimento orbital com uma precisão sub-métrica. Por exemplo, a componente radial da posição de satélites altimétricos, como ERS-1, ERS-2 e Topex/Poseidon (T/P), deve ser determinada com precisão de alguns centímetros (MARSHALL et al., 1991). Para evitar colisões de naves espaciais, as posições de objetos (satélites ativos e “debris” espaciais) também devem ser calculadas com precisão da ordem de metros. Desta forma, diversos processos de determinação de órbita vêm sendo desenvolvidos para atingir estes objetivos.

Para testes preliminares dos algoritmos é freqüente utilizarem-se no INPE os dados do satélite T/P, cujos dados do receptor GPS a bordo e de sua órbita precisa foram disponibilizados. Estes dados são utilizados no INPE para a realização de comparações para validação dos métodos desenvolvidos.

Para atingir plenamente os requisitos de sua finalidade específica (estudar circulações oceânicas), a missão do satélite T/P foi planejada para que o erro na sua órbita não excedesse o valor de 13 cm na direção radial durante o período de 10 dias de repetição da

órbita. Para alcançar tal precisão, perturbações orbitais devidas ao geopotencial, à pressão de radiação solar e à atração gravitacional luni-solar devem ser consideradas (ROY, 1988).

Em particular, a órbita do satélite T/P tem sido utilizada em pesquisas em andamento, realizadas pela Divisão de Mecânica Espacial e Controle do INPE, para desenvolver métodos de determinação de órbitas de satélites artificiais que possuam receptores GPS a bordo (GOMES, 2004; SILVA et al., 2002; SILVA, 2001; CHIARADIA, 2000; CHIARADIA et al., 1997).

1.2 Objetivos

Em trabalhos anteriores do INPE e da FEG (SILVA, 2001; VILHENA DE MORAES et al., 2005), o método de determinação de órbita utilizou dados reais do T/P. Os resultados obtidos foram comparados com os arquivos de referência do POE/JPL (Precision Orbit Ephemeris / Jet Propulsion Laboratory) que apresentam estimativas de posição com erros de no máximo 15 cm para longo período de 24 horas, enquanto os trabalhos referenciados apresentaram de posição com erros da ordem de 10 m para curto período de 2 horas, isto é, aproximadamente duas ordens de grandeza maiores que as estimativas do POE/JPL.

O objetivo primordial do presente trabalho era melhorar os resultados obtidos para que a precisão em posição seja menor que 2 m para curto período (2 horas) e melhor que 7 m para longo período (24 horas) e, portanto, mais próximos da referência do POE/JPL. Para tanto foi necessário:

- a) Incluir no modelo da dinâmica a influência da pressão de radiação solar, considerando um modelo especial para o satélite T/P (MARSHALL e LUTHCKE, 1994).

- b) Incluir no algoritmo uma correção considerando a atitude da antena do receptor GPS em relação ao centro de massa do satélite para melhorar a precisão em posição e velocidade. No satélite T/P, a antena está cerca de 5 m afastada do centro de massa do satélite. Vale ressaltar que a inclusão da atitude torna o método de determinação de órbita específico para cada satélite considerado.
- c) Tornar o programa mais geral e aplicável a outros satélites ao incluir, além da influência da atitude, os efeitos da atração gravitacional luni-solar.

1.3 Síntese do Trabalho

Capítulo 1: É feita uma introdução ao trabalho, enfatizando a motivação e seus objetivos principais.

Capítulo 2: É apresentada uma revisão bibliográfica da literatura, destacando o modelo de pressão de radiação solar utilizado no Topex e a determinação de órbita através do GPS.

Capítulo 3: É descrita a metodologia adotada neste trabalho. A forma como será feita a determinação de órbita é brevemente descrita. Citam-se as perturbações incluídas no modelo de forças. São apresentados o clássico método de mínimos quadrados de estimação de parâmetros e a solução mais adequada, para este trabalho, a ser utilizada para resolver suas equações normais: as rotações sequenciais de Givens.

Capítulo 4: É descrito o sistema GPS, assim como os segmentos que o formam, a estrutura do sinal e da mensagem e as principais fontes de erros.

Capítulo 5: São descritos os observáveis do GPS: a pseudo-distância e a fase da portadora. No entanto, maior ênfase é dada às medidas de pseudo-distância, as utilizadas neste trabalho. Em seguida, é apresentado o princípio básico do Sistema GPS para determinação de órbita.

Capítulo 6: Contém a teoria básica de estimação de estados, incluindo o método escolhido para estimar o estado, o método de mínimos quadrados, um procedimento numérico que trata dos dados observados da trajetória do satélite para obter a estimação dos parâmetros do mesmo.

Capítulo 7: São apresentados os modelos da dinâmica do sistema, das medidas e de forças. São apresentados ainda, de forma resumida, as perturbações consideradas neste trabalho e o integrador numérico adotado para propagar o estado, o método de Runge-Kutta de Fehlberg de sétima ordem.

Capítulo 8: São apresentadas as equações do método de mínimos quadrados recursivo, é descrito o método de ortogonalização através de rotações de Givens e é apresentado o resultado de uma comparação feita entre as rotações de Givens e as transformações de Householder.

Capítulo 9: São descritos: o posicionamento da antena GPS do Topex; o seu sistema de controle de atitude; e o desenvolvimento do Modelo de Marshall e de Luthcke de forças de radiação para o satélite Topex/Poseidon. No final, é apresentado o algoritmo para o cálculo da pressão de radiação solar direta.

Capítulo 10: É feita a descrição dos dados utilizados para analisar e validar o algoritmo proposto neste trabalho; são apresentados os testes realizados utilizando dados reais do

satélite Topex/Poseidon para a determinação de sua órbita e os resultados obtidos; e, por fim, é apresentada a conclusão a que se chegou com os resultados apenas deste Capítulo.

Capítulo 11: São apresentadas as conclusões do trabalho como um todo e as sugestões para futuros trabalhos.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Um método para determinação de órbita para satélites com um receptor GPS a bordo, através de mínimos quadrados recursivo com rotações de Givens, considerando a modelagem das forças devidas ao geopotencial de alto grau e ordem é apresentado em Silva (2001). Os resultados indicam precisão em posição melhor que 10 m e resíduo de pseudo-distância com desvio padrão de cerca de 5 m, utilizando dados reais do satélite T/P e período de dados de aproximadamente duas horas (cerca de um período orbital). Este trabalho é fundamental para o desenvolvimento do presente projeto, que pretende aprimorar tal método, incluindo as perturbações devidas à pressão de radiação solar (considerando também a posição da antena GPS que, em última análise, consiste na influência da atitude do satélite no processo de determinação de órbita) e à atração gravitacional luni-solar.

Em Chiaradia (2000) é desenvolvido um algoritmo simplificado e compacto, com baixo custo computacional, para determinação de órbita de satélites artificiais em tempo real e a bordo, usando o Sistema GPS. O vetor de estado é estimado pelo Filtro de Kalman estendido e o integrador numérico Runge-Kutta de passo fixo de quarta ordem é utilizado para integrar o vetor de estado. As equações de movimento consideram somente perturbações devidas ao geopotencial até grau e ordem 10. A matriz de covariância dos erros do estado é propagada através da matriz de transição calculada de forma otimizada. As medidas GPS (pseudo-distância) de única frequência são utilizadas como medidas de observação, sendo corrigidas com relação ao atraso dos relógios dos satélites GPS e do receptor. Dados reais do satélite Topex/Poseidon são utilizados para validar este algoritmo. Os resultados obtidos são comparados com os arquivos de efemérides precisas (POE) produzidas pelo JPL/NASA. Os erros em posição e em velocidade são, respectivamente, de 15 a 20 m e de 0,014 a 0,018 m/s, com ou sem Disponibilidade Seletiva (SA). Um método para prévia determinação da órbita de um satélite artificial

baseado na mensagem de navegação da constelação GPS é mostrado em Chiaradia et al. (1997).

Nos trabalhos de Binning (1996, 1997(a)) são apresentados dois modos diferentes de processamento dos dados do Topex. No primeiro modo, dados pós-processados dos GPS são usados para estimar o estado do satélite, via suavizador; e, no segundo, os parâmetros da navegação transmitida são utilizados para estimar o estado do satélite em tempo real simulado. A precisão da órbita é aferida comparando as estimativas do Filtro de Kalman com as efemérides de órbita precisa (POE), calculadas pelo JPL. O modelo da dinâmica considera perturbações devidas ao geopotencial, à pressão de radiação solar, ao terceiro corpo e às marés devidas à Lua e ao Sol. O modelo de atitude é considerado, para remover os efeitos do movimento da antena.

Discussões sobre outros métodos de determinação de órbita utilizando o sistema GPS e também aplicações podem ser encontradas em Silva (2001) e Chiaradia (2000).

As referências Parkinson e Spilker (1996) e Leick (2003) contêm informações sobre a história do sistema GPS, desde sua concepção e desenvolvimento até os dias atuais. Parkinson e Spilker também contêm informações técnicas detalhadas do sistema GPS e descrevem a modelagem dos observáveis do GPS, mostrando ainda o desenvolvimento dessas equações, bem como a modelagem dos erros de medidas.

Uma revisão de modelos analíticos para forças não-gravitacionais de diferentes origens (inclusive a pressão de radiação solar) usados nas teorias analíticas dos movimentos de translação e de rotação de satélites artificiais encontra-se em Vilhena de Moraes (1994).

Em Marshall e Luthcke (1994), Antresian e Rosborough (1992) e Marshall et al. (1991) há informações sobre um modelo de pressão de radiação solar, incluindo a radiação

refletida pela Terra e a radiação infravermelho emitida pela Terra, específico para os requisitos da missão do T/P. Marshall e Luthcke (1994) descrevem com detalhes este modelo, considerando tanto o complexo modelo de controle de atitude do Topex como o intervalo da órbita em que o satélite está na sombra, e apresentam um cálculo, para cada instante, das intensidades das forças de radiação. Este modelo é o que se propõe implementar computacionalmente neste trabalho.

Nos trabalhos de Luthcke e Marshall (1992) e Nerem et al. (1993) são apresentados parâmetros do modelo de forças não-conservativas visando estratégias de estimação para determinação de órbita precisa do satélite Topex e expectativas de performance da missão.

Um modelo de força de radiação terrestre difusa e uma aplicação desta força em vários satélites, indicando melhora dos parâmetros estimados, estão em Knocke et al. (1988).

As referências Musen (1960), Wyatt (1961), Bryant (1961), Sehnal (1981) e Anselmo et al. (1983) apresentam estudos detalhados dos efeitos da pressão de radiação solar no movimento de satélites artificiais.

3 METODOLOGIA

Em missões espaciais, a determinação de órbita permite o acompanhamento da espaçonave e, com isso, a execução de todas as tarefas operacionais durante a sua vida útil. A determinação de órbita adquire destaque primordial na medida em que a precisão dos resultados permite que algumas das tarefas operacionais sejam executadas sem contratempos, evitando prejuízos para a missão. O conhecimento preciso da órbita fornece informações valiosas acerca dos desvios em relação à trajetória nominal da missão, permitindo atingir melhor o objetivo da missão (no caso do Topex, sua missão oceanográfica), aplicar correções de órbita e de manobras de transferência orbital, além de prever problemas com a espaçonave, tais como deterioração da missão e tempo de vida útil.

No problema da determinação de órbita de satélites artificiais separam-se dois aspectos: a parte determinística, que abrange a modelagem da dinâmica da órbita e a modelagem das observações; e a parte estocástica, que abrange a aplicação da teoria de estimação de estados. Para obtenção de uma boa eficiência, deve-se modelar o problema da forma mais adequada possível, considerando os requisitos impostos a sua resolução. Nem sempre uma modelagem dinâmica sofisticada é a mais conveniente; muitas vezes o modelo pode ser simplificado, reduzido ou descentralizado, sem prejudicar o desempenho do procedimento. Para a determinação de órbita, uma simplificação comum é a adoção do movimento kepleriano, que representa a maior parcela da magnitude das forças atuantes no sistema. Deve-se ressaltar que modelos simplificados podem não ser suficientemente precisos se as integrações ocorrerem longos períodos e às vezes também para curto período, devendo-se compensar este fato pela utilização de maior quantidade de medidas, a serem processadas pelo estimador de estados.

Caso não houvesse perturbações de qualquer natureza, a órbita de um satélite artificial terrestre poderia ser modelada como um movimento kepleriano puro (problema de dois

corpos), em que somente a força gravitacional central agiria sobre ele. Esta força é de maior magnitude que quaisquer outras forças perturbadoras atuantes e, neste caso ideal, as equações do movimento são integráveis analiticamente, sem necessidade de métodos numéricos. Excluindo-se esta força principal, existem diversas fontes de perturbação sobre a órbita, tanto de origem conservativa como dissipativa, tais como: geopotencial, arrasto atmosférico, pressão de radiação solar direta e refletida, atração gravitacional luni-solar e atração de marés terrestres e oceânicas.

Modelos complexos são mais utilizados para propagação de órbitas de longos períodos, de modo a permitir uma previsão acurada de eventos futuros.

Uma ferramenta importante que permite a propagação de erros e de covariâncias entre instantes de amostragem é a matriz de transição de estado, cujo cálculo é uma das etapas mais relevantes em procedimentos de estimação de estado aplicados à determinação de órbita, e uma das tarefas que consome maior tempo de processamento em computador digital. Para problemas lineares discretos, esta matriz permite calcular a evolução temporal do estado.

A forma genérica de se obter a matriz de transição é através das equações variacionais, sendo calculado o Jacobiano completo do modelo de forças utilizado. Se a equação diferencial ordinária do movimento orbital é expressa através de um modelo de forças complexo, então a matriz de transição pode ser obtida numericamente através das equações variacionais.

Para se determinar uma órbita são necessárias informações obtidas através de medidas direta ou indiretamente relacionadas com a posição e com a velocidade do satélite. Alguns tipos de medidas são direcionais e, em geral, medidas mais precisas são coletadas

por sistemas que medem características de propagação do sinal eletromagnético entre transmissor e receptor, que podem estar baseados na Terra ou no satélite.

Um dos sistemas de grande potencial para determinação de órbita de precisão e com navegação autônoma é o Sistema de Posicionamento Global GPS.

Para se determinar uma órbita, é necessário o processamento dos dados coletados. Invariavelmente, recorre-se a métodos estatísticos embasados em teorias de estimação de parâmetros e de estado. Estes métodos acomodam a modelagem da dinâmica da órbita, a modelagem das medidas e consideram o aspecto estatístico dos erros e dos ruídos sistemáticos e aleatórios.

O método dos mínimos quadrados é um dos mais tradicionais métodos de estimação de parâmetros. Este método clássico é bastante difundido e tem grande popularidade não só entre os especialistas em determinação de órbita e atitude, mas também entre economistas, engenheiros, estatísticos, entre outros.

A resolução das equações normais do método de mínimos quadrados necessariamente engloba a inversão de uma matriz. Sabe-se que tais inversões são uma fonte potencial de erros numéricos, principalmente quando a matriz é quase singular. No entanto, existem na literatura inúmeros trabalhos que visam melhorar o desempenho numérico do método de resolução. A proposta aqui é utilizar as rotações de Givens.

Quando existe a necessidade de anular elementos específicos, as rotações sequenciais de Givens são mais adequadas. Neste processo, uma determinada matriz é triangularizada através de uma seqüência de matrizes ortogonais, isto é, usando as clássicas matrizes de rotação. Por introduzir elementos nulos em posições desejadas na matriz, as rotações de Givens demandam mais tempo de computador.

4 O SISTEMA GPS

O sistema GPS, originalmente chamado de NAVSTAR (*NAVigation Satellite Timing And Ranging*), foi idealizado na década de 1960 pelo Departamento de Defesa dos Estados Unidos, resultando da junção de dois programas: o TIMATION (*TIME NavigATION*), da Marinha e o Projeto 621-B, da Força Aérea.

Segundo o Departamento de Defesa norte-americano, inicialmente o sistema deveria ter potencial para cumprir os seguintes requisitos:

- Precisão da ordem de centímetros para o posicionamento;
- Determinação exata do tempo e velocidade;
- Disponibilidade contínua de dados de navegação com cobertura global e regional;
- Independência das condições meteorológicas;
- Base para estabelecimento de um referencial global;
- Potencial generalizado de navegação para minimizar a proliferação de sistemas para fins especiais ou de cobertura regional.

Hoje em dia, pode-se dizer que o sistema, além desses requisitos básicos, está sendo utilizado em diversas áreas com grande sucesso, tais como: navegação, posicionamento, geociências, geofísica, com finalidades tanto civis como militares.

O sistema GPS é dividido em três segmentos: espacial, de controle e usuário.

Segmento Espacial

Basicamente, o sistema GPS original consistia de uma constelação de 27 satélites operacionais, dos quais três eram mantidos como reserva e poderiam se reposicionar para substituir satélites com mal funcionamento, de modo a se ter um mínimo de quatro

satélites visíveis simultaneamente 24 horas por dia em qualquer ponto do planeta. Estes satélites estão divididos em 6 planos orbitais quase circulares, com período de 11h58min e semi-eixo maior de cerca de 26.500 km, inclinadas de 63° e espaçadas de 60° (LEICK, 2003). A Figura 4.1 esquematiza a configuração da constelação GPS.

As órbitas de grande altitude foram escolhidas para que os satélites pudessem ser rastreados durante várias horas antes de desaparecerem no horizonte; pois, do ponto de vista de um observador fixo na superfície da Terra, um mesmo satélite só é visível uma vez a cada 24 horas.

À medida que o satélite descreve sua órbita, um mecanismo de controle de atitude mantém o corpo principal do mesmo orientado de modo que sua parte inferior, onde estão localizadas as antenas, permaneça sempre apontada para a vertical local; enquanto os painéis solares giram constantemente em torno de um eixo comum, para melhor exposição ao Sol.

Cada satélite possui dois relógios atômicos (um de césio e outro de rubídio) a bordo, duas portadoras de rádio-frequência $L1 = 1575,42$ MHz e $L2 = 1227,60$ MHz, com potência de 450W.

Tais satélites transmitem sinais de navegação gerados a bordo que consistem de 2 códigos com alta taxa de transmissão, o código C/A (“coarse/acquisition”, que é livre) a 1 Mb/s e o código P (“precision”, que é protegido), com 2 frequências distintas L1 e L2, a 10 Mb/s. Estes sinais fornecem dados sobre as efemérides dos satélites GPS (mensagem de navegação) bem como informações de tempo atômico GPS e outras informações relevantes (dados funcionais dos dos satélites, deriva dos relógios de bordo, etc.).

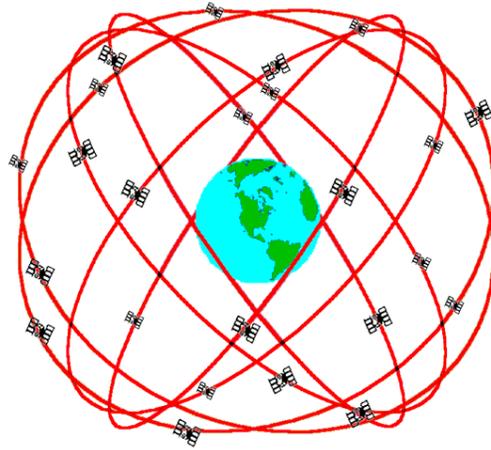


Figura 4.1 - Constelação GPS

Fonte: Dana (2006).

Segmento de Controle

Este segmento está destinado à coleta de dados, relativos à atmosfera local e à pseudo-distância de cada satélite, o que permite produzir o tempo GPS e as efemérides dos satélites. É ainda responsável pelo gerenciamento de veículos espaciais, atualizando periodicamente as informações que são transmitidas a cada um dos satélites, entre efemérides, *status* e dados de relógio.

Para isso, existe a Estação Central de Controle (MCS – *Master Control Station*) localizada na base da Força Aérea em Falcon, Colorado, Estados Unidos. Juntamente com esta, existem mais quatro Estações de Monitoramento (MS – *Monitor Station*), localizadas no Havaí, Kwajalein, Diego Garcia e Ascención Island; além de uma Estação de Transmissão de Dados para os satélites (ULS – *UpLoading Station*), localizada na base aérea de Vandenberg, na Califórnia.



Figura 4.2 - Estação central de controle e estações monitoras do Sistema GPS

Fonte: Modificada de Dana (2006).

Segmento Usuário

O segmento usuário consiste basicamente de receptores militares e civis projetados especialmente para decodificar e processar os sinais que recebem dos satélites. O receptor computadorizado grava as transmissões de vários satélites e aplica algoritmos de solução para obtenção de posição, velocidade e tempo. São necessários pelo menos quatro satélites em visada para o cálculo das posições e do tempo, em um determinado instante.

Em resumo, os satélites GPS formam um conjunto de pontos de referência no espaço para navegação sobre a superfície da Terra ou em baixas altitudes e órbitas. Portanto, o Sistema GPS fornece medidas de distância entre a posição desconhecida do usuário e as referências do sistema, ou seja, os satélites da constelação GPS (PARKINSON e SPILKER, 1996).

4.1 Estrutura do Sinal e da Mensagem do GPS

Os sinais que chegam de cada satélite são formados por três componentes: uma portadora RF; código binário; e dados da mensagem de navegação.

As frequências de transmissão utilizadas pelos satélites são (MONICO, 2000; LEICK, 2003; DOW et al., 1994):

1. Comunicação com os usuários – Link de Transmissão:
 - a) LINK1 (L1): portadora de 1575,42 MHz; níveis de -160 a -163 dBW; e modulação em fase;
 - b) LINK2 (L2): portadora de 227,60 MHz; níveis de -166 dBW; e modulação em fase.

2. Comunicação com as estações de controle – Link de Transmissão:
 - a) BANDA-S = 2227,50 MHz.

3. Comunicação com as estações de controle – Link de Recepção:
 - a) BANDA-S = 1783,74 MHz.

A mensagem transmitida por cada satélite ao usuário contém:

- Parâmetros para correção do relógio do satélite;
- Efemérides do satélite e parâmetros para correções orbitais;
- Dados funcionais de todos os satélites da constelação;
- Dados para correção do efeito da refração ionosférica;
- Código de identificação.

Estas informações são chamadas de “System Data” e são transmitidas em formato binário, sendo antecedidas por um código de identificação, cujo conhecimento é imprescindível para que o usuário as retire do sinal recebido. As portadoras de frequências L1 e L2 são moduladas em fase e em quadratura de fase pela composição de “System Data” com “Identification Code”. Os códigos de identificação utilizados são os seguintes:

- a) Código P (“Precision”): uso militar, transmitido nas bandas L1 e L2;
- b) Código C/A (“Coarse/Acquisition”): uso civil, transmitido somente na banda L1 e sujeito a degradações.

Estes códigos são do tipo PRN (“Pseudo Random Noise” ou Ruído Pseudo Aleatório) e permitem que a mensagem de posição transmitida do satélite para o usuário seja eventualmente acrescida de ruído, não necessariamente Gaussiano, que deteriora a precisão com que o usuário determinará sua posição.

As técnicas de degradação dos sinais dos códigos são duas: Disponibilidade Seletiva (SA) e Anti-Spoofing (A-S), ambas controladas pelos Estados Unidos.

4.2 Principais Fontes de Erros

As principais fontes de erro do Sistema GPS são (MONICO, 2000; LEICK, 2003):

- Erro devido à geometria dos satélites com relação ao observador;
- Desvios dos relógios dos satélites;
- Atraso de propagação e processamento dos sinais pelos circuitos do receptor GPS;
- Erros devidos ao multicaminho dos sinais;
- Efeitos da atmosfera sobre a velocidade e a trajetória de propagação dos sinais transmitidos;

- Erros devidos à resolução, ao não sincronismo e ao ruído do receptor do usuário;
- Erro na determinação da posição dos satélites (erro de efemérides).

Várias formas de representar as efemérides foram estudadas até se chegar a um conjunto de parâmetros que, sendo uma extensão dos elementos keplerianos, definem a posição do satélite.

O conjunto de parâmetros utilizado na mensagem transmitida pelo GPS é atualizado pela Estação de Controle a cada 1 hora, embora cada conjunto seja válido por 1,5 hora. A superposição de 30 minutos garante uma margem de segurança para que o usuário possa receber o novo conjunto atualizado.

As principais perturbações das órbitas dos satélites GPS, em função das características do segmento espacial, são o campo gravitacional terrestre, a atração gravitacional luni-solar e a pressão de radiação solar (incluindo a sombra da Terra). Outra perturbação a se considerar é a ressonância 2:1, devida a comensurabilidade do período orbital com o período de rotação terrestre. Em aplicações específicas, para se atingir a precisão necessária, todas estas perturbações devem ser consideradas simultaneamente.

Embora o Sistema GPS possua mecanismos e algoritmos para corrigir os erros dos sinais dos satélites GPS, a correção não é perfeita, sempre existindo resíduos não compensados. Uma estimativa destes resíduos, usando medidas de pseudo-distância, encontra-se na Tabela 4.1.

Tabela 4.1 - Estimativa de resíduos usando medidas de pseudo-distância

Resíduo	Estimativa
Desvio do relógio e efemérides	1,5 m
Efeitos da atmosfera	2,4 a 5,2 m
"Group Delay"	1,0 m
Multicaminho	1,2 a 2,7 m
Resolução/ruído do receptor e dinâmica do usuário	1,5 m
ERRO TOTAL COMBINADO	3,6 a 10,4 m

Fonte: Silva (2001).

5 DETERMINAÇÃO DE ÓRBITA VIA GPS

Neste Capítulo, serão descritos os observáveis do GPS, ou seja, os dois tipos de medidas de observação usados para calcular a distância entre o transmissor e o receptor: a pseudo-distância e a fase da portadora. Em seguida, será apresentado o princípio básico do Sistema GPS para determinação de órbita.

5.1 Observáveis do Sistema GPS

Os observáveis GPS são as distâncias deduzidas das diferentes medidas de tempo ou fase, baseadas na comparação entre os sinais recebidos e os sinais gerados pelo receptor. Pode-se dizer que esta diferença de tempo é simplesmente o tempo que o sinal leva para ser propagado do satélite à antena do receptor. Dois observáveis básicos do sistema GPS são: pseudo-distância e fase da portadora.

A pseudo-distância é uma medida entre os satélites GPS e a antena do receptor, com referência às épocas de emissão e de recepção dos códigos. O tempo de transmissão dos sinais é medido via correlação do código de PRN gerado pelo satélite (sinal GPS recebido) com os sinais gerados internamente pelo receptor. Uma vez obtida a correlação, obtém-se o tempo de envio do sinal desde o satélite GPS até o receptor, que corresponde à pseudo-distância. A denominação “pseudo” advém do fato de as medidas estarem corrompidas por erros de propagação do sinal, por refração atmosférica, por erros de relógio, entre outros.

A pseudo-distância ao i -ésimo satélite GPS é definida por (PARKINSON e SPILKER, 1996):

$$P_i = \rho_i + c(dt - dT_i) + D_{\text{ION}} + D_{\text{TROP}} + v \quad (5.1)$$

em que P_i é a pseudo-distância medida pelo usuário em relação ao i -ésimo satélite GPS; ρ_i é a distância geométrica; c é a velocidade de propagação da luz; dt é o desvio do relógio do usuário; dT_i é o desvio do relógio do i -ésimo satélite GPS; D_{ION} são os desvios ionosféricos; D_{TROP} são os desvios troposféricos; e v representa ruídos de multi-caminho, erros entre canais do receptor e demais erros.

Já a fase da portadora é uma medida de observação definida como a diferença entre a fase da portadora do satélite GPS recebida pela antena do receptor e a fase do oscilador interno do receptor na época da medida. A idéia de utilização das medidas de fase para a determinação de órbitas justifica-se pela estabilidade das fases e pela precisão na sua medida. Ela é a mesma quantidade que a pseudo-distância, com duas diferenças distintas: é cerca de 100 vezes mais precisa em relação à pseudo-distância; e tem um desvio de relógio arbitrário resultante de um número desconhecido de ciclos inteiros entre o transmissor e o receptor. A principal dificuldade de utilização deste tipo de medida é a resolução da ambigüidade N (o número de ciclos não lidos no instante t_0 da sincronização dos sinais), que produz impacto direto na precisão da medida.

A fase da portadora do i -ésimo satélite GPS é dada por (LEICK, 2003):

$$\varphi_{ir}(t) = \varphi_r(t) - \varphi_i(t) + \frac{f}{c}(N + D_{\text{ION}} + D_{\text{TROP}}) + v \quad (5.2)$$

em que $\varphi_{ir}(t)$ é a fase da portadora completa no instante de recepção nominal t ; $\varphi_r(t)$ é a fase da portadora do receptor no instante de recepção nominal t (ciclos); $\varphi_i(t)$ é a fase da portadora do satélite recebida no instante de recepção nominal t (ciclos); N é a ambigüidade inicial; D_{ION} são os desvios ionosféricos; D_{TROP} são os desvios troposféricos; v são outros efeitos e erros; f é a frequência nominal da portadora; e c é a velocidade da luz.

5.2 Princípio Básico para Determinação de Órbita, Usando a Pseudo-Distância

O princípio básico de funcionamento do sistema GPS baseia-se no método geométrico, em que o observador conhece a posição de um conjunto de satélites em relação a um referencial inercial e a sua posição em relação a este conjunto, obtendo sua própria posição no sistema de referência. A Figura 5.1 apresenta os parâmetros básicos utilizados pelo sistema GPS na determinação da posição do usuário.

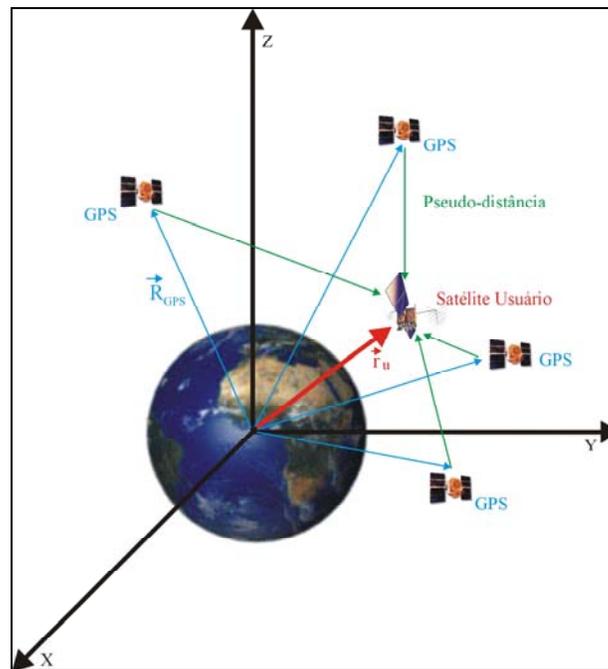


Figura 5.1 - Método Geométrico

Fonte: Chiaradia (2000).

Definindo (VILHENA DE MORAES et al., 1994(a)):

\vec{r}_u ... posição do satélite usuário em relação ao sistema inercial.

\vec{R}_{GPS_i} ... posição do i-ésimo satélite GPS.

$\vec{\rho}_i$... posição do usuário em relação ao i-ésimo satélite.

e admitindo $\vec{R}_{GPS_i} = (X_i, Y_i, Z_i)$ e $\vec{r}_u = (x, y, z)$, tem-se a relação:

$$\rho_i^2 = (x - X_i)^2 + (y - Y_i)^2 + (z - Z_i)^2 \quad (5.3)$$

Cada satélite (GPS)_i transmite sua posição e outros parâmetros de correção.

O satélite usuário possui um receptor que permite calcular os intervalos de tempo de propagação Δt_i decorridos da transmissão do sinal pelo i-ésimo satélite até sua recepção:

$$\Delta t_i = T_i - T_0 \quad (5.4)$$

em que T_i é o instante de recepção do sinal do i-ésimo satélite GPS segundo o relógio do usuário; e T_0 é o instante de transmissão do sinal do i-ésimo satélite GPS.

Assumindo uma perfeita sincronização dos relógios e desconsiderando os efeitos de distorção da ionosfera, efeitos relativísticos e reflexões, tem-se:

$$\rho_i = c\Delta t_i$$

sendo ρ_i a distância geométrica. No entanto, deve-se admitir a existência de desvios de sincronização entre os relógios do usuário e dos satélites, a fim de cumprir o objetivo do programa GPS, que é dispensar a necessidade de relógios de alta precisão nos receptores do usuário. Considerando os desvios ionosféricos e desconsiderando os demais erros, tem-se:

$$\rho_i = P_i - b_u + D_{ION}$$

em que P_i é chamado de pseudo-distância do usuário ao i -ésimo satélite GPS; b_u é o erro correspondente ao desvio do relógio do usuário; e D_{ION} é o erro devido ao atraso ionosférico.

Desta forma, necessita-se de dados de quatro satélites observados simultaneamente, para obter um sistema de quatro equações e determinar x , y , z e b_u . É importante ressaltar que, dependendo da geometria relativa dos satélites, o sistema de equações pode não ter solução. Além disso, se mais de quatro satélites forem observados simultaneamente, existirá um subconjunto que fornecerá a solução com menor erro.

A determinação de órbita de um satélite via GPS, objeto de estudo deste trabalho, já vem sendo estudada por diversos autores (BINNING, 1997; BISNATH e LANGLEY, 1999, 2001; CHIARADIA, 2000; DOW et al., 1994; SCHUTZ et al., 1994; SILVA, 2001). Este procedimento possui vantagens e desvantagens:

Vantagens:

- Permite navegação autônoma e em tempo real;
- Existem sempre satélites visíveis;
- Alta imunidade a interferência;
- Baixo custo de equipamentos e de manutenção em solo;
- Atende inúmeros usuários;
- Rápida obtenção das informações transmitidas pelos satélites;
- Cobertura global;
- Alta precisão no cálculo da posição devida à geometria favorável;
- Cálculo de manobras orbitais a bordo.

