



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA E TECNOLOGIA
INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS

INPE-14168-TDI/1085

**SISTEMAS DE CONTROLE DIFUSO COM ESCALONAMENTO
DE GANHOS PARAMETRIZADO PELA REFERÊNCIA (FRGS)**

José Ernesto de Araujo Filho

Tese de Doutorado do Curso de Pós-Graduação em Computação Aplicada, orientada
pelos Drs. Sandra Aparecida Sandri e Karl Heinz Kienitz, aprovada em
13 de junho de 2006.

681.325.6

Araujo Filho, J. E.

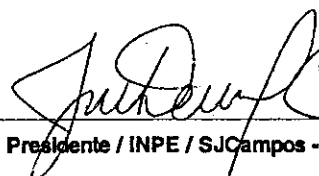
Sistemas de controle difuso com escalonamento de ganhos parametrizado pela referência (FRGS) / J. E. Araujo Filho. – São José dos Campos: INPE, 2006.

194p.; (INPE-14168-TDI/1085).

1 Sistema difuso. 2. Escalonamento de ganhos. 3. Controle adaptativo. 4. Estabilidade. 5. Função de Lyapunov. 6. Controle difuso. 7. Câmara de teste termovácuo. 8. Qualificação de satélites. 9. Sistema Difuso com Escalonamento de Ganhos Parametrizado pela Referência (FRGS). I. Título.

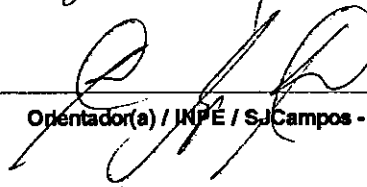
Aprovado (a) pela Banca Examinadora
em cumprimento ao requisito exigido para
obtenção do Título de Doutor(a) em
Computação Aplicada

Dr. José Demísio Simões da Silva



Presidente / INPE / SJC Campos - SP

Dra. Sandra Aparecida Sandri



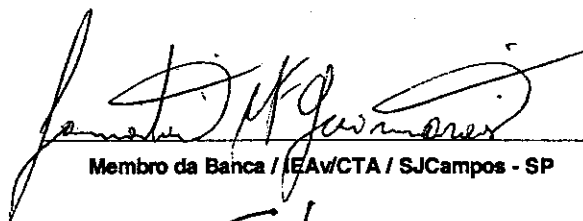
Orientador(a) / INPE / SJC Campos - SP

Dr. Karl Heinz Kienitz



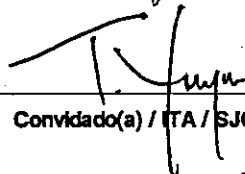
Orientador(a) / ITA / SJC Campos - SP

Dr. Lamartine Nogueira Frutuoso
Guimarães



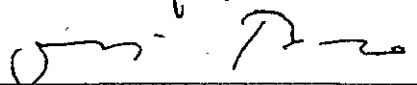
Membro da Banca / IEAVCTA / SJC Campos - SP

Dr. Takashi Yoneyama



Convidado(a) / ITA / SJC Campos - SP

Dr. Atair Rios Neto



Convidado(a) / EMBRAER / SJC Campos - SP

Aluno (a): José Ernesto de Araujo Filho

São José dos Campos, 13 de junho 2006

*“Educação não o faz feliz e nem o torna livre.
Nós não nos tornamos felizes só porque somos livres - se é que somos -
ou porque nós nos comportamos com educação - se é que temos -,
mas porque a educação pode ser o meio pelo qual
percebemos que somos felizes.
Ela abre nossos olhos e ouvidos;
conta-nos onde se escondem os prazeres; convence-nos que
só existe uma liberdade que realmente importa.
Aquela da mente.*

*E ela nos dá segurança, a confiança para o caminho da mente,
que nossa mente educada proporciona”.*

ÍRIS MURDOCH, (escritora e filósofa irlandesa)

*A milhares de seres no mundo que não tiveram, não têm e não
terão a chance de estudar, se aprimorar e aumentar suas dimensões
do conhecimento; também para aqueles que, nem por isto, deixam
de ser sábios;
a meus ancestrais, em particular, aos meus avós, e
a meus pais, Ernesto e Angela;
a "Samaria";
e a uma pessoa muito especial Elizabeth
dedico.*

AGRADECIMENTOS

Ao Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE, pela oportunidade que me foi outorgada de realizar o curso de doutorado em tão conceituada instituição.

Aos membros da banca examinadora pela análise do trabalho e sugestões recebidas.

Aos meus orientadores, Prof. Dr. Karl H. Kienitz e Prof. Dra. Sandra A. Sandri, meu eterno agradecimento pela dedicação e apoio durante a realização deste trabalho. Gostaria de agradecer o modo seguro, compreensivo e amigável de orientação.

Ao Dr. Clovis Pereira – chefe do Laboratório de Integração e Testes (LIT), onde ocorreram as experiências e implementação – que, sempre solidário, acreditou e apoiou meu trabalho; e aos colegas do laboratório que sempre me incentivaram.

Aos professores e pesquisadores do INPE que contribuíram para meu crescimento profissional e pessoal. Em particular, aos professores do departamento de Computação Aplicada (CAP): Dr. Airam Preto, Dr. Gerald Banon, Dr. Elbert Macau, Dr. Heyder Hey, Dr. Lamartine Guimarães, Dra. Leila Fonseca, Dr. Stephan Stephany. Em especial, gostaria de agradecer ao Dr. José Demísio Simões da Silva, pelas orientações e apoio fundamental em todas as etapas do processo do doutorado, essenciais para a conclusão deste trabalho. Estendo estes agradecimentos aos pesquisadores que também estiveram presentes nesta caminhada: Dr. Fernando M. Ramos, Dr. Haroldo Campos Velho, Dr. Barroso, Dra. Maisa Terra, Dr. Reinaldo Rosa, e a tantos outros colaboradores, estudantes e amigos da pós-graduação que em pequenas conversas, em pequenos detalhes deixaram também sua contribuição. Agradeço ainda à Vanessa, secretária da CAP, assim como à Carol, Lafaiete e todos da Pós-Graduação (SPG) que deram seu apoio durante esta caminhada.

Às professoras Maria da Glória, Herundina e Neusa, as minhas alfabetizadoras e educadoras, que – com toda paciência e dedicação que só os verdadeiros mestres têm – me ensinaram a dar os primeiros passos rumo ao conhecimento e crescimento espiritual. Aos professores da Escola Estadual Caetano Azeredo, às freiras do Colégio Monte Calvário, aos professores do Colégio Santo Agostinho, aos professores do Colégio Municipal Marconi, aos professores do Centro Federal de Educação Tecnológica, aos professores da Pontifícia Universidade Católica, aos professores do Instituto Tecnológica de Aeronáutica meus sinceros agradecimentos. Ao professor Ricardo Baía quando, no segundo grau técnico, nos apresentou um texto para análise e discussão

em sala sobre Jean-Jacques Rousseau e Thomas Hobbes. Foi onde tudo começou.

A meu pai, José Ernesto De Araujo, que me ensinou a questionar e procurar o saber; à minha mãe, Maria Angela Aleixo Angelo, que me ensinou o valor humano e social, e a continuar sempre (!) em frente; ao meu padastro, Sebastião Alves de Castro, que me ensinou o valor do trabalho e a dedicar-me a um ideal; à minha irmã, Ana Luiza Angelo de Castro, que me instiga a todos os instantes a rever os meus conceitos e ver o mundo com outra perspectiva.

A meus avós, Paulo Angelo[†], Ursula Aleixo[†], Maria Aramuni de Araujo[†], referências em minha vida, e Eudócio Medeiros de Araujo[†]. A meus parentes e familiares que sempre estenderam um sorriso e um apoio fraterno: meus tios e tias foram pais; meus primos e primas foram irmãos. Em particular, meus padrinhos Maurício e Zélia Aleixo que, além de segundos pais, através de uma orientação na busca de um caminho profissional, me alertaram que existia uma terceira via e que poderia me interessar algum dia por invenções, pesquisas, inovações e descobertas.

À “Samaria”, uma referência, e à Ana de Jesus, aquelas que estiveram sempre presente na minha infância, sempre prontas a vir ao meu auxílio.

À Elizabeth pelo apoio incondicional e seguro nesta trajetória rumo ao término do doutorado e me ajudou a me conhecer melhor, progredir, compreender melhor as pessoas. Agradeço-a ainda por me ensinar a ver a vida de forma colorida e também pelo carinho e amor que me deu forças para prosseguir nesta caminhada. Agradecimentos especiais por me acompanhar na minha recuperação hospitalar.

À Olívia, Katheryn, e Pierrete – fadas madrinhas – que abriram minha mente, meu coração e têm sido grandes amigas. Vocês me ajudaram a ser uma pessoa melhor.

Aos amigos, um tesouro da vida, e a tantos outros que continuam presentes no coração e na lembrança. A muitas outras pessoas, outros seres, que não têm seus nomes expressos, mas que contribuíram para meu aprimoramento humano !!

A todos do INPE, familiares, amigos que torceram, oraram pela minha recuperação após o acidente. Com vocês foi mais fácil superar as adversidades. Dois milímetros fazem muita diferença !!

A Deus !

RESUMO

Uma nova classe de sistemas de controle difuso não-lineares e adaptativos denominada *sistemas de controle difuso com escalonamento de ganhos indexados pela referência* (FRGS), que combina as características adaptativas de controladores com escalonamento de ganhos e as características não-lineares do método de controladores difusos (fuzzy), é proposta. Além de incorporar a experiência de operadores humanos, esta abordagem permite incluir conhecimento sobre a variação nos conceitos relacionados às funções de pertinência, diante de mudanças nas condições de operação do sistema com o qual se está interagindo. Este conhecimento permite que a superfície de controle se adapte, quando necessário, às alterações das condições de operação, principalmente determinadas pela referência (*set-point*) – ou outros sinais exógenos representando ou relacionados a objetivos, contexto, ambiente, distúrbio de carga etc. Ao ajustar os parâmetros do sistema difuso através de modificações introduzidas nas propriedades das funções de pertinência de acordo com diferentes condições de operação, esta abordagem pode ser aplicada tanto no projeto de controladores quanto em sistemas de suporte a decisão, ou na modelagem de sistemas dinâmicos.

FUZZY REFERENCE GAIN-SCHEDULING (FRGS) CONTROL SYSTEMS

ABSTRACT

A new class of adaptive, nonlinear and fuzzy systems titled *Fuzzy Reference Gain-Scheduling* (FRGS) systems, which combines the adaptive features of gain-scheduling along with the nonlinear characteristics of fuzzy controllers, is presented here. Besides the experience of human operators are incorporated by the parameters of control, this approach can include knowledge about variation in the concepts underlying the membership functions, due to changes in operational conditions. This knowledge allows the control surfaces to adapt as required by operational conditions, mainly determined by the reference (set-point) – or some exogenous signals representing or related to goals, context, environment, load disturbance etc. When setting up the parameters of the fuzzy system through the modifications introduced in the membership function properties according to different operational conditions this approach can be applied to control design as well as to fuzzy decision support systems or dynamical system modelling.

SUMÁRIO

Pág.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO	25
1.1 - Considerações Iniciais	25
1.2 - Motivação: Aplicação Espacial e Industrial	27
1.3 - Objetivo e Resultados Esperados	29
1.4 - Desenvolvimento do Trabalho	30
CAPÍTULO 2 - SISTEMA DIFUSO COM ESCALONAMENTO DE GANHOS: Um breve histórico	33
2.1 - Sistemas Dinâmicos: Modelagem, Decisão e Controle	33
2.2 - Sistemas Dinâmicos com Escalonamento de Ganhos	35
2.3 - Sistemas de Controle Convencionais com Escalonamento de Ganhos	38
2.4 - Sistemas de Controle Difuso com Escalonamento de Ganhos	46
CAPÍTULO 3 - SISTEMA DIFUSO COM ESCALONAMENTO DE GANHOS PARAMETRIZADO PELA REFERÊNCIA	53
3.1 - Considerações Iniciais	53
3.2 - Sistemas Difusos com Escalonamento de Ganhos Parametrizados pela Referência (FRGS)	54
3.3 - Modelo FRGS	64
3.3.1 - Modelo FRGS Relacional	64
3.3.2 - Modelo FRGS Mamdani	69
3.3.3 - Modelo FRGS Takagi-Sugeno (FRGS-TS)	69
3.4 - Sistema de Controle FRGS	77
3.4.1 - Controlador FRGS Takagi-Sugeno: $\theta_i(t) = r_i(t)$	79
3.4.2 - Controlador FRGS Takagi-Sugeno: $\theta_i(t) \neq r_i(t)$	83
3.4.3 - Sistema de Controle FRGS Takagi-Sugeno	84
3.5 - Análise de Estabilidade de Sistemas de Controle FRGS	92

CAPÍTULO 4 - EXEMPLO ILUSTRATIVO	105
4.1 - Sistema Dinâmico de um Tanque e Controle FRGS	105
4.2 - Sistema Dinâmico de um Tanque e Controle com Análise por cada Referência	114
4.3 - Sistema Dinâmico de um Tanque e Controle com Ruído	116
4.4 - Sistema Dinâmico de um Tanque e Controle: Diversas Respostas Dinâmicas	118
4.5 - Sistema Dinâmico de um Tanque e Controle com Ruído: Diversas Respostas Dinâmicas	121
CAPÍTULO 5 - PROJETO E DESENVOLVIMENTO DO SISTEMA DE CONTROLE DA CÂMARA DE TESTE TERMOVÁCUO PARA QUALIFICAÇÃO ESPACIAL	125
5.1 - Controle FRGS Aplicado ao Sistema de Teste Termovácuo	125
5.2 - Qualificação de Sistemas Espaciais	126
5.3 - Funcionamento da Unidade (Câmara) de Teste Termovácuo	127
5.4 - Descrição do Problema	129
5.5 - Sistema de Controle Atual	134
5.6 - Controle FRGS Aplicado Qualificação Ambiental Espacial	136
5.7 - Experimentos e Resultados Obtidos	141
CAPÍTULO 6 - CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	145
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	151
APÊNDICE A - SISTEMAS DIFUSOS	165
A.1 - Conjuntos Difusos	165
A.2 - Operadores de Implicação	171
A.3 - Variáveis lingüísticas, Termos lingüísticos	172
A.4 - Modificadores Lingüísticos (qualificadores difusos, bordas)	173
A.5 - Lógica Difusa e Raciocínio Aproximado	174
A.5.1 - Proposição Condicional Difusa e a Regra Composicional de Inferência .	174
A.5.2 - Produto Cartesiano	179
A.5.3 - Relações Difusas Simples e Compostas	179
A.5.4 - Grafos difusos e o Mapeamento Difuso através de Regras	180
A.5.5 - Partição Difusa	181

A.6 - Controladores Difusos	182
A.6.1 - Modelo Difuso Relacional	184
A.6.2 - Modelo Difuso Mamdani	185
A.6.3 - Modelo Difuso Takagi-Sugeno	186
A.6.4 - Sistema de Controle Difuso Takagi-Sugeno	192

LISTA DE FIGURAS

	<u>Pág.</u>
2.1 Regiões de operação para sistemas dinâmicos.	36
2.2 Categorias para a linearização de um sistema não-linear.	37
2.3 Exemplo de arquiteturas para sistemas de controle com escalonamento de ganhos.	39
2.4 Projeto do controlador para cada modelo do comportamento dinâmico referente a uma região de operação distinta.	39
2.5 Mapeamento não-linear quando regiões difusas assumem grau de ativação entre 0 e 1.	47
2.6 Sistema difuso com escalonamento de ganhos: condições de operação interpoladas por funções de pertinência.	50
3.1 Controle FRGS.	57
3.2 Linearização em relação a uma trajetória nominal, exemplo com dois estados.	57
3.3 Funções de pertinência adaptativas modificadas de acordo com sinal externo, r	59
3.4 Limite de alteração das funções de pertinência adaptativas modificadas de acordo com sinal externo, θ	59
3.5 Estratégias de controle utilizada para compor o sistema de controle FRGS.	61
3.6 Sistema FRGS (Fuzzy Reference Gain-Scheduling).	62
3.7 Conjuntos difusos adaptativos para diferentes valores de referência e suas superfícies de controle diferentes.	63

3.8	Ajuste das funções de pertinência em função da referência.	66
3.9	Influência de um sinal exógeno (referência, objetivo, ambiente, contexto) na resposta dinâmica de sistemas difusos empregando medidas difusa (distribuição de possibilidade) e singular.	67
3.10	Tipos de medidas, M	68
3.11	Exemplos de FRGS funcionando como modificador lingüístico.	69
3.12	Controlador difuso Takagi-Sugeno ordem zero original (controlador difuso singleton): variação no núcleo.	73
3.13	Controlador FRGS Takagi-Sugeno: abordagem com escalonamento de ganhos (gain-scheduling) bidimensional.	74
3.14	Sistema de controle FRGS Takagi-Sugeno: abordagem com escalonamento de ganhos (gain-scheduling).	76
3.15	Construção geral do sistema de controle difuso parametrizado pela referência (FRGS).	78
3.16	Diagrama do sistema de controle difuso com escalonamento de ganhos baseado na referência (Fuzzy Reference Gain Scheduling (FRGS) Control System): controle em avanço, $\theta_i = r_i$	79
3.17	Controlador FRGS.	81
3.18	Diagrama do sistema de controle difuso com escalonamento de ganhos baseado na referência (Fuzzy Reference Gain Scheduling (FRGS) Control System): malha aberta.	83
3.19	Técnica de projeto de compensação paralela e distribuída (PDC – <i>Parallel Distributed Compensator</i>).	84
3.20	Projeto de sistema de controle FRGS por compensação paralela e distribuída (PDC – <i>Parallel Distributed Compensator</i>).	93
4.1	Sistema dinâmico controlado.	105

4.2	Esquema para comparação entre controladores FRGS, Fuzzy clássico e PID.	106
4.3	Detalhes da estruturado controlador FRGS Mamdani.	107
4.4	Parâmetros do controlador difuso clássico empregados no exemplo.	109
4.5	Parâmetros do controlador FRGS proposto para os três diferentes níveis de referência.	112
4.6	Resposta para controlador FRGS, Fuzzy clássico e PID.	113
4.7	Resposta intervalar para controlador FRGS, Fuzzy clássico e PID	115
4.8	Esquema com distúrbio (ruído) para comparação entre controladores FRGS, Fuzzy clássico e PID.	116
4.9	Sinal de distúrbio inserido na malha do sistema.	117
4.10	Resposta para controlador FRGS, Fuzzy clássico e PID.	117
4.11	Resposta intervalar para controlador FRGS, Fuzzy clássico e PID para diferentes conjuntos de sinais de referência.	119
4.12	Resposta intervalar para controlador FRGS, Fuzzy clássico e PID para diferentes conjuntos de sinais de referência.	122
5.1	Exposição do satélite a condições espaciais.	126
5.2	Câmaras de teste termovácuo do Laboratório de Integração e Testes (LIT) no INPE.	127
5.3	Vista geral da câmara de teste termovácuo.	127
5.4	Diagrama da câmara de teste termovácuo.	128
5.5	Diferentes sistemas espaciais durante a etapa de qualificação do teste termovácuo.	129
5.6	Destaque do espécime utilizado.	130

5.7	Teste na câmara operando em regime nominal (sem carga)	131
5.8	Teste na câmara operando com carga passiva (sem emissão de calor) . . .	132
5.9	Sistema de controle original para a câmara de teste termovácuo.	134
5.10	Diagrama atual de Controle e Aquisição de Dados.	135
5.11	Características dinâmicas da câmara de teste termovácuo e do controlador FRGS.	136
5.12	Sistema de Controle Difuso Supervisório FRGS utilizado durante os experimentos.	137
5.13	Funções de pertinência utilizadas para o projeto do controlador.	139
5.14	Resposta dinâmica para o primeiro teste.	142
5.15	Resposta transiente para o sinal do segundo teste.	142
A.1	Exemplo de conjuntos difusos (convexos), Suporte e Núcleo.	168
A.2	Funções de pertinência, termos lingüísticos e variáveis lingüísticas.	172
A.3	Partições Difusas.	182
A.4	Estrutura básica do Controlador Fuzzy.	183
A.5	Representações para sistemas difusos.	184

LISTA DE TABELAS

	<u>Pág.</u>
4.1 Parâmetros das funções de pertinência para o controlador difuso clássico.	110
4.2 Parâmetros das funções de pertinência para o controlador difuso clássico.	111
4.3 Comparação de desempenho de controladores PID, Fuzzy clássico e FRGS	114
4.4 Comparação de desempenho de controladores PID, Fuzzy clássico e FRGS: por nível	114
4.5 Comparação de desempenho de controladores PID, Fuzzy clássico e FRGS com ruído	118
4.6 Comparação de desempenho de controladores PID, Fuzzy clássico e FRGS: valor médio	118
4.7 Comparação de desempenho de controladores PID, Fuzzy clássico e FRGS: $ref = (2; 0, 5; 0, 7; 2, 7; 3)$ (Figura: 4.11(a))	120
4.8 Comparação de desempenho de controladores PID, Fuzzy clássico e FRGS: $ref = (2; 3; 1; 0, 1; 2, 7)$ (Figura: 4.11(b))	120
4.9 Comparação de desempenho de controladores PID, Fuzzy clássico e FRGS: $ref = (2; 1; 2, 5; 0, 5; 1, 5)$ (Figura: 4.11(c))	120
4.10 Comparação de desempenho de controladores PID, Fuzzy clássico e FRGS: $ref = 1, 5; 2; 2, 5; 3; 3, 5$ (Figura: 4.11(d))	120
4.11 Comparação de desempenho de controladores PID, Fuzzy clássico e FRGS: $ref = (3; 2; 1; 0; 3)$ (Figura: 4.11(e))	120
4.12 Comparação de desempenho de controladores PID, Fuzzy clássico e FRGS: $ref = (3; 1; 3; 1; 3)$ (Figura: 4.11(f))	121
4.13 Comparação de desempenho de controladores PID, Fuzzy clássico e FRGS: $ref = (2; 0, 5; 0, 7; 2, 7; 3)$ (Figura: 4.11(a))	121

4.14	Comparação de desempenho de controladores PID, Fuzzy clássico e FRGS: $ref = (2; 3; 1; 0; 1; 2, 7)$ (Figura: 4.11(b))	123
4.15	Comparação de desempenho de controladores PID, Fuzzy clássico e FRGS: $ref = (2; 1; 2, 5; 0, 5; 1, 5)$ (Figura: 4.11(c))	123
4.16	Comparação de desempenho de controladores PID, Fuzzy clássico e FRGS: $ref = 1, 5; 2; 2, 5; 3; 3, 5$ (Figura: 4.11(d))	123
4.17	Comparação de desempenho de controladores PID, Fuzzy clássico e FRGS: $ref = (3; 2; 1; 0; 3)$ (Figura: 4.11(e))	123
4.18	Comparação de desempenho de controladores PID, Fuzzy clássico e FRGS: $ref = (3; 1; 3; 1; 3)$ (Figura: 4.11(f))	123
5.1	Termos Lingüísticos: Erro, e , e Variação do erro, Δe	139
5.2	Ação de Controle baseada na Referência Positiva/Negativa	141
A.1	Termos básicos da teoria de conjuntos difusos.	169
A.2	Propriedade das T-normas e T-conormas.	170
A.3	Principais T-normas e T-conormas.	171
A.4	Principais operadores de implicação.	171

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

“*Nitimur in vetitum* ¹”

(Ovídio, poeta romano)

1.1 Considerações Iniciais

Apresenta-se neste trabalho uma nova classe de sistemas de controle difusos não-lineares e adaptativos, cujos parâmetros (ganhos) do controlador são ajustados modificando-se as funções de pertinência de acordo com diferentes condições de operação estabelecidas por um sinal exógeno, em particular pela referência *set-point*. Esta abordagem, denominada **sistemas de controle difusos com escalonamento de ganhos parametrizados pela referência** (*fuzzy reference gain-scheduling (FRGS) control systems*), se insere na classe de sistemas de controle automático que combinam características de sistemas de controle difuso (*fuzzy control systems*) com características de sistemas de controle com escalonamento de ganhos (*gain-scheduling controllers*).

Um dos benefícios de empregar sistemas de controle difuso é que ele apresenta comportamento não-linear, robustez, aproximação universal, capacidade de lidar com imprecisões, incertezas e verdades parciais (NGUYEN; SUGENO, 1998). Da perspectiva da tese proposta aqui, a possibilidade de lidar com incertezas e imperfeições no sistema de controle permite trabalhar com imperfeições também nas condições de operação. Por sua vez, uma das vantagens de utilizar o sistema de escalonamento de ganhos é que ele é projetado para garantir que se obtenha o desempenho desejado em regiões de operação preestabelecidas e, como tal, apresenta características adaptativas (auto-sintonizáveis²). Todavia, se um número limitado de pontos de operação é utilizado, o desempenho do sistema global será fraco. Por outro lado, se for usada uma larga faixa de condições de operação para melhorar o desempenho, tem-se a

¹Lancemo-nos ao proibido.

²*Auto-sintonizar* é o ajuste do controlador pela demanda do usuário, enquanto *controle adaptativo* é usado para descrever um controlador cujos ganhos são continuamente ajustados para satisfazer as mudanças na dinâmica do processo ou distúrbios. O termo adaptativo é utilizado aqui tanto para referenciar sistemas auto-sintonizáveis, escalonamento de ganhos, como para mecanismos de identificação-adaptação conforme utilizado em (ASTROM *et al.*, 1992).

desvantagem de um elevado custo computacional. O ganho do controle difuso combinado com o controle com escalonamento de ganhos é uma alternativa para lidar com um menor número de condições de operação ao mesmo tempo que permite obter um desempenho global satisfatório.

O método proposto pode ser aplicado tanto na etapa de fuzificação³, quanto na etapa de defuzificação em sistemas difusos (Apêndice A). Enquanto esta abordagem determina os parâmetros do controlador *on-line* e em tempo real para gerar superfícies de controle em função da referência, sistemas de controle difuso com escalonamento de ganhos podem ser encontrados na literatura, mas limitados a trabalhar diretamente, ou indiretamente, com a seleção de parâmetros locais de controle previamente calculados.

Neste trabalho, supõe-se que a referência apresenta um comportamento variável, mas descrita por uma função constante por partes. Desta forma, o controlador FRGS pode ser classificado como um controlador difuso constante por partes (*piecewise fuzzy controller*), controlador difuso LPV (*linear parameter variation*) e, se restrito a controladores Takagi-Sugeno, controlador difuso Takagi-Sugeno afim (*affine Takagi-Sugeno fuzzy controller*).

A abordagem FRGS é uma solução para lidar com problemas em que a dinâmica dos sistemas seja linear, ou não-linear, ou mesmo variante no tempo. Pode ainda ser aplicada a sistemas em que a representação das características dinâmicas seja difícil de modelar por equações diferenciais, principalmente pela presença de não-linearidades intrínsecas do modelo manipulado, ou mesmo devido à complexidade⁴ do sistema.

O sistema de controle FRGS aqui proposto pode estar relacionado tanto com sistemas difusos do tipo lingüístico (modelo de Mamdani) quanto do tipo interpolativo (modelo de Takagi-Sugeno). A ênfase deste trabalho, no entanto, será neste último, que foi o modelo adotado em um projeto prático-experimental no Laboratório de Integração e Testes (LIT), um departamento do Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE). Este projeto engloba o desenvolvimento do sistema de controle

³Os termos *fuzificação* e *defuzificação* serão utilizados no texto como tradução de *fuzzification* e *defuzzification*, embora os termos codificação e decodificação fossem mais apropriados – mas sejam raramente empregados.

⁴Entende-se por complexidade de um sistema dinâmico, neste contexto, quando esta é determinada pela quantidade de variáveis manipuladas, ou pela qualidade (grau de incerteza e/ou imprecisão) dos parâmetros manipulados.

FRGS aplicado a um sistema de teste termovácuo empregado para emular condições ambientais espaciais a fim de qualificar sistemas espaciais (satélites, dispositivos espaciais etc.)

1.2 Motivação: Aplicação Espacial e Industrial

A fim de verificar o desempenho do método proposto em um problema real de engenharia, a abordagem FRGS é empregada experimentalmente como um mecanismo auxiliar no processo de supervisão e controle de um sistema de teste termovácuo. Durante o processo de qualificação e desenvolvimento de produtos espaciais, câmaras de teste termovácuo são utilizadas para emular condições ambientais no espaço diferentes daquelas existentes na Terra. Vácuo e carga térmica são emulados para garantir que satélites ou sistemas espaciais operem eficientemente quando estiverem em órbita.

O processo de teste termovácuo envolve distintas condições térmicas de operação, quando segue diferentes valores (patamares) de temperatura de referência. Este processo também apresenta diferentes taxas de aquecimento e resfriamento para distintas cargas operacionais. Desde que cada carga operacional apresenta vários comportamentos térmicos, a tarefa de modelar a câmara e os dispositivos espaciais é complicada. A dinâmica não-linear do conjunto câmara e cargas operacionais durante o teste sugere que o uso de controladores convencionais não seja apropriado.

Atualmente, o controle da câmara de teste termovácuo é conduzido por operadores experientes. A fim de garantir segurança, qualidade, baixo custo e eficiência aos testes de qualificação espacial, é de fundamental importância encontrar uma solução adequada que auxilie ou substitua estes operadores. O problema principal é quando surge a necessidade de decidir *qual abordagem de controle é apropriada para determinar a ação necessária para conduzir o processo de teste termovácuo.*

Uma solução possível para controlar automaticamente a câmara de teste termovácuo, satisfazendo os requisitos do setor espacial, é utilizar a própria experiência de operadores de teste. Encontrar uma alternativa de sistema de controle (supervisão) que possa utilizar a própria experiência de operadores de teste requer uma abordagem que seja capaz de imitar o raciocínio e comportamento humanos. A característica de processar informação qualitativa e tratar o raciocínio aproximado tanto quanto informações incertas e imprecisas faz a lógica difusa uma opção para lidar com mo-

delos de representação humanos. Assim, uma abordagem capaz de imitar o raciocínio humano de senso comum e definir valores de referência (*set-points*) para controlar sistemas dinâmicos é o sistema de controle difuso. Sistemas de controle difusos são não-lineares e capazes de lidar com certa parcela de não-linearidade nos processos dinâmicos, como ocorre nas câmaras de teste termovácuo.

Entretanto, o projeto do controlador difuso também necessita lidar com não-linearidades definidas sobre uma variedade de pontos de operação determinados por valores de referência de temperatura constante por partes utilizados durante o teste. O uso de controladores difusos adaptativos é, portanto, uma alternativa para lidar com o problema de sistemas não-lineares, variantes no tempo e com o atraso de resposta, trabalhando em diversas condições de operação determinadas pela referência. A necessidade de representar o raciocínio humano aproximado e que se adapte diante de diferentes condições operacionais requer também uma solução que possa se adaptar de acordo com as metas que se deseja alcançar, ou se adaptar a certas restrições inerentes ao processo manipulado.