Desvantagens:

- O atraso no tempo pode custar um erro de vários quilômetros na posição do satélite, visto que o receptor GPS, para calcular a distância, deve multiplicar o intervalo de tempo pela velocidade da luz;
- Necessidade de um receptor por satélite;
- Qualificação espacial não totalmente provada para navegação autônoma (o sistema GPS foi projetado para garantir a visibilidade de pelo menos quatro satélites para um usuário na Terra; no entanto, para um usuário no espaço, esta garantia não existe).

6 TEORIA DE ESTIMAÇÃO DE ESTADOS

Para determinar se um sistema está representado adequadamente, a fim de controlá-lo, deve-se conhecer como ele evoluiu em cada instante de tempo, ou seja, deve-se conhecer o estado do sistema. O estado de um sistema físico é determinado através de um dispositivo de medida que faz as medidas ou as observações do sistema. Essas medidas podem conter ruídos, causados pelos componentes manuais, mecânicos, e eletrônicos dos instrumentos de medida. O problema de determinar o estado de um sistema a partir de medidas ruidosas é chamado de estimação de estado.

A teoria de estimação trata de estimar um evento a partir de dados observados ao longo de um período de tempo e se aplica em diversas áreas nas quais a intenção é conhecer melhor um determinado fenômeno, tais como: física, engenharia, química, biologia, economia.

6.1 Princípio Básico da Teoria de Estimação

Formulação do problema geral de estimação

Considere \vec{x} o vetor cujas componentes são as variáveis a serem estimadas, assumido como função de θ , correspondente às observações realizadas. Se θ for uma função contínua do tempo, suas componentes constituirão diversos tipos de dados contínuos: tem-se o problema de estimação contínua. No entanto, se as observações forem discretas no tempo, tem-se o problema de estimação discreta, e as m componentes de θ representarão diferentes tipos de dados em um mesmo ou em diferentes instantes de tempo. Em qualquer dos casos, assume-se que existe uma função conhecida que relaciona θ com o vetor \vec{x} , ou seja:

$$\theta = \theta(\vec{x}) \tag{6.1}$$

Em geral, problemas de estimação, como o mostrado, são de difícil solução, tanto numérico quanto analiticamente. Isto porque há diversas estimativas para o problema e, conseqüentemente, não existe uma única solução. Desta forma, a solução depende do critério de estimação adotado.

A estimação geralmente implica em um erro entre o valor verdadeiro (nominal) e os valores decorrentes do processo de estimação, sendo necessário minimizar tal erro.

As principais maneiras de estimação do vetor de estado são:

1º) O vetor de estado é atualizado no instante de referência, usando um bloco de observações obtido durante certo intervalo de tempo. Sejam o número de informações, m , e o número de variáveis de estado a serem estimadas, n :

- Se $m < n$, a solução é indeterminada;
- Se $m = n$, a solução é completamente determinada;
- Se $m > n$, a solução é super determinada.

No caso de $m > n$, a solução é obtida por um processo estatístico. Neste caso, pode-se utilizar o processo de estimação por lotes. O critério mais utilizado nos estimadores por lotes é o de mínimos quadrados, conhecido como Mínimos Quadrados por Lotes (MQL).

As principais características do estimador por lotes são:

- Implementação simples;
- Aumento na complexidade dos modelos, tornando-os mais sofisticados, já que o processamento das medidas não é feito em tempo real;
- Permite analisar a consistência dos resultados globalmente.

O tempo computacional requerido depende da quantidade de parâmetros do estado, da quantidade de observações, da complexidade do modelo dinâmico, da quantidade de iterações necessárias para a convergência e do sistema computacional. Em problemas não lineares, se os valores iniciais calculados não forem razoavelmente próximos da solução, pode não ocorrer convergência ou, em outras palavras: se os valores iniciais estiverem fora do domínio de linearização, o método não convergirá (WERTZ, 1978).

2º) O vetor de estado é atualizado após o processamento de cada observação. Este processo se chama estimador seqüencial ou recursivo.

Um estimador seqüencial pode utilizar o Filtro de Kalman (FK) ou o Método de “Mínimos Quadrados” Recursivo (MQR). O MQR atualiza o vetor de estado em um instante de referência e esta atualização prossegue à medida que os dados são processados, sem a necessidade de aguardar até todas as medidas serem obtidas. A precisão das estimativas melhora à medida que mais observações são processadas. Já no Filtro de Kalman, o estado é estimado para o instante da observação e as observações podem ser processadas à medida que são coletadas, implicando em uma economia de memória de armazenamento. Esta é a característica ideal para aplicações em tempo real.

Para a solução do problema de determinação de órbitas deste trabalho, adota-se o método de mínimos quadrados recursivo. No entanto, há opções de outros procedimentos, de acordo com cada caso. Por exemplo: em navegação autônoma, o Filtro de Kalman é usado por estimar o estado atual em tempo real; e em determinação de órbita “off-line”, em computadores em Terra, o método de mínimos quadrados pode ser mais adequado, por produzir um resultado estatístico global.

6.2 Método de Mínimos Quadrados

Estimação de órbita é um problema de grande importância no que tange à órbita de satélites artificiais. Ela envolve a comparação entre as observações realizadas, por exemplo, por estação de rastreamento, e a órbita predita ou propagada, obtida de um modelo matemático. Desta forma, o método de mínimos quadrados torna-se um procedimento numérico que trata dos dados observados na trajetória do satélite para obter uma estimação dos parâmetros dos mesmos.

Considere dois vetores reais \vec{x} e \vec{y} que representam um estado físico e um estado observável de um sistema dinâmico. Pode-se, portanto, assumir que \vec{y} está relacionado a \vec{x} através de uma função vetorial:

$$\vec{y} = h(\vec{x}) \quad (6.2)$$

Considerando que qualquer processo de observação envolve imperfeições que não podem ser modeladas de maneira determinística, assume-se que tais imperfeições observadas em \vec{y} são modeladas de maneira aleatória e representadas por um vetor \vec{v} . Assim, a equação anterior pode ser reescrita como (CAPPELLARI et al., 1976):

$$\vec{y} = h(\vec{x}) + \vec{v} \quad (6.3)$$

cujas denominação é equação não linear regressiva.

O objetivo é estimar um valor de \vec{x} que minimize a soma ponderada dos resíduos da observação, entre a observação atual e a observação computada a partir da utilização de

um modelo matemático. Todavia, se as incertezas das diferentes observações não forem iguais, cada observação é convenientemente ponderada por uma matriz peso W .

Matematicamente, existe uma quantidade escalar dada por (KUGA, 1989):

$$J(\bar{x}) = \|\bar{y} - h(\bar{x})\|_W^2 = \|W^{1/2}(\bar{y} - h(\bar{x}))\|^2$$

ou

$$J(\bar{x}) = [\bar{y} - h(\bar{x})]^T W [\bar{y} - h(\bar{x})] \quad (6.4)$$

sendo J a função custo a ser minimizada e $\| \cdot \|$ a norma ou comprimento euclidiano do vetor.

No processo de minimização, uma função a priori de estimação de estado, \bar{x} , assume-se conhecida. O desvio de \bar{x} , a partir do valor nominal, é considerado de média zero e sua matriz de covariância também é considerada conhecida.

A condição para minimizar $J(\bar{x})$ em relação a \bar{x} é que a derivada parcial de J em relação a \bar{x} seja nula:

$$\frac{\partial J}{\partial \bar{x}} = 0^T \quad (6.5)$$

Assim, o valor de \bar{x} que minimiza J é a raiz da equação:

$$\frac{\partial J}{\partial \bar{x}} \equiv \left[\frac{\partial J}{\partial x_1} \quad \frac{\partial J}{\partial x_2} \quad \dots \quad \frac{\partial J}{\partial x_n} \right] = 0^T$$

ou

$$\frac{\partial J}{\partial \bar{x}} = [\bar{y} - h(\bar{x})]^T W \left(\frac{\partial h}{\partial \bar{x}} \right) = 0^T \quad (6.6)$$

A Equação 6.6 pode ser solucionada fazendo sua linearização, isto é, expandindo $h(\bar{x})$ em série de Taylor em torno de \bar{x} e considerando termos de primeira ordem. Desta forma:

$$h(\bar{x}) = h(\bar{x}) + H\Delta\bar{x} \quad (6.7)$$

com

$$H = \left(\frac{\partial h}{\partial \bar{x}} \right)_{\bar{x}=\bar{x}} \quad \text{e} \quad \Delta\bar{x} = \bar{x} - \bar{x}$$

em que \bar{x} é a trajetória de referência atual e H é uma matriz $m \times n$ das derivadas parciais de $h(\bar{x})$ em relação a \bar{x} , avaliada em $\bar{x} = \bar{x}$.

Substituindo o valor de $h(\bar{x})$ da Equação 6.7 em 6.3, tem-se:

$$\bar{y} = h(\bar{x}) + H\Delta\bar{x} + \bar{v} \quad \text{ou} \quad \Delta\bar{y} = H\Delta\bar{x} + \bar{v} \quad (6.8)$$

com $\Delta \bar{y} = \bar{y} - h(\bar{x})$.

Conseqüentemente, usando as Equações 6.7 e 6.8, a forma linearizada da Expressão 6.6 torna-se:

$$[\bar{y} - h(\bar{x}) - H\Delta\bar{x}]^T W \left[\frac{\partial}{\partial \bar{x}} (h(\bar{x}) + H\Delta\bar{x}) \right] = [\Delta \bar{y} - H\Delta\bar{x}]^T W \left[\frac{\partial h(\bar{x})}{\partial \bar{x}} + H \frac{\partial \Delta\bar{x}}{\partial \bar{x}} \right] = 0^T$$

ou ainda:

$$\boxed{[\Delta \bar{y} - H\Delta\bar{x}]^T W H = 0^T} \quad (6.9)$$

Resolvendo a Equação 6.9, obtém-se a melhor estimacão de $\Delta\bar{x}$, como segue:

$$\Delta\bar{x} = [H^T W H]^{-1} H^T W \Delta \bar{y} \quad (6.10)$$

No entanto, para a linearizacão ser válida, $\Delta\bar{x}$ deve ser bem pequeno em qualquer sentido, ou seja, a estimativa a priori deve ser suficientemente próxima da soluçã para que a linearizacão tenha validade.

Por definiçã, para a matriz peso W é feita a hipótese de que as observações realizadas em um intervalo de tempo não são espacialmente correlacionadas e que as medidas de diferentes tempos também não estão correlacionadas com o tempo (GELB, 1974). Deste modo, supondo que a medida da covariância do vetor ruído das observações é conhecida, a matriz de pesos é equacionada para o inverso da matriz de covariância das medidas dos erros e a matriz pode ser colocada da seguinte forma:

$$W = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma_1^2} & \frac{1}{\sigma_{1,2}} & \dots & \frac{1}{\sigma_{1,n}} \\ & \frac{1}{\sigma_2^2} & \dots & \frac{1}{\sigma_{2,n}} \\ & & \ddots & \vdots \\ & \text{simétrico} & & \frac{1}{\sigma_n^2} \end{bmatrix} \quad (6.11)$$

em que σ_n^2 é a variância (quadrado do desvio padrão) e $\sigma_{m,n}$ é a correlação da componente n da medida dos erros, correspondente à medida \bar{y} .

Em problemas de estimação de órbita, W é considerada diagonal porque a correlação entre elementos da medida dos erros é raramente disponível (CAPPELLARI et al., 1976). O inverso da matriz H^TWH , na Equação 6.10, é a matriz de covariância dos erros em \bar{x} .

6.3 Mínimos Quadrados com Informação “a priori”

Se além da matriz W , for acrescentada à função J , Equação 6.4, uma informação estatística “a priori”, \hat{x}_0 , e uma matriz de informação “a priori”, P_0^{-1} , no contexto de mínimos quadrados, ter-se-á:

$$J(\bar{x}) = \|\bar{y} - h(\bar{x})\|_W^2 + \|x - \hat{x}_0\|_{P_0^{-1}}^2 = \|W^{1/2}[\bar{y} - h(\bar{x})]\|^2 + \|(P_0^{-1})^{1/2}(x - \hat{x}_0)\|^2$$

ou

$$J(\bar{x}) = [\bar{y} - h(\bar{x})]^T W [\bar{y} - h(\bar{x})] + (x - \hat{x}_0)^T P_0^{-1} (x - \hat{x}_0) \quad (6.12)$$

Uma das soluções mais usuais é obtida utilizando o método de mínimos quadrados, através da minimização da função custo J , expressa em termos do quadrado dos resíduos e considerando a qualidade da informação a priori (estimativa inicial).

A condição para minimizar $J(\bar{x})$ acima em relação a \bar{x} é novamente que a derivada parcial de J em relação a \bar{x} seja nula. Portanto, a estimativa final, para sistemas não-lineares, é dada por:

$$\Delta \hat{x}_i = P \left[H^T W \Delta y + P_0^{-1} (\hat{x}_0^i - \hat{x}_0) \right] \quad (6.13)$$

em que: $P = (H^T W H + P_0^{-1})^{-1}$ é a matriz de covariância do erro;

\hat{x}_0 é a estimativa inicial;

$\hat{x}_0^i = \bar{x}_0$ é estimado na iteração i .

A matriz sensibilidade H é dada por:

$$H = \begin{bmatrix} H_0 \\ H_1 \Phi_{1,0} \\ \vdots \\ H_k \Phi_{k,0} \\ \vdots \\ H_f \Phi_{f,0} \end{bmatrix} \quad (6.14)$$

sendo $\Phi_{k,0}$ a matriz de transição entre os instantes t_0 e t_k , correspondente ao modelo dinâmico adotado.

A matriz de covariância inicial das variáveis de estado é dada por P_0 e W é a matriz peso das componentes do vetor de observação \bar{y} (ponderação dos resíduos), conforme as equações:

$$W = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma_{\hat{x}_0(1)}^2} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma_{\hat{x}_0(2)}^2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \frac{1}{\sigma_{\hat{x}_0(n)}^2} \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma_1^2} & \frac{1}{\sigma_{1,2}} & \dots & \frac{1}{\sigma_{1,n}} \\ 0 & \frac{1}{\sigma_2^2} & \dots & \frac{1}{\sigma_{2,n}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \frac{1}{\sigma_n^2} \end{bmatrix}$$

sendo: $\sigma_{\hat{x}_0(i)}$ ($i = 1, 2, \dots, n$)... incerteza na estimativa “a priori” \hat{x}_0 ;

σ_j ($j = 1, 2, \dots, m$)... incerteza na j -ésima observação.

O Método de Mínimos Quadrados que se adotou neste trabalho foi o Método de Mínimos Quadrados Recursivo através de Rotações Sequenciais de Givens, explicado com mais detalhes no Capítulo 8.

7 MODELO DA DINÂMICA DO SISTEMA

Neste Capítulo, são tratados os modelos utilizados para desenvolvimento do procedimento de determinação de órbita. São apresentados: a modelagem do sistema; o modelo dinâmico e das medidas; e o modelo de forças que considera as perturbações devidas ao geopotencial, à pressão de radiação solar e à atração gravitacional luni-solar. O modelo da pressão de radiação está descrito em detalhes no Capítulo 9. A atração gravitacional luni-solar é modelada através do problema restrito de três corpos e não apresenta maiores dificuldades.

7.1 Modelo Dinâmico

O problema de determinação de órbita é essencialmente não-linear, pois o processo dinâmico (movimento orbital) é descrito por equações diferenciais ordinárias da forma (KUGA, 1989):

$$\dot{\vec{r}} = \vec{v} \quad (7.1)$$

$$\dot{\vec{v}} = -\mu \frac{\vec{r}}{r^3} + \vec{a} + \vec{w} \quad (7.2)$$

$$\dot{\vec{b}} = \vec{0} \quad (7.3)$$

em relação ao sistema inercial, sendo: \vec{r} o vetor contendo as componentes de posição (x , y , z); \vec{v} o vetor contendo as componentes de velocidade; \vec{w} o vetor ruído branco com média zero e covariância Q ; \vec{a} o vetor que representa as perturbações modeladas; e $\vec{b} = (b_0, b_1, b_2) =$ constantes que são os coeficientes que compõem o modelo polinomial

do desvio do relógio do usuário. No equacionamento do estimador de estado, define-se o estado como:

$$\vec{x} \equiv \begin{bmatrix} \vec{r} \\ \vec{v} \\ \vec{b} \end{bmatrix}, \text{ com } r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad (7.4)$$

As Equações 7.1, 7.2 e 7.3 podem ser escritas como segue:

$$\dot{\vec{x}}(t) = \vec{f}_m(\vec{x}, t) + \vec{f}_{nm}(\vec{x}, t) \quad (7.5)$$

em que \vec{f}_m é a função vetorial que expressa a modelagem adotada no estimador e \vec{f}_{nm} é a função vetorial que expressa a parcela não modelada. Por exemplo, se o modelo simplificado de dois corpos for adotado, então \vec{f}_m conterà a primeira parcela do lado direito da Equação 7.2 e \vec{f}_{nm} conterà a parcela correspondente às perturbações não modeladas \vec{w} .

A matriz de transição do sistema pode ser calculada por (KUGA, 1986; CHIARADIA et al., 2000(a)):

$$\dot{\Phi}(t, t_k) = F(\vec{x}, t) \Phi(t, t_k) \quad (7.6)$$

para $t \in [t_k, t_{k+1}]$, com a condição inicial $\Phi(t_0, t_0) = I$, em que I é a matriz identidade. Assim, obtém-se a matriz de transição integrando a Equação 7.6, sendo $F(\vec{x}, t)$ a matriz

de derivadas parciais em relação ao estado, com dimensão 9×9 , e $\Phi(t, t_k)$ a matriz de transição entre os estados t e t_k .

A matriz de transição será integrada numericamente em conjunto com as equações do movimento orbital, conforme as Equações 7.1, 7.2, 7.3 e 7.6.

As equações de estado consideradas são:

$$\begin{array}{l}
 x_1 = x \\
 x_2 = y \\
 x_3 = z \\
 x_4 = \dot{x} \\
 x_5 = \dot{y} \\
 x_6 = \dot{z} \\
 x_7 = \mathbf{b}_0 \\
 x_8 = \mathbf{b}_1 \\
 x_9 = \mathbf{b}_2
 \end{array}
 \Rightarrow
 \begin{cases}
 \dot{x}_1 = \dot{x} = x_4 = f_1 \\
 \dot{x}_2 = \dot{y} = x_5 = f_2 \\
 \dot{x}_3 = \dot{z} = x_6 = f_3 \\
 \dot{x}_4 = \ddot{x} = -\mu \frac{x_1}{r^3} + \mathbf{a}_1 = f_4 \\
 \dot{x}_5 = \ddot{y} = -\mu \frac{x_2}{r^3} + \mathbf{a}_2 = f_5 \\
 \dot{x}_6 = \ddot{z} = -\mu \frac{x_3}{r^3} + \mathbf{a}_3 = f_6 \\
 \dot{x}_7 = 0 = f_7 \\
 \dot{x}_8 = 0 = f_8 \\
 \dot{x}_9 = 0 = f_9
 \end{cases}
 \quad (7.7)$$

O vetor a ser estimado compõe-se de:

$$\bar{\mathbf{x}} = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6 \ x_7 \ x_8 \ x_9]^T \quad (7.8)$$

com a condição inicial $\bar{\mathbf{x}}(t_0)$ modelada como um vetor aleatório, normalmente distribuído.

7.2 Linearização da Dinâmica

Considerando somente \vec{f}_m para obter a equação da dinâmica, expande-se em série de Taylor até a primeira ordem, produzindo:

$$\vec{f}_m(\vec{x}, t) = \vec{f}_m(\bar{x}, t) + F\Delta\vec{x}, \quad \text{com } F = \left. \frac{\partial \vec{f}_m}{\partial \vec{x}} \right|_{x=\bar{x}} \quad (7.9)$$

Considerando que \vec{f}_m modela apenas o geopotencial (perturbado), para as equações de estado do problema apresentado, a matriz F será:

$$F = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ A_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (7.10)$$

em que $\mathbf{0}_{3 \times 3}$ é uma submatriz nula 3×3 ; $\mathbf{I}_{3 \times 3}$ é uma submatriz identidade 3×3 ; e $A_{3 \times 3}$ é uma submatriz 3×3 dada por:

$$A_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_4}{\partial x} & \frac{\partial f_4}{\partial y} & \frac{\partial f_4}{\partial z} \\ \frac{\partial f_5}{\partial x} & \frac{\partial f_5}{\partial y} & \frac{\partial f_5}{\partial z} \\ \frac{\partial f_6}{\partial x} & \frac{\partial f_6}{\partial y} & \frac{\partial f_6}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (7.11)$$

A modelagem das forças, bem como a sub-matriz $A_{3 \times 3}$, consideram o geopotencial até grau e ordem 50 do modelo JGM-2, implementado através de Pines (1973).

7.3 Modelo das Medidas

A equação não-linear que representa o modelo vetorial das observações é dada por:

$$\vec{y}_k = h_k(\vec{x}_k, t) + \vec{v}_k \quad (7.12)$$

em que: \vec{y}_k é o vetor de m observações;

$h_k(\vec{x}_k)$ é a função não-linear de dimensão m do estado \vec{x}_k ;

\vec{v}_k é o vetor de dimensão m dos erros da observação.

As observações de pseudo-distância caracterizam uma medida entre os satélites GPS e a antena do receptor, com referência às épocas de emissão e de recepção dos sinais. O tempo de transmissão dos sinais é medido pela correlação idêntica do código de PRN gerado pelo satélite com os sinais gerados internamente pelo receptor. A pseudo-distância é um tipo de medida a ser utilizada no problema de determinação de órbita via GPS. Esta pode ser escrita por:

$$P_i = \rho_i + c(dt - dT_i) + D_{\text{ION}} + D_{\text{TROP}} + \nu \quad (7.13)$$

O desvio do relógio do usuário é modelado por $cdt = b_0 + b_1\Delta t + b_2\Delta t^2$, em que $\vec{b} = (b_0, b_1, b_2)$ são parâmetros a serem estimados e representam fisicamente um “bias” ou tendência, “bias rate” ou deriva e “rate of bias rate” ou taxa de deriva, respectivamente e Δt é o intervalo de tempo entre duas medidas consecutivas.

A distância geométrica é dada por:

$$\rho_i = \sqrt{(x - X_i)^2 + (y - Y_i)^2 + (z - Z_i)^2} \quad (7.14)$$

sendo $(X, Y, Z)_i$ as coordenadas cartesianas do i -ésimo satélite GPS no instante de transmissão e (x, y, z) as coordenadas cartesianas do satélite usuário no instante de recepção.

7.3.1 Linearização das Medidas

Analogamente às equações do movimento, expande-se a função $h_k(\bar{x}_k, t)$ em série de Taylor até a primeira ordem e a Equação 7.12 linearizada é obtida:

$$\Delta \bar{y}_k = H_k \Delta \bar{x}_k + \bar{v}_k, \quad \text{com } H_k = \left. \frac{\partial h_k}{\partial \bar{x}} \right|_{x=\bar{x}_k} \text{ e } \Delta \bar{x}_k = (\bar{x} - \bar{x}_k) \quad (7.15)$$

Para a observação de pseudo-distância a matriz sensibilidade H_k será:

$$H_k = \begin{bmatrix} \frac{x - X_i}{\rho_i} & \frac{y - Y_i}{\rho_i} & \frac{z - Z_i}{\rho_i} & 0 & 0 & 0 & 1 & \Delta t & \Delta t^2 \end{bmatrix} \quad (7.16)$$

em que Δt é o tempo decorrido das medidas.

No processo recursivo de mínimos quadrados, a matriz H_k deve ser multiplicada pela matriz de transição:

$$H = \begin{bmatrix} H_0 \\ H_1 \Phi_{1,0} \\ \vdots \\ H_k \Phi_{k,0} \\ \vdots \\ H_f \Phi_{f,0} \end{bmatrix} \quad (7.17)$$

em que $\Phi_{k,0}$ é a matriz de transição entre os instantes t_0 e t_k , conforme a Equação 7.6, que corresponde ao modelo dinâmico adotado.

7.4 Modelo de Forças

As órbitas elípticas fixas fornecem referências excelentes para estudar os movimentos de um satélite artificial; no entanto, outras forças agem no mesmo, perturbando-o e afastando-o de sua órbita nominal (kepleriana). As perturbações são normalmente classificadas como: perturbações seculares, as que variam linearmente no tempo; perturbações de curto período, as cujo período de variação é menor ou igual ao período orbital; e perturbações de longo período, as que têm período maior que o período orbital.

A seguir, será feita uma breve discussão dos principais efeitos perturbadores e das perturbações a serem consideradas neste trabalho: perturbações devidas a não esfericidade da Terra considerando harmônicos de alto grau e ordem; pressão de radiação solar direta; e atração gravitacional luni-solar.

7.4.1 Principais Efeitos Perturbadores

As principais forças perturbadoras que afetam a órbita de um satélite artificial podem ser: distribuição não uniforme de massa da Terra; marés oceânicas e terrestres; atração gravitacional luni-solar; e efeitos relativísticos, além dos efeitos não gravitacionais,

como: arrasto da atmosfera da Terra; pressão de radiação solar direta, refletida; arrasto elétrico; efeitos eletromagnéticos; e impacto de meteoritos (KOVALEVSKY, 1967).

O principal efeito ao considerar o achatamento da Terra é que o plano da elipse não é fixo e a elipse não está fixa no seu plano: o nodo ascendente da órbita se move em relação a um referencial fixo e o perigeu se desloca em relação à linha dos nodos. Todos os elementos orbitais sofrem pequenas variações.

Os efeitos do arrasto atmosférico tendem a circularizar as órbitas elípticas e a reduzir a altitude do satélite, de forma progressiva, até que ele se choque com a superfície terrestre, ou seja, destruído na reentrada. Logo, tal efeito perturbador cresce com o decréscimo de altitude do satélite. A força de arrasto é devida ao atrito causado pelo movimento do satélite na atmosfera terrestre e tende a frear o satélite, atuando em sentido contrário ao seu movimento.

Os efeitos perturbadores são incluídos no modelo estudado conforme a situação física apresentada e a precisão que se pretende para a determinação da órbita. Para satélites de baixa altitude é imprescindível incluir o arrasto aerodinâmico e o geopotencial; enquanto para satélites de altitudes mais elevadas, torna-se necessário considerar a pressão de radiação solar e a atração luni-solar, ficando o truncamento do geopotencial a critério do grau de refinamento desejado no modelo.

7.4.2 Perturbações Devidas ao Campo Gravitacional Terrestre

O campo gravitacional terrestre e a força de atração associada a este campo, exercida sobre uma massa colocada nele, sendo esta massa qualquer uma que possa ser negligenciada, serão estudados no caso de um satélite artificial. O geopotencial é uma força de origem gravitacional que perturba as órbitas dos satélites artificiais da Terra. O campo gravitacional terrestre apresenta uma das principais perturbações nos movimentos

dos satélites artificiais, devido a sua não esfericidade. O termo principal devido ao achatamento da Terra é J_2 , sendo os demais termos considerados dependendo da precisão da missão.

No estudo do problema de dois corpos, a Terra é considerada com distribuição de massa homogênea e simetria esférica. No entanto, na realidade, a Terra não é uma esfera perfeita com distribuição de massa homogênea e, neste contexto, não pode ser considerada como um ponto material, devido ao achatamento nos pólos e a forma irregular da sua composição, fato que tem efeito direto na sua densidade. Estas irregularidades produzem perturbações na órbita de um satélite artificial, causando alterações nos elementos keplerianos que descrevem a órbita. Como já foi dito, a distribuição de massa não é homogênea, sendo sua forma levemente achatada nos pólos e bojuda no Equador. Para a Terra esférica, a função potencial gravitacional é dada por

$$U = \frac{GM}{r} = \frac{\mu}{r} \text{ e o módulo da força gravitacional específica é dado por } F = \frac{dU}{dr} = -\frac{\mu}{r^2}.$$

No caso real, a função potencial é bem mais complexa (KAULA, 2000):

$$U(r, \phi, \lambda) = \frac{\mu}{r} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{R_T}{r} \right)^n P_{nm}(\sin \phi) (C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sin m\lambda) \quad (7.18)$$

em que:

$\mu...$	constante gravitacional da Terra;
$R_T...$	raio médio da Terra;
$r...$	distância radial do veículo espacial;
$\phi...$	latitude geocêntrica;
$\lambda...$	longitude nas coordenadas fixas da Terra;
$C_{nm}, S_{nm}...$	coeficientes esféricos harmônicos normalizados, de grau n e ordem m ;

$P_{nm}...$ funções de Legendre associadas normalizadas, de grau n e ordem m .

As constantes μ , R_T , C_{nm} , S_{nm} definem um potencial gravitacional específico. As funções associadas de Legendre são dadas por (BUTKOV, 1988):

$$P_{nm}(\text{sen}\phi) = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^{n+m}}{d\text{sen}\phi^{n+m}} (\text{sen}^2\phi - 1)^n \quad (7.19)$$

O geopotencial também pode ser representado por:

$$U = \frac{\mu}{r^{n+1}} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n J_{nm} P_{nm}(\text{sen}\phi) \cos m(\lambda - \lambda_{nm}) \quad (7.20)$$

com $\sqrt{C_{nm}^2 + S_{nm}^2} \equiv J_{nm}$, em que J_{nm} e λ_{nm} são constantes que dependem da distribuição de massa da Terra.

7.4.2.1 Modelo de Geopotencial Considerado

As perturbações devidas ao geopotencial ocorrem devido à assimetria da distribuição de massa da Terra, conforme já foi dito. Essa assimetria é modelada por coeficientes de harmônicos esféricos, que são normalmente obtidos através da redução de medidas de satélites. O primeiro modelo foi o GEM10, que continha cerca de 450 coeficientes. Este tipo de modelagem causa um alto custo computacional, diretamente proporcional a quanto mais complexo e completo for o conjunto de coeficientes harmônicos.

O modelo gravitacional JGM-2 é uma atualização do modelo JGM-1, desenvolvido pela NASA/GSFC e pela Universidade do Texas. O modelo JGM-1 foi desenvolvido antes do lançamento do Topex e foi o resultado de um esforço de vários anos para melhorar o modelo gravitacional terrestre através de uma nova versão de dados de rastreamento de 30 satélites, dados de altímetro do SEASAT e do GEOSAT e medidas gravitacionais diretas na superfície da Terra. O modelo JGM-2 é resultado de um ajuste do JGM-1, depois do lançamento do T/P, pela inclusão de 150 dias das observações rastreadas do satélite. O modelo JGM-2 foi usado para calcular as órbitas da primeira geração do Topex. Atualmente, este modelo foi atualizado pelo JGM-3, que representa um ajuste superior ao do JGM-2, pela inclusão de mais dados rastreados do T/P e, especialmente, pela inclusão de 40 dias de rastreamento do GPS.

Para o satélite T/P, o erro radial global da órbita, devido aos erros em JGM-2, é estimado em 2 cm RMS. A Tabela 7.1 mostra os principais parâmetros do modelo.

World Geodetic System – WGS-84

O WGS-84 é um conjunto de parâmetros, estabelecido pela Agência de Mapeamento de Defesa dos Estados Unidos, para determinar uma relação geométrica e física em uma escala global. O sistema inclui um elipsóide de referência geocêntrico, um sistema de coordenadas e um modelo de campo gravitacional. O sistema de coordenadas é uma conversão do sistema terrestre convencional, como estabelecido pelo IERS. Desde 1987, a descrição das órbitas dos satélites GPS na mensagem de navegação é referida neste sistema (LANGLEY, 1995). A Tabela 7.1 traz os principais parâmetros que definem este sistema.

O sistema WGS-84 é baseado no campo gravitacional de ordem e grau $n = m = 180$.

Tabela 7.1 - Principais parâmetros do modelo JGM-2 e do sistema WGS-84

Parâmetro	Símbolo	JGM-2	WGS-84
Semi-eixo maior, m	a	6.378.136,3	6.378.137
Achatamento	f	$\frac{1}{298,257223563}$	$\frac{1}{298,257223563}$
Velocidade angular, rad/s	ω_e	$7,2921151467 \cdot 10^{-5}$	$7,2921151467 \cdot 10^{-5}$
Constante gravitacional, m^3/s^2	μ	$398.600,4415 \cdot 10^9$	$398.600,5 \cdot 10^9$
2º harmônico zonal	$\bar{C}_{2,0}$	-484,16548	-484,16685

Fonte: Chiaradia (2000).

7.4.3 Perturbações Devidas à Pressão de Radiação Solar Direta

A pressão de radiação solar é uma força de origem não gravitacional que perturba o movimento translacional de um satélite artificial (EL'YASBERG, 1967). Sua função perturbadora pode ser representada através do gradiente do potencial (EL-ENNA, 2003, 2004; EL-SAFTAWY e EL-ENNA, 2002), porém quando o efeito da sombra da Terra é considerado, esta representação deixa de ser válida, pois a força não deriva mais de um potencial. Modelos de função sombra têm sido propostos desde a década de 60 (FERRAZ-MELLO, 1965, 1972; LÁLA e SEHNAL, 1969). Vilhena de Moraes (1978) considerou a sombra da Terra no sistema de equações diferenciais em que o sistema a ser resolvido é não canônico, devido à sombra da Terra. A pressão de radiação solar é gerada através do contínuo fluxo de fótons que se chocam com a superfície do satélite, podendo esta absorver ou refletir este fluxo. A taxa da quantidade de movimento de todos os fótons incidentes na superfície do satélite origina a força de pressão de radiação solar, podendo causar perturbações nos elementos orbitais.

A sua variação é praticamente independente da altitude do satélite: começa a predominar sobre a força aerodinâmica a partir dos 700 km e tem influência acentuada nos satélites de órbita alta, como, por exemplo, os satélites geostacionários (aproximadamente 40000 km de altitude). O interesse no estudo do efeito da pressão de radiação solar no movimento de um satélite artificial foi iniciado pela discrepância entre teoria e observação de satélites do tipo balão. Recentemente, a importância de forças não gravitacionais aumentou drasticamente devido ao aumento da precisão da localização e devido à importância da precisão no planejamento de missões espaciais. A determinação orbital para o movimento de um satélite artificial da Terra é uma parte importante da tecnologia espacial.

Definição: “Pressão de radiação solar é uma quantidade vetorial definida pela razão entre força e elemento de superfície / área deste elemento”.

Isto é, as perturbações devidas à pressão de radiação solar dependem da área da seção do satélite e de sua massa, sendo tão mais importante quanto maior for a relação A/m , sendo o Sol a principal fonte de energia radiante para veículos espaciais dentro do sistema solar. A energia radiante é a energia de um fóton, que vale $E = h\nu$, em que h é a constante de Planck e ν , a frequência de um fóton.

O momento (quantidade de movimento) μ de um fóton é dado por

$$\mu = \frac{E}{c} = \frac{\text{fluxo} \cdot \text{tempo} \cdot \text{área}}{\text{velocidade da luz}} . \text{ Portanto:}$$

$$\text{pressão} = \frac{\mu}{\text{tempo} \cdot \text{área}} = \frac{\text{fluxo}}{\text{velocidade da luz}}$$

Ou seja, a pressão de radiação solar depende do fluxo de fótons incidentes na área da seção do satélite. Como a pressão de radiação é produzida por fluxos de radiação incidente e refletida, a sua magnitude depende substancialmente do mecanismo de reflexão desta radiação.

A maneira como as perturbações devidas à pressão de radiação solar afetarão os elementos keplerianos depende do modelo de pressão adotado (com sombra, sem sombra, etc.). No entanto, no caso geral, ela causa perturbações seculares e periódicas nas variáveis angulares (Ω , ω e M) e perturbações periódicas nas variáveis métricas (“ a ”, “ e ” e “ i ”).

As componentes da força de pressão de radiação solar podem ser expressas em diversos sistemas. Através desses sistemas relacionam-se os elementos orbitais do satélite com a posição do Sol. Este procedimento foi o utilizado neste trabalho no modelo de pressão de radiação solar considerado para o Topex (MARSHALL e LUTHCKE, 1994).

7.4.4 Perturbações Devidas à Atração Gravitacional Luni-Solar

O Sol e a Lua são responsáveis por perturbações nas órbitas de satélites artificiais terrestres. Essas perturbações são devidas à força de atração do Sol e da Lua e podem ser significativas se o satélite estiver muito afastado da Terra. Como as variações orbitais são do mesmo tipo, quer o corpo atraente seja o Sol quer seja a Lua, devem ser estudadas sem particularizar o terceiro corpo.

A atração gravitacional luni-solar não apresenta variações seculares nos elementos orbitais “ a ”, “ e ” e “ i ”. Ela atua principalmente em Ω e ω , o que acarreta precessão da órbita e do plano da órbita.

Neste trabalho, é usada uma simplificação do problema geral de três corpos em que se supõe a existência de dois corpos M_1 e M_2 de massas finitas m_1 e m_2 , respectivamente. Deseja-se então estudar o movimento de um terceiro corpo cuja massa pode ser negligenciada e que orbita o sistema formado pelos dois outros corpos (SZEBEHELY e MARK, 1967).

Existem diferentes versões do Problema Restrito de Três Corpos, conforme a modelagem adotada. No caso deste trabalho, adotou-se a mais simples de todas, o problema restrito-plano-circular de três corpos, que pode ser assim enunciado:

“Deseja-se conhecer o movimento de um terceiro corpo M_3 , de massa infinitesimal, em torno de um sistema composto por M_1 e M_2 com massas finitas. Considera-se que apenas forças gravitacionais atuem no sistema, que as órbitas de M_1 e M_2 em torno do centro de massa sejam circulares e que M_3 se mova apenas no plano das órbitas de M_1 e M_2 ”.

A equação de movimento para esta versão, que fornece a aceleração sofrida pelo corpo M_3 no referencial inercial, $\ddot{\vec{r}}_3$, pode ser expressa por (PRADO e KUGA, 2001):

$$\ddot{\vec{r}}_3 = -Gm_1 \frac{\vec{r}_{13}}{r_{13}^3} - Gm_2 \frac{\vec{r}_{23}}{r_{23}^3} \quad (7.21)$$

em que $\vec{r}_{13} = \vec{r}_3 - \vec{r}_1$, $\vec{r}_{23} = \vec{r}_3 - \vec{r}_2$ e r_i , $i=1,2,3$ é a distância do i -ésimo corpo ao centro de massa do sistema.

7.5 Integração Numérica

Propagar a órbita de um satélite é um dos problemas mais importantes na análise e no controle de uma missão. Este problema consiste em calcular a trajetória do satélite, sujeita à ação do campo gravitacional e a outras perturbações, conhecendo sua posição e sua velocidade em um instante de referência. Isto pode ser realizado através de métodos de resolução das equações diferenciais do movimento que consistem, basicamente, em teorias analíticas ou em integração numérica das equações do movimento. A escolha do método de propagação depende das exigências da missão, tais como, precisão, eficiência, tempo de processamento, intervalo de propagação, entre outras.

Neste trabalho, o integrador numérico escolhido foi o Runge-Kutta de sétima ordem (RKF78) com mecanismo automático de ajuste de passo e de controle de erro. Foi escolhido pela estabilidade, pela simplicidade, por não exigir um procedimento de início, pela facilidade de implementação, pelo relativamente pequeno erro de truncamento e pela facilidade de alterar o tamanho do passo. Este integrador também possui desvantagens, tais como, não existir um caminho simples para determinar o erro de truncamento (o que dificulta determinar o passo adequado) e utilizar somente a informação do último passo calculado.

8 MÉTODO DE MÍNIMOS QUADRADOS RECURSIVO ATRAVÉS DE ROTAÇÕES DE GIVENS

No campo de determinação de órbita de satélites artificiais, o método de mínimos quadrados é bastante usado para a atualização iterativa dos parâmetros. De forma mais simples, o algoritmo de estimação de mínimos quadrados envolve a formação de equações normais baseadas nas equações de dados que descrevem a relação linearizada entre as medidas residuais e os parâmetros de estimação. Por uma conveniente técnica de eliminação, as equações normais podem ser resolvidas através de estimação de parâmetros e a matriz de covariância pode ser obtida pela inversão da matriz de equações normais. No entanto, é sabido que a forma usual de inversão de matrizes é propensa a erros numéricos. Em razão disso, existem vários métodos de inversão de matrizes na literatura, baseados em transformações ortogonais, com o objetivo de obter um desempenho numérico melhor no que tange à propagação de incertezas ou erros nos dados.

Este Capítulo apresenta as equações do método de mínimos quadrados na forma recursiva e a descrição do método de ortogonalização através de rotações de Givens.

8.1 Equações do Método de Estimação

Como se trata de um estimador que utiliza mínimos quadrados e parte de uma informação inicial, para verificar o problema de convergência e validar o método para aplicação em determinação de órbitas, faz-se a opção pela solução recursiva ou, em outras palavras, utiliza-se o Método de Mínimos Quadrados Recursivo. Na forma de Kalman linearizada, as equações do estado estimado são dadas por (BIERMAN, 1976):

- Ganho de Kalman: $K_i = P_{i-1}H_i^T [H_i P_{i-1} H_i^T + R_i]^{-1}$ (8.1)

- Estado estimado: $\Delta \hat{x}_i = \Delta \hat{x}_{i-1} + K_i (\Delta y_i - H_i \Delta \hat{x}_{i-1})$ (8.2)

- Matriz de covariância do erro no estado, que fornece a precisão das estimativas:

$$P_i = (I - K_i H_i) P_{i-1} \quad (8.3)$$

em que P é a matriz de covariância dos erros no estado, \hat{x} é o estado estimado, as medidas são modeladas pela relação não-linear $y = h(x) + v$, $R_i = W_i^{-1}$ e W_i é a matriz de peso das componentes do vetor de observação.

8.2 Transformação Ortogonal

Embora as equações normais produzam uma implementação simples e direta do método de estimação de mínimos quadrados, estas podem levar a uma estabilidade numérica insuficiente, no caso de problemas de estimação mal-condicionados. Para resolver essa deficiência, formulações alternativas foram desenvolvidas (LAWSON e HANSON, 1974; GOLUB e VAN LOAN, 1996), as quais se baseiam nos métodos de fatorização QR. Usando transformações ortogonais, a matriz de equações de dados pode ser transformada em uma forma triangular superior, para a qual a solução de mínimos quadrados é obtida por simples substituição. A formação da matriz de equações normais e os erros numéricos associados podem então ser totalmente evitados.

A principal finalidade de se aplicar transformações ortogonais em matrizes e vetores no problema de mínimos quadrados é a substituição da “força bruta”, que usa inversão de matrizes, por um método mais robusto e menos propenso a erros numéricos. Os métodos de resolução de mínimos quadrados através de transformações ortogonais mais citados na literatura são:

- Decomposição de Cholesky;
- Transformações Modificadas de Gram-Schmidt;
- Rotações Sequenciais de Givens;
- Transformações de Householder.

A seguir serão apresentados os princípios das rotações de Givens.

8.3 Fatorização QR

Conforme já descrito, a solução da equação normal pode ser sensível a pequenos erros na matriz H , inevitáveis quando se forma o produto $(H^T H)$. Assim, para evitar o uso das equações normais dadas na forma $(H^T H)\vec{x} = H^T \vec{y}$, pode-se utilizar um processo baseado na fatorização QR, escolhendo-se (MONTENBRUCK e SUAREZ, 1994):

$$H_{m \times n} = Q_{m \times n} \begin{pmatrix} R_{n \times n} \\ 0_{n \times n} \end{pmatrix} \quad (8.4)$$

ou seja, decompõe-se a matriz H em uma matriz ortogonal Q e uma matriz triangular superior R .

Como a matriz é ortogonal, a função custo pode ser escrita como:

$$J = (H \vec{x} - \vec{y})^T (H \vec{x} - \vec{y}) = \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} R \\ 0 \end{pmatrix} \vec{x} - \begin{pmatrix} \vec{d} \\ \vec{r} \end{pmatrix} \end{bmatrix}^T Q^T Q \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} R \\ 0 \end{pmatrix} \vec{x} - \begin{pmatrix} \vec{d} \\ \vec{r} \end{pmatrix} \end{bmatrix} = (R \vec{x} - \vec{d})^T (R \vec{x} - \vec{d}) \quad (8.5)$$

em que $Q^T y$ pode ser dividido nos vetores \vec{d} e \vec{r} , de dimensões n e $m-n$, respectivamente. Nesta equação, $\vec{r}^T \vec{r}$ é o mínimo da função custo, dado por:

$$R \vec{x} = \vec{d} \quad (8.6)$$

As equações normais não são mais necessárias quando se utilizam transformações ortogonais e, portanto, problemas numéricos causados pelo cálculo de $(H^T H)$ podem ser evitados.

No caso de observações ponderadas, o método de transformações ortogonais também pode ser aplicado se H e \vec{y} forem substituídos por SH e $S \vec{y}$, respectivamente, em que $S = \text{diag}(\sigma_1^{-1}, \dots, \sigma_n^{-1})$ denota a raiz quadrada da matriz ponderada $W = S^T S$.

Um método para calcular essa fatorização foi proposto por Householder (1958) e Givens (1958), envolvendo transformações ortogonais que, de forma subsequente, anulam elementos da sub-diagonal H .

O método de transformação de Householder elimina todos os elementos da sub-diagonal em uma dada coluna de H ao mesmo tempo (HOUSEHOLDER, 1958). Quando existe a necessidade de anular elementos específicos, ou de forma mais seletiva, as rotações sequenciais de Givens são mais adequadas. Neste processo, uma determinada matriz é triangularizada através de uma seqüência de matrizes ortogonais, isto é, usando as clássicas matrizes de rotação. Por introduzir elementos nulos em posições desejadas na matriz, as rotações de Givens demandam mais tempo de processamento em computador. A transformação completa pode ser dada por:

$$\begin{pmatrix} R \\ 0 \end{pmatrix} = (U_m \ U_{m-1} \ \dots \ U_3 \ U_2)H = Q^T H \quad (8.7)$$

$$\begin{pmatrix} d \\ r \end{pmatrix} = (U_m \ U_{m-1} \ \dots \ U_3 \ U_2)y = Q^T y \quad (8.8)$$

em que $U_i = U_{i, \max(i-1, n)} \cdots U_{i,2} U_{i,1}$ denota a seqüência de rotações feitas a fim de eliminar os elementos da sub-diagonal na i -ésima linha de H .

Uma simples transformação n -diagonal de matriz $U_{ik}(\phi)$ é igual à matriz identidade, exceto pelos elementos:

$$\begin{pmatrix} U_{ii} & U_{ik} \\ U_{ki} & U_{kk} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} +\cos\phi & +\text{sen}\phi \\ -\text{sen}\phi & -\cos\phi \end{pmatrix} \quad (8.9)$$

que define uma rotação de um ângulo ϕ no plano (ik) .

Os novos elementos de $H' = U_{ik}H$ são dados por (MONTENBRUCK e SUAREZ, 1994):

$$H'_{ij} = +\cos\phi H_{ij} + \text{sen}\phi H_{kj}, \quad (j=i+1, \dots, n) \quad (8.10)$$

$$H'_{kj} = -\text{sen}\phi H_{ij} + \cos\phi H_{kj} \quad (8.11)$$

O seno e o co-seno são dados por $\cos \phi = \frac{1}{\sqrt{H_{ii}^2 + H_{ki}^2}} H_{ii}$ e $\sin \phi = \frac{1}{\sqrt{H_{ii}^2 + H_{ki}^2}} H_{ki}$, então,

$H'_{ii} = \sqrt{H_{ii}^2 + H_{ki}^2}$ e $H'_{kj} = 0$, e o elemento H'_{kj} desaparece. Com $U_{ik}^T U_{ik} = I$, a matriz é ortonormal e a norma euclidiana é invariante.

A transformação ortogonal de matrizes tem papel importante no cálculo numérico de problemas de mínimos quadrados, pois mantém o comprimento euclidiano de um vetor invariante e porque, do ponto de vista numérico, resolve o problema de maneira robusta.

Este é o método de estimação utilizado neste trabalho, por ser adequado ao caráter recursivo do método de mínimos quadrados, sem a necessidade de armazenar matrizes de grandes dimensões, e pela razoável precisão numérica.

8.4 Comparação entre Rotações de Givens e Transformações de Householder

Um estudo comparando o método de mínimos quadrados recursivo (através de rotações de Givens) e o método de mínimos quadrados em lotes (através de transformações de Householder) quanto à convergência e à precisão foi realizado (RAIMUNDO et al., 2006). O objetivo do estudo era definir qual dos estimadores era mais adequado para ser implementado neste trabalho. O caso de estudo foi o satélite Topex/Poseidon, que carrega um receptor GPS a bordo e cujas medidas estão disponíveis na Internet. Simulações foram executadas processando dados reais do satélite T/P e os algoritmos foram comparados entre si em relação à convergência e à precisão.

As Figuras 8.1 e 8.2 mostram as diferenças entre os erros em posição e em velocidade, respectivamente, para cada coordenada do sistema de referência (X, Y, Z) e em módulo euclidiano, tendo tais erros sido calculados segundo os estimadores de mínimos quadrados em lotes, por transformação de Householder, e recursivo, por rotações

ortogonais de Givens. Tais algoritmos foram comparados com a referência POE/JPL do Topex. Já a Tabela 8.1 apresenta os valores máximos e mínimos destas diferenças apresentadas graficamente nas Figuras 8.1 e 8.2 para os dois estimadores.

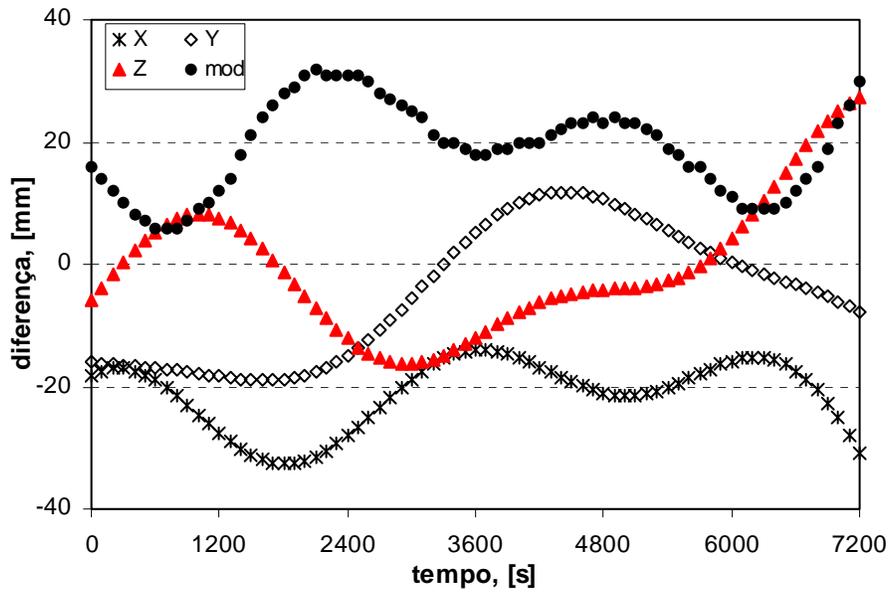


Figura 8.1 - Diferença dos erros em posição entre as Transformações de Householder e as Rotações de Givens

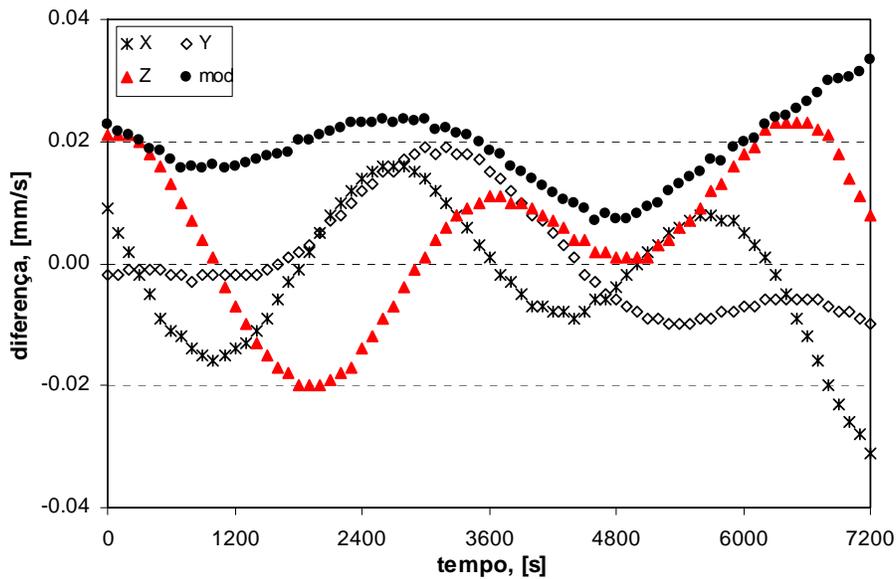


Figura 8.2 - Diferença dos erros em velocidade entre as Transformações de Householder e as Rotações de Givens

Tabela 8.1 - Tabela demonstrativa das diferenças de posição e de velocidade entre os estimadores de mínimos quadrados

	Diferença em posição (m)			Diferença em velocidade (m/s)		
	<i>coord x</i>	<i>coord y</i>	<i>coord z</i>	<i>coord x</i>	<i>coord y</i>	<i>coord z</i>
Máximo	-0.014000	0.011855	0.027396	0.000017	0.000019	0.000024
Mínimo	-0.032572	-0.018965	-0.016213	-0.000031	-0.000010	-0.000020
Diferença em posição = $R_{(Householder)} - R_{(Givens)}$						
Desvio em velocidade = $V_{(Householder)} - V_{(Givens)}$						

Os estimadores de mínimos quadrados recursivo e em lotes mostraram-se muito robustos para o processamento de medidas em um intervalo de tempo de 7200s. As Figuras 8.1 e 8.2 e a Tabela 8.1 mostram que a implementação do método de mínimos quadrados recursivo é tão competitiva quanto a implementação de mínimos quadrados em lotes e deve, portanto, ser utilizada, visto que possui algumas vantagens, como requisito de

memória menor, preservando a precisão. Elas mostram as diferenças em posição e em velocidade, em cada coordenada, entre os métodos de mínimos quadrados recursivo e em lotes. Estas diferenças são da ordem de 10^{-2} [m] em posição e de 10^{-5} [m/s] em velocidade, os quais são valores satisfatórios para confirmar a equivalência de precisão e, conseqüentemente, a competitividade entre os dois estimadores de mínimos quadrados: lotes por Householder e recursivo por Givens.

9 O MODELO DE MARSHALL E DE LUTHCKE PARA FORÇAS DE RADIAÇÃO

Neste Capítulo será descrito o intrincado modelo de pressão de radiação solar direta aplicado ao satélite Topex/Poseidon, para cálculo preciso dessa perturbação na órbita. Em resumo, neste Capítulo serão descritos:

- a) O sistema de controle de atitude do satélite Topex/Poseidon;
- b) O satélite Topex/Poseidon (T/P) e sua missão;
- c) Uma apresentação resumida do modelo de Marshall e de Luthcke (1994) para forças de radiação solar direta;
- d) O detalhamento da força de pressão de radiação solar direta, implementado computacionalmente de acordo com o modelo de Marshall e Luthcke (1994).

9.1 O Controle de Atitude do Satélite Topex/Poseidon

Nesta seção será descrito o controle de atitude do satélite T/P, incluindo o movimento de atitude de guinada e de arfagem, bem como será explicado o posicionamento da antena GPS no corpo do T/P.

9.1.1 O Posicionamento da Antena

O modelo de forças descreve o movimento do satélite em relação ao seu centro de massa, mas raramente as distâncias são medidas em relação a este ponto. No caso do Topex, as medidas dos satélites GPS são tomadas a partir da localização do centro da antena. Por esta razão é importante o conhecimento acerca da atitude do satélite. A Figura 9.1 mostra a antena do T/P em relação ao restante da espaçonave e a Tabela 9.1 mostra as coordenadas da antena em relação ao centro de massa.

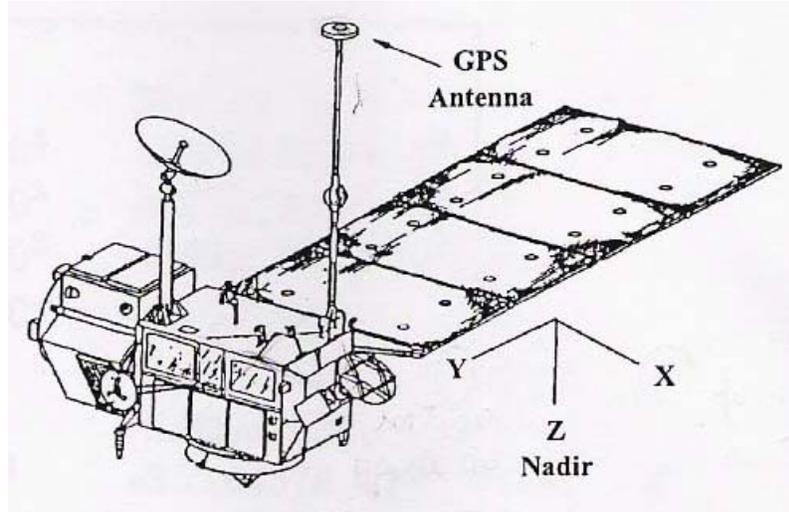


Figura 9.1 - Localização da antena GPS do T/P
 Fonte: Binning (1996).

Tabela 9.1 - Valores para atitude do Topex

Coordenada x_{antena}	2,104949 m
Coordenada y_{antena}	-0,45854 m
Coordenada z_{antena}	-4,53263 m
Desvio de rolamento	-0,015°
Desvio de arfagem	-0,15°

Fonte: Binning (1997).

Ao estimar a órbita do T/P, há um complexo e pré-determinado modelo de atitude a ser aplicado quando se utilizam medidas GPS. Este modelo foi criado para manter o painel

solar o mais próximo possível do apontamento solar perfeito, porém preservando o apontamento na direção do Nadir terrestre. Estas manobras afetam diretamente a localização da antena GPS. Resumidamente, este modelo fornece os ângulos de rotação em torno do sistema orbital para considerar o posicionamento da antena em relação ao centro de massa. Assim, as coordenadas de posição do satélite serão corretamente transladadas a partir da antena GPS para o centro de massa do satélite.

O modelo de controle de atitude fornece também a orientação do painel solar que, juntamente com a posição do satélite e a posição do Sol, são usados para calcular a pressão de radiação solar, que é influenciada em maior grau pela área exposta do painel (aproximadamente 24m^2).

Em seguida, será apresentado este sistema de controle de atitude do Topex.

9.1.2 O Sistema de Controle de Atitude

O satélite T/P possui um sistema de controle de atitude bastante complexo em função do seu grande e único painel solar. O apontamento solar perfeito (vetor de incidência do Sol perpendicular ao painel solar) exigiria que a espaçonave fizesse uma guinada (“yaw”) em torno de seu eixo z, o qual aponta para a Terra, a uma taxa que excede a capacidade do sistema de controle de atitude. Conseqüentemente, foi desenvolvido um comando de atitude senoidal que chega muito perto do apontamento solar perfeito e não extrapola os limites do sistema de controle de atitude. O algoritmo é baseado nos sistemas de coordenadas, mostrados nas Figuras 9.2 e 9.3.

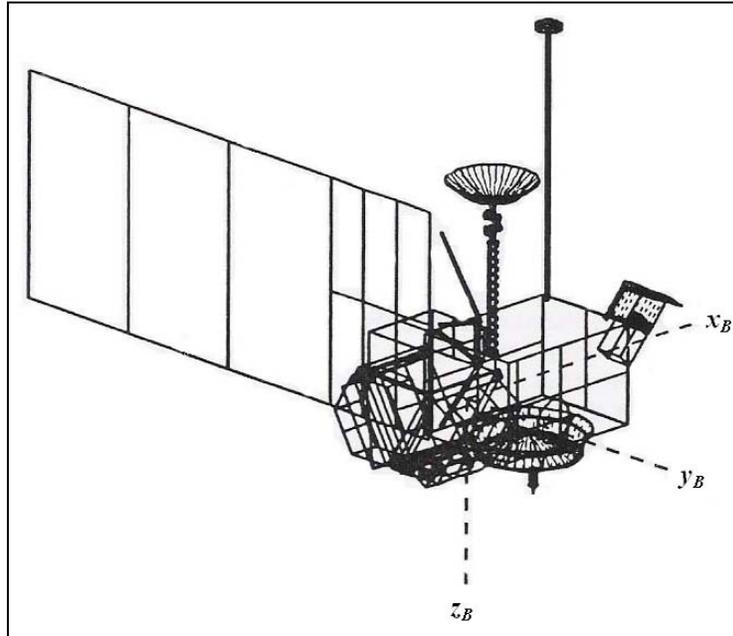


Figura 9.2 - Modelo do Topex apresentando o sistema de coordenadas fixo no satélite

Fonte: Modificado de Antresian e Rosborough (1992).

Como a Figura 9.2 mostra, a orientação do sistema de coordenadas fixo no corpo (x_B , y_B , z_B) tem origem no satélite, embora não coincida com o seu centro de massa, com o eixo positivo y_B apontando em sentido oposto ao eixo do painel solar, o eixo positivo z_B apontando na direção do Nadir terrestre e o eixo positivo x_B ortogonal a y_B e a z_B , completando o sistema destrógiro. O sistema de referência orbital (x_O , y_O , z_O) tem sua origem no centro de massa do satélite, sendo que o eixo positivo z_O coincide com o eixo z_B do sistema fixo no corpo, o eixo positivo y_O aponta no sentido oposto ao vetor momento angular da órbita e o eixo x_O é ortogonal a y_O e a z_O , formando o sistema destrógiro. Este sistema de coordenadas fixo na órbita também pode ser descrito como um sistema de referência RTN (radial, transversal, normal), em que a componente radial corresponde ao Nadir (aponta para a Terra), a normal é perpendicular ao plano da órbita e a transversal é ortogonal às componentes radial e normal. O sistema de referência da órbita (X , Y , Z) tem o eixo positivo X perpendicular à órbita do satélite, o eixo positivo Z

apontando na direção da projeção do vetor incidente do Sol na órbita do satélite e o eixo positivo Y perpendicular a estes eixos. A Figura 9.3 mostra β' , o ângulo entre o vetor de incidência do Sol e o plano da órbita, e Ω^* , o ângulo de órbita, medido a partir do eixo positivo Y, que se situa a um ângulo correspondente a 6 horas da manhã na órbita.

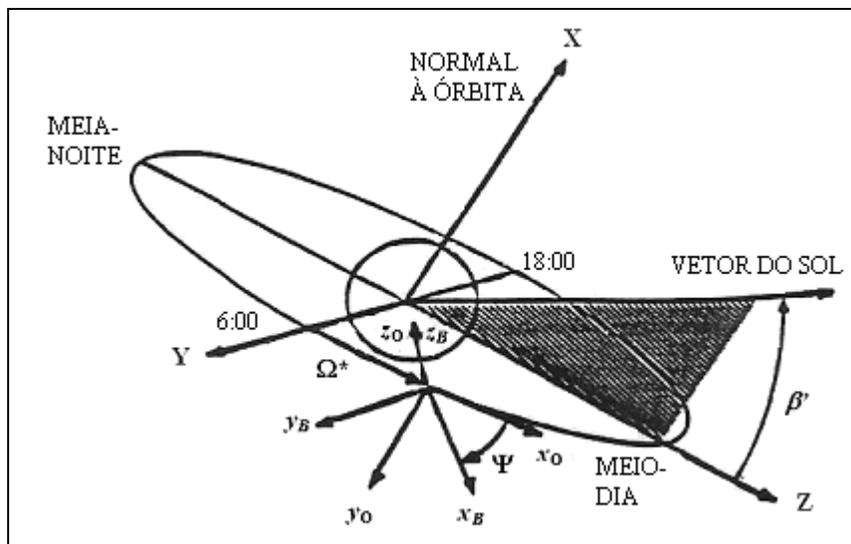


Figura 9.3 - Sistema de coordenadas de referência do T/P, o ângulo da órbita Ω^* e β'

Fonte: Modificado de Marshall et al. (1991).

O ângulo de guinada do Topex, Ψ , é girado positivamente a partir do eixo x_O , em torno do eixo z_B , e determinado a partir de β' e Ω^* . Os diversos algoritmos de direção de guinada que o satélite segue durante sua órbita estão resumidos na Tabela 9.2. Os ângulos β' e Ω^* indicados como valores limites para os modos da direção de guinada na Tabela 9.2 são os valores nominais selecionados para a missão e podem ser alterados por controladores em terra.

Tabela 9.2 - Modos de direção de guinada do Topex/Poseidon

Modo de direção de guinada	Região β'	Região Ω^*	Algoritmo de guinada
FIXA	$+0.1^\circ \leq \beta' \leq +15^\circ$	toda	$\Psi = 0^\circ$
	$-15^\circ \leq \beta' \leq -0.1^\circ$	toda	$\Psi = 180^\circ$
	$\beta' \geq +80^\circ$	toda	$\Psi = 90^\circ$
	$\beta' \leq -80^\circ$	toda	$\Psi = -90^\circ$
SENOIDAL	$\beta' > +15^\circ$	toda	$\Psi = 90^\circ + (90^\circ - \beta') \cos\Omega^*$
	$\beta' < -15^\circ$	toda	$\Psi = -90^\circ - (90^\circ + \beta') \cos\Omega^*$
SUBINDO	$\beta' = +15^\circ$	$90^\circ \leq \Omega^* \leq 180^\circ$	$\Psi = \beta' \cos^2\Omega^*$
	$\beta' = -15^\circ$	$270^\circ \leq \Omega^* \leq 360^\circ$	$\Psi = \beta' \cos^2\Omega^* - 180^\circ$
DESCENDO	$\beta' = +15^\circ$	$180^\circ \leq \Omega^* \leq 270^\circ$	$\Psi = \beta' \cos^2\Omega^*$
	$\beta' = -15^\circ$	$0^\circ \leq \Omega^* \leq 90^\circ$	$\Psi = \beta' \cos^2\Omega^* - 180^\circ$
FLIP	$0^\circ \leq \beta' \leq +0.1^\circ$	$-180^\circ \leq \Omega^* \leq 0^\circ$	$\Psi = -90^\circ (1 + \cos\Omega^*)$
	$-0.1^\circ \leq \beta' \leq 0^\circ$	$-180^\circ \leq \Omega^* \leq 0^\circ$	$\Psi = -90^\circ (1 - \cos\Omega^*)$

Fonte: Marshall et al. (1991).