A abordagem FRGS proposta neste trabalho é uma alternativa que fornece uma estrutura adaptativa para emular o comportamento do ser humano diante de situações nas quais ele tenha de decidir sobre qual a melhor ação para lidar com o ambiente no qual está inserido a fim de atingir seus objetivos. Ao permitir que as funções de pertinência que representam os objetivos e restrições sejam modificadas pela presença de um fator externo, esta técnica pode ser empregada para construir uma estrutura adaptativa alternativa ao operador humano no controle da câmara de teste termovácuo.

Em resumo, os benefícios de empregar o sistema de controle FRGS a esta aplicação devem ser sua capacidade de lidar com problemas maldefinidos (imperfeições no modelo) ou sistemas complexos, de não utilizar modelos analíticos completos de um sistema dinâmico, e por permitir que se incorpore as características intrínsecas dos sistemas não-lineares, em particular, cujo comportamento dinâmico é função de entradas externas. Adicionalmente, esta abordagem apresenta a vantagem de incluir a característica do sistema de controle com escalonamento de ganhos de responder às mudanças de comportamento dinâmico de acordo com as condições de operação de tal forma que uma solução computacional em tempo real possa ser obtida.

Este método não é limitado a problemas de controle de processos térmicos industri-

ais; o sistema de controle FRGS pode ser aplicado a quaisquer categorias de processos e sistemas industriais que satisfaçam as restrições de comportamento dinâmico assumidas para o controlador proposto. Adicionalmente, esta abordagem FRGS pode também ser aplicada tanto na modelagem de sistemas dinâmicos – por exemplo, modelos difusos com escalonamento de ganhos parametrizados por sinais exógenos constante por partes (*piecewise reference-driven gain-scheduling fuzzy models*) – quanto em processos de decisão (sistemas de suporte a decisão) adaptativos.

1.3 Objetivo e Resultados Esperados

Esta tese tem como objetivo mostrar a viabilidade técnica e operacional da abordagem de um sistema de controle difuso e adaptativo com escalonamento de ganhos parametrizado por um sinal de referência que tem características de ser constante por partes. Apresentando duas componentes, uma parte do sinal de controle é devotada para seguir o sinal de referência (*set-point*), enquanto a outra parte para a atenuação de distúrbio de carga ou distúrbio do sinal de saída. Ao permitir que mudanças causadas por um sinal exógeno (referência) no comportamento dinâmico sejam compensadas por ajustes nas propriedades das funções de pertinência, o método FRGS pode ser aplicado em outros problemas de controle que satisfaçam as condições estabelecidas para esta proposta. Em particular, propõe-se que o sistema de controle FRGS seja uma alternativa para lidar com as limitações e características dinâmicas impostas pela câmara de teste termovácuo. Devido às suas propriedades, a abordagem proposta pretende satisfazer os requisitos para o controle e as exigências estabelecidas pelo setor espacial.

Para o estudo do comportamento de sistemas dinâmicos incorporando os controladores FRGS e sua análise de estabilidade será utilizada uma análise não-linear. Pretende-se com isto mostrar que, através de alterações nas funções de pertinência, é possível controlar e acomodar pequenas alterações do comportamento dinâmico de sistemas não-lineares influenciados por um sinal exógeno.

Adicionalmente, esta proposição visa desenvolver um novo método de projeto de sistemas de controle difuso para a estabilização de sistemas não-lineares. Para isto, utilizar-se-á um método de projeto para controladores estabilizantes quadráticos e, como tal, pretende-se obter uma abordagem simples de se projetar e realizar. Será empregado o “segundo método” de Lyapunov para o projeto do controlador FRGS de forma que a configuração tenha características inerentes de estabilidade.

Diferente das abordagens encontradas na literatura em que as funções de pertinência utilizadas para o projeto do controlador difuso são feitas as mesmas para o modelo difuso do sistema manipulado (*princípio das regras compartilhadas*), esta proposta sugere um controlador difuso em que as funções de pertinência podem não ser, necessariamente, modificadas de acordo com aquelas do modelo difuso. Pela abordagem FRGS proposta, o grau de ativação das funções de pertinência do controlador podem ser modificadas independentemente das funções de pertinência do sistema manipulado. Assim, o grau de ativação das funções de pertinência é obtido tanto pelo valor de entrada, $x(t)$, quanto pela modificação desta dado – por exemplo, mas não limitado – pela referência, i.e., $M_{ip}(x(t), r(t))$, ao invés de fazê-lo em função somente do valor de entrada, $x(t)$, i.e., $M_{ip}(x(t))$, como no caso tradicional.

1.4 Desenvolvimento do Trabalho

Esta proposição tem ao mesmo tempo um caráter de pesquisa aplicada e exploratória e, como tal, o desenvolvimento é dividido em duas etapas. Na primeira, aplica-se o controlador FRGS proposto para a manipulação de um sistema compreendido pela câmara de teste termovácuo do LIT, INPE. Este exemplo, além de justificar a abordagem, mostra sua aplicabilidade em problemas reais. Na segunda, de desenvolvimento teórico, procura-se levantar hipóteses e demonstrar que, com alterações nas funções de pertinência, é possível encontrar um sistema de controle estabilizante capaz de acomodar pequenas alterações do comportamento dinâmico de sistemas não-lineares influenciados por um sinal exógeno.

A fim de direcionar o acesso tanto do conceito proposto, quanto da aplicação em um problema real de engenharia industrial, em particular, relacionado ao setor espacial, apresenta-se o trabalho em capítulos distintos para o desenvolvimento teórico e para a aplicação.

No capítulo 2 apresenta-se uma breve revisão histórica das abordagens existentes quando se utilizam sistemas difusos com escalonamento de ganhos. Inicialmente, descreve-se o sistema de controle com escalonamento de ganhos e, em seguida, apresenta-se o sistema de controle difuso. Finalmente, apresenta-se a combinação das duas classes de sistemas através de sistemas difusos com escalonamento de ganhos.

O capítulo 3 apresenta a tese propriamente dita. Formula-se o problema proposto,

assim como o objetivo, as hipóteses e as limitações envolvidas. Apresenta-se os conceitos que deram origem e foram utilizados na construção de sistemas difusos com escalonamento de ganhos parametrizados pela referência. Esta técnica é aplicada primeiro na construção de modelos difusos relacionais, depois a modelos do tipo Mamdani e, por fim, a modelos do tipo Takagi-Sugeno. Em seguida, aplica-se o método FRGS ao projeto de controladores tanto para o problema em que a variável de escalonamento é a mesma do sinal de referência para o sistema dinâmico quanto para o problema que é fornecida em malha aberta. Em malha fechada, o controlador proposto tem sua estabilidade verificada através de métodos quadráticos de análise. Para isto, utiliza-se o “segundo método” de Lyapunov.

No capítulo 4 é realizada a síntese e desenvolvimento do sistema de controle aplicado à câmara de teste termovácuo para qualificação de dispositivos e sistemas espaciais. Uma descrição do sistema de teste termovácuo e o projeto FRGS são mostrados em detalhes.

O capítulo 5 finaliza esta tese com a análise e interpretação dos resultados obtidos. Também estão incluídas sugestões e perspectivas para trabalhos futuros.

Finalmente uma breve apresentação de conceitos e termos básicos relacionados a conjuntos difusos e lógica difusa voltados para sistemas de controle, utilizados neste trabalho, são apresentados no apêndice [A](#).

CAPÍTULO 2

SISTEMA DIFUSO COM ESCALONAMENTO DE GANHOS: Um breve histórico

“O primeiro de todos os problemas de um homem é descobrir que tipo de obra ele deve realizar neste Universo.”

(Thomas Carlyle, historiador escocês)

2.1 Sistemas Dinâmicos: Modelagem, Decisão e Controle

O ser humano tem procurado interagir e entender o ambiente no qual está inserido para satisfazer suas necessidades inerentes ou para assegurar um benefício em particular. Ao compreender as regras e relações que governam os processos naturais, o ser humano deixa de ser apenas um observador passivo e as estruturas da natureza deixam de existir somente para serem admiradas: elas passam a ter *utilidade*.

Quando é possível saber *como* e *porque* tais estruturas ocorrem, o ser humano procura antecipar os acontecimentos futuros. Assim, ao perceber os padrões e regularidades geométricas ou temporais existentes no meio no qual o cerca, ele procura influenciar a natureza. Para tanto, é necessário reconhecer e identificar os padrões e regularidades, *organizar* e *representá-los*, para *estimar* e *predizer* o comportamento futuro, e, assim, *interferir na natureza – fazer uso prático dela*.

Descrever as regularidades e padrões de um sistema dinâmico, de forma que se possa antecipar seu comportamento futuro, pode ser entendido como um problema de *modelagem*. Saber como atuar sobre um sistema de modo que o comportamento dinâmico satisfaça um objetivo (desempenho) dado é um problema de *tomada de decisão* ou de *controle*. Visto desta forma, a relação do ser humano com o ambiente que o cerca pode ser caracterizada pelas atividades de *modelagem*, *decisão* e *controle*.

Padrões e regularidades em modelos, assim como sistemas de controle, podem ser representados, por exemplo, por:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x(t), u(t)) \\ y &= g(x(t), u(t)) \end{aligned} \tag{2.1}$$

sendo que x é o estado representado em um espaço n -dimensional, i.e., $x(t) \in \mathfrak{R}^n$; u , um sinal de entrada m -dimensional, i.e., $u(t) \in \mathfrak{R}^m$; y , um sinal de saída p -dimensional, i.e., $y(t) \in \mathfrak{R}^p$; e tanto $f(., .)$ quanto $h(., .)$ são consideradas funções não-lineares. Neste trabalho estas funções são assumidas continuamente diferenciáveis, i.e., funções suaves.

Um sistema é linear ou não linear dependendo das características lineares ou não das funções f e h . Na realidade, pode-se assumir que a maioria de sistemas dinâmicos apresenta comportamentos não-lineares (SLOTINE; LI, 1991; VIDYASAGAR, 1993).

Em sistemas de controle se está interessado no projeto de controladores para determinar uma ação apropriada:

$$u = K(x(t)) , \quad (2.2)$$

de forma que um dado sistema dinâmico manipulado possa, por exemplo, (i) seguir um valor de referência, (ii) ser estável, (iii) rejeitar influências de sinais de distúrbio não desejados e erros de modelo (NASCIMENTO; YONEYAMA, 2000; THOMAS; ARMSTRONG-HÉLOUVRY, 1995).

Todavia, devido à variação dos parâmetros no tempo e à presença de não-linearidades, o comportamento esperado de um sistema dinâmico está sujeito a mudanças. Se a estas mudanças estão associadas condições de operação do sistema conhecidas antecipadamente, os parâmetros do controlador (ganhos) podem ser ajustados diretamente como função destas condições de operação numa forma pré-programada. Esta abordagem de controle é conhecida como *controladores com escalonamento de ganhos* (ASTROM; WITTENMARK, 1989; APKARIAN; GAHINET, 1995; DOYLE *et al.*, 1988; HUNT; JOHANSEN, 1997; JOHANSEN *et al.*, 1998; LAWRENCE, 2001; LAWRENCE; RUGH, 1995; WANG; RUGH, 1987; LEE *et al.*, 2000; LEITH; LEITHEAD, 1998b; LEITH; LEITHEAD, 1998a; LEITH; LEITHEAD, 1998c; MOSCA; AGNOLONI, 2001; PACKARD, 1994; ROVATTI, 1996; RUGH, 1991; RUGH; SHAMMA, 2000; SHAHRUZ; LANGARI, 1991; SHAMMA; ATHANS, 1990; SHAMMA; ATHANS, 1991; SHAMMA; ATHANS, 1992).

Emprega-se neste trabalho sistemas de controle inteligente baseados na teoria de conjuntos difusos e lógica difusa para a representação do comportamento dinâmico de sistemas. Este trabalho visa lidar com uma classe de sistemas de controle em que se propõe um novo método de projeto denominado *sistemas de controle difuso com escalonamentos de ganhos parametrizados por um sinal exógeno*, em particular, o

sinal de referência (*set-point*). A abordagem proposta enfoca problemas nos quais as funções de pertinência são parâmetros essenciais que determinam as características dinâmicas. Elas são modificadas de acordo com sinais exógenos a fim de acomodar pequenas alterações de um comportamento sistema controlado. A abordagem proposta aqui pode ser estendida tanto para o processo de modelagem de sistemas não-lineares, quanto para sistemas de suporte a decisão e, ainda, agentes, em particular, agentes inteligentes – embora não seja o foco do trabalho aqui proposto.

2.2 Sistemas Dinâmicos com Escalonamento de Ganhos

Uma alternativa para lidar com sistemas não-lineares é trabalhar com modelos lineares locais correspondendo a diversas condições de operação. Desta forma, o modelo na equação (2.1) pode ser reescrito como função de uma variável de escalonamento:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x(t), u(t), \theta(t)) \\ y &= g(x(t), u(t), \theta(t)) \end{aligned} \quad (2.3)$$

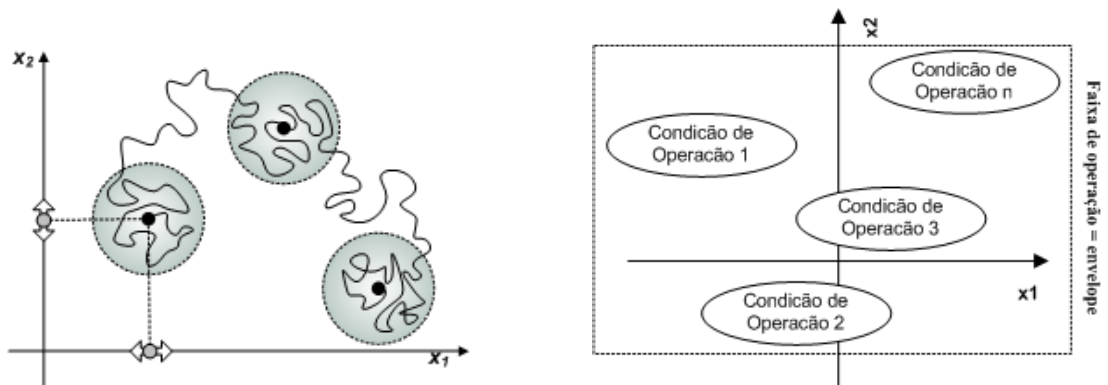
sendo $\theta(t) \in \mathbb{R}^q$ um vetor de possíveis parâmetros do sistema representando os pontos de operação¹, conhecido como variável de escalonamento q-dimensional. Uma lista de possíveis comportamentos dinâmicos com escalonamento de ganhos é mostrado em (MARCHLEUBA *et al.*, 1992).

O projeto de controle com escalonamento de ganhos é uma decomposição de um problema não-linear em subproblemas lineares. Esta decomposição depende de se estabelecer uma relação entre um sistema não-linear e um conjunto finito (uma família) de sistemas lineares.

Regiões de Operação no Projeto com Escalonamento de Ganhos

Estes modelos lineares podem ser obtidos pela linearização de um modelo não-linear em distintos pontos de operação de acordo com as necessidades de desempenho desejadas ou por sistemas não-lineares cujo comportamento dinâmico é naturalmente confinado em determinadas regiões de operação específicas. Assim, uma descrição abstrata (modelo), que capture as características relevantes e úteis capazes de representar o comportamento do sistema nestes pontos de operação, pode ser obtida não só através de um processo de modelagem (caixa branca) pelos princípios primei-

¹Pontos de equilíbrio, regiões de operação, condições de operação, pontos de operação, pontos de ajuste (set points) etc. são assumidos como termos intercambiáveis.