É necessária uma explicação adicional sobre o ângulo de guinada. Como a Tabela 9.2 sugere, o algoritmo é complexo nos limites. Quando o computador a bordo (OBC) indica que o satélite cruzou um β' limite, um marco para o início da mudança do modo de direção de guinada será acionado assim que o satélite entrar em uma região apropriada de transição do ângulo de órbita. No entanto, se o satélite cruzar um β' limite enquanto

estiver dentro da área de transição do ângulo de órbita correspondente, esperará um período de revolução completo para iniciar as mudanças no modo de guinada.

O ângulo de arfagem do painel solar, Φ , é definido como:

$$\Phi = 180^\circ + \tan^{-1} \left[\frac{\text{sen}\Omega^* \cos \beta'}{\cos \Psi \cos \Omega^* \cos \beta' - \text{sen}\Psi \text{sen}\beta'} \right] \quad (9.1)$$

em que o painel solar gira positivamente a partir do eixo x_B , em torno de y_B , orientando assim o painel solar em direção ao Sol, com o objetivo de atingir um apontamento ótimo.

A força em cada superfície é calculada primeiro no sistema de referência fixo no satélite, e como a espaçonave gira ao redor da Terra, a rotina de guinada fará com que o T/P gire em torno do eixo z_B (ou z_O). A fim de calcular as forças atuando no satélite no sistema de referência orbital, deve-se rotacioná-las do sistema fixo no corpo para o orbital, através da matriz de rotação de guinada, T_y :

$$T_y = \begin{bmatrix} \cos \Psi & -\text{sen}\Psi & 0 \\ \text{sen}\Psi & \cos \Psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

em que Ψ é o ângulo de guinada, definido conforme a Tabela 9.2. Portanto, a transformação do sistema fixo no corpo para o orbital é $\hat{u}_O = T_y \hat{u}_B$, sendo \hat{u}_B o versor da força dado no sistema fixo no satélite e \hat{u}_O o versor da força dado no sistema orbital. Em complemento ao movimento de guinada, o painel solar precisa corrigir o apontamento em relação ao Sol. As forças no painel devem ser giradas do sistema de referência fixo no painel solar para o sistema fixo no satélite. O sistema de referência fixo no painel solar (x_A, y_A, z_A), mostrado na Figura 9.4, tem o eixo x_A normal ao lado da célula do painel, o

eixo y_A ao longo do eixo de rotação em relação ao satélite e o eixo z_A ortogonal a x_A e y_A , formando o sistema destrógiro. Para transformar cada força para o sistema fixo no corpo, a força que é definida no sistema fixo no painel solar pelo versor \hat{u}_A é girada em torno do eixo y_B , o que é representado pela equação $\hat{u}_B = T_P \hat{u}_A$, em que a matriz de rotação de arfagem, T_P , em termos do ângulo Φ , calculada pela Equação 9.1, é dada por:

$$T_P = \begin{bmatrix} \cos \Phi & 0 & \text{sen} \Phi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\text{sen} \Phi & 0 & \cos \Phi \end{bmatrix}$$

Agora, para levar estas forças do sistema fixo no corpo para o orbital, é necessário usar a matriz de rotação de guinada, combinando, desta forma, as duas rotações em uma única equação, suficiente para expressar as forças dadas no sistema fixo no painel solar transformadas para o sistema orbital:

$$\hat{u}_O = T_y T_P \hat{u}_A$$

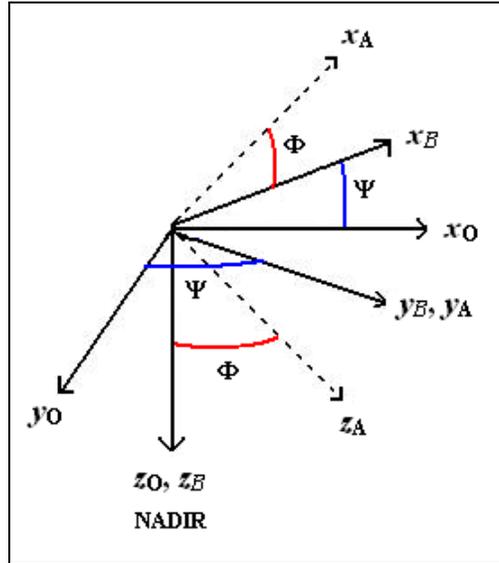


Figura 9.4 - Relação entre as rotações no sistema de coordenadas do Topex

9.2 Desenvolvimento do Modelo de Marshall e de Luthcke

Aqui, será feita uma descrição do satélite Topex/Poseidon e de sua missão, bem como será apresentado de forma resumida o modelo de Marshall e de Luthcke (1994) para forças de radiação.

O satélite Topex/Poseidon, mostrado na Figura 9.5, foi lançado no dia 10 de agosto de 1992 pelo foguete Ariane, com a finalidade de estudar circulações oceânicas. Ele está em uma órbita circular congelada de 1336 km de altura e com uma inclinação de 66°, resultando em uma geometria de cobertura terrestre que se repete a cada 10 dias. Uma característica da órbita congelada é que, para uma dada latitude, o satélite passa (ou tenta passar) sempre com a mesma altitude, o que facilita o mapeamento e monitoramento da região e, no caso do T/P, auxilia a alcançar o objetivo da missão. Para atingir plenamente os requisitos de sua finalidade específica, tal missão foi planejada para que o erro no

cálculo de sua órbita não excedesse 13 cm na direção radial sobre o período de 10 dias de repetição.

Pela Figura 9.5 é visível o formato bastante complexo do satélite. O T/P possui um único painel solar que, para alcançar o apontamento solar perfeito, exige do satélite uma guinada em torno do eixo z_B . Para realizar esta guinada, o satélite possui um complicado sistema de controle de atitude, como já foi dito na Seção 9.1.

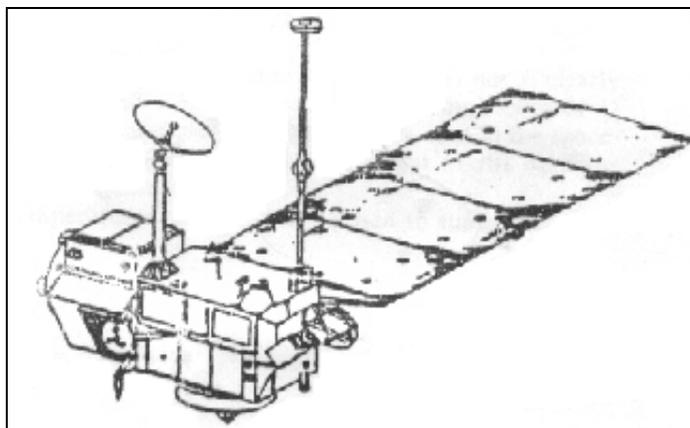


Figura 9.5 - Satélite Topex/Poseidon

Fonte: Marshall e Luthcke (1994).

Considerando a influência da pressão de radiação solar direta na órbita do Topex, foi desenvolvido o modelo de Marshall e de Luthcke (1994), que se baseia em dois sistemas de coordenadas: o fixo no satélite (x_B, y_B, z_B) e o de referência para o satélite (X, Y, Z).

Para satisfazer as exigências de precisão da missão do T/P, o primeiro passo foi construir modelos detalhados das forças de radiação atuando no satélite, incluindo a pressão de radiação direta, o albedo, o infravermelho terrestre e a radiação térmica. A análise foi realizada utilizando elementos finitos, para calcular força e aceleração atuando no satélite. Desta análise surgiu o primeiro modelo, apresentado na Figura 9.6 e denominado

micromodelo, que é mais preciso para a determinação de órbita do satélite. No entanto, apesar de preciso, este modelo tem carga computacional muito elevada para ser incorporado em softwares de determinação de órbita.

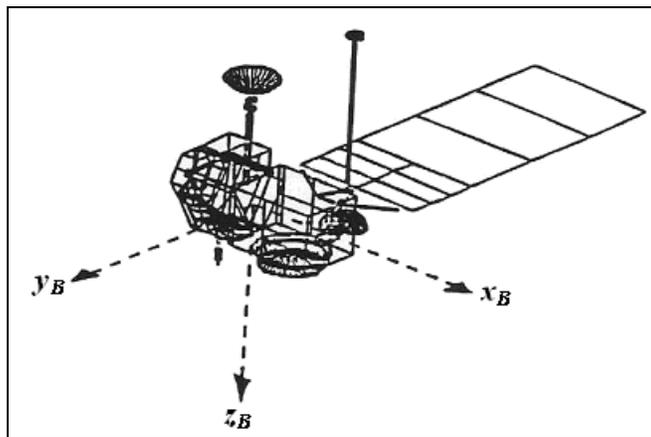


Figura 9.6 - Micromodelo de Marshall e Luthcke

Fonte: Marshall e Luthcke (1994).

A solução encontrada foi desenvolver um segundo modelo, chamado de macromodelo e mostrado na Figura 9.7, mais simplificado que o primeiro, a fim de aproximar os perfis de aceleração. O modelo escolhido é no formato “box-wing” (caixa e asa), aproximando as superfícies do satélite por uma combinação de placas planas alinhadas ao longo do sistema de coordenadas fixo no satélite, produzindo carga computacional menor, e permitindo sua incorporação em softwares de determinação de órbita.

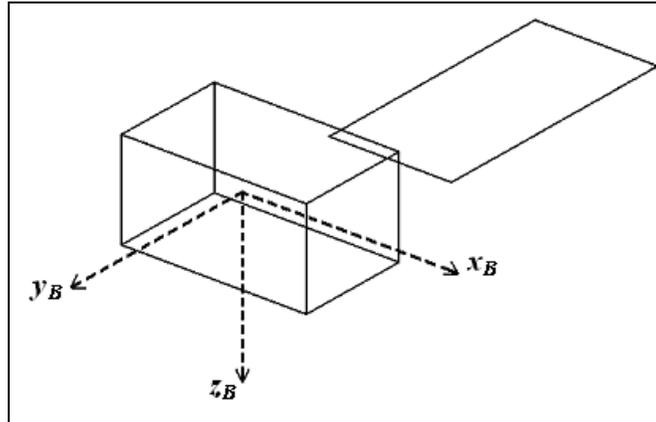


Figura 9.7 - Macromodelo de Marshall e Luthcke

Fonte: Marshall e Luthcke (1994).

Após aproximar a forma do satélite por placas planas, este macromodelo foi computado com as forças não-conservativas (no caso do modelo, forças de radiação) atuando independentemente em cada placa e desconsiderando quaisquer efeitos de interação em cada uma das superfícies compostas, tais como sombreamento, reflexão e condução. Isto permite que todas as acelerações sejam somadas para calcular o efeito total de perturbação no centro de massa do satélite. O algoritmo inclui a capacidade de ajustar parâmetros associados a cada placa plana. O macromodelo pode então ser ajustado para a aceleração real do satélite, com base no histórico dos erros da órbita captados por sensores.

O macromodelo foi comparado diretamente com o micromodelo e os efeitos dos erros de aproximação na previsão da órbita foram estudados. Marshall e Luthcke concluíram que os dois modelos satisfazem os requisitos da missão e que, para melhorar a modelagem do macromodelo, os parâmetros associados a cada placa plana devem ser melhor ajustados conforme o desenrolar da missão.

9.3 Pressão de Radiação Solar Direta

Como parte do objetivo principal deste trabalho era analisar a influência da pressão de radiação solar na determinação da órbita do Topex, foi necessário desenvolver um algoritmo para calcular as forças de pressão de radiação solar atuando no satélite Topex/Poseidon, seguindo o modelo de Marshall e de Luthcke. Foram desenvolvidas rotinas para o cálculo das forças devidas à pressão de radiação solar direta (incidência do Sol direta) nas superfícies do satélite (60 a 80 nano-m/s²). As perturbações causadas por albedo, infravermelho terrestre e emissões térmicas do satélite não foram consideradas, sendo da ordem de 10 a 20% da magnitude total da força.

Seguindo o macromodelo proposto por Marshall e Luthcke, a força atuando em cada placa é dada por (MARSHALL e LUTHCKE, 1994):

$$\vec{F} = \frac{GA \cos \theta}{c} \left[2 \left(\frac{\delta}{3} + \rho \cos \theta \right) \hat{n} + (1 - \rho) \hat{s} \right] \quad (9.2)$$

sendo: G ... fluxo de radiação do Sol (W/m²);

A ... área superficial de cada placa (m²);

δ ... coeficiente de reflexão difusa (porcentagem da radiação total incidente);

ρ ... coeficiente de reflexão especular (porcentagem da radiação total incidente);

\hat{n} ... versor normal à placa;

\hat{s} ... versor de incidência do Sol na placa;

θ ... ângulo formado entre \hat{n} e \hat{s} ;

c ... velocidade da luz (m/s);

Os dados de posição e de velocidade do satélite são apresentados no sistema de referência (X, Y, Z) e as forças de pressão de radiação estão no sistema de coordenadas orbital (x_0 ,

y_0, z_0), conforme mostrado na Figura 9.3. Por isso é necessário uma matriz de rotação que faça a transformação entre esses dois sistemas.

A matriz de rotação que relaciona o sistema de coordenadas fixo do satélite com o sistema de referência é dada em função dos seguintes elementos orbitais: Ω (longitude do nodo ascendente), u (soma do argumento do perigeu, ω , com a anomalia verdadeira, f) e i (inclinação), mostrados na Figura 9.8. A relação entre os dois sistemas se dá através da seguinte expressão:

$$\vec{r}_{IN} = R(\Omega, u, i)\vec{r}_{ORB} \quad (9.3)$$

em que $u = \omega + f$ e $R(\Omega, u, i)$ é a matriz de rotação, que relaciona o sistema de coordenadas fixo no satélite com o sistema de referência do satélite, dada por:

$$R(\Omega, u, i) = \begin{bmatrix} \cos u \cos \Omega - \text{sen} \Omega \text{ senu} \cos i & - \text{senu} \cos \Omega - \cos u \text{ sen} \Omega \cos i & \text{sen} \Omega \text{ seni} \\ \cos u \text{ sen} \Omega + \text{senu} \cos \Omega \cos i & - \text{senu} \text{ sen} \Omega + \cos u \cos \Omega \cos i & - \cos \Omega \text{ seni} \\ \text{senu} \text{ seni} & \cos u \text{ seni} & \cos i \end{bmatrix}$$

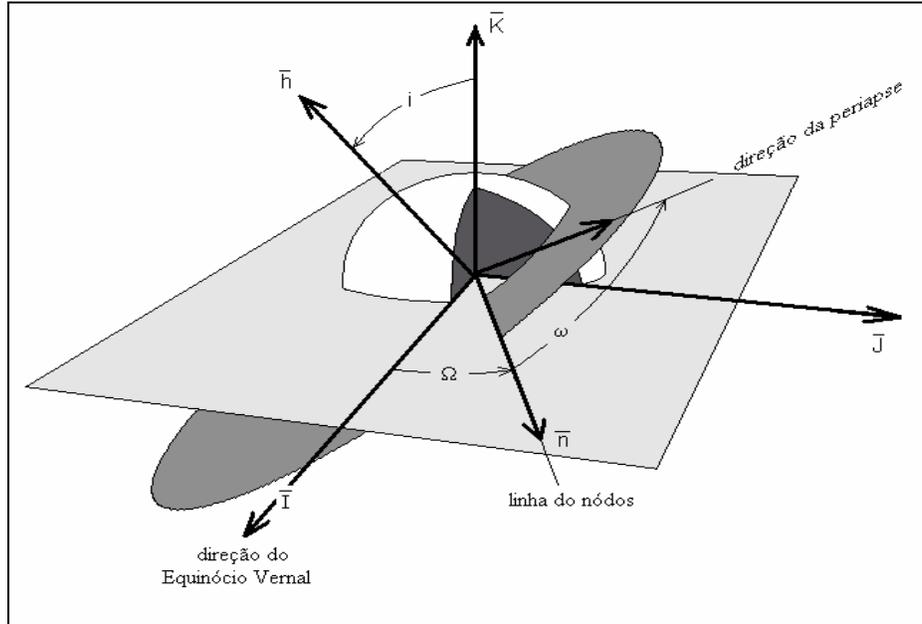


Figura 9.8 - Elementos Keplerianos (Ω , ω e i)

Fonte: Bate et al. (1971).

A posição do Sol no plano da órbita do satélite é dada em função de sua declinação, β' , e de sua ascensão reta, α' , mostrados na Figura 9.9, da qual tira-se a seguinte relação:

$$\begin{bmatrix} \hat{x} \\ \hat{y} \\ \hat{z} \end{bmatrix}_{ORB} = \begin{bmatrix} \cos \beta' \cos \alpha' \\ \cos \beta' \text{sen} \alpha' \\ \text{sen} \beta' \end{bmatrix} \quad (9.4)$$

É possível ainda relacionar o sistema de referência com o sistema orbital através de uma transformação que envolve a matriz de rotação inversa da que leva do sistema orbital para o de referência. Mas, como o sistema é ortonormal, tem-se que a inversa da matriz pode ser representada pela sua transposta. Sendo assim:

$$\vec{r}_{ORB} = R(\Omega, u, i)^T \vec{r}_{IN} \quad (9.5)$$

E, considerando que a posição em questão é a do Sol, dada no sistema de referência, e que o objetivo é obtê-la no sistema de coordenadas orbital, tem-se:

$$\vec{r}_{\oplus ORB} = R(\Omega, u, i)^T \vec{r}_{\oplus IN} \quad (9.6)$$

em que $\vec{r}_{\oplus IN}$ é a posição do Sol no sistema de referência e, se for conhecida, fornece os ângulos β' e α' , conforme a equação que segue:

$$\begin{bmatrix} \cos \beta' \cos \alpha' \\ \cos \beta' \operatorname{sen} \alpha' \\ \operatorname{sen} \beta' \end{bmatrix} = R(\Omega, u, i)^T \vec{r}_{\oplus IN} \quad (9.7)$$

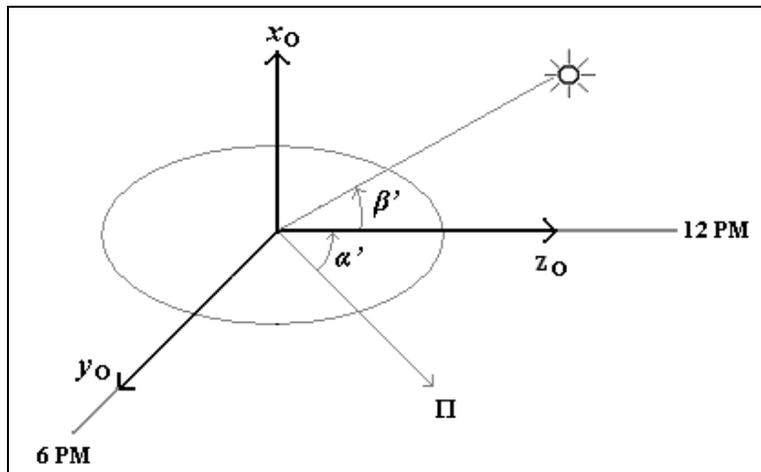


Figura 9.9 - Ângulos β' e α' , que posicionam o Sol no plano da órbita do satélite

O ângulo Ω^* , que indica a posição do satélite na órbita, é mostrado na Figura 9.10 e pode ser calculado conhecendo-se os ângulos α' e f (anomalia verdadeira):

$$\Omega^* = (90 - \alpha') + f \quad (9.8)$$

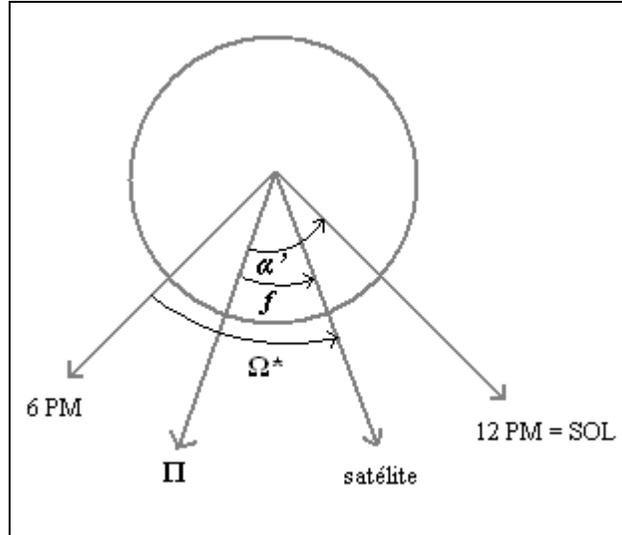


Figura 9.10 - O ângulo Ω^*

Para se obter o apontamento ideal da placa solar em relação ao Sol, o satélite realiza uma guinada em torno do eixo z_B com o ângulo Ψ , o já conhecido ângulo de guinada, dado em função de β' e Ω^* , conforme a Tabela 9.2.

Para levar as forças do sistema de coordenadas fixo do satélite (x_B, y_B, z_B) para o sistema de coordenadas fixo da órbita é feita uma rotação em torno z_B :

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{ORB} = \begin{bmatrix} \cos \Psi & -\text{sen} \Psi & 0 \\ \text{sen} \Psi & \cos \Psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_B \quad (9.9)$$

em que, $R(\Psi)$ é a matriz de guinada, dada por:

$$R(\Psi) = \begin{bmatrix} \cos \Psi & -\operatorname{sen} \Psi & 0 \\ \operatorname{sen} \Psi & \cos \Psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (9.10)$$

Quanto ao painel solar, este realiza uma arfagem (“pitch”) com o ângulo Φ , para atingir o ponto de incidência quase ideal do Sol em suas células solares (Antresian e Rosborough, 1992). O ângulo Φ é obtido da Equação 9.1. Os versores normais a cada placa são dados na Tabela 9.3, sendo SA+ e SA- as placas do painel solar em sua posição nominal.

Tabela 9.3 - Versores normais às placas, dados no sistema de coordenadas fixo no satélite

Placa	x_B	y_B	z_B
X+	1.0	0.0	0.0
X-	-1.0	0.0	0.0
Y+	0.0	1.0	0.0
Y-	0.0	-1.0	0.0
Z+	0.0	0.0	1.0
Z-	0.0	0.0	-1.0
SA+	1.0	0.0	0.0
SA-	-1.0	0.0	0.0

Fonte: Marshall e Luthcke (1994).

Da Equação 9.2, conclui-se que a força devida à pressão de radiação solar direta em cada placa é dada em função dos versores \hat{s} e \hat{n} . O cálculo desta força deve ser feita no sistema de referência do satélite (X, Y, Z), sendo necessário, portanto, decompor os versores \hat{s} e \hat{n} .

9.3.1 Obtenção do Versor \hat{n} no Sistema de Referência do Topex

Para obter o versor \hat{n} no sistema de referência é necessário primeiro separar as seis placas do corpo do satélite das duas placas correspondentes ao painel solar (SA+ e SA-). O segundo passo é trazer cada uma das seis placas mencionadas acima do sistema fixo no satélite para o sistema orbital considerando, neste caso, a guinada que o satélite realiza para atingir o apontamento ideal da placa solar em relação ao Sol, ou seja, levar em conta a rotação do satélite em torno do eixo z_B em termos do ângulo de guinada. Em seguida, para completar a transformação, é necessário rodar estas placas que estão no sistema fixo no satélite até o sistema de referência.

A seguir está um exemplo do esquema descrito acima, para uma das seis placas, no caso a placa X+:

Versor da placa X+ no sistema fixo no satélite: $\hat{n}_{X+B} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

Combinação de rotações para levar o versor da placa X+ até o sistema de referência:

$$\hat{n}_{X+IN} = R(\Omega, u, i)R(\Psi)\hat{n}_{X+B}$$

Este processo se repete para as outras seis placas: X-, Y+, Y-, Z+ e Z-.

Para as placas correspondentes ao painel solar, existe um passo anterior ao processo descrito para as outras seis placas. Em complemento à rotina de guinada, o painel solar precisa corrigir seu apontamento em relação ao Sol. As forças no painel devem ser então giradas do sistema de referência fixo no painel solar para o sistema fixo no satélite. Em outras palavras, é necessário primeiro girar as placas em torno do eixo y_B , em termos do

ângulo de arfagem Φ , para levar as placas até o sistema fixo no satélite. Realizando esta rotação de arfagem, cada placa fica da seguinte maneira, no sistema fixo no satélite:

$$\text{Placa SA+} \quad \hat{n}_{SA+} = \begin{pmatrix} \cos \Phi \\ 0 \\ -\text{sen} \Phi \end{pmatrix}$$

$$\text{Placa SA-} \quad \hat{n}_{SA-} = \begin{pmatrix} -\cos \Phi \\ 0 \\ \text{sen} \Phi \end{pmatrix}$$

A partir daí, a seqüência é análoga à apresentada para as outras seis placas.

9.3.2 Obtenção do Versor \hat{s} no Sistema de Referência do Topex

Agora, para calcular \hat{s} , devem-se resolver a equação $\hat{s} = \frac{\vec{r}_{\oplus IN} - \vec{r}}{|\vec{r}_{\oplus IN} - \vec{r}|}$, sendo conhecidos os vetores de posição do Sol, $\vec{r}_{\oplus IN}$, e do satélite, \vec{r} .

Tabela 9.4 - Características óticas e térmicas das placas

	X+	X-	Y+	Y-	Z+	Z-	SA+	SA-
área, m**2	3.74	3.77	8.27	8.07	8.67	8.44	21.4	21.44
reflexão especular	0.201	0.244	0.886	0.782	0.239	0.275	0.05	0.17
reflexão difusa	0.375	0.386	0.302	0.339	0.390	0.363	0.22	0.66
emissividade	0.769	0.995	0.876	0.714	0.770	0.746	0.87	0.88

Fonte: Modificada de Marshall e Luthcke (1994).

As características óticas e térmicas das placas são apresentadas na Tabela 9.4 e o termo co-seno da Equação 9.2 é definido por:

$$\cos \theta_k = \hat{n}_k \bullet \hat{s} \quad (9.11)$$

em que k é o índice que representa a placa de interesse, $k = 1, 8$.

Agora, todos os dados necessários para calcular a força de pressão de radiação solar na superfície T/P estão disponíveis. Assim, a força em cada placa é dada por:

$$\vec{F}_k = \frac{GA_k \cos \theta_k}{c} \left[2 \left(\frac{\delta_k}{3} + \rho \cos \theta_k \right) \hat{n}_k + (1 - \rho_k) \hat{s} \right] \quad (9.12)$$

e, aplicando-a para cada uma das placas, tem-se a força total atuando no centro de massa do satélite:

$$\vec{F} = \sum_{k=1}^8 \vec{F}_k \quad (9.13)$$

Aqui, é importante notar que devem ser descartadas as placas sem incidência solar, isto é, com $\cos \theta_k < 0$.

9.3.3 Algoritmo para o Cálculo da Força de Pressão de Radiação Solar Direta

A fim de apresentar com maior clareza o que foi implementado computacionalmente, a partir do modelo de Marshall e de Luthcke para obtenção da força de pressão de radiação solar direta atuando no CM do satélite, será apresentado a seguir o algoritmo do programa desenvolvido para o cálculo da referida força.

1º. Calcular β' e α' .

Dados:

- a) Posição do Sol no sistema de coordenadas de referência, $\vec{r}_{\oplus IN}$;
- b) Matriz $R(\Omega, u, i)$.

Usar a Equação 9.7 para calcular β' e α' e a Equação 9.8 para calcular Ω^* .

2º. Calcular ângulo Ψ .

Dados:

- a) Ângulos β' e Ω^* .

Usar a Tabela 9.2 para calcular Ψ .

3º. Calcular ângulo Φ .

Dados:

- a) Ângulos β' , Ω^* e Ψ .

Usar a Equação 9.1 para calcular Φ .

4º. Calcular o efeito da pressão de radiação solar direta para cada placa.

Dados:

- a) Matriz $R(\Omega, u, i)$;
- b) Posição do satélite no sistema de coordenadas inercial da Terra, \vec{r} ;
- c) Posição do Sol no sistema de coordenadas inercial da Terra, $\vec{r}_{\oplus IN}$;

d) Ângulos Ψ e Φ ;

e) Tabela 9.4.

Usar a Tabela 9.3 e o procedimento descrito na Seção 9.3 para decompor o versor normal à cada placa, \hat{n}_k , no sistema de coordenadas de referência e para obter o versor de direção do Sol, \hat{s} , também neste sistema.

5º. Calcular a força resultante no CM do satélite

Usar Equações 9.11 a 9.13 para calcular a força de pressão de radiação solar direta resultante no centro de massa do satélite.

6º. Incluir o resultado no integrador, juntamente com as perturbações devidas ao geopotencial.

Dados:

a) Força resultante no CM do satélite, \vec{F}_i .

b) Massa do satélite.

Usar estas informações para obter a aceleração resultante no CM do satélite, já no sistema de referência, e incluir esta aceleração no integrador das forças perturbadoras, juntamente com as perturbações devidas ao geopotencial e à atração gravitacional luni-solar.

10 RESULTADOS

Este Capítulo apresenta testes e análises do algoritmo proposto na Seção 9.3, referente às perturbações devidas à pressão de radiação solar direta (incluindo o intervalo em que o satélite atravessa a região de sombra), além de apresentar também testes e análises da influência da atração luni-solar na determinação da órbita de um satélite artificial. Será considerada adicionalmente a posição da antena GPS que, em última análise, consiste na influência da atitude do satélite no processo de determinação de órbita. O algoritmo e todos os modelos referentes à atração gravitacional luni-solar foram implementados em linguagem FORTRAN 77. A seguir, apresentam-se as expectativas, quando da proposição deste trabalho, a descrição dos dados e os resultados efetivamente obtidos.

10.1 Resultados Esperados

No início deste projeto, esperava-se a implementação de um algoritmo de determinação de órbita de satélites artificiais, usando o satélite T/P como aplicação, considerando perturbações devidas ao geopotencial (até ordem e grau 50x50), à pressão de radiação solar direta e à atração gravitacional luni-solar. Seria considerada também a posição da antena GPS que, em última análise, consiste na influência do movimento de atitude do satélite no processo de determinação de órbita. A aplicação seria feita, utilizando dados reais do satélite Topex/Poseidon, disponíveis na Internet.

Em particular a órbita do satélite T/P tem sido utilizada em pesquisas em andamento, realizadas pelo Grupo da Divisão de Mecânica Espacial e Controle do INPE e de Dinâmica Orbital e Planetologia do Departamento de Matemática da FEG/UNESP, para desenvolver métodos de determinação de órbitas de satélites artificiais que possuam receptores GPS a bordo.

Os benefícios para estas instituições seriam melhorar o desempenho de processos de determinação de órbitas e, ao mesmo tempo, minimizar o custo deste procedimento.

10.2 Descrição dos Dados Utilizados

Para validar e analisar o método proposto, dados reais do satélite T/P foram utilizados. O T/P foi lançado em 10 de agosto de 1992, pela união de esforços da NASA e do CNES. Algumas características de sua órbita são: altitude aproximada de 1336 km, inclinação de 66°, excentricidade próxima de zero e período orbital nominal de 1,87 horas. O T/P possui um receptor GPS a bordo como experimento, para verificar os vários métodos propostos para determinação de órbita, translação de coordenadas geodésicas, nível dos oceanos e modelos de geopotencial. Este receptor pode rastrear até seis satélites em ambas as frequências se o "Anti-Spoofing" estiver inativo.

O receptor GPS de dupla frequência a bordo permite testar a habilidade do GPS em proporcionar determinação precisa de órbita (POD). Os arquivos utilizados são (CHIARADIA et al., 2000 (a)):

- a) Arquivos de observação do T/P que transmitem o código e as medidas de pseudo-distância em duas frequências, com passo de tempo GPS de 10 segundos e são apresentados pelo GPS Data Processing Facility do JPL em formato RINEX (Receiver Independent Exchange Format) (GURTNER, 1994);
- b) Arquivos POE do Topex são gerados pelo JPL em passo de tempo UTC de 1 minuto, em coordenadas inerciais verdadeiras da data;
- c) Arquivos de mensagem de navegação GPS em formato RINEX são apresentados pelo CDDIS (Crustal Dynamics Data Information System) do GSFC.

A posição e a velocidade a serem estimadas neste trabalho são comparadas com as efemérides de órbita precisa do T/P. Os arquivos de referência do JPL/POE apresentam

estimativas de posição com erros de no máximo 15 cm (BERTIGER et al., 1994), que foram obtidas através de modelos complexos envolvendo estações GPS terrestres, efemérides precisas dos satélites GPS e dados e modelos de elevada dificuldade de obtenção, fora do objetivo do presente trabalho.

As condições de teste consideram dados reais de pseudo-distância, coletados pelo receptor GPS a bordo do satélite, nos dias 18 e 19 de novembro de 1993.

O vetor de estado e a matriz de transição foram integrados utilizando o algoritmo de Runge-Kutta de Fehlberg de sétima ordem, com intervalo de integração de 10 segundos, com mecanismo automático de ajuste interno de passo e controle de erro.

A modelagem das forças inclui perturbações devidas ao geopotencial até grau e ordem 50, com coeficientes harmônicos do modelo JGM-2, à pressão de radiação solar direta (incluindo o intervalo em que o satélite atravessa a região de sombra) e à atração gravitacional luni-solar. Será considerada também a posição da antena GPS que, em última análise, consiste na influência da atitude do satélite no processo de determinação de órbita. As medidas GPS (pseudo-distância) de única frequência L1 foram utilizadas como medidas de observação e foram corrigidas com relação ao atraso dos relógios dos satélites GPS e do receptor. O modelo das medidas considera a correção ionosférica, ainda que Chiaradia et al. (2000(b)) mostre que não há melhoria significativa na precisão em posição e em velocidade.