(a) Regiões de operação confinadas em um espaço bidimensional.

(b) Condições de operação determinadas para um sistema não-linear (sistemas distribuídos).

FIGURA 2.1 - Regiões de operação para sistemas dinâmicos.

ros da Física, mas também por um processo de identificação (caixa preta ou caixa cinza) através de dados medidos de entrada e saída. Distintas regiões de operação confinadas em um espaço de estados bidimensional, são mostradas na Figura 2.1(a). Sistemas não-lineares, ou sistemas distribuídos, são, obtidos pela combinação das condições de operação em um dado envelope (faixa) de operação (Figura 2.1(b)).

Em sistemas de controle com escalonamento de ganhos convencionais, controladores locais para um conjunto de modelos lineares invariantes no tempo podem ser projetados, por exemplo, pela linearização de sistemas não-lineares em um conjunto de pontos de equilíbrio (JOHANSEN *et al.*, 1998). Uma das abordagens empregadas para efetuar esta decomposição baseia-se na linearização por expansão de séries válida somente na vizinhança de uma trajetória específica ou pontos de equilíbrio (LEITH; LEITHEAD, 1998a).

Os sistemas em malha fechada em cada ponto de equilíbrio devem ser assintoticamente estáveis. O conjunto de equilíbrio para o sistema da equação (2.1) é dado por $x_{eq} = \{(x, u) \in \mathbb{R}^{n+m} | f(x, u) = 0\}$ e, conseqüentemente, podem ser estendidos à equação (2.3) na forma:

$$\dot{x}_{eq} = 0 \Rightarrow f(x, u, \theta) = 0 . \quad (2.4)$$

Quando se emprega o método de projeto baseado em sistema com escalonamento de ganhos, os pontos de operação e, conseqüentemente, os ganhos do controlador, são instantaneamente determinados pela variável de escalonamento, θ . Esta variável

pode estar relacionada a sinais exógenos ou variáveis internas. O projeto de sistemas de controle envolvendo escalonamento de ganhos pode ser classificado, basicamente, nas seguintes categorias:

- Projeto baseado na linearização em um conjunto de pontos de equilíbrio (Figura 2.2(a))
- Projeto baseado na linearização em relação a uma trajetória nominal (Figura 2.2(b))
- Projeto baseado na linearização em relação a uma região fora das regiões de equilíbrio (*off-equilibrium regions*) (Figura 2.2(c))

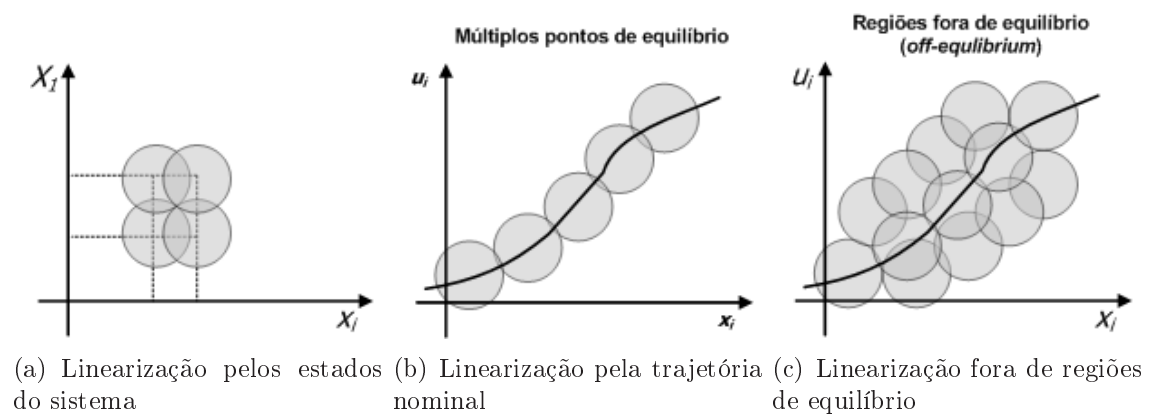


FIGURA 2.2 - Categorias para a linearização de um sistema não-linear.

No primeiro, o sistema de controle é usualmente escalonado pelo sinal de saída, estado ou alguma variável auxiliar (JOHANSEN *et al.*, 1998; LAWRENCE, 2001; RUGH, 1991; RUGH; SHAMMA, 2000; SHAMMA; ATHANS, 1990; SHAHRUZ; LANGARI, 1991; ROVATTI, 1996; PACKARD, 1994; APKARIAN; GAHINET, 1995; LAWRENCE; RUGH, 1995) e requer que a linearização corresponda a um ponto de equilíbrio do sistema não-linear. Esta abordagem é efetiva nas proximidades das regiões de linearização, mas pode ser instável quando trabalhando fora das zonas previamente estabelecidas. Na segunda, o sistema de controle é usualmente escalonado em malha aberta pelo sinal de referência de trajetória, ou alguma entrada exógena auxiliar utilizada para definir a trajetória (JOHANSEN *et al.*, 1998; SHAMMA; ATHANS, 1990; DRIANKOV *et al.*, 1996; SHAHRUZ; LANGARI, 1991; DRIANKOV *et al.*, 1996; PALM; REHFUESS, 1997;

PALM; DRIANKOV, 1999; PALM; DRIANKOV, 2001; PALM; STUTZ, 2003). Assim, trabalha de forma que os controladores modifiquem seus ganhos considerando-se a trajetória de referência ou entradas auxiliares que são escolhidas para definir a trajetória nominal. Quando operando em regiões fora dos pontos de equilíbrio (*off-equilibrium regions*) a lei de controle resultante é obtida pela interpolação dos sistemas de controle linear existentes (JOHANSEN *et al.*, 1998) linearizados em condições de operação desejadas.

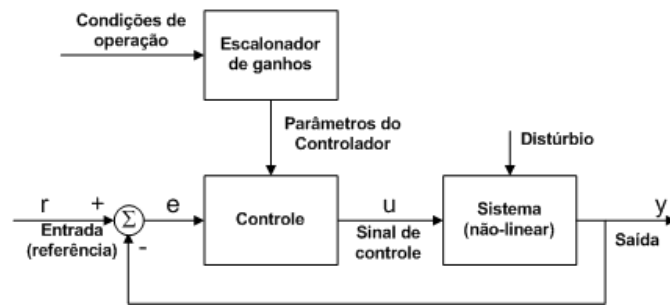
2.3 Sistemas de Controle Convencionais com Escalonamento de Ganhos

O estudo de sistemas dinâmicos com escalonamento de ganhos é fundamentalmente empregado em controle de plantas não-lineares quando se conhece antecipadamente uma relação entre a dinâmica da planta manipulada e condições de operação específicas, mas para os quais modelos lineares e invariantes no tempo não produzem resultados satisfatórios.

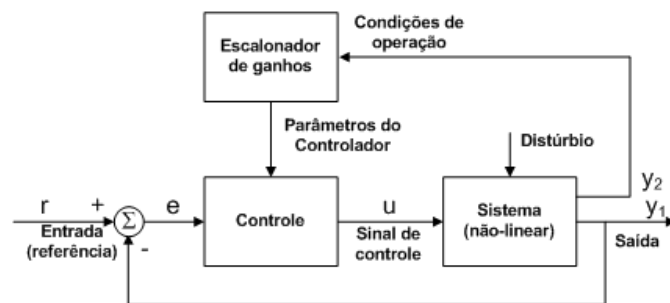
A estrutura de controle cujos parâmetros (ganhos/*gains*) do controlador são alterados (escalonados/*scheduling*) de acordo com condições de operação bem conhecidas é chamada de sistemas de controle com escalonamento de ganhos (*gain-scheduling control system*). O controlador com escalonamento de ganhos é a metodologia mais encontrada na indústria depois de controladores PID (BLANCHETT *et al.*, 2000), principalmente, quando é necessário lidar com não-linearidades no processo manipulado. Vários tipos de sistemas de controle nos quais ganhos são modificados de forma escalonada são apresentados em (MCMILLAN *et al.*, 1994).

Em sistemas convencionais de controle com escalonamento de ganhos, os parâmetros do controlador são modificados de acordo com diferentes condições de operação da planta previamente conhecidas. Algumas das arquiteturas que podem representar esta classe de sistemas de controle são mostradas no diagrama da Figura 2.3.

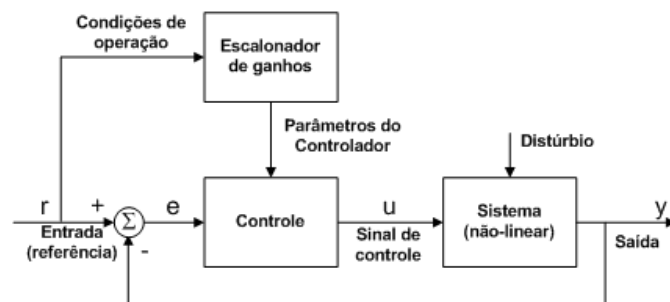
O método que emprega escalonamento de ganhos fornece diferentes conjuntos de parâmetros do controlador que podem ser utilizados para diferentes regiões particionadas pelo espaço de condições de operação, conforme mostrado na Figura 2.3. De acordo com esta família de modelos parametrizados (escalonados/*scheduled*) por uma variável previamente escolhida, um conjunto de controladores é projetado de tal forma que a cada um deles seja associado um modelo linearizado em um ponto de operação (Figura 2.4).



(a) Escalonamento de ganhos em malha aberta, *Look-up Table*



(b) Escalonamento de ganhos por parte dos elementos de saída



(c) Escalonamento de ganhos pela entrada ou referência

FIGURA 2.3 - Exemplo de arquiteturas para sistemas de controle com escalonamento de ganhos.

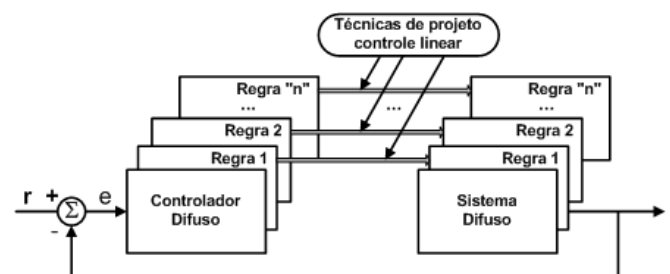


FIGURA 2.4 - Projeto do controlador para cada modelo do comportamento dinâmico referente a uma região de operação distinta.

Após o sistema controlado ter sido linearizado em diferentes pontos de operação, uma matriz ganho do controlador, K , é determinada, por exemplo, por métodos de projeto de controladores lineares. Assim, quando se está projetando controladores para uma família de modelos lineares, o objetivo é encontrar uma lei de controle para cada um destes respectivos modelos na forma:

$$\begin{aligned} u_i(t) &= -K(x(t), \theta_i) , \\ u_i(t) &= -K_{\theta_i}(x(t)) , \end{aligned} \tag{2.5}$$

que deve ser capaz de aproximar uma lei de controle não-linear quando ativa nas diferentes regiões dos respectivos pontos de operação, θ_i .

Esta família de modelos lineares é combinada para formar um sistema não-linear global através de interpolação ou escalonamento dos modelos em cada ponto de operação. Assim, uma vez que cada região de operação é determinada, o controlador encontra o ganho associado a ela ou então interpola entre os diversos ganhos para determinar a ação de controle mais apropriada.

Este conjunto de leis de controle linear garante que o sistema em malha fechada satisfaz os índices de desempenho e os critérios de estabilidade, assim como é robusto a ruídos quando estiver operando próximo às regiões dos respectivos pontos de operação.

O projeto de sistemas de controle com escalonamento de ganhos é, basicamente, dividido nas seguintes etapas: (1) *particionar* o espaço de estados em distintos pontos de operação, (2) *estabelecer* uma família de controladores locais baseados na linearização da planta nas diferentes condições de operação preestabelecidas, (3) *projetar controladores* lineares para os pontos de operação e, finalmente, (4) *interpolar (escalonar)* os ganhos dos sistemas para os projetos locais quando fora dos pontos de operação a fim de encontrar um controlador não-linear global para uma planta não-linear.

Os passos gerais para o projeto do sistema de controle com escalonamento de ganhos são dados a seguir:

- a) *Identificação das variáveis de escalonamento, $\theta(t)$* , que correspondam às mudanças da dinâmica da planta;
- b) *Seleção dos pontos de operação, $\theta_i(t), i = 1, \dots, n$* , que percorram todo o

“universo de atuação” (envelope) da dinâmica da planta baseado nas variáveis de escalonamento;

- c) *Determinação dos modelos lineares invariantes no tempo* que correspondam às aproximações das plantas não-lineares nos pontos de operação. Quando linearizada, as funções f_1, \dots, f_N definem um conjunto de modelos lineares locais.

Por exemplo, uma das abordagens mais utilizadas para associar sistemas não-lineares a sistemas lineares é a linearização baseada na expansão em séries, mesmo sendo válida somente na vizinhança de uma trajetória específica ou pontos de equilíbrio (LEITH; LEITHEAD, 1998a).

Uma vez que a linearização é válida somente na vizinhança de uma trajetória específica ou pontos de equilíbrio - ou seja, se está interessado somente no comportamento dinâmico em torno de pontos específicos de funcionamento - e lembrando que nos pontos de operação tem-se que $f_{\theta_i}(x, u) = f(x_{eq}^i, u_{eq}^i) = 0$, novas variáveis são utilizadas:

$$x_{\delta_i}(t) = x(t) - x_{\theta_i} , \quad (2.6)$$

$$\dot{x}_{\delta_i}(t) = \dot{x}(t) - \dot{x}_{\theta_i} = \dot{x}(t) - 0 = \dot{x}(t) , \quad (2.7)$$

$$u_{\delta_i}(t) = u(t) - u_{\theta_i} \rightarrow u(t) = u_{\delta_i}(t) + u_{\theta_i} , \quad (2.8)$$

$$y_{\delta_i}(t) = y(t) - y_{\theta_i} \rightarrow y(t) = y_{\delta_i}(t) + y_{\theta_i} . \quad (2.9)$$

O sistema não-linear dado pela equação (2.1) pode ser aproximado pela interpolação entre um conjunto de sistemas linearizados em condições específicas de operação em pontos (x_i, u_i, θ_i) , podendo assumir a seguinte forma:

$$\begin{aligned} \dot{x}_{\delta_i}(t) &= A(\theta_i)x_{\delta_i}(t) + B(\theta_i)u_{\delta_i}(t) \\ y_{\delta_i}(t) &= C(\theta_i)x_{\delta_i}(t) + D(\theta_i)u_{\delta_i}(t) , \end{aligned} \quad (2.10)$$

sendo que:

$$\begin{aligned} A_i &= A(\theta_i) = \left. \frac{\partial f(x(t), u(t))}{\partial x} \right|_{(x_{\theta_i}, u_{\theta_i})} , \\ B_i &= B(\theta_i) = \left. \frac{\partial f(x(t), u(t))}{\partial u} \right|_{(x_{\theta_i}, u_{\theta_i})} , \\ C_i &= C(\theta_i) = \left. \frac{\partial g(x(t), u(t))}{\partial x} \right|_{(x_{\theta_i}, u_{\theta_i})} , \end{aligned} \quad (2.11)$$

$$D_i = D(\theta_i) = \left. \frac{\partial g(x(t), u(t))}{\partial u} \right|_{(x_{\theta_i}, u_{\theta_i})} .$$

sendo que A_i , B_i , C_i e D_i representam o comportamento dinâmico de um sistema em distintos pontos de operação, θ_i .

Quando as condições específicas de operação em pontos (x_i, u_i, θ_i) não são necessariamente pontos de equilíbrio, então o conjunto de equações que descreve o sistema se torna:

$$\begin{aligned} \dot{x}_{\delta_i}(t) &= A(\theta_i)x_{\delta_i}(t) + B(\theta_i)u_{\delta_i}(t) + d(\theta_i) \\ y_{\delta_i}(t) &= C(\theta_i)x_{\delta_i}(t) + D(\theta_i)u_{\delta_i}(t) + c(\theta_i) . \end{aligned} \quad (2.12)$$

Neste caso, o sistema equivale a uma combinação de sistemas locais afim (*affine*) obtidos pela expansão pela série Taylor.

Os modelos homogêneos em que $d(\theta_i) = 0$ para $i = 1, \dots, n$, são um caso particular dos sistemas quase-lineares com variação dos parâmetros (*quasi-linear parameter-varying systems*, i.e., *quasi-LPV systems*) discutidos em (RUGH; SHAMMA, 2000). O modelo afim (*affine*) pode ser entendido como uma aproximação por partes suave de uma superfície não-linear cujas propriedades foram estudadas por (ROVATTI, 1996) no contexto de sistemas difusos Takagi-Sugeno (TAKAGI; SUGENO, 1985).

Embora o modelo homogêneo tenha uma menor habilidade em capturar determinadas características do comportamento dinâmico do sistema manipulado, em contraste ao modelo afim (*affine*), este modelo é particularmente interessante quando se lida com sistemas cujo comportamento dinâmico é mais simples, ou mesmo cujo requisito de desempenho seja menor (SCHULTE; HAHN, 2004).

- d) *Projeto de controladores para as plantas linearizadas* (Figura 2.4) através de ganhos de realimentação, $K(\theta_i) \in \mathfrak{R}^{m \times n}$, para os respectivos modelos linearizados (2.12) através de técnicas de projeto de controladores lineares de tal forma que a matriz

$$G_{\theta_i} = A(\theta_i) - B(\theta_i)K(\theta_i) \quad (2.13)$$

seja do tipo Hurwitz, i.e., que os auto-valores tenham parte real negativa. Após encontrar a matriz ganho do controlador, $K(\theta_i)$, tem-se a lei de con-

trole para os respectivos pontos de operação, $\theta_i(t), i = 1, \dots, n$:

$$u_{\delta_i}(t) = -K(\theta_i)x_{\delta_i}(t) . \quad (2.14)$$

Visto desta forma, este tipo de controlador pode ser entendido como um sistema de controladores que modificam os ganhos por chaveamento (*switching control*) para as respectivas regiões de operação.

Todavia, desde que o projeto dos controladores é baseado em aproximações lineares e invariantes no tempo, relativas à planta controlada, as propriedades desejadas de desempenho podem ser garantidas somente em cada ponto de operação.

Para lidar com estas limitações, uma opção de projeto de controladores com escalonamento de ganhos emprega um procedimento de interpolação entre as regiões de operação. Sem interpolação, as mudanças nos parâmetros da planta podem ocorrer de forma brusca entre as regiões de operação produzindo, assim, sistemas com respostas dinâmicas insatisfatórias, ou mesmo instáveis.

- e) *Escalonamento dos ganhos* para um dado $\theta(t)$ através da utilização das equações (2.6), (2.8) e (2.14):

$$\begin{aligned} \tilde{u}(t) &= u_{\delta_i}(t) + u_{\theta_i} \\ &= -K(\theta_i)x_{\delta_i}(t) + u_{\theta_i} \\ &= -K(\theta_i)[x(t) - x(\theta_i)] + u_{\theta_i} \\ u(t) &= -K(\theta_i)x(t) + [K(\theta_i)x(\theta_i) + u_{\theta_i}] . \end{aligned} \quad (2.15)$$

Assim, o controlador com escalonamento de ganhos apresenta duas componentes, uma fornecida pelo sinal de controle dado pela realimentação do estado do sistema manipulado e uma outra dada pelos estados nos respectivos pontos de operação que foram obtidos pela linearização da equação não-linear original.

Assim, controladores com escalonamento de ganhos são baseados (KAMEN *et al.*, 1989; SONTAG, 1985) em: (1) uma coleção de sistemas aproximados por uma interpolação suave, (2) uma família de controladores com realimentação cujos (3) ganhos estáticos apresentam parâmetros que são funções continuamente diferenciáveis das matrizes da planta manipulada.

Os pólos para famílias de sistemas linearizáveis são controláveis em cada ponto de equilíbrio, e podem ser determinados pelo uso da família contínua de controladores de realimentação de estados dinâmicos (Figura 2.4).

Embora seja construído pela interação de sistemas de controle lineares locais, esta abordagem produz um sistema de controle global não-linear.

Em resumo, um sistema de controle com escalonamento de ganhos é, então, um interpolador que assume um conjunto de condições de operação como entrada e fornece um conjunto de ganhos como saída (ALATA; DEMIRLI, 2001) e apresenta vantagens e desvantagens como listados na seqüência.

Vantagens de sistemas com escalonamento de ganhos:

- Os parâmetros do controlador podem ser modificados rapidamente para acomodar alterações na dinâmica da planta pois são assumidos conhecidos; não é prevista a estimação dos parâmetros;
- Quando comparados a sistemas de controle adaptativos ou auto-sintonizáveis, são mais simples de implementar;
- Existem vários métodos, bem conhecidos, de projeto para lidar com sistemas lineares quando se obtêm modelos lineares em condições de operação específicas do sistema não-linear controlado;
- Modelos locais são obtidos diretamente, seja pela linearização, seja pela identificação em diferentes regiões de operação;
- Ao utilizar técnicas de projeto de sistemas lineares, abordagens relativas a sistemas lineares podem ser utilizadas indistintamente, tais como índices de desempenho (conceitos no domínio da frequência ou índices de desempenho quadrático), ferramentas computacionais etc.;
- Métodos modernos e metodologias de controle robusto linear podem ser aplicados no projeto de controladores com escalonamento de ganhos quando existem problemas com incertezas nos parâmetros da planta controlada;
- Os parâmetros do controlador podem responder rapidamente às mudanças da dinâmica da planta, aqui associados às condições de operação.

Desvantagens de sistemas com escalonamento de ganhos:

- O projeto dos controladores com escalonamento de ganhos é normalmente realizado através de regras heurísticas;
- As mudanças dos parâmetros podem ser abruptas entre as regiões de operação no controlador com escalonamento de ganhos convencional, se não forem incorporados mecanismos de interpolação – que podem causar instabilidade ou comportamento insatisfatório para o desempenho do sistema em regiões fora do ponto de equilíbrio (*off-equilibrium regions*);
- Seleção apropriada das variáveis de escalonamento, embora, na prática, seja baseada em alguma característica do sistema, em particular, alguma característica física;
- A maior dificuldade no projeto que emprega o escalonamento de ganhos é a seleção do mecanismo de interpolação. O desempenho e a estabilidade não são garantidos ao se utilizar interpolação de controladores projetados para serem válidos localmente;
- Se o número de pontos de operação e seus respectivos ganhos for insuficiente o desempenho do sistema global pode ser inapropriado. Este desempenho pode ser melhorado aumentando-se a base de dados de ganhos, i.e., elevando-se os pontos de operação. As desvantagens desta solução estão relacionadas com estabilidade do sistema quando houver o chaveamento entre os ganhos e a elevada taxa de chaveamento entre estes ganhos (ALATA *et al.*, 2000);
- Devido às limitações de se obter modelos lineares invariantes no tempo em vários pontos de operação, pode haver incertezas associadas a estes modelos;
- Em sistemas industriais, esta metodologia é inapropriada devido à necessidade de obter um conhecimento detalhado do processo para determinar as faixas de operação e realizar testes em malha aberta para calibrar os ganhos do controlador dentre estas áreas de operação (BLANCHETT *et al.*, 2000).

Na literatura existem métodos que permitem a interpolação dos sistemas para as diferentes regiões de operação de um sistema com escalonamento de ganhos. Em

muitas das aplicações, é usual interpolar linearmente os ganhos da família de controladores lineares (PACKARD, 1994). Por exemplo, esta interpolação linear pode ser aplicada nos elementos das matrizes na representação do controlador na forma de espaço de estados (SONTAG, 1985), ou ainda interpolação linear nos pólos e zeros das funções de transferência dos controladores (HYDE; GLOVER, 1993). Também são encontradas abordagens baseadas em métodos de aproximação (*curve-fitting*). A interpolação linear entre dois pontos de operação, muito utilizada em métodos de escalonamento de ganhos convencionais, apresenta a desvantagem de uma possível perda da estabilidade global caso os estados do sistema variem significativamente com o tempo. Adicionalmente, nem desempenho nem estabilidade são garantidas quando se empregam interpolações simples dos controladores projetados localmente (BERGSTEN *et al.*, 2000).

2.4 Sistemas de Controle Difuso com Escalonamento de Ganhos

Uma alternativa para lidar com este problema é realizar uma interpolação difusa. Sistemas difusos com escalonamento de ganhos fornecem ganhos suaves sem descontinuidade para todos os pontos de operação do envelope de controle.

O interesse em sistemas de controle difuso (SUGENO, 1985) teve início com o trabalho pioneiro descrito em (MAMDANI, 1974), seguido do trabalho (MAMDANI; ASSILAN, 1975), motivado pela idéia de algoritmos difusos (ZADEH, 1968) e análise lingüística (ZADEH, 1973).

Diferente dos sistemas de controle convencionais que empregam modelos matemáticos descritos por equações algébricas ou diferenciais, sistemas de controles difusos utilizam o conceito de conjuntos difusos e lógica difusa proposta por Zadeh (ZADEH, 1965; ZADEH, 1973). A teoria de conjuntos difusos foi apresentada em um artigo seminal por Lofti Aliasker Zadeh (ZADEH, 1965) e é uma alternativa em aplicações nas quais a informação assume valores imprecisos, incompletos, incertos ou de verdade parcial (ZADEH, 1998). Este tipo de controle é baseado no conhecimento, e, como tal, emprega um mecanismo de inferência que tenta imitar o raciocínio humano. No ambiente difuso o mecanismo de inferência é baseado na teoria de raciocínio aproximado (ZADEH, 1975), ou difuso, entendido como aquele em que uma conclusão imprecisa possível é deduzida de uma coleção de premissas imprecisas e/ou incertas ou mesmo deduzida de uma relação imprecisa e incerta (ZADEH, 1979).

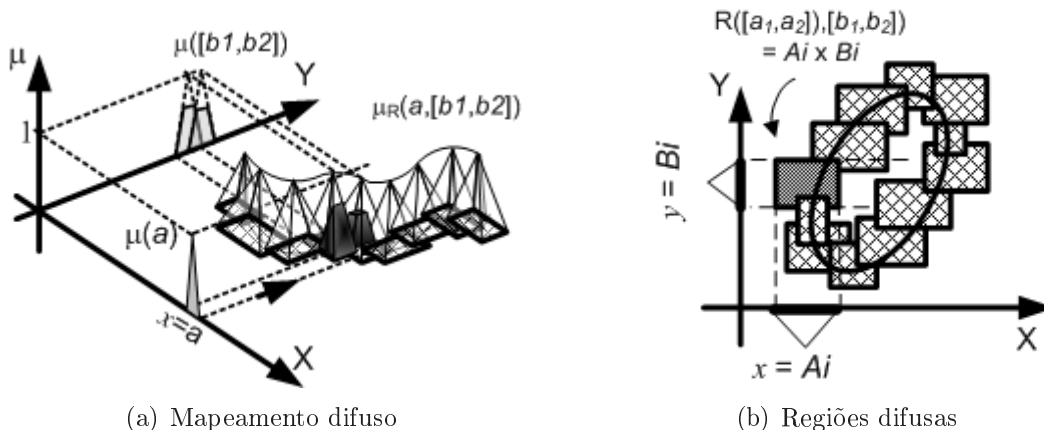


FIGURA 2.5 - Mapeamento não-linear quando regiões difusas assumem grau de ativação entre 0 e 1.

Um sistema difuso é um *mapeamento não-linear* entre o espaço de entrada vetorial, X , para um espaço de saída escalar, Y , através da relação, $f : X \rightarrow Y$, por exemplo, como mostrado na Figura 2.5(a). Este mapeamento é descrito através de um conjunto de regras na forma “SE $\langle X \text{ é } A \rangle$ ENTÃO $\langle Y \text{ é } B \rangle$ ” que define o espaço de entrada-saída, $X \times Y$ (Figura 2.5(a)). De acordo com Zadeh, a coleção de regras difusas do tipo SE-ENTÃO é chamada de algoritmo difuso (modelo difuso ou ainda sistema difuso).

O subconjunto difuso do espaço de entrada X é dado por A , enquanto B é o subconjunto difuso do espaço de saída; ambos são também conhecidos como funções de pertinência (ou conjuntos difusos) e podem ser associados a termos lingüísticos. Junto às regras difusas, os conjuntos difusos são utilizados para particionar o universo de discurso e definir o número de regiões difusas (grânulos), como mostrado na Figura 2.5(b). Existem tantas regiões difusas quanto for o número de conjuntos difusos em cada universo de discurso.

Esta técnica é uma representação formal matemática para expressões lingüísticas e raciocínio aproximado empregados pelo ser humano no tratamento de informações na presença de incerteza e imprecisão. Assim, tanto modelos difusos quanto controladores difusos podem ser entendidos como modelos lógicos que estabelecem uma relação qualitativa entre as variáveis do modelo.

Na literatura, é possível encontrar diversas referências clássicas sobre controladores e modelos difusos (LEE, 1990a; LEE, 1990b; LEWIS; LIU, 1996; MENDEL, 1995; BRAAE;

RUTHERFORD, 1979; GOMIDE; GUDWIN, 1994; SANDRI; CORREA, 1999; DRIANKOV *et al.*, 1993; PEDRYCZ; GOMIDE, 1998; NEGNEVITSKY, 2002; NGUYEN; SUGENO, 1998; PALM *et al.*, 1996; SILVA, 1995; ZIMMERMANN, 1996; YAGER; FILEV, 1994; YEN; LANGARI, 1998). Uma breve descrição de sistemas de controle difuso é dada no apêndice (A)

Estas duas abordagens – *sistemas de controle difuso* e *sistemas de controle com escalonamento de ganhos* – trabalhando em conjunto promoveram o surgimento de **sistemas de controle difuso com escalonamento de ganhos** (*Fuzzy Gain-Scheduling* (FGS) *Control Systems*), em que os ganhos para o controlador são fornecidos continuamente em função dos estados do sistema (ALATA *et al.*, 2000).

A vantagem inicial de utilizar o método de escalonamento de ganhos é dada pela garantia de que se obtenha um desempenho desejado nos pontos de operação. Todavia, uma das maiores desvantagens de escalonamento de ganhos convencional é que ele não é apropriado para lidar com sistemas cuja dinâmica apresente variações rápidas, devido ao custo computacional envolvido, que cresce rapidamente com o número de pontos de operação utilizado. Se um número limitado de pontos de operação é utilizado, então o desempenho do sistema global será fraco. Por outro lado, se for usada uma faixa larga de condições de operação com seus correspondentes ganhos para melhorar o desempenho, tem-se a desvantagem de um elevado custo computacional.