No período compreendido entre 17/11/1993, 12:00:00 UTC, e 19/11/1993, 00:00:00 UTC, os satélites GPS encontravam-se com SA desativada. Segundo Binning (1997), a SA estava desativada para 18 dos 25 satélites GPS. Os satélites com SA desativada eram dois do bloco I (PRNs 3, 13), seis do bloco II (PRNs 14, 15, 16, 17, 20, 21) e dez do bloco II-A (1, 2, 5, 7, 9, 22, 23, 26, 28, 31). Isso permite aos usuários civis ter acesso às

medidas GPS mais precisas. Ao mesmo tempo, a constelação não estava completamente em operação e, portanto, o A-S também estava desligado, permitindo aos usuários receberem dados limpos tanto na frequência L1 quanto na L2 (CHIARADIA, 2000).

Dois dias de teste foram escolhidos: 18 e 19 de novembro de 1993, analisados sem a degradação do sinal, ou seja, sem disponibilidade seletiva (SA). Os períodos de análise escolhidos cobriram um curto período de 2 horas de dados (fundamental, por ser equivalente a um período orbital do Topex, aproximadamente) e um longo período de 24 horas de dados, para os referidos dias.

As informações estatísticas consideradas para a elaboração dos gráficos e das tabelas da Seção 10.3 são os resíduos de pseudo-distância, a média e o desvio-padrão dos resíduos, os erros em posição (no sistema de coordenadas orbital) e a média e o desvio padrão dos erros.

A Tabela 10.1 contém esquematizadas as informações com respeito às condições de teste. A Tabela 10.2 apresenta as condições iniciais para a determinação de órbita para os dois dias de teste, sendo que σ representa o desvio padrão. A Tabela 10.3 traz as condições iniciais de coordenadas de posição e de velocidade. A Tabela 10.4 apresenta a tendência, a deriva e a taxa de deriva, ambas para os dois dias de teste também. As coordenadas de posição e de velocidade estão no sistema inercial ToD (verdadeiro da data), em metros e em metros/segundo, respectivamente, e no instante 00:00:00 UTC do respectivo dia. Estes dados foram extraídos dos arquivos POE do satélite Topex/Poseidon. Na primeira passagem de determinação de órbita, a condição inicial é propagada pelo integrador RKF78 até o primeiro instante de observação, que consiste em cerca de 1 s (ou 10 s no Tempo GPS sem correção de tempo) para todos os casos.

Tabela 10.1 - Condições de teste para os dias 18 e 19 de novembro de 1993

Integrador	RKF78
Passo do integrador numérico (Δt)	10 s
Modelo de forças	JGM-2 (50×50) Modelo de pressão de radiação para o T/P Problema Restrito-Plano-Circular Três Corpos
Correção ionosférica	Sim
Período de determinação, (s)	7200, 86400
Disponibilidade seletiva (SA)	Desativada
Controle de rejeição de medidas, (m)	Maior que 3000
Estimador de estado	MQR através de Rotações de Givens

Tabela 10.2 - Condições iniciais do estimador para os quatro períodos de análise

Parâmetro	Símbolo	18/11 – 2h	18/11 – 24h	19/11 – 2h	19/11 – 24h
σ da posição, (m)	P_r	10^{-4}	100	10^{-2}	1
σ da velocidade, (m/s)	P_v	10^{-8}	1	10^{-4}	10^{-3}
σ da tendência, (m)	P_{b0}	1	1	10^{-2}	10^{-2}
σ da deriva, (m/s)	P_{b1}	10^{-4}	10^{-3}	10^{-6}	10^{-6}
σ da taxa de deriva, (m/s ²)	P_{b2}	10^{-24}	10^{-24}	10^{-24}	10^{-24}
σ da medida, (m)	R	25	25	25	25

Tabela 10.3 - Condições iniciais das coordenadas de posição e de velocidade para os dias 18 e 19 de novembro de 1993 a 0 hora UTC

	18/11/93	19/11/93
x_{ToD} , (m)	7617552,511	2973502,7
y_{ToD} , (m)	1232455,554	-2580522,1
z_{ToD} , (m)	-142175,842	-6636205,8
\dot{x}_{ToD} , (m/s)	-346,962	6572,891
\dot{y}_{ToD} , (m/s)	2899,670	1868,197
\dot{z}_{ToD} , (m/s)	6568,245	2217,053

Tabela 10.4 - Condições iniciais do relógio para os dias 18 e 19 de novembro de 1993 a 0 hora UTC

	18/11 – 2h	18/11 – 24h	19/11 – 2h	19/11 – 24h
b_0 , (m)	-36200183,8	-36200153,406	-32,663368	-2,481943
b_1 , (m/s)	-13,935418	-13,938416	-0,00318746	-0,0001215842
b_2 , (m/s ²)	0,0	0,0	0,0	-6,571041·10 ⁻¹²

10.3 Resultados Obtidos

Para melhor entendimento do trabalho, os resultados obtidos foram divididos em quatro etapas, que traduzem as etapas em que o desenvolvimento do trabalho foi dividido.

Nas quatro etapas, as coordenadas estimadas de posição são comparadas com a referência POE/JPL do Topex. Os resultados obtidos são avaliados através, basicamente, de dois parâmetros: erro em posição e resíduo de pseudo-distância. Tais parâmetros são assim obtidos, começando pelo erro em posição:

$$\Delta \vec{r} \equiv \begin{bmatrix} x - \hat{x} \\ y - \hat{y} \\ z - \hat{z} \end{bmatrix}$$

que são posteriormente transladadas para as componentes radial, normal e transversal da órbita, em que x_i e \hat{x}_i , $i=1,2,3$, são as componentes de referência e estimada, respectivamente, da posição no vetor de estado, no sistema de referência da órbita. O resíduo de pseudo-distância é dado por:

$$\Delta \bar{\rho} = \bar{\rho} - \bar{\rho}_c$$

em que $\bar{\rho}$ e $\bar{\rho}_c$ são as medidas de pseudo-distância observada e calculada, respectivamente.

Na primeira etapa somente o geopotencial foi focado para os períodos considerados, com dois objetivos. O primeiro objetivo era reproduzir os resultados de Silva (2001), obtidos apenas para curto período (24 horas) e considerando somente perturbações devidas ao geopotencial até alto grau e ordem, com a finalidade de dar continuidade ao

trabalho, o que possibilitaria analisar corretamente as contribuições das demais perturbações; e o segundo, era estender estes resultados para longo período (24 horas), o que permitiria uma análise mais refinada da evolução dos erros orbitais.

Na segunda etapa foi feita a análise isolada da influência da posição da antena GPS do T/P, que, em última análise, consiste na influência da atitude do satélite, no processo de determinação de órbita.

Na terceira etapa, a força de pressão de radiação solar direta resultante no centro de massa do satélite (incluindo o intervalo da órbita em que o T/P atravessa a região de sombra) e o modo como tal força atua na determinação de órbita do satélite foram analisados. Vale ressaltar que esta análise engloba a posição da antena GPS do T/P e, conseqüentemente, a atitude do satélite, visto que considerar a atitude do satélite é um dos passos do modelo de pressão de radiação solar adotado neste trabalho (MARSHALL e LUTHCKE, 1994).

Na quarta e última etapa, a análise foi sobre a atração luni-solar, a terceira perturbação de maior magnitude que afeta satélites com características de órbita similares as do Topex, e sua influência na determinação de órbita. Tal análise foi dividida em três partes: a primeira incluiu a atração gravitacional do Sol; a segunda incluiu a atração gravitacional da Lua; e a terceira incluiu a atração gravitacional conjunta do Sol e da Lua, em adição às outras perturbações consideradas neste trabalho (geopotencial e pressão de radiação solar direta). Com isso, pôde ser destacada a influência exclusiva tanto do Sol quanto da Lua no processo de determinação de órbita.

Os resultados das análises das quatro etapas principais, resumidamente descritas, foram confrontados com a referência POE/JPL do Topex. Posteriormente, os resultados destes erros foram levados do sistema de referência para o sistema orbital, ou sistema RTN

(radial, transversal, normal), em que a componente radial aponta para o Nadir terrestre, a normal é perpendicular ao plano da órbita (oposto ao vetor momento angular da órbita) e a transversal é ortogonal às componentes radial e normal, sendo a componente da velocidade. Assim, é possível analisar diretamente o que ocorre nas componentes orbitais e, conseqüentemente o que ocorre na evolução da órbita, ao invés de analisar o que ocorre do ponto de vista de um referencial na Terra, visto que nesta situação há maior dificuldade de visualização física.

Após as análises de todas estas perturbações no processo de determinação de órbita, considerou-se importante verificar a influência de tais perturbações apenas na propagação da órbita do T/P, sem a estimação por mínimos quadrados, o que foi possível construindo gráficos dos erros, em metros, nas coordenadas radial, normal e transversal, em função do tempo, em segundos.

10.3.1 Geopotencial

A análise isolada dos efeitos do geopotencial na determinação de órbita tem dois objetivos. O primeiro objetivo é reproduzir os resultados de Silva (2001), a fim de assegurar a correta continuidade do trabalho. Já o segundo objetivo é a extensão dos resultados para 24 horas, o que permite uma análise mais realista da evolução da órbita para períodos mais longos.

No entanto, optou-se por mostrar os resultados em componentes do sistema orbital (radial, normal e transversal), tendo como motivação estudar a influência da pressão de radiação solar, considerando a posição da antena GPS do satélite que, em última análise, inclui também influência da atitude do satélite na determinação da órbita do T/P. Além disso, os artigos usados como referência apresentam resultados também em componentes do sistema orbital. Assim sendo, para efeito de comparação do erro em coordenadas de posição, os resultados são mostrados nas componentes radial, normal e transversal desde

esta seção referente ao geopotencial. Vale ainda ressaltar que, ao apresentar os resultados nestas componentes, deixa de ser necessário analisar os erros em velocidade, pois no sistema orbital, a componente transversal já representa o efeito da velocidade e, conseqüentemente, o seu comportamento na evolução da órbita.

As Figuras 10.1 e 10.2 mostram o comportamento do erro, em metros, em função do tempo, em segundos, em cada uma das componentes do sistema orbital para os quatro testes. De acordo com a Tabela 10.6, para o curto período, a menor variação de amplitude ocorre na componente radial, para o dia 19 (1,82 m) e a maior variação de amplitude ocorre na componente normal, para o dia 18 (6,72 m); já para o longo período, a menor variação de amplitude ocorre na componente radial também, mas para o dia 18 (10,37 m) e a maior variação de amplitude ocorre na componente normal, para o dia 18 (54,89 m). Nas figuras citadas, “R” indica componente radial; “N” componente normal e “T” componente transversal do sistema orbital, e o índice “geo” indica que apenas perturbações devidas ao geopotencial foram consideradas.

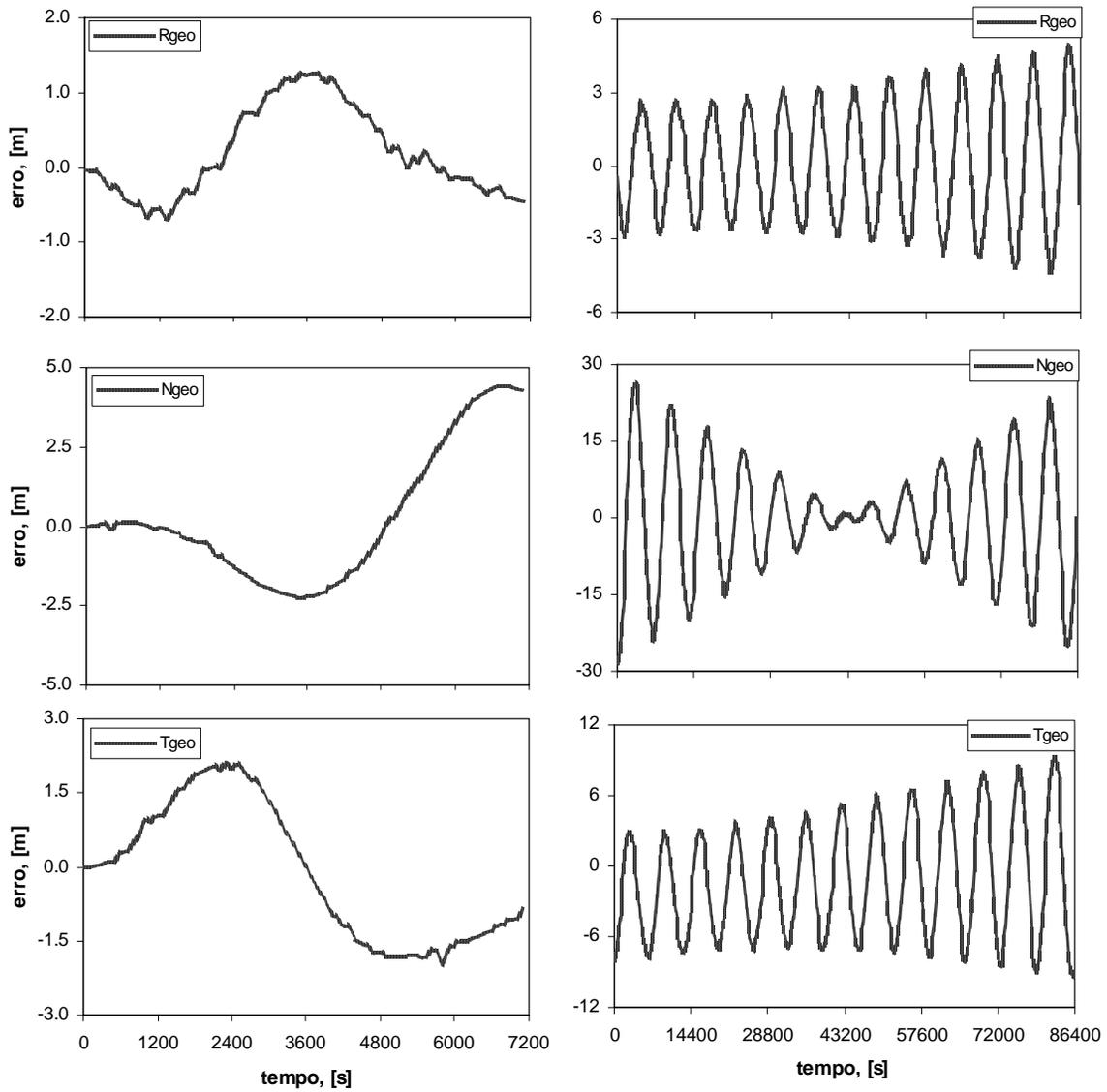


Figura 10.1 - Erro nas coordenadas radial, normal e transversal para 2 e 24 horas de dados, respectivamente, dia 18/11/93

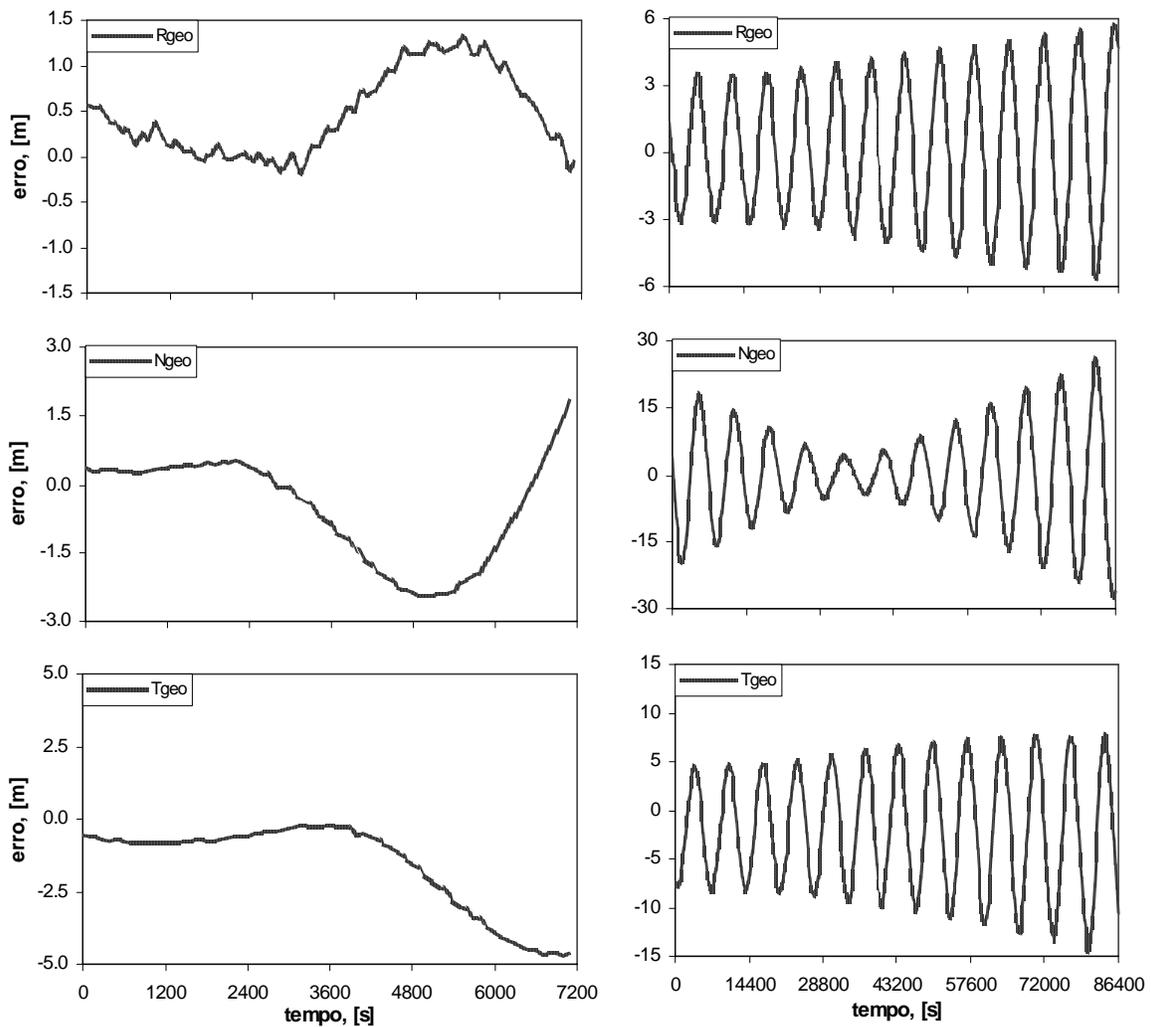


Figura 10.2 - Erro nas coordenadas radial, normal e transversal para 2 e 24 horas de dados, respectivamente, dia 19/11/93

Ao observar o comportamento dos erros nas coordenadas radial, normal e transversal para 24 horas tanto no dia 18 quanto no dia 19, apresentados nas Figuras 10.1 e 10.2, nota-se um comportamento senoidal, com período muito próximo do período orbital do Topex (aproximadamente 2 horas). De acordo com Soyka e Davis (2001) este é resultado de um resíduo de aceleração não modelada, que tende a ter período muito próximo a uma

revolução da órbita do satélite e que pode aparecer de diversas formas e por várias razões. No caso do geopotencial, a aceleração não modelada ocorre em função do truncamento do modelo de geopotencial, pois o modelo utilizado é o JGM-2 50×50, enquanto o modelo completo é 70×70, não utilizado em razão da alta carga computacional que acrescentaria melhoria pouco significativa, por haver coeficientes da ordem de 10^{-127} , o que poderia gerar problemas numéricos no processo de estimação por mínimos quadrados.

As Figuras 10.3, 10.4, 10.5 e 10.6 mostram a evolução do resíduo de pseudo-distância para as quatro condições de teste. As legendas “iter inicial” e “iter final” indicam iteração inicial e final, respectivamente. A iteração final corresponde a 5ª iteração do programa, iteração na qual o programa já convergiu, visto que as modificações no vetor de estado estimado via MQR (Mínimos Quadrados Recursivo) por Rotações de Givens já são milimétricas.

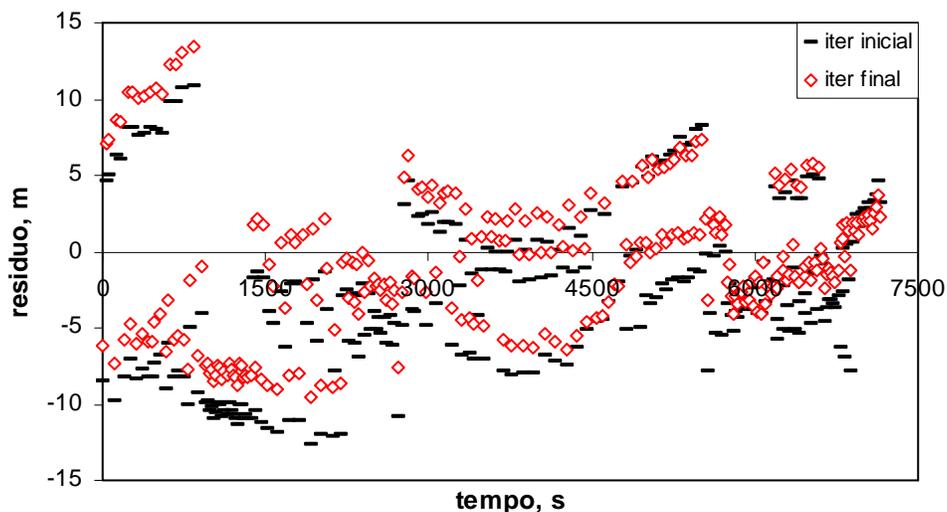


Figura 10.3 - Evolução do resíduo de pseudo-distância para 2 horas de dados, dia 18/11/93

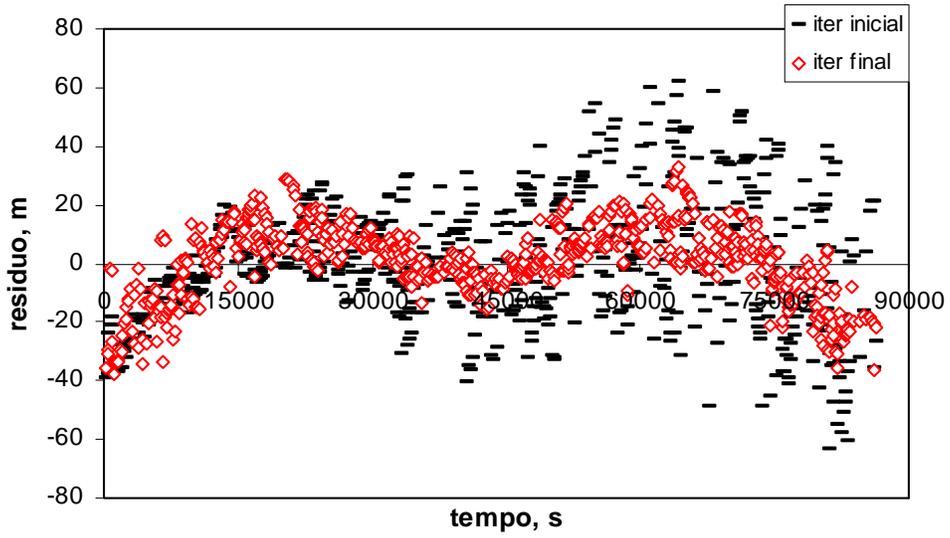


Figura 10.4 - Evolução do resíduo de pseudo-distância para 24 horas de dados, dia 18/11/93

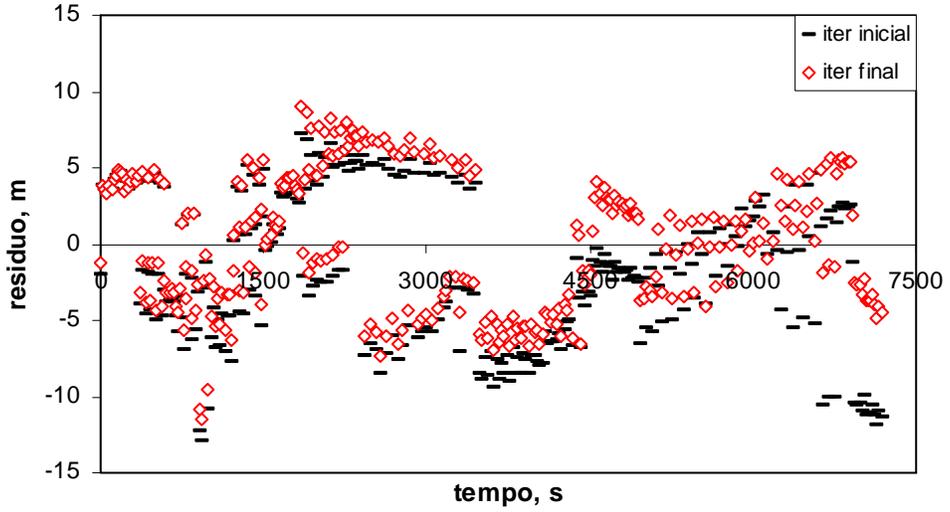


Figura 10.5 - Evolução do resíduo de pseudo-distância para 2 horas de dados, dia 19/11/93

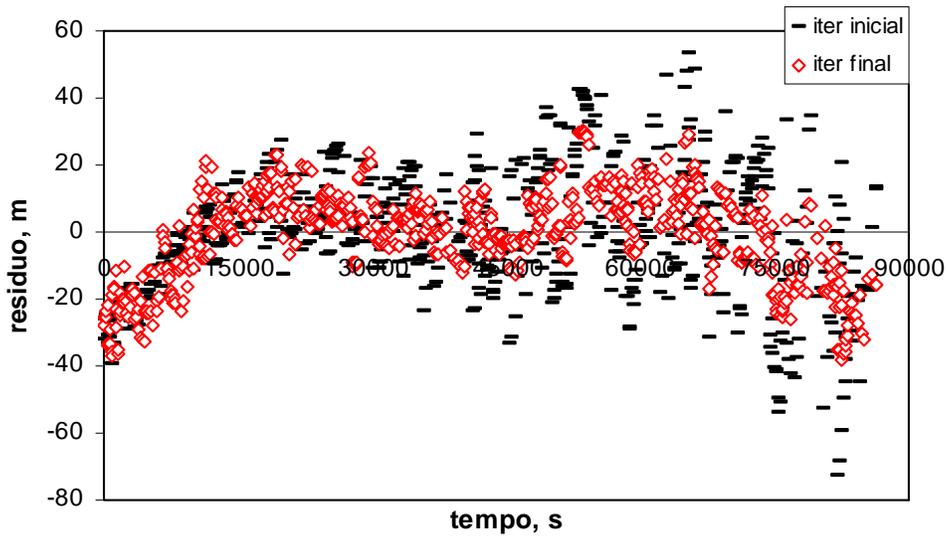


Figura 10.6 - Evolução do resíduo de pseudo-distância para 24 horas de dados, dia 19/11/93

Este padrão de comportamento do resíduo de pseudo-distância se repetiu em todos os casos analisados, conforme mostrará a Tabela 10.5.

Os objetivos da primeira etapa foram atingidos, com a reprodução dos resultados de curto período de Silva (2001), validando desta forma as próximas fases do trabalho, e com a extensão dos resultados para efeitos perturbadores devidos somente ao geopotencial também para longo período.

A Tabela 10.5 apresenta uma comparação entre os resíduos de pseudo-distância para todos os testes e etapas em que o trabalho foi desenvolvido. Nesta tabela, a palavra “geopotencial” indica que apenas perturbações devidas ao geopotencial foram consideradas, de acordo com o modelo adotado neste trabalho; “atitude” indica que perturbações devidas ao geopotencial e também o posicionamento da antena GPS em relação ao CM foram considerados; “prs” indica que perturbações devidas ao geopotencial e à pressão de radiação solar direta foram consideradas, o que engloba a

posição da antena e, em última instância, a atitude do satélite, de acordo com o modelo adotado neste trabalho; “sol” indica que perturbações devidas ao geopotencial, à pressão de radiação solar e a perturbação do Sol foram consideradas; “lua” indica que perturbações devidas ao geopotencial, à pressão de radiação solar e a perturbação da Lua foram consideradas; e finalmente “sol-lua” indica que perturbações devidas ao geopotencial, à pressão de radiação solar e a perturbações do Sol e da Lua foram consideradas.

Como pode ser visto na Tabela 10.5, as estatísticas do resíduo são similares nos seis casos (mesma ordem de grandeza em quase todos os casos, na iteração final) e, em função disso, nas próximas seções deste Capítulo serão mostrados apenas os gráficos dos erros nas coordenadas em cada etapa, comparando com a etapa anterior através de tabelas. Os gráficos de resíduos, Figuras 10.3 a 10.6, são todos similares e não serão mostrados desta Seção em diante.

Tabela 10.5 - Estatística do resíduo de pseudo-distância para os quatro casos de teste, com os efeitos de todas as perturbações analisadas

Resíduo de pseudo-distância (m) - Geopotencial					
Iteração		18/11/1993		19/11/1993	
		2 horas	24 horas	2 horas	24 horas
inicial	média	-2.533	0.416	-1.931	-0.447
	desvio padrão	5.173	21.667	4.468	18.333
final	média	-0.021	0.002	-0.499	-0.181
	desvio padrão	4.766	12.707	4.014	12.774
Resíduo de pseudo-distância (m) - Atitude					
Iteração		18/11/1993		19/11/1993	
		2 horas	24 horas	2 horas	24 horas
inicial	média	0.146	2.901	0.366	2.040
	desvio padrão	4.043	21.252	4.037	18.053
final	média	0.001	0.004	-0.025	-0.029
	desvio padrão	3.822	12.733	3.633	12.806
Resíduo de pseudo-distância (m) - PRS					
Iteração		18/11/1993		19/11/1993	
		2 horas	24 horas	2 horas	24 horas
inicial	média	0.007	1.972	0.424	2.141
	desvio padrão	3.949	18.719	4.158	18.769
final	média	0.002	0.004	-0.014	-0.018
	desvio padrão	3.826	12.735	3.623	12.792
Resíduo de pseudo-distância (m) - Sol					
Iteração		18/11/1993		19/11/1993	
		2 horas	24 horas	2 horas	24 horas
inicial	média	-0.015	2.116	0.582	4.468
	desvio padrão	3.805	17.689	4.857	17.727
final	média	0.003	0.004	-0.007	-0.011
	desvio padrão	3.681	12.438	3.742	12.523
Resíduo de pseudo-distância (m) - Lua					
Iteração		18/11/1993		19/11/1993	
		2 horas	24 horas	2 horas	24 horas
inicial	média	0.013	3.023	-0.130	-2.069
	desvio padrão	4.206	21.186	3.806	16.955
final	média	0.004	0.005	-0.013	0.003
	desvio padrão	3.837	11.258	3.582	11.339
Resíduo de pseudo-distância (m) - Sol-Lua					
Iteração		18/11/1993		19/11/1993	
		2 horas	24 horas	2 horas	24 horas
inicial	média	-0.009	0.315	0.028	0.263
	desvio padrão	4.159	21.310	3.932	11.782
final	média	0.006	0.003	-0.005	0.011
	desvio padrão	3.752	11.119	3.675	11.058

Pela Tabela 10.5, que apresenta as estatísticas do ruído de pseudo-distância em termos da média e do desvio-padrão, é possível extrair diversas informações. Tais informações foram separadas em dois grupos: o primeiro com as informações relativas ao curto período; e o segundo, com aquelas relativas ao longo período.

Casos de 2 horas de dados - 18/11/93 e 19/11/93

Para o caso “geopotencial”, o desvio padrão melhora entre 0,4 e 0,5 m da iteração inicial para a final e a média se aproxima de zero, diminuindo cerca de 100 vezes no dia 18 e de duas vezes no dia 19 entre tais iterações. Todos os casos a seguir foram comparados com o caso inicial “geopotencial”, na última iteração, a iteração após a convergência.

Para o caso “atitude”, o desvio padrão diminui 95% no dia 18 e no dia 19; já a média diminui 1m, cerca de 20%, no dia 18 e 0,4 m, cerca de 9%, no dia 19.

Para o caso “prs”, o desvio padrão melhora em torno de 1 m (20%) no dia 18 e em torno de 0,5 m (10%) no dia 19, enquanto para a média, no dia 18 a melhoria é de aproximadamente 90% e, no dia 19, 97%.

Para o caso “sol”, o desvio padrão melhora cerca de 1 m para o dia 18 e de 0,3 m para o dia 19, sendo a média 86% menor no dia 18 e 99% menor no dia 19.

Para o caso “lua”, o desvio padrão melhora pouco mais de 0,9 m no dia 18 e pouco mais de 0,4 m no dia 19; já a média se aproxima mais de zero, diminuindo em torno de 81% dia 18 e de 97% dia 19.

Para o caso “sol-lua”, o desvio padrão da iteração final é cerca de 1 m melhor no dia 18 e de 0,4 m, no dia 19 e a média, em torno de 71% menor no dia 18 e de 99% no dia 19.

Casos de 24 horas de dados - 18/11/93 e 19/11/93

Para o caso “geopotencial”, o desvio padrão melhora entre 6 e 9 m da iteração inicial para a final e a média se aproxima de zero, sendo cerca de 100 vezes menor no dia 18 e em torno de 60% menor no dia 19 entre tais iterações. Todos os casos a seguir foram comparados com o caso “geopotencial”, na iteração de convergência.

Para o caso “atitude”, o desvio padrão manteve o valor de cerca de 13 m nos dias 18 e 19; já a média aumentou de 0,002 m para 0,004 no dia 18 e diminuiu cerca de 84% no dia 19.

Para o caso “prs”, o desvio padrão se comportou do mesmo modo que o caso “atitude”, enquanto a média também manteve o mesmo comportamento do referido caso, no dia 18 e, no dia 19, diminuiu aproximadamente 90%.

Para o caso “sol”, o desvio padrão praticamente manteve o valor (diminuiu 2%) nos dias 18 e 19, tendo a média variação igual a do caso “atitude”, no dia 18 e sendo 94% menor no dia 19.

Para o caso “lua”, o desvio padrão melhora em torno de 1,4 m nos dias 18 e 19, diminuição de 11%; já a média mantém o comportamento do caso “atitude” no dia 18 e diminui em torno de 98% no dia 19.

Para o caso “sol-lua”, o desvio padrão da iteração final é cerca de 1,6 m melhor no dia 18 e de 1,7 m, no dia 19 e a média, tem acréscimo de 0,002m para 0,003m no dia 18 e melhoria de 93% no dia 19.

10.3.2 Posição da Antena GPS

Nesta etapa, como já foi dito, foi feita a análise isolada da influência da posição da antena GPS do Topex que, em última análise, consiste na influência da atitude do satélite no processo de determinação de órbita. Para tanto, foram feitas correções das medidas que chegam à antena GPS para o CM (centro de massa) do satélite, através de uma rotação do sistema de coordenadas da antena para o sistema de coordenadas fixo no satélite e depois de uma translação até o sistema orbital, que trazem as medidas do sistema de referência da antena para o sistema fixo no corpo, originado no CM do satélite. De acordo com a Tabela 9.1, haveria um erro de cerca de 4,5 m na componente radial, 0,5 m na normal e 2 m na transversal, sem essa correção. Sendo as coordenadas de posição e de velocidade analisadas no sistema de referência, a partir do seu CM, ao não se considerar esta correção, as medidas tomadas via antena GPS são consideradas erroneamente como se estivessem no CM do T/P.

As Figuras 10.7 e 10.8 mostram o comportamento do erro, dado em metros, em função do tempo, dado em segundos, em cada uma das componentes do sistema orbital para os quatro testes. A Tabela 10.6 mostra que, no dia 18, a inclusão do efeito da atitude diminui 32% o erro máximo na componente radial e 26% o erro mínimo na componente transversal, para 2 horas, e 23% o erro mínimo na componente transversal, para 24 horas, não causando alterações significativas nas demais componentes. No dia 19, a atitude diminui 40% o erro máximo na componente radial e 35% o erro mínimo na componente transversal, para 2 horas e, para 24 horas, 19% o valor máximo da componente radial e 15% o valor mínimo da componente transversal, não causando alterações significativas nas demais componentes, isto comparando com o geopotencial.

Nas figuras citadas, “R” indica componente radial; “N” componente normal e “T” componente transversal do sistema orbital. A correção ao se fazer a rotação e a translação que levam as medidas para o CM do T/P foi comparada com o modelo que inclui apenas

o geopotencial. Desta forma, o índice “geo” indica que apenas perturbações devidas ao geopotencial foram consideradas e o índice “atit” indica que, juntamente com o geopotencial, foi feita a análise da influência da posição da antena GPS do Topex que, em última análise, consiste na influência da atitude do satélite no processo de determinação de órbita; em outras palavras, o índice “atit” indica que perturbações devidas ao geopotencial e o posicionamento da antena foram considerados.

Os resultados indicam melhoria na DO (determinação de órbita) de curto período (2 horas), notadamente nas componentes radial e transversal conforme esperado. Já para a DO de 1 dia, a melhoria é menos acentuada, mas ainda perceptível nestas mesmas componentes.

Tabela 10.6 - Amplitudes máxima e mínima dos erros no sistema RTN para 2 e 24 horas, nos dia 18 e 19, considerando todas as perturbações analisadas

Erro (m)		18/11/93 - 2 horas			19/11/93 - 2 horas		
	valor	R	N	T	R	N	T
geo	<i>Máximo</i>	1.48	4.44	2.19	1.55	2.09	-0.06
	<i>Mínimo</i>	-0.75	-2.28	-2.09	-0.27	-2.47	-4.85
atitude	<i>Máximo</i>	1.00	4.45	1.96	0.93	2.35	-0.14
	<i>Mínimo</i>	-0.73	-2.27	-0.55	-0.35	-2.79	-3.17
prs	<i>Máximo</i>	0.84	4.49	1.89	1.04	2.40	-0.11
	<i>Mínimo</i>	-0.71	-2.21	-0.16	-0.20	-2.73	-3.58
sol	<i>Máximo</i>	1.30	3.78	2.71	1.45	1.04	-0.03
	<i>Mínimo</i>	-1.00	-1.89	-0.62	-0.35	-2.76	-4.12
lua	<i>Máximo</i>	0.74	1.40	0.96	0.83	2.56	-0.22
	<i>Mínimo</i>	-0.53	-0.59	-0.85	-0.28	-2.22	-3.00
sol-lua	<i>Máximo</i>	0.86	0.39	1.34	0.85	1.84	-0.20
	<i>Mínimo</i>	-0.61	-0.20	-1.05	-0.05	-1.76	-3.46
Erro (m)		18/11/93 - 24 horas			19/11/93 - 24 horas		
	valor	R	N	T	R	N	T
geo	<i>Máximo</i>	5.70	26.26	9.27	8.78	25.79	7.66
	<i>Mínimo</i>	-4.67	-28.63	-12.43	-5.94	-27.55	-14.55
atitude	<i>Máximo</i>	5.28	25.13	9.85	7.14	25.94	8.10
	<i>Mínimo</i>	-4.16	-27.49	-9.57	-5.55	-27.67	-12.31
prs	<i>Máximo</i>	4.90	25.60	7.70	6.99	26.01	7.88
	<i>Mínimo</i>	-2.69	-27.92	-8.70	-5.03	-27.73	-13.44
sol	<i>Máximo</i>	3.25	21.61	6.96	4.20	23.07	5.92
	<i>Mínimo</i>	-2.58	-23.44	-8.81	-4.43	-24.50	-10.77
lua	<i>Máximo</i>	3.12	9.33	5.92	4.24	13.77	7.90
	<i>Mínimo</i>	-3.26	-8.67	-6.42	-4.05	-14.49	-8.46
sol-lua	<i>Máximo</i>	2.94	0.80	5.18	4.15	5.19	7.33
	<i>Mínimo</i>	-3.11	-0.80	-6.56	-4.10	-5.19	-8.53

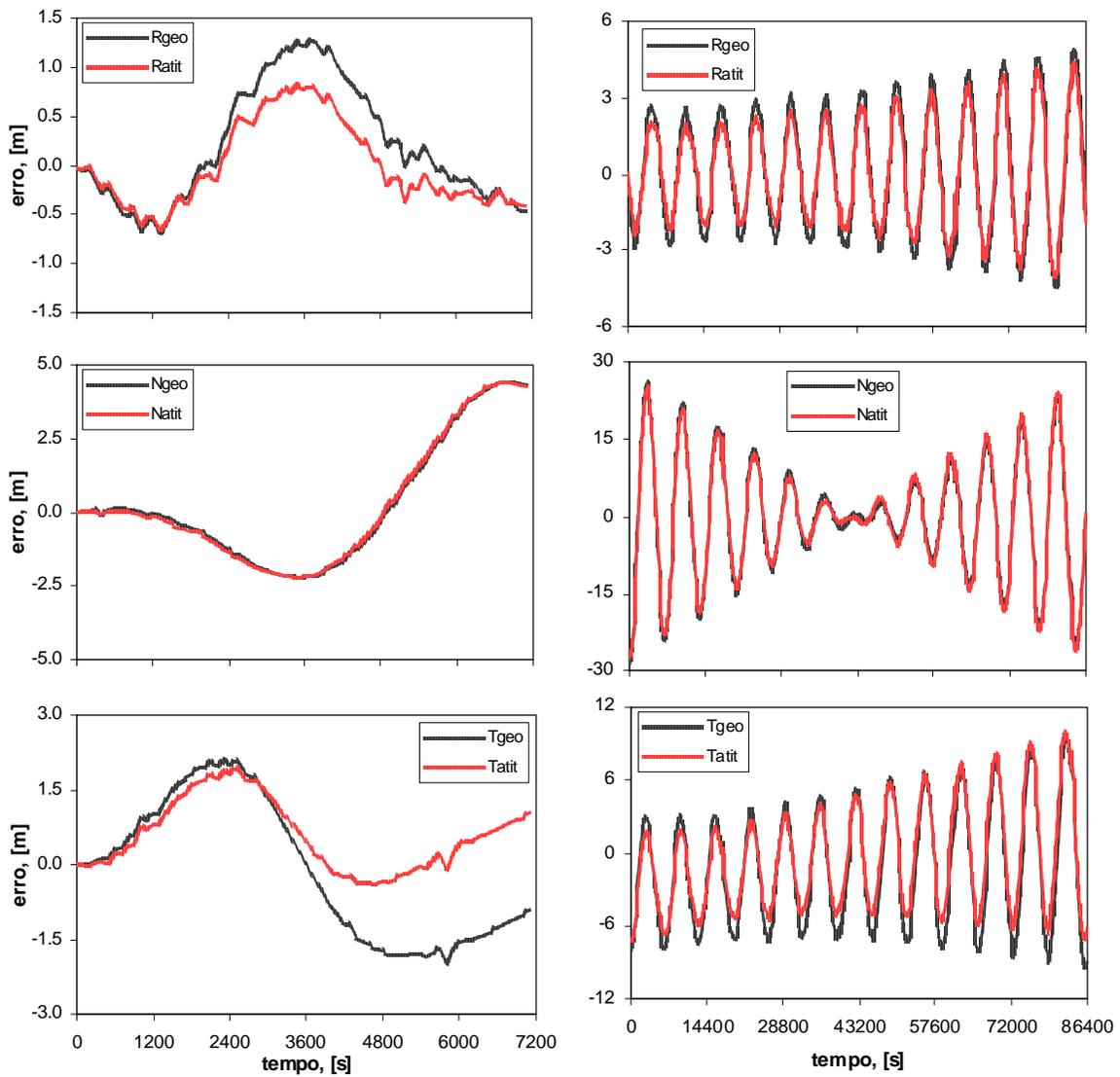


Figura 10.7 - Erro nas coordenadas radial, normal e transversal para 2 e 24 horas de dados, respectivamente, dia 18/11/93, considerando geopotencial e posição da antena GPS do T/P

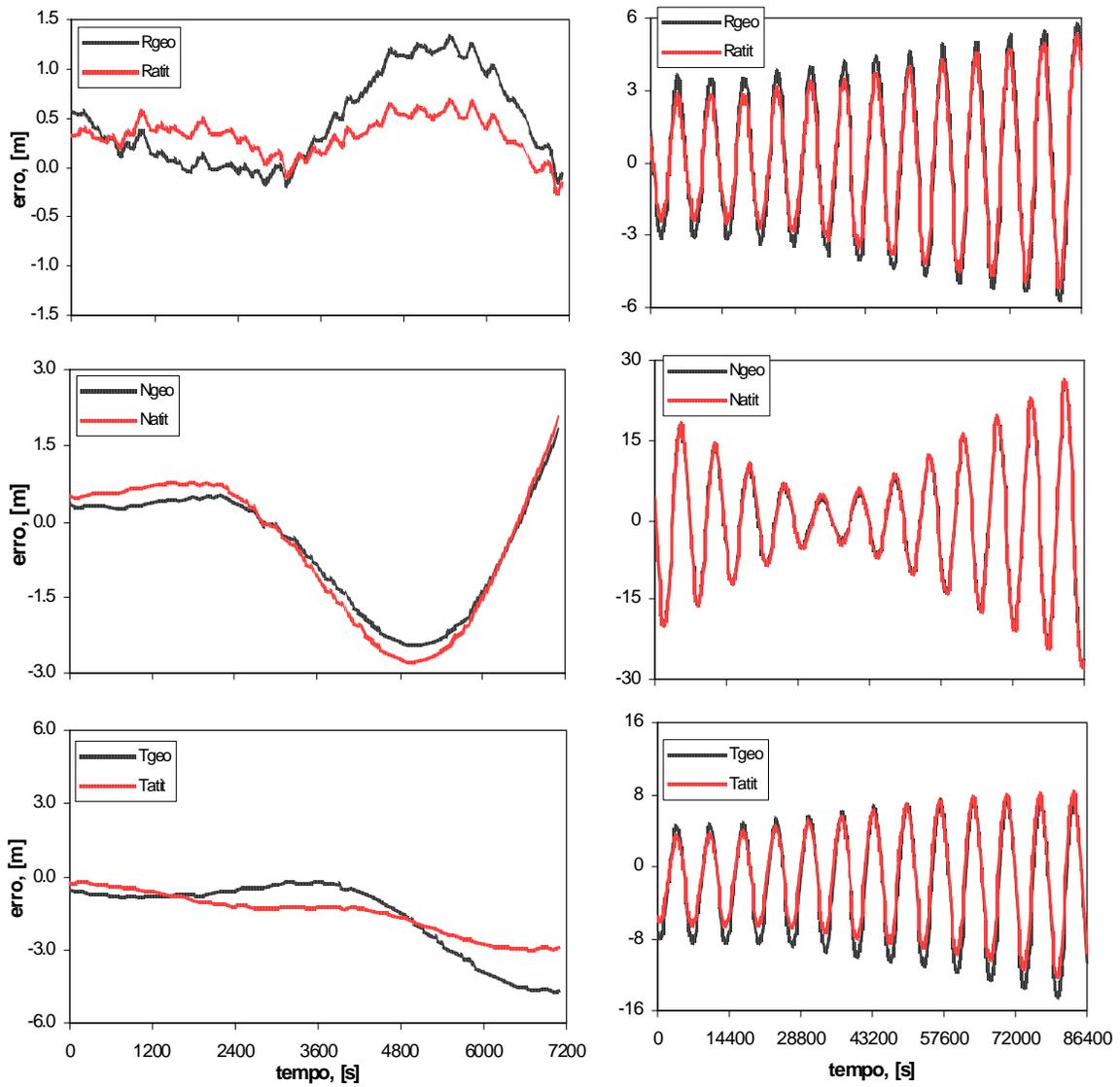


Figura 10.8 - Erro nas coordenadas radial, normal e transversal para 2 e 24 horas de dados, respectivamente, dia 19/11/93, considerando geopotencial e posição da antena GPS do T/P

10.3.3 Pressão de Radiação Solar Direta

Nesta fase do trabalho, a força de pressão de radiação solar direta resultante no centro de massa do satélite (incluindo o intervalo da órbita em que o T/P atravessa a região de sombra) e o modo como atua na determinação de órbita do satélite foram analisados. Vale ressaltar que esta análise engloba a posição da antena GPS do Topex e, conseqüentemente, leva em conta o movimento de atitude do satélite, necessário para implementar o modelo de pressão de radiação solar adotado neste trabalho (MARSHALL e LUTHCKE, 1994).

As Figuras 10.9 e 10.10 mostram o comportamento do erro, em metros, em função do tempo, em segundos, em cada uma das componentes do sistema R, N, T para os quatro testes. A inclusão da pressão de radiação solar direta foi comparada com o resultado anterior (geopotencial com atitude), para 2 e 24 horas.

A Tabela 10.6 mostra que, no dia 18, a pressão de radiação solar direta diminui 43% o erro máximo na componente radial e 92% o erro mínimo na componente transversal, para 2 horas, e 42% a amplitude máxima da componente normal e 30% o erro mínimo na componente transversal, para 24 horas, não causando alterações significativas nas demais componentes. E, no dia 19, a pressão de radiação diminui 33% o erro máximo na componente radial e 26% o erro mínimo na componente transversal, para 2 horas e, para 24 horas, 20% o valor máximo da componente radial e 7% o valor mínimo da componente transversal, não causando alterações significativas nas demais componentes, isto comparando com o resultado anterior.

O índice “atit” indica que perturbações devidas ao geopotencial e que a atitude da antena foram consideradas e o índice “prs” indica que perturbações devidas ao geopotencial e à pressão de radiação solar direta (incluindo a posição da antena) foram consideradas.

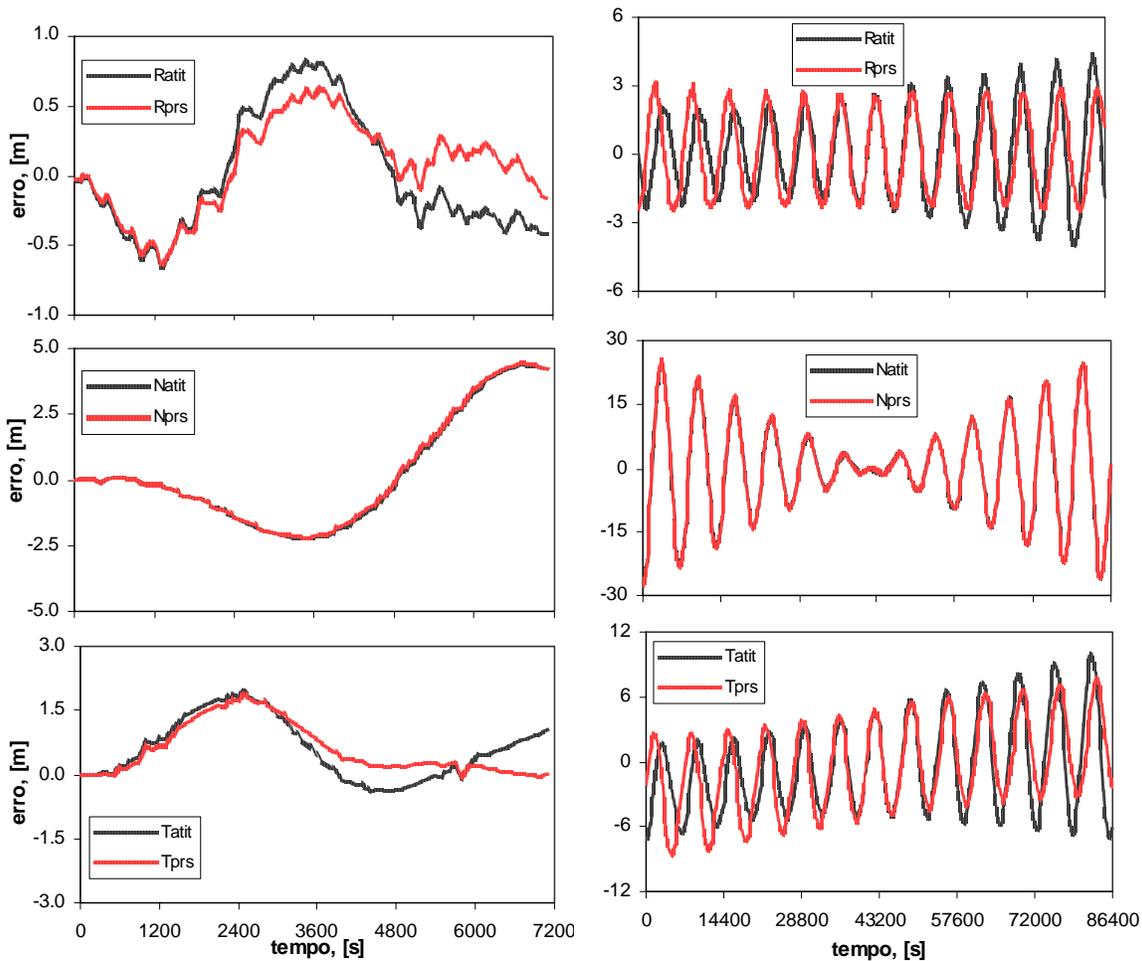


Figura 10.9 - Erro nas coordenadas radial, normal e transversal para 2 e 24 horas de dados, respectivamente, dia 18/11/93, considerando geopotencial, posição da antena e pressão de radiação solar direta

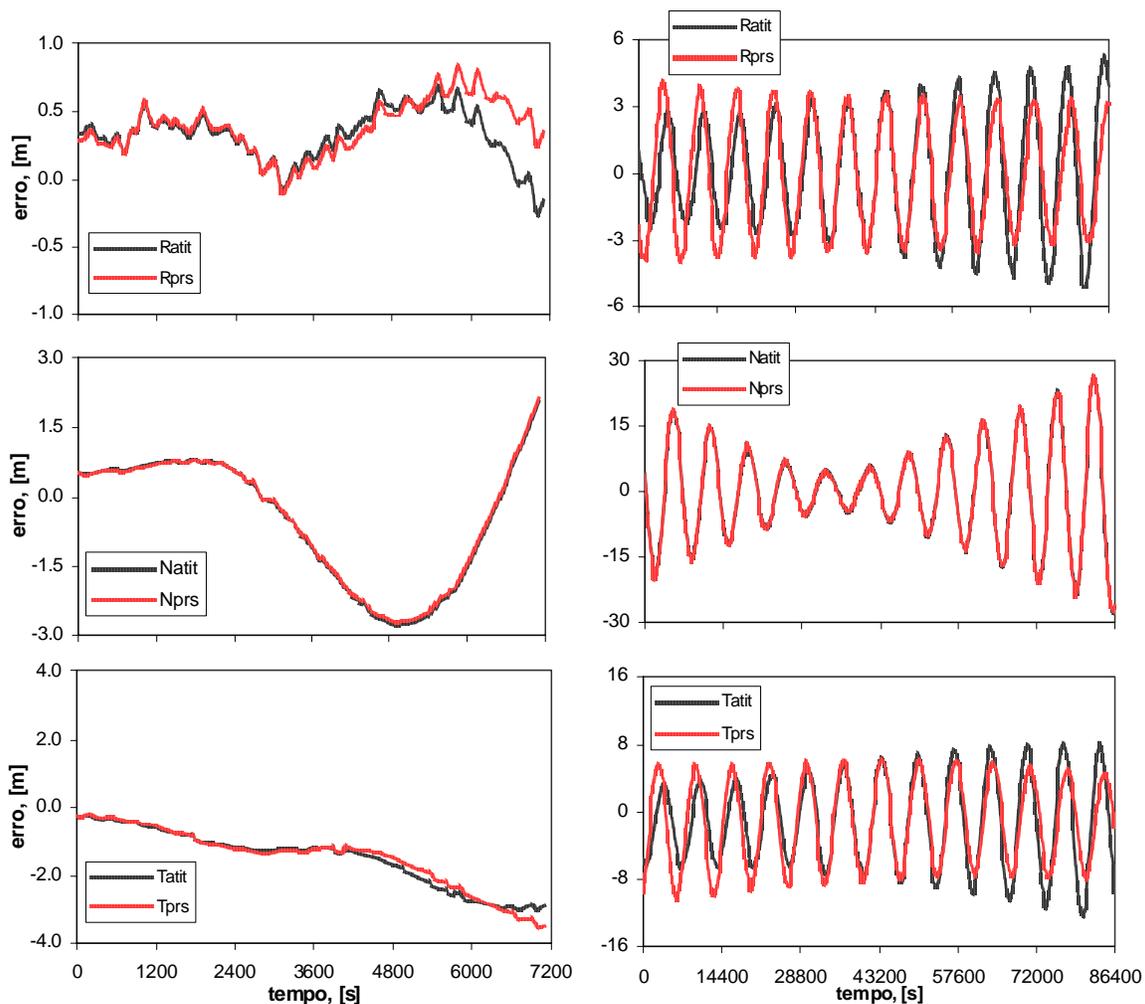


Figura 10.10 - Erro nas coordenadas radial, normal e transversal para 2 e 24 horas de dados, respectivamente, dia 19/11/93, considerando geopotencial, posição da antena e pressão de radiação solar direta

O modelo completo de efeitos de radiação de Marshall e de Luthcke (1994), implementado parcialmente neste trabalho, considera a pressão de radiação solar direta, o albedo terrestre, a radiação infravermelho, a radiação térmica do próprio satélite e o período em que o satélite passa pela região de sombra, onde a pressão de radiação solar não atua. Visto que esta é uma perturbação diretamente relacionada com os fótons

incidentes na superfície do satélite, na região de sombra não há luz e, portanto, não há incidência de fótons. A parcela referente ao albedo, por exemplo, depende das características da superfície, é variável com o tempo e a posição, sendo cerca de 90% menor que a parcela da radiação solar direta a 700 km de altitude e inversamente proporcional ao aumento da altitude (LAUTMAN, 1977). Segundo Vokrouhlicky e Sehnal (1993), a magnitude da pressão de radiação solar direta é cerca de cinco vezes maior que a força de albedo, ou seja, a pressão de radiação solar direta e o albedo representam quase que a totalidade da força de radiação solar que atua em um satélite. A altitude do T/P é de aproximadamente 1336 km, o que indica influência menor ainda do albedo, e os resultados da Figuras 10.9 e 10.10 aqui apresentados mostraram que a pressão de radiação solar direta não incrementou mudanças significativas, em função da magnitude muito pequena da aceleração de pressão de radiação solar, da ordem de 60 a 80 nano (10^{-9}) m/s^2 , comparadas ao caso anterior. Dessa forma, por serem de magnitude pelo menos uma ordem de grandeza menor, os efeitos do albedo, da radiação infravermelho e da radiação térmica do satélite não foram incluídos nas análises deste trabalho.

As Figuras 10.9 e 10.10 mostram melhorias pouco perceptíveis para DO de 2 horas e de 1 dia. Entretanto, ao se observar o comportamento dos erros nas coordenadas radial, normal e transversal para 24 horas tanto no dia 18 quanto no dia 19, apresentados nas Figuras 10.7 a 10.10, nota-se um comportamento senoidal, com período muito próximo do período orbital do T/P (aproximadamente 2 horas). De acordo com Soyka e Davis (2001), limitações ao modelar forças dinâmicas como função da atitude do satélite, das propriedades de sua superfície e do ambiente espacial, normalmente resultam em acelerações não modeladas, que tendem a ser periódicas, com período muito próximo de um período de revolução da órbita do satélite. Este efeito foi detectado nas figuras citadas em duas situações: na primeira, quando a influência da atitude foi considerada isoladamente; e, na segunda, quando a influência da pressão de radiação solar direta,

modelada em função da atitude do T/P, das propriedades das suas superfícies e do ambiente espacial (fluxo solar) foi considerada.

Verificando modelos dinâmicos conhecidos, de acordo com Soyka e Davis (2001), deve existir na órbita um resíduo de acelerações não modeladas, que podem aparecer de diversas formas e por várias razões. No caso do T/P, a aceleração não modelada ocorre em função da pressão de radiação solar e, em última análise, em função da atitude; atua na coordenada de referência do apontamento solar, definida pelo vetor de posição do satélite e pelo vetor de incidência do Sol; e as possíveis razões para o aparecimento destas acelerações residuais anômalas são pressão de radiação imperfeitamente modelada, “self-shadowing”, acoplamento entre propriedades térmicas das superfícies não consideradas e diferenças entre o modelo físico e o obtido empiricamente.

10.3.4 Atração Gravitacional Luni-Solar

Para fazer a análise da influência da atração luni-solar, a terceira perturbação de maior magnitude que afeta satélites com características de órbita similares as do T/P, foi necessário dividir a análise em três partes: a primeira incluiu apenas o Sol; a segunda, somente a Lua; e a terceira incluiu a atração gravitacional do Sol e da Lua conjuntamente. Dessa forma, pôde ser destacada a influência individual tanto do Sol quanto da Lua no processo de determinação de órbita.

As Figuras 10.11 a 10.16 mostram o comportamento do erro, em metros, em função do tempo, em segundos, em cada uma das componentes do sistema orbital para os quatro testes. A inclusão da atração do Sol, da Lua, e do Sol e da Lua simultaneamente, foi comparada com o resultado da pressão de radiação solar direta, para 2 e 24 horas. Nessas figuras, o índice “prs” indica que perturbações devidas ao geopotencial e à pressão de radiação solar direta (incluindo a posição da antena) foram consideradas e os índices “sol”, “lua” e “sl” indicam que, além das perturbações anteriormente citadas, foram

consideradas para a determinação de órbita a atração do Sol, a da Lua, e a do Sol e da Lua combinadas, respectivamente.

A Tabela 10.6 mostra que, no dia 18, a atração do Sol diminui cerca de 18% as amplitudes da componente normal e 70% o erro mínimo na componente transversal, para 2 horas, e em torno de 45% as amplitudes do erro na componente radial, de 18% as amplitudes na componente normal e de 25% as amplitudes do erro na componente transversal, para 24 horas. E, no dia 19, a atração do Sol diminui cerca de 50% a amplitude máxima da componente radial e também 50% o erro máximo na componente transversal, para 2 horas, e em torno de 52% a amplitude máxima do erro na componente radial, de 11% as amplitudes na componente normal e de 25% as amplitudes do erro na componente transversal, para 24 horas.

Com dados da Tabela 10.6 também, a atração da Lua, no dia 18, diminui 50% o erro máximo na componente radial, 68% o erro máximo e 74% o mínimo na componente normal e cerca de 56% as amplitudes do erro na componente transversal, para 2 horas; e, para 24 horas, diminui 45% o erro máximo na componente radial, 64% o erro máximo e 70% o mínimo na componente normal e cerca de 36% a amplitude máxima e de 48% a mínima na componente transversal. E, no dia 19, a atração da Lua diminui 26% o erro máximo na componente radial e 38% o erro mínimo na componente transversal, para 2 horas e, para 24 horas, 52% o valor máximo da componente radial, aproximadamente 47% as amplitudes da componente normal e 42% o valor mínimo da componente transversal.

E, por fim, com dados da Tabela 10.6 novamente, a atração gravitacional luni-solar, no dia 18, diminui 42% o erro máximo na componente radial, cerca de 91% as amplitudes da componente normal e de 39% o erro máximo e de 50% o mínimo na componente transversal, para 2 horas, e 48% o erro máximo na componente radial, cerca de 97% as

amplitudes da componente normal e em torno de 45% as amplitudes dos erros na componente transversal, para 24 horas. E, no dia 19, a atração luni-solar diminui 45% o valor máximo e 81% mínimo, na componente radial, 29% a amplitude mínima da componente normal e também 29% o erro mínimo na componente transversal, para 2 horas e, para 24 horas, 53% o valor máximo da componente radial, cerca de 80% as amplitudes máxima e mínima da componente normal e de 41% o valor mínimo da componente transversal. Todas as comparações deste caso foram feitas em relação ao geopotencial.

Conforme os gráficos das Figuras 10.11 a 10.16 mostram, a atração do Sol, da Lua e a luni-solar são extremamente relevantes neste trabalho porque atuam diretamente na amplitude das senóides, em especial na componente normal. Para DO de 2 horas a melhoria não é perceptível, mas para DO de 1 dia, notou-se diminuição considerável na amplitude dos erros na componente normal, que se traduz em erros na inclinação da órbita. Conclui-se ainda que a combinação das duas atrações gera o melhor resultado nos valores máximo e mínimo dos erros na coordenada da componente radial e em quase todos os casos para as demais componentes, sendo a influência da Lua preponderante em relação à influência do Sol. Existem alguns casos em que a atração individual da Lua gera erros menores que a atração luni-solar nas componentes radial e transversal, mas a melhoria não ultrapassa 30 cm e, como na componente normal, o melhor caso é o da combinação das duas, este acaba absorvendo os pontos em que o efeito da Lua é melhor. A atração gravitacional luni-solar diminui as amplitudes das senóides da componente normal de aproximadamente 26 m para 1 m no dia 18 e de 26 m para 5 m no dia 19, em períodos de 24 horas, relevantes para estas análises, conforme pode ser visto na Tabela 10.6, na Seção 10.4.

Outro fato notório nestes gráficos é que, apesar de melhorar as amplitudes de todas as senóides, a inclusão de tal efeito perturbador não elimina o perfil senoidal, resultado de

acelerações não modeladas que surgiram na modelagem do geopotencial e da pressão de radiação solar direta, conforme comentado nas Seções 10.3.1 e 10.3.3. Vale ainda ressaltar que, em função destas acelerações não modeladas e do modelo de pressão de radiação solar direta estar incompleto, apesar de a pressão de radiação solar ser o segundo efeito de maior magnitude e a atração luni-solar o terceiro efeito para satélite com as características do T/P, neste caso a situação se inverteu e o efeito da aceleração resultante da atração luni-solar é cerca de uma ordem de grandeza maior que o da força de pressão de radiação.