Em sistemas difusos com escalonamento de ganhos, a interpolação dos ganhos projetados é continuamente obtida sobre o domínio de operação da planta através de uma tabulação em função dos estados dos sistemas controlados. O ganho do controle difuso, combinado com o controle com escalonamento de ganhos, permite lidar com esta faixa de condições de operação devido a suas características de controle não-linear. Em sistemas difusos com escalonamento de ganhos, as regiões de operação estão associadas a funções de pertinência definidas em um espaço de variáveis de escalonamento que se sobrepõem. Nesta abordagem, um mecanismo de inferência difuso é utilizado para interpolar dinamicamente os parâmetros do controlador na vizinhança das regiões de operação, baseado nos parâmetros de controle locais conhecidos. Assim, um sistema de controle FGS é capaz de expressar e usar o conhecimento incompleto do sistema de controle e fornecer transições suaves de região para região. Um dos benefícios de empregar o controlador difuso é que ele permite lidar com imperfeições no modelo e, portanto, não necessita de conhecimento do

processo detalhado quando se está trabalhando com as faixas de operação.

O método para sistemas de controle FGS é particularmente importante, pois permite uma interpolação entre os pontos de operação através de um mecanismo de inferência e funções de pertinência para fornecer transição suave entre valores diferentes de ganhos dados pelas regiões de operação. Nestes controladores, as saídas individuais são associadas aos pontos de operação. O escalonamento de ganhos difusos expande o espaço dos parâmetros da planta controlada, quando comparado com escalonamento de ganhos convencionais. Assim, sistemas de controle difuso com escalonamento de ganhos podem superar o desempenho de sistemas de controle convencionais com escalonamento de ganhos quando funções de pertinência e regras são adequadamente obtidas.

O procedimento de projeto de sistemas de controle difuso com escalonamento de ganhos apresenta os mesmos passos estabelecidos para o projeto de sistemas de controle com escalonamento de ganhos convencionais, exceto que a interpolação linear ou por ajuste de curva (*curve-fitting*) é substituída por uma interpolação utilizando técnicas de raciocínio difuso.

O esquema de escalonamento de ganhos apresenta uma configuração semelhante a de sistemas difusos interpolativos ou baseados em modelo:

$$Rs_i : SE \delta_1(t) \text{ é } M_{i1}(\delta(t)) \text{ E } \dots \text{ E } \delta_p(t) \text{ é } M_{ip}(\delta(t)) \text{ ENTÃO } y_i = f_i(x, u, \theta_i) . \quad (2.16)$$

Estas funções lineares, $f_i(x, u, \theta)$, podem estar associadas a modelos lineares locais do sistema não-linear e, assim, representar a dinâmica do sistema em determinadas regiões de operação dadas pela i -ésima condição. Na equação (2.16), a premissa antecedente de cada regra contém descrições lingüísticas difusas (termos lingüísticos), $M_{ip}(\delta(t))$, tal que $p = 1, 2, \dots, n$, da i -ésima regra, $i = 1, 2, \dots, N_r$, sendo “ N_r ” a quantidade de regras SE-ENTÃO, e variáveis nas premissas, $\delta_j(t)$.

A saída total do sistema é calculada pela sobreposição de diferentes saídas das diversas regras com pesos, h_j , que dependem do grau de ativação da parte antecedente das contribuições individuais das regras. Cada equação linear na parte conseqüente representada por $y_i = f_i(x, u, \theta_i)$ é designada como um subsistema. Para um dado par de vetores de estado, $x(t)$, e de entrada, $u(t)$, a saída do sistema difuso é determinada como a soma ponderada dos submodelos lineares.

A interpolação (escalonamento) dos parâmetros do controlador pode ser realizada por funções de ponderação, w_i , geradas por um mecanismo de inferência difuso (Figura 2.6). Assim, nos controladores difusos Takagi-Sugeno, os conseqüentes cobrem um espaço de operação maior porque as funções de pertinência podem ter um espalhamento mais abrangente e, portanto, poucos conjuntos difusos são necessários.

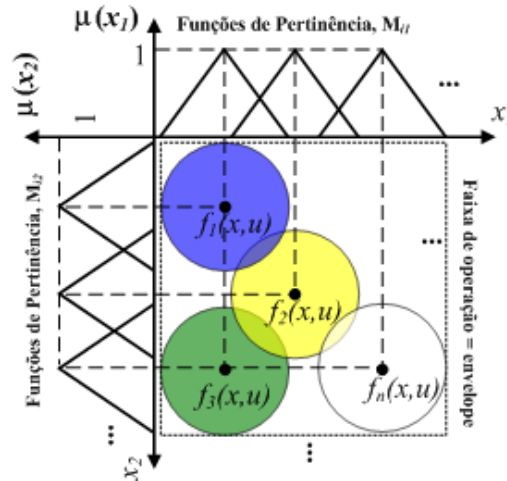


FIGURA 2.6 - Sistema difuso com escalonamento de ganhos: condições de operação interpoladas por funções de pertinência.

Quando as funções de pertinência são distribuídas e organizadas de forma a satisfazer a *partição de Ruspini* (seção (A.5.5)), ou seja, que o limite inferior e superior do suporte da função coincidam com os núcleos das funções anteriores e posteriores, respectivamente, duas simplificações podem ser obtidas. Nestas condições, $\sum_{i=1}^{N_r} w_i(\delta_j(x(t))) = 1$ e, conseqüentemente, as equações (A.37), (A.49) (A.52), (A.50) e (A.53) podem ser simplificadas. A segunda simplificação se refere ao fato que cada antecedente define um ponto no espaço de estados. Cada ponto está relacionado a um conjunto de regras que terá grau de ativação unitário, se o valor da variável lingüística pertencer à região determinada pela condição de operação (núcleo da função de pertinência) ($\mu(x(t)) = 1x(t)$, \in domínio da condição de operação); grau nulo para as outras partes dos antecedentes que não estão dentro desta região ($\mu(x(t)) = 1x(t)$, \notin domínio da condição de operação); ou uma interpolação linear dos graus de ativação.

Conforme mencionado, uma das vantagens do sistema de controle difuso com escalonamento de ganhos é que ele fornece ganhos suaves sem descontinuidade (ALATA; DEMIRLI, 2001). Esta idéia tem sido descrita através de diferentes formas e suas apli-

cações demonstradas em diversas maneiras na literatura. Existe uma diversidade de abordagens para caracterizar sistemas difusos com escalonamento de ganhos, entretanto, na sua maioria, estas estratégias de controle trabalham diretamente, ou indiretamente, empregando uma tabela de ganhos determinados previamente. Elas são baseadas na seleção do ganho local mais adequado entre um grupo de ganhos que, considerados em conjunto, atuam como uma lei de controle não-linear global. Uma outra estratégia é a utilização de métodos de aprendizado baseados em redes neurais artificiais, algoritmos evolutivos, métodos de otimização etc. para atualização dos parâmetros e das funções de pertinência como mostrado na seqüência. Em resumo, os métodos encontrados podem ser categorizados através de (i) estrutura hierárquica ou supervisória de um sistema difuso para escalonamento de um controlador PID já existente (BLANCHETT *et al.*, 2000; CAM; KOCAARSLAN, 2005a; CAM; KOCAARSLAN, 2005b; CHAI *et al.*, 1998; CHANG; FU, 1997; CHANG *et al.*, 1998; CHIU; PONG, 1999; HUANG; YU, 2001; LIE; SHARAF, 1996; LING; EDGAR, 1992; LING; EDGAR, 1994; LING; EDGAR, 1997; MCMILLAN *et al.*, 1994; MARCHLEUBA *et al.*, 1992; MENDEZ-ACOSTA *et al.*, 2004; KARRAY *et al.*, 2002; KIM; SEONG, 1997; KOIVO, 2002; PEDRYCZ; PETERS, 1997; PEDRYCZ *et al.*, 1997; TALAQ; AL-BASRI, 1999; ZHAO *et al.*, 1993), (ii) seleção de ganhos pré-programados através de um sistema difuso (ALATA *et al.*, 2000; ALATA; DEMIRLI, 2001; BERGSTEN *et al.*, 2000; CHO, 1997; DASH *et al.*, 1999; DASH *et al.*, 1998; DING *et al.*, 2003; DRIANKOV *et al.*, 1996; FUJIMORI *et al.*, 1999; FUJIMORI *et al.*, 2001; HSIEH; CHOU, 2001b; HSIEH; CHOU, 2001a; HSIEH; CHOU, 2002; ZHAO *et al.*, 1996), (iii) utilização de fator de escala na normalização dos universos de discurso das variáveis lingüísticas permitindo um certo escalonamento de ganhos em diferentes faixas de operação ao parametrizar os universos de discurso para diferentes condições de normalização (CHIPPERFIELD *et al.*, 2002; LI; TSO, 1999), (iv) métodos baseados na identificação de sistemas ou em mecanismos de aprendizado para, então, obter o ajuste do sistema de controle em função das características dinâmicas do sistema controlado (BLUMEL; WHILTE, 2001; GARCIA, 1995; HABIBIYAN *et al.*, 2004; JANG; GULLEY, 1994; LIN; LAI, 2002), e controladores difusos com escalonamento de ganhos baseado na análise de modos deslizantes (*sliding-mode analysis*) (PALM; DRIANKOV, 1997; PALM; REHFUESS, 1997; PALM; DRIANKOV, 1999; PALM; DRIANKOV, 2001; PALM; STUTZ, 2003). (v) sistemas difusos com uma componente de realimentação (*feedback*) e uma componente em avanço (*feedforward*) são apresentados em (FUJIMORI *et al.*, 2001; OOSTEROM; BABUSKA, 2001; VISIOLI; FINZI, 1998; VISIOLI, 1999), mas nenhuma semelhante ao método proposto neste trabalho. Em particular, (KORBA *et al.*, 2003) apresenta uma abordagem que contribuiu para o

desenvolvimento deste trabalho, mas mesmo ela, utiliza uma abordagem diferente, por exemplo, é empregado o princípio das *regras compartilhadas* em que as funções de pertinência do sistema manipulado são as mesmas do controlador difuso e ambas são fixas. É possível encontrar também uma abordagem de escalonamento de ganhos baseada na mudança dos valores de referência (SADEGHZADEH *et al.*, 1999), todavia, ela não lida com sistemas difusos.

CAPÍTULO 3

SISTEMA DIFUSO COM ESCALONAMENTO DE GANHOS PARAMETRIZADO PELA REFERÊNCIA

“Um filósofo não é alguém que contempla nem mesmo alguém que reflete: é alguém que cria. Cria um gênero de coisas de fato especiais: cria conceitos.”

(Gilles Deleuze)

3.1 Considerações Iniciais

A abordagem aqui proposta apresenta uma alternativa para se combinar sistemas de controle difuso e sistemas de controle com escalonamento de ganhos. Esta nova classe de sistemas de controle difusos adaptativos (auto-sintonizáveis)¹ denominada **sistemas de controle difusos com escalonamento de ganhos parametrizados pela referência** (*fuzzy reference gain-scheduling* (FRGS) *control systems*) foi formalmente apresentada em 2000 no 19th NAFIPS: International Meeting of the North America Fuzzy Information Processing Society (ARAÚJO *et al.*, 2000). Este método foi estendido a sistemas de suporte a decisão difusos adaptativos governados por diferentes objetivos em 2003 no IEEE International Conference on Fuzzy Systems (ARAÚJO; KIENITZ, 2003) e, posteriormente, a agentes inteligentes no qual se propôs também um novo conceito de agentes FRGS no IEEE International Conference on Fuzzy Systems em 2004 (ARAÚJO *et al.*, 2004). O foco deste trabalho, todavia, é lidar com a síntese de sistemas de controle.

A idéia fundamental da abordagem FRGS é mesclar características não-lineares inerentes ao método de sistema difuso e características adaptativas relacionadas com o conceito de escalonamento de ganhos parametrizando as funções de pertinência em tempo real de acordo com diferentes condições de operação estabelecidas por uma variável de escalonamento, θ , associada a um sinal exógeno, em particular, a referência (*set-point*). Assim, a estratégia FRGS considera um conjunto específico de funções de pertinência, cujos parâmetros são modificados *on-line* criando novos conjuntos difusos e, conseqüentemente, novos suportes e núcleos; e não baseada em uma

¹ver pg. 2

tabela de ganhos calculada previamente, como é usual, nem emprega mecanismos de aprendizado (treinamento) tais como redes neurais artificiais, algoritmos evolutivos ou técnicas de otimização aplicados às várias condições de operação – embora possa ser utilizada também em sinergia com estas últimas.

Um sistema de controle que assume tais propriedades dinâmicas ajusta seus parâmetros de controle em função da referência de forma adaptativa. Os benefícios de aplicar esta classe de sistemas de controle é, por exemplo, sua capacidade de lidar com problemas mal-definidos, com sistemas complexos e de não utilizar modelos analíticos completos de um sistema dinâmico.

Ao contrário das estratégias de sistemas de controle difuso com escalonamento de ganhos conhecidas, no sistema de controle FRGS a adaptação na forma e na disposição no universo de discurso das funções de pertinência (conseqüentemente, suporte e núcleo) é explicitamente relacionada com a referência ao invés de se utilizar unicamente o erro resultante da diferença entre o valor de saída desejado e o valor real. Na estratégia FRGS, o sinal de referência (*set-point*) é o elemento que modifica os parâmetros (ganhos) do controlador. Quando o universo de discurso e as regras são ajustadas segundo o erro, modificar as funções de pertinência torna-se útil somente para fazer com que um sistema se comporte adequadamente diante de grandes excursões no plano de fase de sistemas, por exemplo, de segunda ordem. Para uma referência completamente diferente da anterior, haverá um reajuste inicial, mas seguido de uma acomodação, porque após o transitório o erro torna-se pequeno e o comportamento retorna a sua condição anterior. Ao contrário, na abordagem FRGS a forma das funções de pertinência é ajustada de acordo com alterações no sinal exógeno, assumindo que a cada novo valor produzir-se-á comportamentos dinâmicos diferentes no sistema de controle difuso.

3.2 Sistemas Difusos com Escalonamento de Ganhos Parametrizados pela Referência (FRGS)

Proposições Iniciais da Tese

O problema de interesse aqui é controlar um sistema não-linear dado pela equação (2.1) na forma:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x(t), u(t)) \\ y &= g(x(t), u(t)) , \end{aligned}$$

válidos, em especial, em distintos pontos de operação (*setpoints*) que variam de acordo com um sinal exógeno, θ , trabalhando em patamares de operação. Este sistema é representado na seguinte forma:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x(t), u(t), \theta) \\ y &= g(x(t), u(t), \theta) , \end{aligned} \quad (3.1)$$

sendo:

$$\begin{aligned} f : R^n \times R^m &\rightarrow R^n && \text{mapeamento não-linear} \\ g : R^n &\rightarrow R^l && \text{mapeamento de medida (saída)} \\ x &&& \text{vetor do estado} \\ u &&& \text{vetor de entrada de controle} \\ \theta &&& \text{vetor escalonamento de ganhos} \\ y \in R^l &&& \text{vetor de saída} \end{aligned} \quad (3.2)$$

Vale ressaltar que este sinal externo é assumido variar de forma constante por partes (*piecewise*), e pode ser entendido como um conjunto de sinais do tipo degrau.

Assume-se que a equação (3.1) possa ser representada ou aproximada suficientemente bem por um sistema difuso Takagi-Sugeno, conforme mencionado no capítulo anterior, na forma:

$$\begin{aligned} \text{Regra}_i : \text{ SE } x_1(t) \text{ é } M_{i1}(x_1(t)) \text{ E } \dots \text{ E } x_n(t) \text{ é } M_{in}(x_n(t)) \\ \text{ ENTÃO } \dot{x}_i(t) = A_i x(t) + B_i u(t) . \end{aligned} \quad (3.3)$$

O vetor de variáveis da premissa é um conjunto de x e $M_{in} : R \rightarrow [0, 1]$. A função $M_{ip}(x_p(t))$, $p = 1, \dots, n$, denota a p -ésima função de pertinência na i -ésima regra, $i = 1, \dots, n$, aplicada à p -ésima variável da premissa. O produto cartesiano $M_{i1}(x_1(t)) \times \dots \times M_{in}(x_n(t))$ define a região difusa em R^n . As matrizes A_i e B_i são constantes por partes e podem ser obtidas, por exemplo, pela linearização em um ponto (x_i, u_i, θ_i) .

O sistema difuso Takagi-Sugeno global para a equação (3.3) é dada por:

$$\dot{x}(t) = \frac{\sum_{i=1}^{N_r} w_i(x(t)) [A_i x(t) + B_i u(t)]}{\sum_{i=1}^{N_r} w_i(x(t))} , \quad (3.4)$$

sendo N_r o número de regras, de tal forma que a ponderação, w_i , pode ser calculada,

p.ex., pelo produto algébrico $w_i(x(t)) = \prod_{p=1}^n M_{ip}(x(t))$ ou pela operação mínimo $w_i(x(t)) = \min_{p=1}^n [M_{ip}(x(t))]$.

Neste trabalho é utilizado o operador de agregação produto algébrico porque não só é usualmente mais empregado que a operação de mínimo, mas assim o é devido ao fato de que o peso multiplicativo modifica a resposta de maneira mais suave (SUGENO, 1985).

Diferente das abordagens encontradas na literatura em que as funções de pertinência utilizadas para o projeto do controlador difuso são feitas as mesmas para o modelo difuso do sistema manipulado (*princípio das regras compartilhadas*), esta proposta sugere um controlador difuso em que as funções de pertinência podem não ser, necessariamente, as mesmas do modelo difuso. Pela abordagem FRGS proposta, as funções de pertinência são dadas por $(x(t), \theta)$ e, conseqüentemente, a ponderação das regras calculada por $w_j(x(t), \theta)$ podem ser modificadas independentemente das funções de pertinência do sistema manipulado. Nesta proposta as funções de pertinência são modificadas – por exemplo, mas não limitadas – pela referência, i.e., $M_{ip}(x(t), r_i(t))$. Conseqüentemente, os elementos de ponderação, $w_j(x(t))$, passam a ser dados de tal forma que também $\mu_{ij}((x(t), r(t))) \geq 0$ e, então, $\sum_{i=1}^{N_r} w_i(x(t), r(t)) \geq 0$ para todo $i = 1, 2, \dots, r$.

A adaptação dos parâmetros do controlador através do ajuste das funções de pertinência acontece tanto do ponto de vista de uma malha de controle em avanço (*feedforward*) quanto da perspectiva de uma malha de controle por realimentação (*feedback*). O objetivo é fazer com que a saída dos sistemas em malha fechada e trabalhando em cada ponto de equilíbrio deva ser assintoticamente estável ao mesmo tempo que se adapte a pequenas alterações proporcionadas por um sinal exógeno.

Esta abordagem engloba duas principais estruturas: sinal exógeno fornecido em malha aberta, $\theta_i \neq r_i(t)$, como mostrado na Figura 3.1(a) e sinal exógeno derivado do sinal de referência aplicada à malha fechada de controle, $\theta_i = r_i(t)$, como pode ser visto na Figura 3.1(b). A primeira estrutura permite ainda que o controlador proposto possa ser empregado também em problemas cujo sinal externo possa ser associado a distúrbio de carga do sistema manipulado ou outro distúrbio mensurável. Outras configurações podem surgir através da combinação das duas estruturas básicas sugeridas.

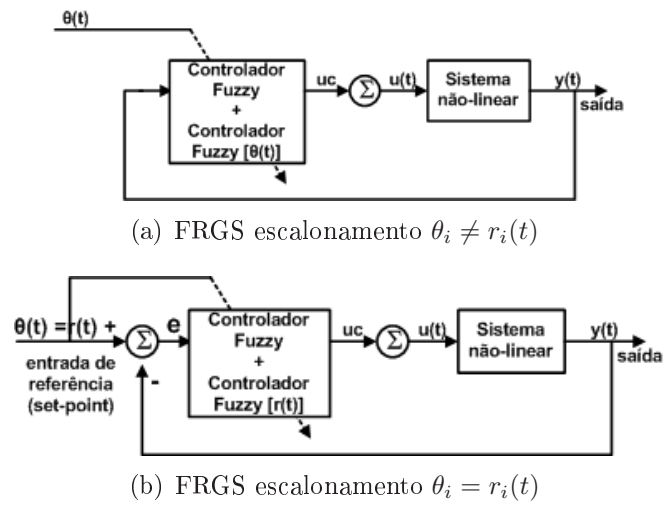


FIGURA 3.1 - Controle FRGS.

Hipóteses

Assume-se que o sistema manipulado é não-linear. São consideradas leis de controle com realimentação de estado, $u(t) = K(t)x(t)$. Neste trabalho são assumidos que o sistema é causal. Assume também, como hipótese, que o sistema controlado possa ser linearizado em distintos pontos de equilíbrio. A estratégia de controle utilizada neste trabalho é limitada a problemas do tipo que a variável de escalonamento, θ_i , é fornecida em função da referência, $\theta_i = r_i(t)$, bem como em malha aberta, $\theta \neq r(t)$; composição simples, i.e., objetivo simples; e comportamento temporal estático.

Os subsistemas no conseqüente da regra em (A.36) são assumidos controláveis e

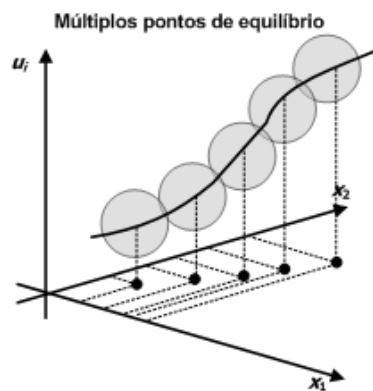


FIGURA 3.2 - Linearização em relação a uma trajetória nominal, exemplo com dois estados.

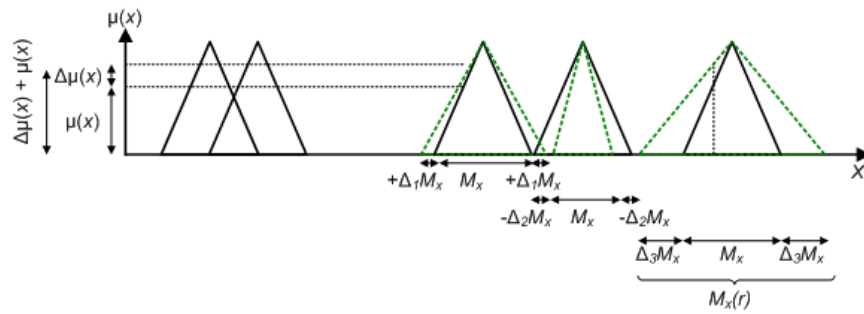
observáveis. Assim, considera-se que seja possível encontrar um controlador que, em regime, conduza a saída, y_i , ao valor desejado, r_i , de tal forma que $y_i = r_i$. Em particular, se está interessando em lidar com a linearização dinâmica sobre uma trajetória nominal (Figura 3.2).

Ao se empregar esta alternativa de linearização, o controlador deve modificar seu ganho considerando-se uma trajetória de referência ou entradas auxiliares que são utilizadas para compor a trajetória nominal, i.e., tem-se um rastreamento parametrizado. Os ganhos do sistema de controle proposto são, portanto, fornecidos como função do estado e de um sinal exógeno aqui, em particular, a referência (*set-point*). Todavia, esta abordagem é mais abrangente e pode estar associada a um sinal exógeno qualquer, por exemplo, um sinal de distúrbio mensurável. Como existem diferentes valores de referência, $r_i(t)$, existem diversos pontos de equilíbrio associados. Se for possível encontrar um controlador que satisfaça as hipóteses estabelecidas, então os pontos de equilíbrio são também estáveis.

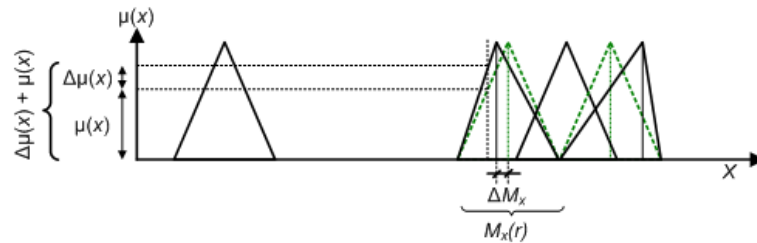
As funções de pertinência podem assumir quaisquer formas (triangular, trapezoidal, sigmoideal, gausseana etc.). A maneira que elas são modificadas podem variar basicamente de duas formas distintas, conforme é mostrada nas Figuras 3.3(a) e 3.3(b). Os parâmetros da função de pertinência podem ser alterados produzindo variações no suporte, no núcleo, ou em alguma combinação das duas. O limite superior e inferior para a modificação do suporte e do núcleo da função de pertinência é ilustrado em Figura 3.4. Assim, no método proposto, o comportamento dinâmico do sistema apresenta uma componente principal, $\mu(x)$, associado às funções de pertinência originais, M_x , e uma componente que é somada (subtraída) a elas, $\Delta\mu(x)$, através do sinal exógeno, θ , gerando um novo termo dado por $M_x + \Delta M_x^\theta$, ou seja, $M_x(\theta)$.

Construção do Sistema FRGS

A técnica FRGS é baseada em quatro diferentes conceitos: (1) sistemas de controle difuso adaptativo (DRIANKOV *et al.*, 1993); (2) sistemas de controle com escalonamento de ganhos (ASTROM; WITTENMARK, 1989); (3) sistemas de controle cuja referência compõe tanto uma componente de sinal de controle em avanço (*feed-forward*) quanto uma componente de sinal de controle em realimentação (*feedback*); e (4) seleção de vários pontos de operação parametrizados por alguma combinação de trajetórias de estado em função da referência (SHAMMA; ATHANS, 1990), em particular, quando é contínua por partes (*piecewise*).



(a) Modificação do suporte



(b) Modificação do núcleo

FIGURA 3.3 - Funções de pertinência adaptativas modificadas de acordo com sinal externo, r .

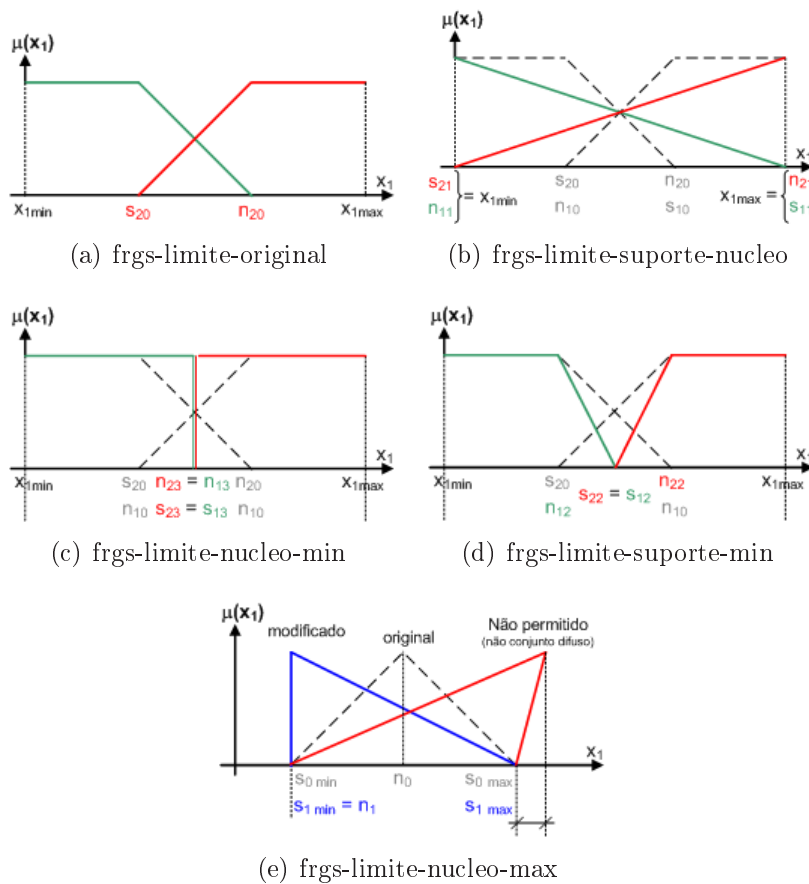
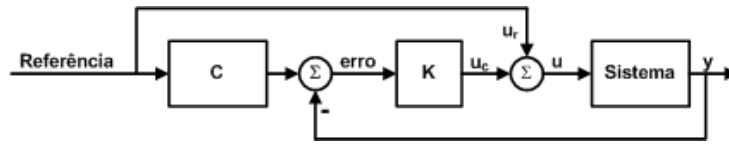


FIGURA 3.4 - Limite de alteração das funções de pertinência adaptativas modificadas de acordo com sinal externo, θ .

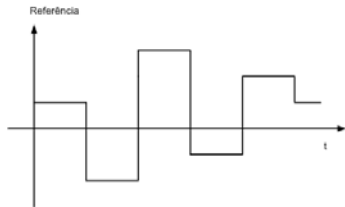
Sistemas de controle difuso adaptativos podem assumir, de uma forma geral, três estratégias diferentes: (i) alteração por fator de escala (normalização), (ii) modificação dos parâmetros dos conjuntos difusos, e (iii) controladores auto-organizáveis (DRIANKOV *et al.*, 1993). Em relação aos sistemas de controle adaptativos tradicionais, a abordagem FRGS simultaneamente combina as estratégias de alterar fatores de escala e modificar conjuntos difusos (Figura 3.5(c)). A modificação das funções de pertinência do sistema de controle (ganhos), diretamente como uma função das condições de operação, é baseada em sistemas de controle com escalonamento de ganho (Figura 3.5(d)). Nesta abordagem, os parâmetros do sistema de controle podem ser ajustados diretamente como função das condições de operação (escalonamento) em uma forma pré-programada e são utilizados para modificar parâmetros das funções de pertinência que, por sua vez, irão alterar o suporte e o núcleo. A seleção de vários pontos de operação indexados pela combinação de trajetórias de referência pode ser descrita de forma que ela possa ser interpretada como uma variável ou um parâmetro exógeno (Figura 3.5(e)).

Uma representação simplificada do diagrama em blocos do sistema de controle difuso FRGS é mostrado na Figura 3.6. A diferença entre a abordagem difusa com escalonamento de ganhos convencional e a abordagem FRGS é que, na primeira, os termos lingüísticos associados a funções de pertinência são fixas, enquanto na segunda estes termos podem ser parametrizados de acordo com o sinal externo, p.ex., sinal de referência (*set-point*). Estes últimos termos lingüísticos são designados aqui como conjuntos difusos adaptativos (Figura 3.7(a)), enquanto os outros conjuntos empregados na abordagem tradicional são designados conjuntos difusos constantes (Figura 3.7(b)).