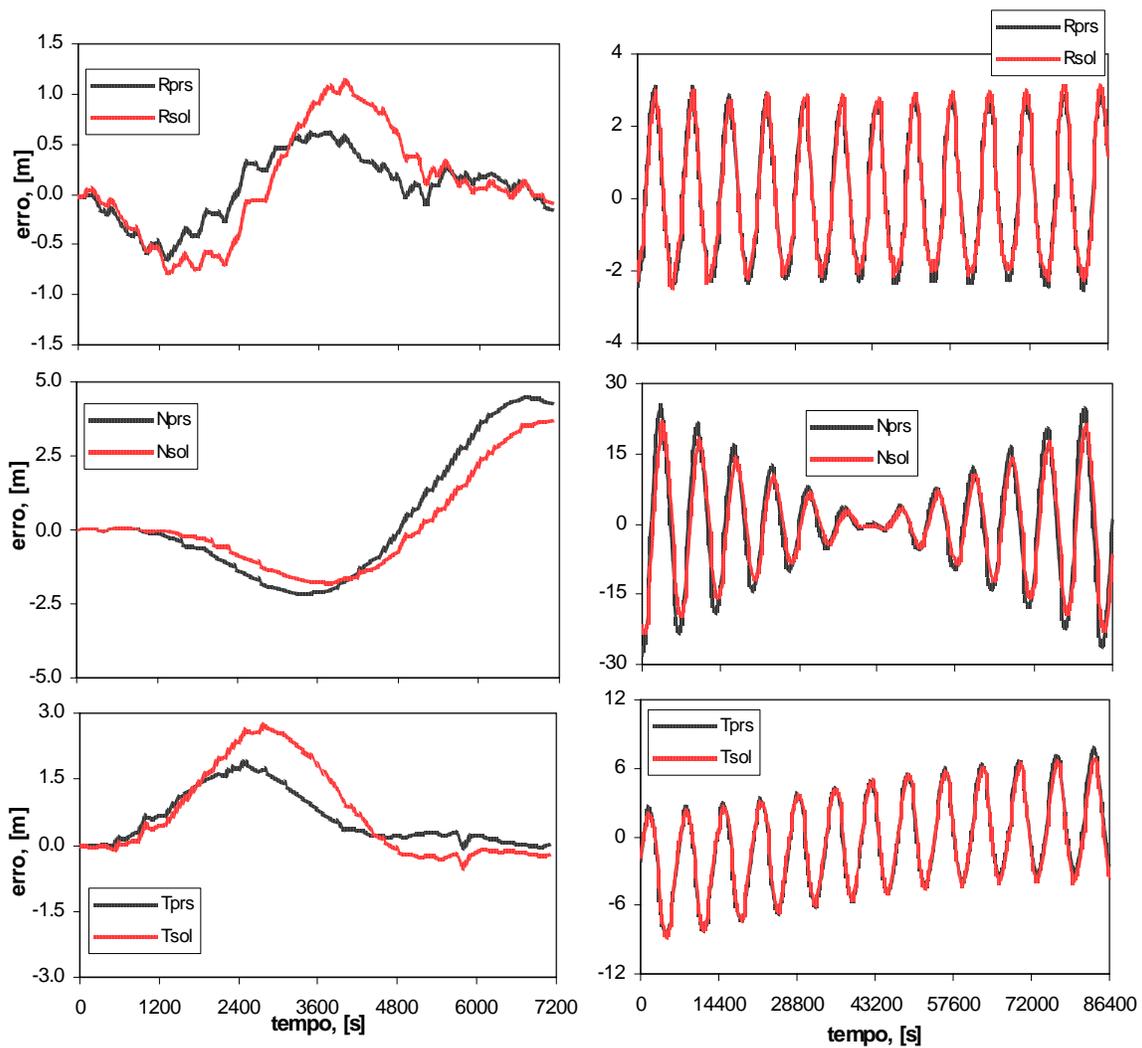


Figura 10.11 - Erro nas coordenadas radial, normal e transversal para 2 e 24 horas de dados, respectivamente, dia 18/11/93, considerando geopotencial, posição da antena, pressão de radiação solar direta e atração do Sol

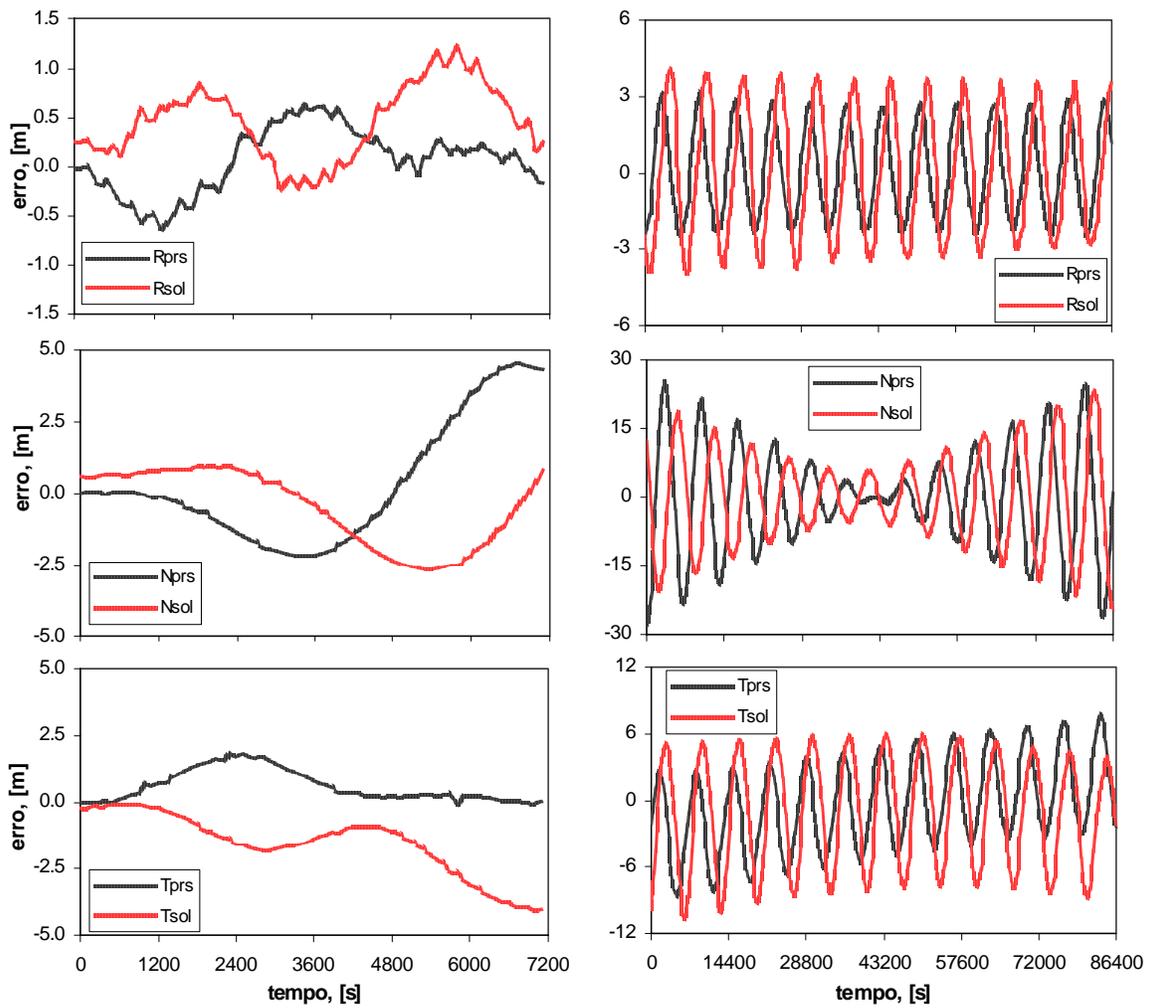


Figura 10.12 - Erro nas coordenadas radial, normal e transversal para 2 e 24 horas de dados, respectivamente, dia 19/11/93, considerando geopotencial, posição da antena, pressão de radiação solar direta e atração do Sol

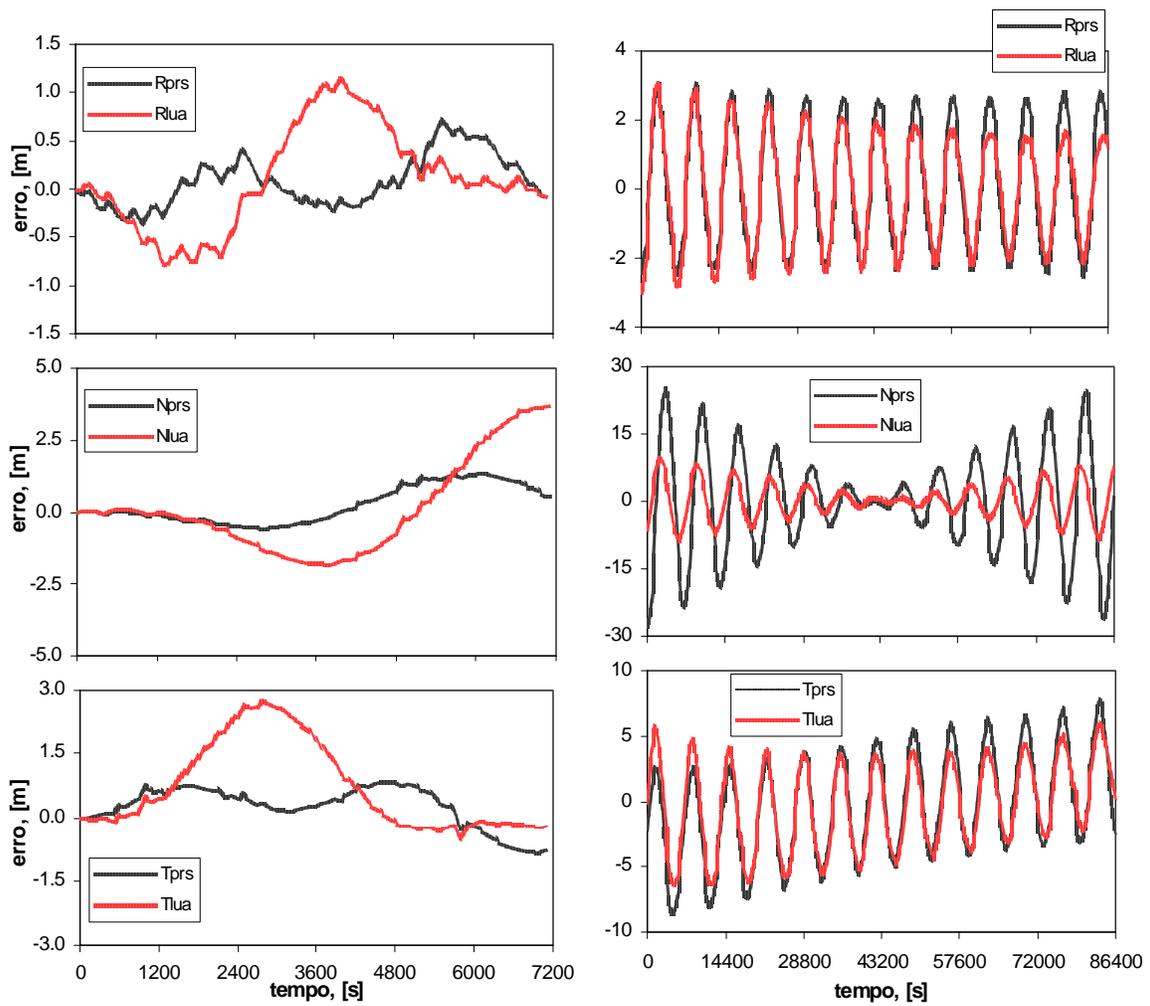


Figura 10.13 - Erro nas coordenadas radial, normal e transversal para 2 e 24 horas de dados, respectivamente, dia 18/11/93, considerando geopotencial, posição da antena, pressão de radiação solar direta e atração da Lua

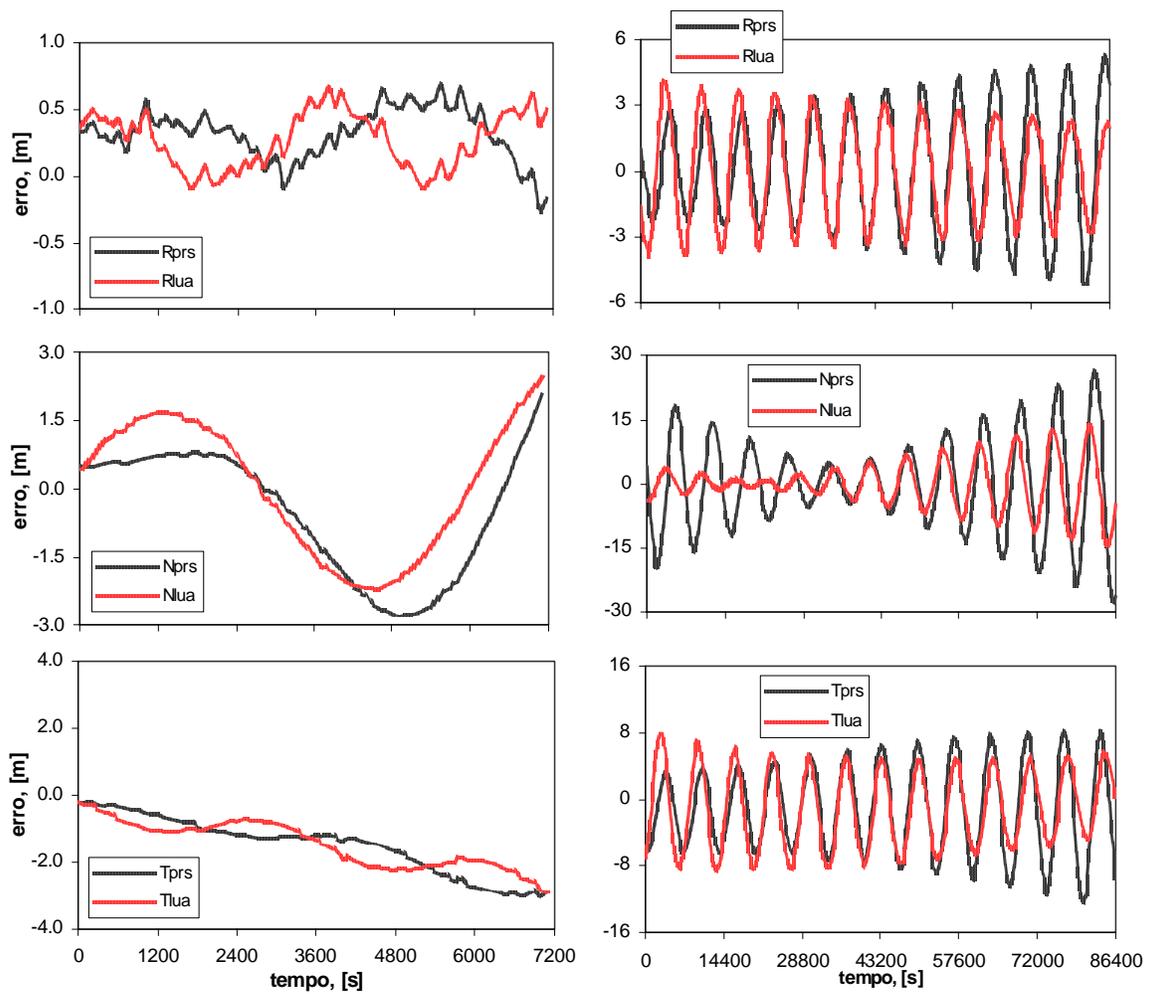


Figura 10.14 - Erro nas coordenadas radial, normal e transversal para 2 e 24 horas de dados, respectivamente, dia 19/11/93, considerando geopotencial, posição da antena, pressão de radiação solar direta e atração da Lua

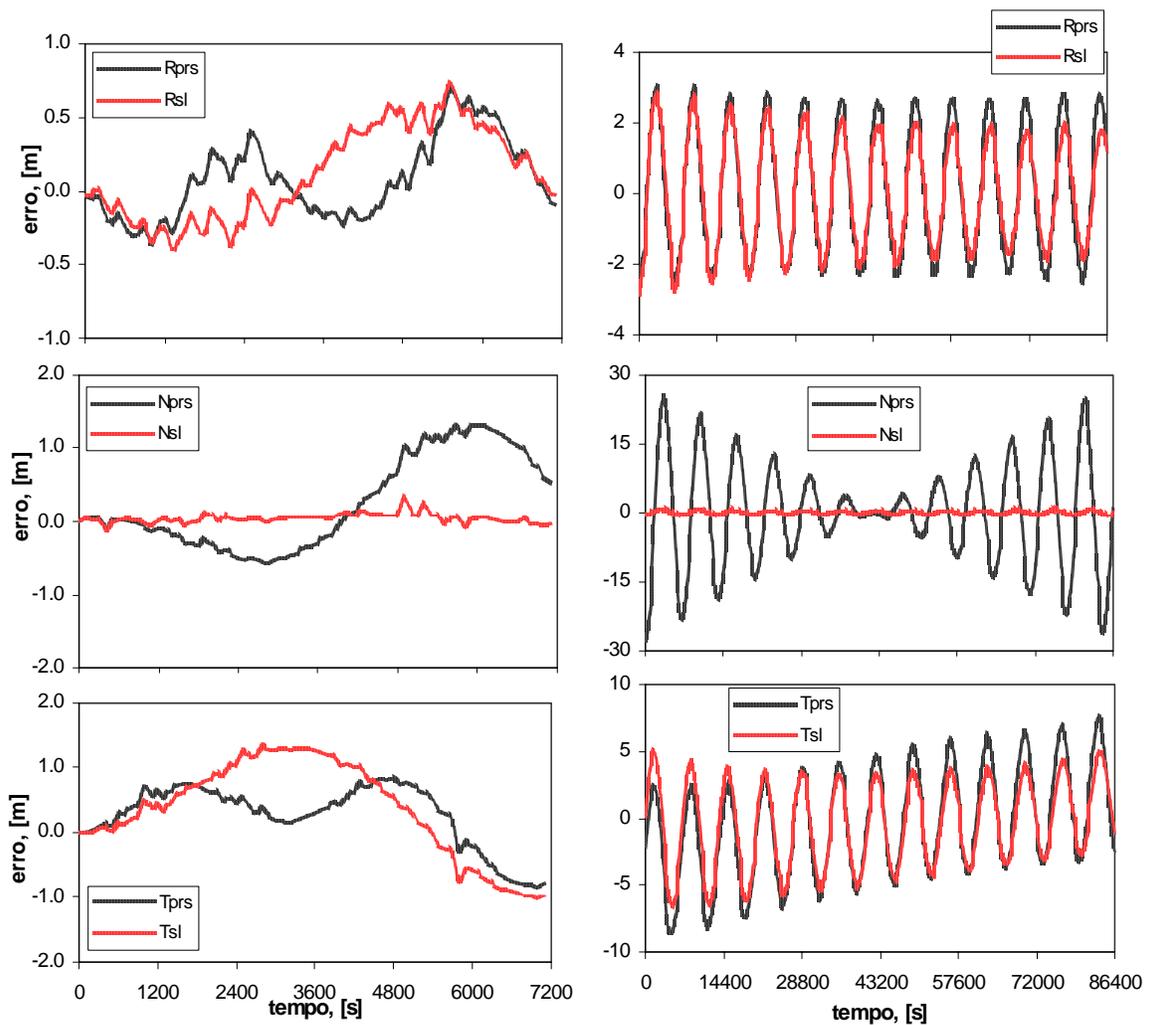


Figura 10.15 - Erro nas coordenadas radial, normal e transversal para 2 e 24 horas de dados, respectivamente, dia 18/11/93, considerando geopotencial, posição da antena, pressão de radiação solar direta e atração luni-solar

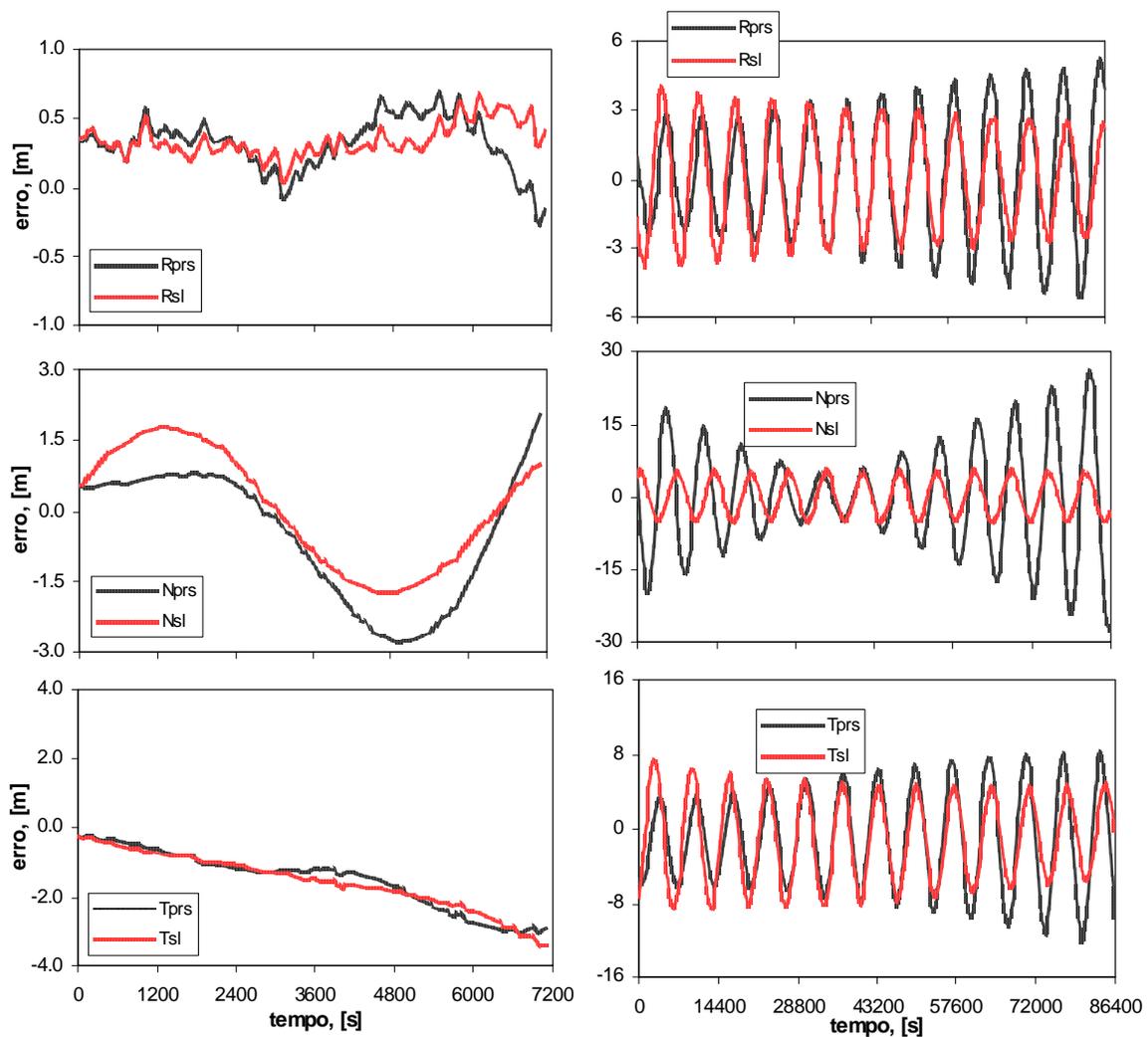


Figura 10.16 - Erro nas coordenadas radial, normal e transversal para 2 e 24 horas de dados, respectivamente, dia 19/11/93, considerando geopotencial, posição da antena, pressão de radiação solar direta e atração luni-solar

10.3.5 Análise da Propagação de Órbita

Esta Seção tem o objetivo de analisar o efeito de inclusão de cada uma das perturbações consideradas neste trabalho na propagação de órbita, antes da determinação de órbita via estimação por mínimos quadrados. Para tanto, foram feitos gráficos com os resultados dos modelos de propagação de órbita inseridos no processo de determinação de órbita. Os gráficos da Figuras 10.17 e 10.18 apresentam a evolução do erro nas coordenadas radial, normal e transversal, em metros, em função do tempo, em segundos. A análise abrangeu o período de 24 horas de dados, intervalo de tempo representativo para a propagação de órbita.

A Figura 10.17 inclui o geopotencial, o posicionamento da antena e a pressão de radiação solar direta, para o dia 18/11/93, correspondendo aos três gráficos da coluna da esquerda, e para o dia 19/11/93, correspondendo aos três gráficos da coluna da direita.

Já a Figura 10.18 inclui a atração do Sol, a da Lua e a luni-solar, para o dia 18/11/93, correspondendo aos três gráficos da coluna da esquerda, e para o dia 19/11/93, correspondendo aos três gráficos da coluna da direita. Vale ressaltar que tais perturbações foram acrescentadas ao geopotencial, ao posicionamento da antena e à pressão de radiação solar direta, efeitos estes já considerados anteriormente na Figura 10.17.

Os gráficos foram feitos analisando, passo a passo, a inclusão de cada perturbação considerada, ou seja, a contribuição da perturbação seguinte quando comparada com o resultado da anterior. As siglas das legendas dos dois gráficos têm os mesmos significados já mencionados nas seções anteriores deste Capítulo.

Nota-se o decréscimo gradativo da amplitude dos erros nas componentes radial e normal, de maneira expressiva, e em menor grau na componente transversal. Em um caso fortuito,

no dia 19, nota-se que devido às condições iniciais felizes, o erro máximo no final do dia foi em torno de apenas 4m, quando todas as perturbações foram consideradas.

A título de síntese, a Tabela 10.7 mostra os valores máximo e mínimo da amplitude do erro em cada coordenada do sistema RTN, para cada perturbação considerada, nos dias 18 e 19 de novembro de 1993.

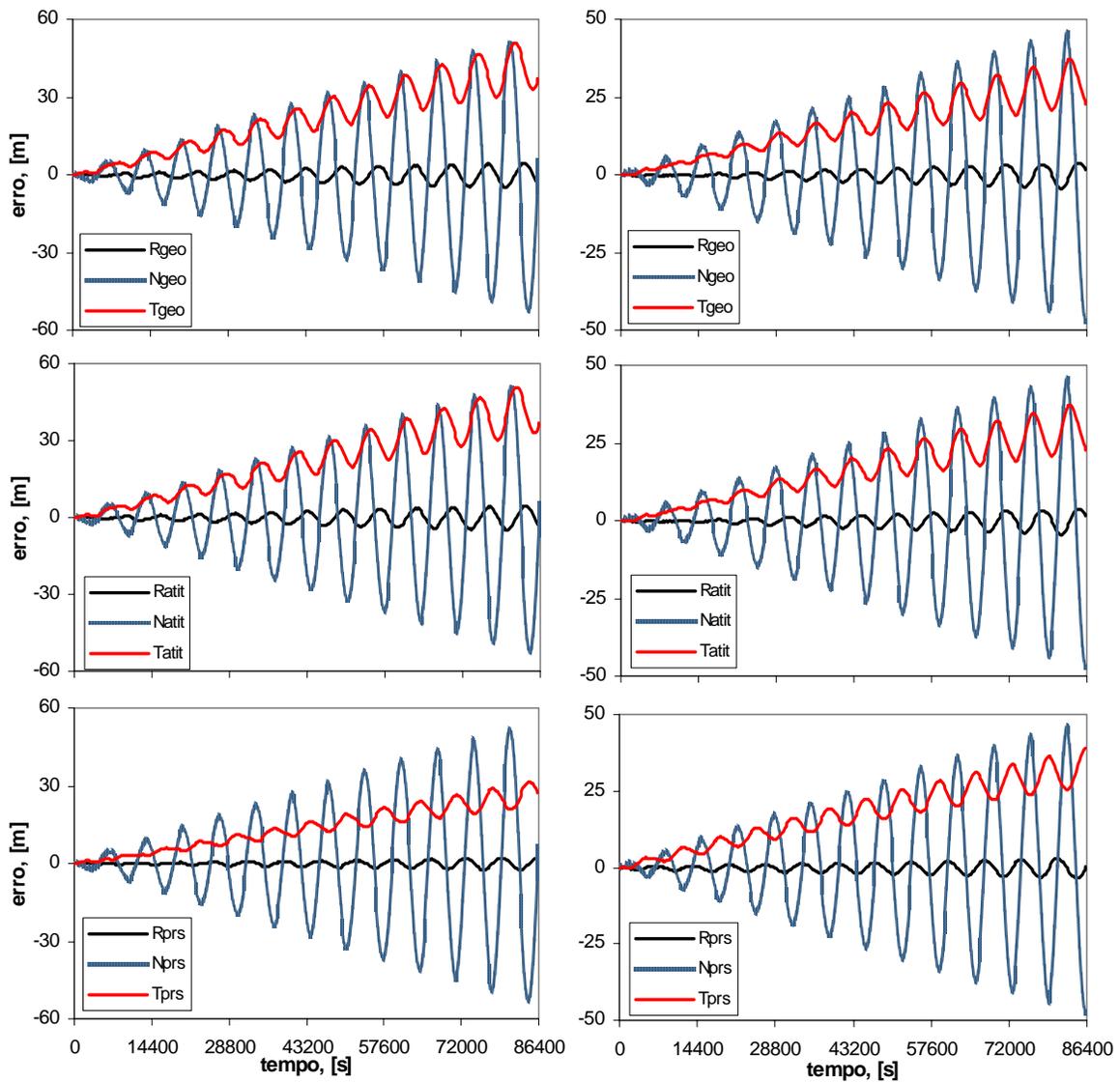


Figura 10.17 - Propagação de órbita em função do tempo com a inclusão do geopotencial, do posicionamento da antena e da pressão de radiação solar direta, para os dias 18/11/93 e 19/11/93

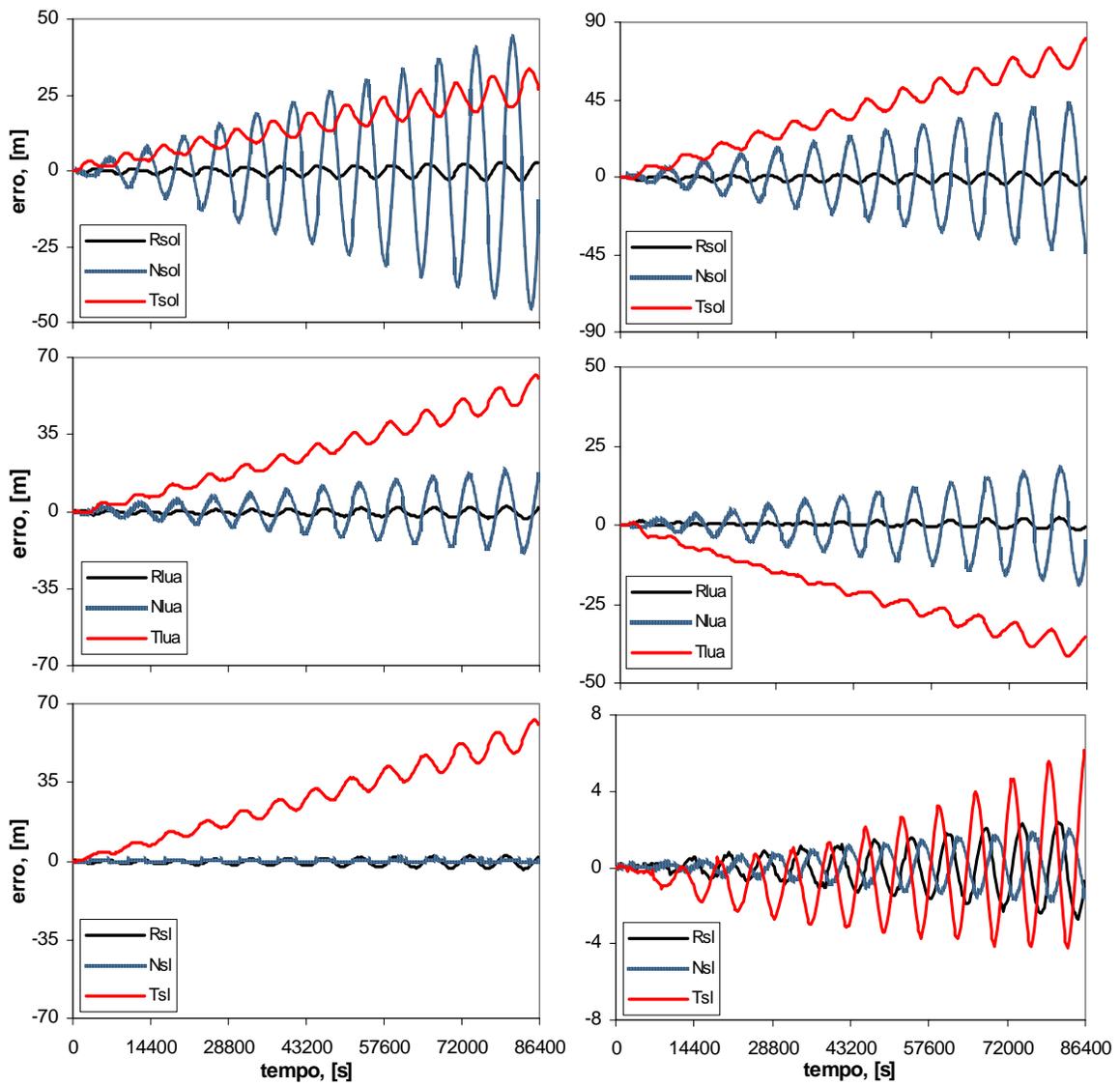


Figura 10.18 - Propagação de órbita em função do tempo com a inclusão da atração do Sol, a da Lua e a luni-solar, para os dias 18/11/93 e 19/11/93

Tabela 10.7 - Valores máximo e mínimo dos erros em cada coordenada do sistema RTN, para as perturbações consideradas, nos dias 18 e 19

Erro (m) - 18/11/93 - 24 horas				
Modelo	valor	R	N	T
geo	<i>Máximo</i>	4.79	51.08	51.08
	<i>Mínimo</i>	-5.41	-53.05	-0.24
atitude	<i>Máximo</i>	4.79	51.08	51.08
	<i>Mínimo</i>	-5.41	-53.05	-0.24
prs	<i>Máximo</i>	2.43	51.57	31.58
	<i>Mínimo</i>	-0.71	53.50	-0.24
sol	<i>Máximo</i>	3.07	43.64	33.70
	<i>Mínimo</i>	-3.62	-45.30	-0.27
lua	<i>Máximo</i>	2.66	18.15	61.69
	<i>Mínimo</i>	-3.42	-18.84	-0.75
sol-lua	<i>Máximo</i>	2.77	0.80	62.90
	<i>Mínimo</i>	-3.93	-0.76	-0.38
Erro (m) - 19/11/93 - 24 horas				
Modelo	valor	R	N	T
geo	<i>Máximo</i>	3.88	45.77	37.65
	<i>Mínimo</i>	-4.47	-47.49	-0.28
atitude	<i>Máximo</i>	3.88	45.77	37.65
	<i>Mínimo</i>	-4.47	-47.49	-0.28
prs	<i>Máximo</i>	2.90	46.09	39.04
	<i>Mínimo</i>	-3.62	-47.75	-0.24
sol	<i>Máximo</i>	2.96	43.15	80.45
	<i>Mínimo</i>	-4.80	-43.75	-0.97
lua	<i>Máximo</i>	2.60	17.83	0.97
	<i>Mínimo</i>	-1.57	-18.60	-41.80
sol-lua	<i>Máximo</i>	2.68	1.99	6.37
	<i>Mínimo</i>	-2.78	-1.81	-4.40

Pelas Figuras 10.17 e 10.18 e pela Tabela 10.7 é possível extrair informações importantes para a análise da propagação de órbita. Considerar apenas o geopotencial ou incluir o posicionamento da antena GPS do T/P no modelo da dinâmica do sistema não altera sensivelmente os resultados da propagação de órbita, pois o comportamento dos erros ao

longo do tempo é muito semelhante, sendo inclusive os valores máximo e mínimo dos erros idênticos nos dois casos, para as três componentes, tanto no dia 18 quanto no dia 19.

Já a inclusão da pressão de radiação solar direta causa, no dia 18, cerca de 20 m de melhora no erro máximo da componente transversal, cerca de 2 m nos erros máximo e mínimo da componente radial e praticamente não altera o valor da componente normal, enquanto, no dia 19, diminui em torno de 1 m as amplitudes máxima e mínima da componente radial, porém não causa melhorias nas demais componentes. As comparações do caso “prs” foram feitas em relação aos resultados do caso “geo”.

A atração do Sol praticamente não melhora as amplitudes dos erros das componentes radial e transversal no dia 18, mas diminui cerca de 8 m os erros máximo e mínimo da componente normal e, no dia 19, não afeta valores máximo e mínimo dos erros das componentes radial e normal, no entanto, dobra o erro máximo da componente transversal. Estes valores da atração do Sol foram comparados com o caso “prs”.

A atração do Lua, no dia 18, praticamente não altera as amplitudes da componente radial, mas diminui cerca de 30 m os erros máximo e mínimo da componente normal e dobra a amplitude máxima da componente transversal e, no dia 19, diminui cerca de 2 m o valor máximo do erro da componente radial, cerca de 30 m as amplitudes da componente normal e praticamente não altera os valores da componente transversal, no entanto, inverte seus valores, ou seja, em módulo, o erro mínimo é maior que o erro máximo na componente transversal. Em ambos os dias, os valores da atração da Lua também foram comparados com o caso “prs”.

E por fim, a atração luni-solar, no dia 18, reduz cerca de 50 m as amplitudes da componente normal, cerca de 2 m as da componente radial e aumenta cerca de 10 m o

erro máximo da componente transversal e, no dia 19, apresenta o melhor resultado de todo o conjunto analisado, diminuindo em torno de 1,5 m as amplitudes da componente radial, em torno de 40 m as da componente normal e em torno de 30m o erro máximo da componente transversal.

Todos os valores deste caso, por ser o melhor dos casos de atração gravitacional analisados, foram comparados com os resultados do caso inicial “geo”.

10.4 Conclusões do Capítulo

A fim de extrair novas conclusões do Capítulo, serão necessárias ainda as análises de duas tabelas: a Tabela 10.6, que mostra as amplitudes máxima e mínima dos erros em coordenadas orbitais nos seis casos analisados, para os dias 18 e 19 e para o curto e o longo período; e a Tabela 10.8, que apresenta as estatísticas destes mesmos erros, em termos da média e do desvio padrão, para os dias 18 e 19, no entanto, apenas para o período de 24 horas. A razão para esta análise foi ter sido detectado um perfil senoidal ao longo do tempo, claramente visível para as componentes radial e normal, neste intervalo de tempo, além de uma combinação de um perfil secular associado a este comportamento senoidal para a componente transversal.

Os melhores casos para análise, detectados entre todos os testes, foram o acréscimo do efeito da pressão de radiação solar direta em relação ao geopotencial e o da atração luni-solar, também em relação ao geopotencial. Isto porque a pressão de radiação solar já inclui o efeito da atitude e a atração Sol-Lua produz os melhores efeitos, quando comparada à atração do Sol e à atração da Lua isoladamente, conforme Seção 10.3.4.

Para o curto período de 2 horas, no dia 18, a pressão de radiação solar diminui até 43% o valor da componente radial e 16% o valor transversal e, no dia 19, até 32% o valor da componente radial e 26% o valor da transversal. Em ambos os casos, ela não atua

favoravelmente na componente normal. Já a atração luni-solar, no dia 18, diminui no máximo 42% o valor da componente radial, 91% o valor da normal e 30% o valor da transversal e, no dia 19, no máximo 45% o valor da componente radial, 29% o valor da normal e também 29% o valor da transversal.

Para o longo período de 24 horas, no dia 18, a pressão de radiação solar diminui até 42% o valor da componente radial e 30% o valor transversal e, no dia 19, até 20% o valor da componente radial e 7% o valor da transversal. Em ambos os casos, ela não atua favoravelmente na componente normal, conforme ocorreu para o curto período. Já a atração luni-solar, no dia 18, diminui no máximo 48% o valor da componente radial, 97% o valor da normal e 47% o valor da transversal e, no dia 19, no máximo 23% o valor da componente radial, 81% o valor da normal e 41% o valor da transversal.

Em termos dos erros nas componentes radial e transversal não se justificaria a inclusão da atração luni-solar, mas ela se torna fundamental na medida em que é responsável pela acentuada queda nas amplitudes dos erros na componente normal e, conseqüentemente, no módulo do erro em posição, que é invariante com o sistema de coordenadas, mas sofrerá alterações se os valores de suas componentes forem diminuídas.

No dia 18/11, por exemplo, para o curto período, o valor máximo do erro do módulo de posição quando somente se considera o geopotencial é 4,61 m, quando se inclui a pressão de radiação solar direta é 4,49 m e cai para 1,36 m se a atração luni-solar for considerada. Isto indica uma melhoria de 70% com a inclusão da atração Sol-Lua, contra apenas 3% de melhoria da pressão de radiação solar.

Neste mesmo dia, para o longo período, o máximo do módulo do erro de posição apenas com o geopotencial é 29,31 m, quando se inclui a pressão de radiação solar direta é 28,11 m e cai para 6,57 m se a atração luni-solar for considerada. Isto indica uma diminuição no

valor máximo de 78% com a inclusão da atração Sol-Lua, contra apenas 4% com a inclusão da pressão de radiação solar.

Já no dia 19/11, para o curto período, o valor máximo do módulo de posição quando somente se considera o geopotencial é 5,06 m, quando se inclui a pressão de radiação solar direta é 4,28 m e cai para 3,68 m se a atração luni-solar for considerada. Isto indica uma melhoria de 27% com a inclusão da atração Sol-Lua, contra 15% de melhoria da pressão de radiação solar.

Neste mesmo dia, para o longo período, o máximo do módulo de posição apenas com o geopotencial é 27,74 m, quando se inclui a pressão de radiação solar direta é 26,11 m e cai para 9,34 m se a atração luni-solar for considerada. Isto indica uma diminuição no valor máximo de 66% com a inclusão da atração Sol-Lua, contra apenas 6% com a inclusão da pressão de radiação solar.

A Tabela 10.8 mostra as estatísticas dos erros (média e desvio-padrão) nas componentes radial, normal, e transversal, para DO de longo período de 24 horas.

No modelo “prs”, em relação ao “geopotencial”, os desvios-padrão na componente radial diminuiram cerca de 0,5 m; não se alteraram na normal, e diminuiram 1 m na transversal. Este fato mostra que a pressão de radiação melhora o modelo de forças nas componentes radial e transversal.

No modelo “sl” (que considera geopotencial, pressão de radiação solar e atração Sol-Lua) em relação ao geopotencial, a melhoria foi significativa. Os desvios-padrão diminuiram cerca de 1 m na componente radial, pelo menos 6 m na normal e cerca de 2 m na transversal.

Após a inserção desse conjunto de perturbações, notou-se que erros senoidais de frequência aproximada de um ciclo por período orbital ficaram remanescentes. O esforço para diminuição desses erros está na direção da inclusão de acelerações não modeladas (residuais) empíricas (SOYKA e DAVIS, 2001). No momento, o objetivo do trabalho se ateve a forças fisicamente modeláveis. Acredita-se que, antes da inclusão das acelerações empíricas, ainda há margem para inclusão de efeitos fisicamente modeláveis, como efeitos de marés sólidas e oceânicas, precessão e nutação de coordenadas, efeitos relativísticos, etc.

Tabela 10.8 - Estatística dos erros no sistema RTN para 24 horas, nos dia 18 e 19, considerando todas as perturbações analisadas

Erros (m) - Geopotencial						
	<i>18/11/1993</i>			<i>19/11/1993</i>		
	R	N	T	R	N	T
média	0.063	-0.374	-1.298	0.077	-0.391	-1.956
desvio padrão	2.468	11.184	5.096	3.071	10.657	6.042
Erros (m) - Atitude						
	<i>18/11/1993</i>			<i>19/11/1993</i>		
	R	N	T	R	N	T
média	0.062	-0.385	-0.437	0.078	-0.394	-1.105
desvio padrão	2.005	11.165	4.240	2.672	10.780	5.250
Erros (m) - PRS						
	<i>18/11/1993</i>			<i>19/11/1993</i>		
	R	N	T	R	N	T
média	0.063	-0.348	-0.349	-0.005	-0.370	-1.131
desvio padrão	1.796	11.259	3.954	2.499	10.776	4.988
Erros (m) - Sol						
	<i>18/11/1993</i>			<i>19/11/1993</i>		
	R	N	T	R	N	T
média	0.090	-0.382	-0.375	0.009	-0.188	-1.088
desvio padrão	1.769	9.785	3.789	2.475	9.935	4.929
Erros (m) - Lua						
	<i>18/11/1993</i>			<i>19/11/1993</i>		
	R	N	T	R	N	T
média	0.000	0.051	-0.306	-0.036	-0.175	-1.172
desvio padrão	1.577	3.770	3.362	2.266	5.438	4.588
Erros (m) - Sol-Lua						
	<i>18/11/1993</i>			<i>19/11/1993</i>		
	R	N	T	R	N	T
média	0.028	0.016	-0.331	-0.019	-0.004	-1.125
desvio padrão	1.522	0.342	3.169	2.219	3.568	4.462

11 CONCLUSÕES E SUGESTÕES

Neste Capítulo serão expostas as principais conclusões deste trabalho e as sugestões para trabalhos futuros, de acordo com os fatos descobertos no desenvolvimento do mesmo.

11.1 Conclusões

O objetivo deste trabalho foi aprimorar um sistema de determinação de órbita de um satélite que leva um receptor GPS a bordo. Usam-se medidas de pseudo-distância coletadas pelo receptor GPS em uma única frequência L1, entre o satélite usuário e a constelação GPS, para processamento pelo estimador de órbita. O estimador considerado foi o método de mínimos quadrados recursivo através de rotações ortogonais de Givens, com a finalidade de minimizar armazenamento e de evitar problemas numéricos e de inversão de matrizes. O modelo de forças incluiu o geopotencial até ordem e grau 50 (com coeficientes do modelo JGM-2), um modelo de pressão de radiação específico para o satélite Topex/Poseidon T/P (que inclui a posição da antena e, em última análise, a influência da atitude do satélite) e a atração gravitacional luni-solar. O período de análise cobriu um curto período de 2 horas (aproximadamente um período orbital do T/P) e um longo período de 24 horas, para dois dias distintos (18 e 19 de novembro de 1993). Apesar do atraso ionosférico não afetar significativamente o resultado de determinação de órbita (CHIARADIA et al., 2000(b)), as medidas de pseudo-distância foram corrigidas do efeito ionosférico. Assumiu-se que requisitos de tempo real não estavam presentes, entretanto, considerou-se conveniente manter baixo custo computacional, com precisão suficiente para posicionamento de satélites ao nível de 10 m para 24 horas de dados.

Resultados deste trabalho, utilizando dados reais do T/P, para os dias 18 e 19 de novembro de 1993, foram comparados com os arquivos de referência do POE/JPL (Precision Orbit Ephemeris / Jet Propulsion Laboratory). Para determinação de órbita (DO) de curto período de 2 horas, o módulo do erro em posição foi de 2 a 6 m,

dependendo do modelo de forças utilizado (o mais completo e o que inclui apenas perturbações devidas ao geopotencial). Já para DO de longo período (24 horas), o módulo do erro em posição ficou entre 7 e 30 m, conforme o modelo de forças se tornou mais complexo. Todos os casos foram analisados sem a degradação dos sinais das medidas, isto é, somente incluindo satélites GPS com SA (disponibilidade seletiva) desativada.

Os resíduos de pseudo-distância, para os dias 18 e 19, tipicamente mantiveram um desvio padrão entre 3 e 5 m para 2 horas e entre 11 e 13 m para 24 horas. A alteração do modelo de perturbações não alterou significativamente as estatísticas. Já a média esteve próxima de zero após convergência, para quaisquer dia ou período, conforme mostrou a Tabela 10.5.

Os resultados obtidos neste trabalho mostram que as perturbações devidas à atração gravitacional luni-solar têm maior influência na determinação de órbita que aquelas devidas à pressão de radiação solar, pois como foi mostrado na Seção 10.4, o modelo que inclui pressão de radiação melhora no máximo 15% a precisão em posição, enquanto o modelo que inclui a atração luni-solar (e também a pressão de radiação solar direta) melhora a mesma precisão no mínimo 27%, chegando até a 78%. Esta inversão de ordem de importância entre tais perturbações se deve a acelerações não modeladas residuais que aparecem na modelagem da pressão de radiação solar e do geopotencial, fato que não ocorre com a atração luni-solar, e porque o modelo de pressão de radiação solar está incompleto.

Através dos resultados obtidos, verificou-se ainda que o método de mínimos quadrados através de rotações sequenciais de Givens e o uso do posicionamento via GPS mostraram confiabilidade e precisão suficientes para a determinação de órbitas de satélites artificiais, chegando ao nível abaixo de 10 m com certo esforço de modelagem das perturbações

orbitais principais (geopotencial de alta ordem, atração gravitacional do Sol e da Lua, e pressão de radiação solar direta).

11.2 Sugestões para Extensão do Trabalho

Neste trabalho, o procedimento de determinação de órbitas apresentado utilizou dados reais do satélite Topex/Poseidon. Os resultados obtidos foram comparados com os arquivos de referência do POE/JPL, que apresentam estimativas de posição com erro de no máximo 15 cm, enquanto este trabalho apresentou estimativas de posição com erros de no máximo 2 m para curto período (2 horas) e 7 m para longo período (24 horas), considerando o modelo completo de forças utilizado. Para que estes erros sejam menores ainda, com base em algumas dificuldades passadas durante o desenvolvimento deste trabalho, algumas sugestões são feitas, no sentido de melhorar o procedimento de determinação de órbita:

- Incluir na modelagem da dinâmica do problema um modelo de geopotencial mais preciso, aumentando a ordem e o grau do modelo JGM-2 adotado ou substituindo-o por um modelo mais sofisticado, o JGM-3, grau de ordem 70. Vale ressaltar que aumentar a ordem e o grau do modelo aumentará a carga computacional e poderá gerar problemas numéricos, dada a ordem de grandeza de alguns coeficientes dos harmônicos esféricos (10^{-127}).
- Incluir perturbações modeláveis de menor magnitude: arrasto atmosférico, marés terrestres e oceânicas, efeito relativístico e outras forças de radiação (albedo, radiação infravermelho, radiação térmica).
- Estimar as acelerações não modeladas decorrentes do truncamento do modelo do geopotencial e da força de pressão de radiação modelada em função da atitude, das superfícies do satélite e das condições do ambiente espacial (fluxo solar). É

importante salientar que estimar tais acelerações causaria mudanças drásticas no algoritmo de determinação de órbita, por alterar significativamente a dimensão do vetor de estado a ser analisado. A estimação de acelerações na frequência $\frac{1}{\text{revolução}}$, geraria cerca de 12 acelerações por dia (12 órbitas por dia), do tipo $A + B\text{sen}(\omega t + \phi)$. Se os parâmetros A , B e ϕ são estimados e acelerações nas componentes normal e transversal são modeladas, o estado aumenta em 72 elementos.

- Utilizar medidas GPS mais precisas (desvio-padrão de 5 mm), do tipo fase da portadora, o que implica em adicionar o problema de resolver as ambigüidades relacionadas com este tipo de medida, de difícil tratamento.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANSELMO, L.; BERTOTTI, B.; FARINELLA, P.; MILANI, A.; NOBILI, A. M. Orbital perturbations due to radiation pressure for a spacecraft of complex shape. **Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy**. v. 29, n. 1, p. 27-43, Jan. 1983.

ANTRESIAN, P. G.; ROSBOROUGH, G. W. Prediction of radiant energy forces on the Topex/Poseidon spacecraft. **Journal of Spacecraft and Rockets**. v. 29, n. 1, p. 81-90, Jan.-Feb. 1992.

BATE, R. R.; MUELLER, D. D.; WHITE, J. E. **Fundamentals of astrodynamics**. 1. ed. New York: Dover Publication, 1971. 456 p. ISBN: 978-048-660061-1.

BERTIGER, W. I. et al. GPS precise tracking of TOPEX/POSEIDON: results and implications. **Journal of Geophysical Research**. v. 99, n. C12, p. 24449-24464, Dec. 1994.

BIERMAN, G. J.; THORNTON, C. L. **Numerical comparison of Kalman filter algorithms**: orbit determination case study. Langley: NASA - Jet Propulsion Laboratory, 1976. 33 p. (IAF PAPER 76-015).

BINNING, P. W. GPS, dual frequency, SA free satellite navigation. In: Navigation Technology for the Third Millennium, 52, 19-21 June 1996, Cambridge. **Proceedings ...** Boston, MA: ION Publications, 1996. p. 803-812.

BINNING, P. W. **Absolute and relative satellite to satellite navigation using GPS**. 163 p. Thesis (Doctor of Philosophy Degree, Aerospace Engineering Sciences) - University of Colorado, Boulder, 1997.

BINNING, P. W. Satellite orbit determination using GPS pseudoranges under SA. **Advances in the Astronautical Sciences**. Spaceflight Mechanics, v. 95, n. 1, p. 183-193, Feb. 1997(a).

BISNATH, S. B.; LANGLEY, R. B. Precise a posteriori geometric tracking of low Earth orbiter with GPS. **Canadian Aeronautics and Space Journal**. v. 45, n. 3, p. 245-252, 1999.

BISNATH, S. B.; LANGLEY, R. B. Precise a posteriori tracking of low Earth orbiter with GPS point positioning. In: Look at the Changing Landscape of Navigation Technology, 57, 22-24 Jan. 2001, Long Beach. **Proceedings ...** Boston: ION Publications, 2001. p. 723-733.

BRYANT, R. W. **The effect of solar radiation pressure on the motion of an artificial satellite**. Langley: NASA - Langley Research Center, 1961. 9 p. (NASA TN D-1063).

BUTKOV, E. **Física matemática**. 1. ed. Rio de Janeiro: Editora LTC, 1988. 724 p. ISBN: 85-2161145-5.

CAPPELLARI, J. O.; VELEZ, C. E.; FUCHS, A. J. **Mathematical theory of the Goddard trajectory determination system**. Greenbelt: NASA/GSFC Report, 1976. 3 Volumes. (GSFC X-582-7677).

CHIARADIA, A. P. M.; DA SILVA FERNANDES, S.; VILHENA DE MORAES, R. Application of the GPS system for preliminary satellite orbit determination. **Advances in Space Research**. v. 19, n. 11, p. 1671-1675, Oct. 1997.

CHIARADIA, A. P. M. **Determinação e manobras autônomas de órbitas de satélites artificiais em tempo real usando medidas GPS de única frequência**. 202 p. (INPE-8755-TDI/798). Tese (Doutorado em Mecânica Espacial e Controle) - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), São José dos Campos, 2000.

CHIARADIA, A. P. M.; GILL, E.; MONTENBRUCK, O.; KUGA, H. K.; PRADO, A. F. B. A. **Algorithms for onboard orbit determination using GPS-OBODE-GPS**. Braunschweig: German Space Operations Center (DLR), 2000(a). 43 p. (DLR-GSOC TN 00-04).

CHIARADIA, A. P. M.; KUGA, H. K.; PRADO, A. F. B. A. Investigation on ionospheric correction models for GPS signals. In: PRADO, A. F. B. A. (Ed.). **Advances in space dynamics**. São José dos Campos: INPE, 2000(b). cap. 16, p. 214-219. ISBN: 85-901487-1-8.

DANA, P. H. **GPS overviews**. Disponível em: <http://www.colorado.edu/geography/gcraft/notes/gps/gps_f.html>. Acesso em: 15 jul. 2006.

DOW, J. M.; MUR, T. M.; CASOTTO, S.; FELTENS, J.; MARTÍNEZ; C. G.; PEREZ, M. A. B. Determination of satellite orbits with GPS. In: International Symposium on Space Flight Dynamics, 14, 22-28 May 1994, St Petersburg-Moscow. **Proceedings ...** Moscow: Russian Academy of Sciences, 1994. p. 22-28.

EL-ENNA, A. A. Analytical treatment of the Earth oblateness and solar radiation pressure effects on an artificial satellite: I. the equations of motion. **Applied Mathematics and Computation**. v. 138, n. 2-3, p. 443-453, June 2003.

- EL-ENNA, A. A. Analytical treatment of the Earth oblateness and solar radiation pressure effects on an artificial satellite: II. the solution. **Applied Mathematics and Computation**. v. 151, n. 1, p. 121-145, Mar. 2004.
- EL-SAFTAWY, M. I.; EL-ENNA, A. A. The relativistic and direct solar radiation pressure effects on an axially symmetric spacecraft: I. the Hamiltonian and the canonical equations of motion. **Applied Mathematics and Computation**. v. 132, n. 2-3, p. 505-514, Nov. 2002.
- EL'YASBERG, P. E. **Introduction to the theory of flight of artificial Earth satellites**. Jerusalem: Israel Program for Scientific Translations, 1967. 345 p.
- FERRAZ-MELLO, S. Action de la pression de radiation sur le mouvement d'un satellite artificiel de la Terre. In: 14th International Astronautical Congress, 14, 25 Sept. - 1 Oct. 1963, Paris. **Proceedings ...** Warsaw: [s. n.], 1965. v. 4, p. 41-50.
- FERRAZ-MELLO, S. Analytical study of the Earth's shadowing effects on satellite orbits. **Celestial Mechanics**. v. 5, n. 1, p. 80-101, Jan. 1972.
- GELB, A. **Applied optimal estimation**. Cambridge: The MIT Press, 1974. 374 p. ISBN: 978-0-262-57048-0.
- GIVENS, J. W. Computation of plane unitary rotations transforming a general matrix to triangular form. **Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics**. v. 6, n. 1, p. 26-50, 1958.
- GOLUB, G. H.; VAN LOAN, C. F. **Matrix computations**. 3. ed. Baltimore: The Johns Hopkins University Press, 1996. 728 p. ISBN: 978-0-8018-5414-9.
- GOMES, Vivian Martins. **Determinação de órbitas de satélites artificiais em tempo real através da solução de navegação de GPS**. 2004-05-25. (INPE--TDI). Dissertação (Mestrado em Mecânica Espacial e Controle) - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), São José dos Campos, 2004.
- GURTNER, W. RINEX: the receiver-independent exchange format. **GPS World**. v. 5, n. 7, p. 48-52, 1994.
- HOUSEHOLDER, A. S. Unitary triangularization of a nonsymmetric matrix. **Journal of the Association for Computing Machinery**. v. 5, n. 4, p. 339-342, Oct. 1958.
- KAULA, W. M. **Theory of satellite geodesy: application of satellites to geodesy**. New York: Dover Publications, 2000. 140 p. ISBN: 0-486-41465-5. (reprint edition).

KNOCKE, P. C.; RIES, J. C.; TAPLEY, B. D. Earth radiation pressure effects on satellites. **AIAA/ Advances in the Astronautical Sciences**. Astrodynamics Conference, p. 577-587, Aug. 1988.

KOVALEVSKY, J. **Introduction to celestial mechanics**. 1. ed. New York: Springer-Verlag, 1967. 134 p. ISBN: 9027701261.

KUGA, H. K. **Matriz de transição do movimento kepleriano elíptico**. São José dos Campos: Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), 1986. 20 p. (INPE-3779-NTE/250).

KUGA, H. K. **Determinação de órbitas de satélites artificiais terrestres através de técnicas de estimação combinadas a técnicas de suavização de estado**. 249p. (INPE-4959-TDL/079). Tese (Doutorado em Mecânica Espacial e Controle) - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), São José dos Campos, 1989.

LÁLA, P.; SEHNAL, L. The Earth's shadowing effects in the short-periodic perturbations of satellite orbits. **Bulletin of the Astronomical Institute of the Czechoslovakia**. v. 20, n. 6, p. 327-239, May 1969.

LANGLEY, R. B. A GPS glossary. **GPS World**. v. 6, n. 10, p. 63-65, 1995.

LAUTMAN, D. A. Perturbations of a close-Earth satellite due to sunlight diffusely reflected from the Earth. II - variable albedo. **Celestial Mechanics**. v. 16, n. 1, p. 3-25, Sept. 1977.

LAWSON, C. L.; HANSON, R. J. **Solving least squares problems**. Philadelphia: Soc. for Industrial & Applied Math., 1974. 340 p. ISBN: 978-0-898713-56-5.

LEICK, A. **GPS satellite surveying**. 3. ed. New York: John Wiley & Sons, 2003. 464 p. ISBN: 978-0-471-05930-1.

LUTCKHE, S. B.; MARSHALL, J. A. **Nonconservative forces model parameter estimation estategy for Topex/Poseidon precise orbit determination**. Greenbelt: NASA/GSFC Report, 1992. 42 p. (NASA TM-104575).

MARSHALL, J. A.; ANTRESIAN, P. G.; ROSBOROUGH, G. W.; PUTNEY, B. H. Modeling radiation forces acting on satellites for precision orbit determination. **Advances in the Astronautical Sciences**. Astrodynamics Conference, v. 76, Part I, p. 72-96, Aug. 1991.

MARSHALL, J. A.; LUTHCKE, S. B. Modelling radiation forces on Topex/Poseidon for precision orbit determination. **Journal of Spacecraft and Rockets**. v. 31, n. 1, p. 99-105, Jan.-Feb. 1994.

MONICO, J. F. G. **Posicionamento pelo NAVSTAR-GPS: descrição, fundamentos e aplicações**. 1. ed. São Paulo: Editora UNESP, 2000. 287 p. ISBN: 8571393281.

MONTENBRUCK, O.; SUAREZ, M. **A modular fortran library for sequential least-squares estimation using QR-factorization**. Oberpfaffenhofen: German Space Operations Center (DLR), 1994. (DLR-GSOC IB 94-05).

MUSEN, P. The influence of the solar radiation pressure on the motion of an artificial satellite. **Journal of Geophysical Research**. v. 65, n. 5, p. 1391-1396, May 1960.

NEREM, R. S.; PUTNEY, B. H.; MARSHALL, J. A.; LERCH, F. G.; PAVLIS, E. C.; KLOSKO, S. M.; LUTHCKE, S. B.; PATEL, G. B.; WILLIAMSON, R. G.; ZELENSKY, N. P. Expected orbit performance for the Topex/Poseidon mission. **IEEE Transactions on Geosciences and Remote Sensing**. v. GE-31, n. 2, p. 333-354, Mar. 1993.

PARKINSON, B.W.; SPILKER Jr., J. J. **Global positioning system: theory and applications**. Reston: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1996. 793 p. ISBN: 978-1563472497.

PINES, S. Uniform representation of the gravitational potential and its derivatives. **AIAA Journal**. v. 11, n. 11, p. 1508-1511, Nov. 1973.

PRADO, A. F. B. A.; KUGA, H. K. (Eds). **Fundamentos de tecnologia espacial**. São José dos Campos: INPE, 2001. 220 p. ISBN: 85-17-00004-8.

RAIMUNDO, P. C. P.; KUGA, H. K.; LOPES, R. V. F. Comparações do método de mínimos quadrados recursivo aplicado à determinação de órbita. In: IV Congresso Nacional de Engenharia Mecânica, 4, 22-25 ago. 2006, Recife. **Anais ... Recife**: [s. n.], 2006. 10 p. 1 CD-ROM.

ROY, A. E. **Orbital motion**. 3. ed. Bristol: Adam Hilger, 1988. 548 p. ISBN: 978-0852742297.

SEHNAL, L. Effects of the terrestrial infrared radiation pressure on the motion of an artificial satellite. **Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy**. v. 25, n. 2, p. 169-179, Oct. 1981.

SILVA, A. A. **Determinação de órbitas com o GPS através de mínimos quadrados recursivo com rotações de Givens**. 103 f. Dissertação (Mestrado em Física) – Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá (FEG/UNESP), Guaratinguetá, 2001.

SILVA, A. A.; VILHENA DE MORAES, R.; KUGA, H. K. Orbit determination with GPS using recursive least square method with Givens rotations. In: WINTER, O. C.; PRADO, A. F. B. A. (Ed). **Advances in space dynamics 3**: applications in astronautics. São José dos Campos: INPE, 2002. cap. 11, p. 122-131. ISBN: 85-17-00006-4.

SCHUTZ, B. E.; TAPLEY, B. D.; ABUSALY, P. A. M.; RIM, H. J. Dynamic orbit determination using GPS measurements from Topex/Poseidon. **Geophysical Research Letters**. v. 21, n. 19, p. 2179-2182, Sept. 1994.

SOYKA, M. T.; DAVIS, M. A. Estimation of periodic accelerations to improve orbit ephemeris accuracy. In: AAS/AIAA Spaceflight Mechanics Meeting, 108, 11-15 Feb. 2001, Santa Barbara. **Proceedings ...** Reston: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2001. v. 108, Part II, p. 1123-1140. ISBN: 0877034877.

SZEBEHELY, V. G.; MARK, H. **Adventures in celestial mechanics**. 1. ed. New York: John Wiley & Sons, 1967. 310 p. ISBN: 0-471-13317-5.

VILHENA DE MORAES, R. **Trajatórias de veículos espaciais**. São José dos Campos: CTA/ITA, 1978. Único. 100 p.

VILHENA DE MORAES, R. Non-gravitational disturbing forces. **Advances in Space Research**. v. 14, n. 5, p. 45-68, 1994.

VILHENA DE MORAES, R.; FITZGIBBON, K. T.; WALTER, F. O sistema GPS. **Revista ITA Engenharia**. v. 1, n.1, p. 47-50, 1994(a).

VILHENA DE MORAES, R.; SILVA, A. A.; KUGA, H. K. Low cost orbit determination using GPS. In: 5th International Conference on Mathematical Problems in Engineering and Aerospace Sciences, 5, 2-4 June 2004, Timisoara. **Proceedings ...** Cambridge: Cambridge Scientific Publishers, 2005. p. 487-493. ISBN: 1904868487.

VOKROUHLICKY, D.; SEHNAL, L. Cloud coverage aspects of the albedo effect. **Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy**. v. 57, n. 3, p. 493-508, 1993.

WERTZ, J. R. **Spacecraft attitude determination and control**. D. Reidel Publishing Company, Dordrecht: 1978. 863 p. ISBN: 90-227-1204-2.

WYATT, S. P. **The effect of radiation pressure on the secular acceleration of satellites.** Cambridge: Smithsonian Astrophysical Observatory Special Report, 1961. n. 60, 15 p.

PUBLICAÇÕES TÉCNICO-CIENTÍFICAS EDITADAS PELO INPE

Teses e Dissertações (TDI)

Teses e Dissertações apresentadas nos Cursos de Pós-Graduação do INPE.

Manuais Técnicos (MAN)

São publicações de caráter técnico que incluem normas, procedimentos, instruções e orientações.

Notas Técnico-Científicas (NTC)

Incluem resultados preliminares de pesquisa, descrição de equipamentos, descrição e ou documentação de programa de computador, descrição de sistemas e experimentos, apresentação de testes, dados, atlas, e documentação de projetos de engenharia.

Relatórios de Pesquisa (RPQ)

Reportam resultados ou progressos de pesquisas tanto de natureza técnica quanto científica, cujo nível seja compatível com o de uma publicação em periódico nacional ou internacional.

Propostas e Relatórios de Projetos (PRP)

São propostas de projetos técnico-científicos e relatórios de acompanhamento de projetos, atividades e convênios.

Publicações Didáticas (PUD)

Incluem apostilas, notas de aula e manuais didáticos.

Publicações Seriadas

São os seriados técnico-científicos: boletins, periódicos, anuários e anais de eventos (simpósios e congressos). Constam destas publicações o Internacional Standard Serial Number (ISSN), que é um código único e definitivo para identificação de títulos de seriados.

Programas de Computador (PDC)

São a seqüência de instruções ou códigos, expressos em uma linguagem de programação compilada ou interpretada, a ser executada por um computador para alcançar um determinado objetivo. São aceitos tanto programas fonte quanto executáveis.

Pré-publicações (PRE)

Todos os artigos publicados em periódicos, anais e como capítulos de livros.