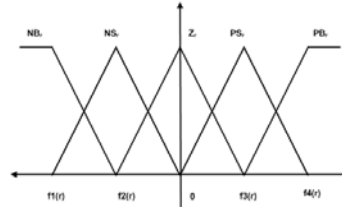
Vale ressaltar que o uso de valores lingüísticos adaptativos e constantes através da metodologia proposta pode ser efetuada conjuntamente numa dada aplicação. Esta consideração mostra que esta abordagem é mais flexível que o simples ajuste da abscissa, considerando-se o valor de referência. Para ilustrar e melhor compreender a distinção entre os termos adaptativos e constantes considere o seguinte exemplo. Suponha que em uma dada aplicação, uma variável lingüística de entrada, X , assumindo valores no domínio $X = [-1, 1]$, para os quais são associados os termos lingüísticos $T = \{N_r, Z_r, P_r\}$, sendo que N , Z e P assumem as designações negativo, zero e positivo, respectivamente. Considere que a função de pertinência do termo $A \in T$ seja dada por $\mu_A : X \rightarrow [0, 1]$, tal que $c(A) = \{x_0 \in X \mid \mu_A(x_0) = 1\}$



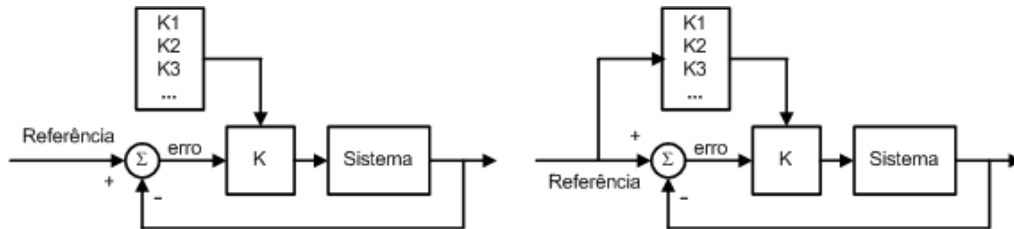
(a) Sistema de controle composto por um elemento em malha fechada e uma componente dada sinais exógenos, em particular a referência.



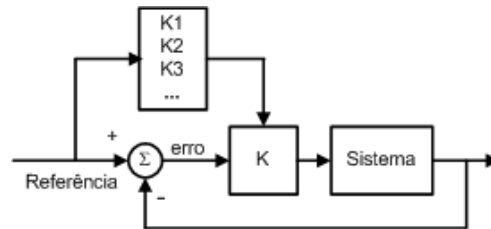
(b) Sinal de referência contínuo e constante por partes (piecewise).



(c) Controle adaptativo difuso pela modificação das funções de pertinência.



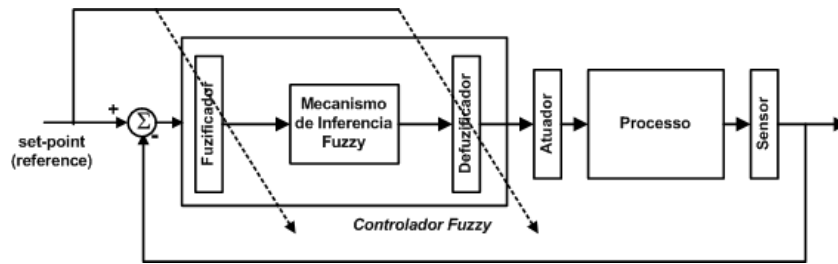
(d) Controle adaptativo com escalonamento de ganhos (*gain-scheduling*).



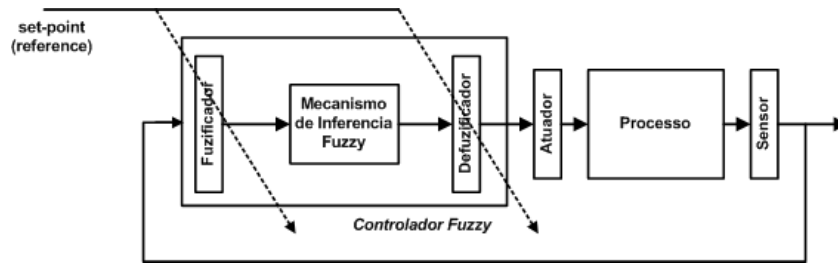
(e) Parâmetro de escalonamento de ganhos dado pela trajetórias de referência.

FIGURA 3.5 - Estratégias de controle utilizada para compor o sistema de controle FRGS.

e $s(A) = \{x_0 \in X \mid \mu_A(x_0) > 0\}$ denotem o núcleo e o suporte, respectivamente. Suponha ainda que cada termo $A \in T$ seja definido como, p.ex., um trapézio e representado pela quádrupla $\langle s_1, c_1, c_2, s_2 \rangle$, com $s(A) = [s_1, s_2]$ e $c(A) = [c_1, c_2]$. Considere agora que N_r seja um valor de sinal externo no domínio $R = [0, 100]$ e que o conjunto de termos adaptativos para T poderia ser $N_r = \langle -1, -1, -f(r), 0 \rangle$, $Z_r = \langle -f(r), 0, 0, f(r) \rangle$, e $P_r = \langle 0, f(r), 1, 1 \rangle$, sendo escolhido $f(r) = r/200$. Neste exemplo, em particular, termos lingüísticos constantes distintos são obtidos para diferentes valores de N_r . Para $r = 10$ os núcleos e os termos são próximos de zero, com $N_{10} = \langle -1, -1, -0.05, 0 \rangle$, $Z_{10} = \langle -0.05, 0, 0, 0.05 \rangle$ e $P_{10} = \langle 0, 0.05, 1, 1 \rangle$; enquanto que para $r = 100$ os núcleos e os termos são mais espalhados, com $N_{100} = \langle -1, -1, -0.5, 0 \rangle$, $Z_{100} = \langle -0.5, 0, 0, 0.5 \rangle$ e $P_{100} = \langle 0, 0.5, 1, 1 \rangle$. Como conseqüência, muitos dos valores de X que são considerados “próximos de 0” quando a referência, N_r , é pequena, podem ser considerados



(a) FRGS malha fechada



(b) FRGS malha aberta

FIGURA 3.6 - Sistema FRGS (Fuzzy Reference Gain-Scheduling).

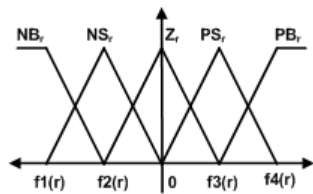
“afastados de 0”, quando a referência, N_r , é grande.

A utilização destes conjuntos adaptativos (valores lingüísticos adaptativos) no método FRGS pode, assim, gerar diferentes ações resultantes para o mesmo valor da variável lingüística de entrada, quando houver modificação do sinal exógeno. Conseqüentemente, diferentes superfícies representando o comportamento dinâmico entre o universo de discurso de entrada e o universo de discurso de saída passam a existir dependendo do valor da referência. Quando a técnica FRGS é aplicada a sistemas de controle, seus parâmetros estabelecidos pelo sinal exógeno geram diferentes superfícies de controle (Figura 3.7(c)).

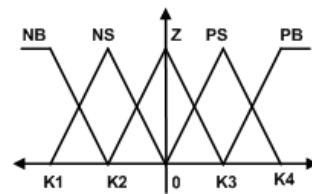
Esta abordagem pode ser implementada utilizando conjuntos difusos adaptativos, seja na premissa antecedente, seja na conclusão das regras e ainda com diferentes mecanismos de inferência. Este trabalho concentra suas atenções no estudo da abordagem FRGS relacionada às premissas antecedentes.

As principais características dos sistemas de controle difusos com escalonamento de ganhos parametrizado pela referência são:

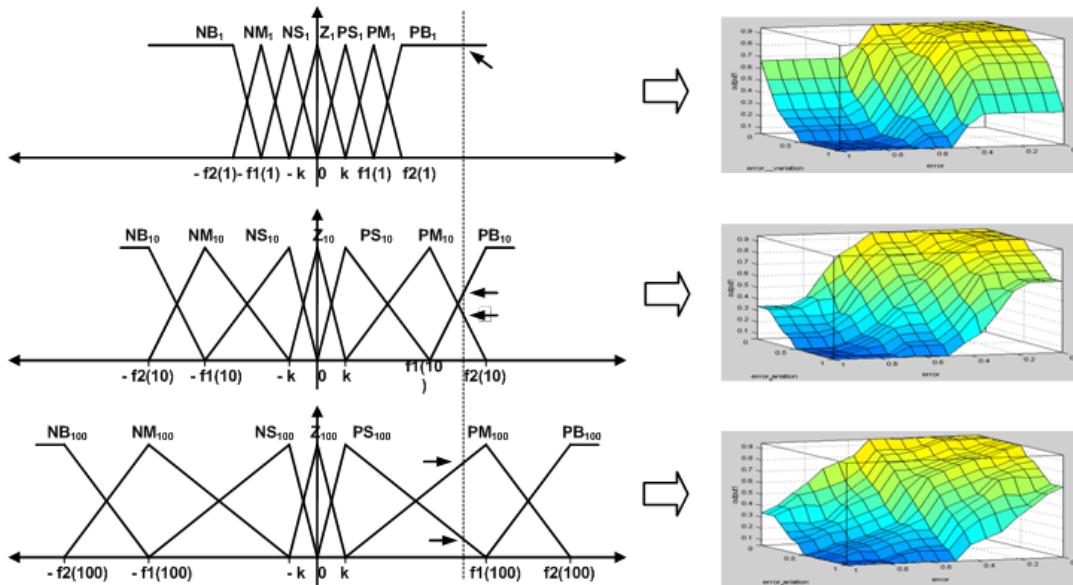
- Possibilidade de incorporar a experiência dos operadores humanos;



(a) Conjuntos difusos adaptativos.



(b) Conjuntos difusos constantes.



(c) Superfícies de controle adaptativas modificados por distintos valores de referências.

FIGURA 3.7 - Conjuntos difusos adaptativos para diferentes valores de referência e suas superfícies de controle diferentes.

- Inclusão do conhecimento sobre a variabilidade nos elementos que definem as funções de pertinência;
- Adaptação das superfícies de controle como requisitado pelas condições operacionais, principalmente determinado pela referência;
- Utilização tanto na atividade de codificação (fuzificação) quanto na decodificação (defuzificação);
- Possibilidade que todos os parâmetros sejam modificados igualmente, por um fator de escalonamento;
- Possibilidade que os parâmetros sejam modificados independentemente, ou mesmo permaneçam constantes;

- Compatibilidade com quaisquer dos modelos baseados em regra existentes na literatura; e
- Ajuste dos parâmetros de controle on-line.

3.3 Modelo FRGS

3.3.1 Modelo FRGS Relacional

O conjunto de regras no processo de relação difusa está inerentemente associado ao conhecimento que representa a experiência que alguém usa para interagir com um processo, um sistema. Desta forma, deve ser incorporado no modelo relacional clássico (A.29) o conhecimento, K , que foi utilizado para compor a lei de controle – conhecimento este que também pode ser associado a uma condição de contorno ou limitação operacional. Neste caso, a equação (A.29) pode ser reescrita conforme dado a seguir:

$$\begin{aligned} U &= M \circ R(K) \\ &= \text{projecção}[\text{conjunção}(\text{extensão cilíndrica}(M), R(K))] , \end{aligned} \quad (3.5)$$

sendo U o universo de discurso que representa a ação de controle, M um conjunto difuso que representa, por exemplo, um dado medido ou uma informação associada à percepção humana; R uma relação difusa (mapeamento difuso) que representa o conhecimento sobre o comportamento dinâmico do sistema; a operação \circ dada como em (A.30); e a operação de conjunção sendo associada a alguma T-norma previamente escolhida.

Além de conter a experiência de um especialista na forma de regras, o conhecimento pode incorporar implicitamente, e de maneira subentendida, descrições sobre objetivos (subobjetivos), ou tarefas (subtarefas). Por exemplo, se é esperado que um sistema modifique seu comportamento baseado em objetivo este pode ser representado por um sinal externo, θ .

$$\begin{aligned} U &= M \circ R(K(\theta)) \\ &= \text{projecção}[\text{conjunção}(\text{extensão cilíndrica}(M), R(K(\theta)))] . \end{aligned} \quad (3.6)$$

Em muitos problemas de controle este sinal de entrada externo é usualmente chamado de “referência”, N_r , – por exemplo, problemas de trajetória ou problemas de

resposta ao degrau. Quando um sinal exógeno existe, o objetivo também é associado à referência. Se existe um sistema que incorpora o objetivo (referência) como parte da construção do conhecimento necessário para formar a relação difusa, então a equação (3.6) vem a ser:

$$\begin{aligned} U &= M \circ R(K(r)) \\ &= \text{projeção[conjunção(extensão cilíndrica(M), R(K(r)))]} . \end{aligned} \quad (3.7)$$

Uma forma de lidar com sistemas que são afetados por um sinal externo, e fazê-los se comportarem como desejado, é encontrar um sistema que incorpore também mudanças determinadas pela referência. No ambiente difuso, uma alternativa para lidar com este problema é encontrar um sistema que tenha suas características dinâmicas influenciadas pela modificação de suas funções de pertinência pelo sinal de referência. A fim de ilustrar, considere um sistema difuso que possua o seguinte conjunto de regras:

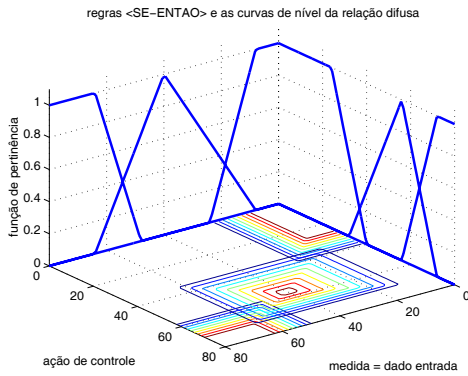
$$\begin{aligned} \text{SE erro é pequeno} & \quad \text{ENTÃO ação é pequena} \\ \text{SE erro é médio} & \quad \text{ENTÃO ação é média} \\ \text{SE erro é grande} & \quad \text{ENTÃO ação é grande} . \end{aligned} \quad (3.8)$$

As funções de pertinência para este exemplo são ilustradas na Figura 3.8(a). Suponha agora que uma referência externa tenha modificado o comportamento do sistema anterior de tal forma que existam novas funções de pertinência como mostrado na Figura 3.8(b). Uma possível representação desta abordagem é dada a seguir:

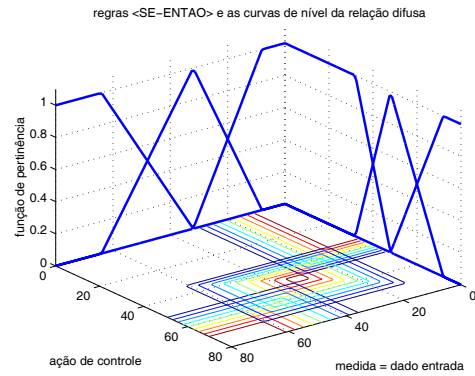
$$\begin{aligned} \text{SE erro é pequeno}(\theta) & \quad \text{ENTÃO ação é pequena} \\ \text{SE erro é médio}(\theta) & \quad \text{ENTÃO ação é média} \\ \text{SE erro é grande}(\theta) & \quad \text{ENTÃO ação é grande} . \end{aligned} \quad (3.9)$$

Desde que as funções de pertinência não são as mesmas das funções de pertinência originais, tem-se também uma outra relação difusa resultando em novas saídas (Figuras 3.8(c) e 3.8(d)). A reorganização da relação difusa que representa o conhecimento do sistema ilustra claramente como as funções de pertinência podem influenciar na dinâmica resultante através da modificação da base de conhecimento – mesmo que as regras de difusas sejam mantidas inalteradas.

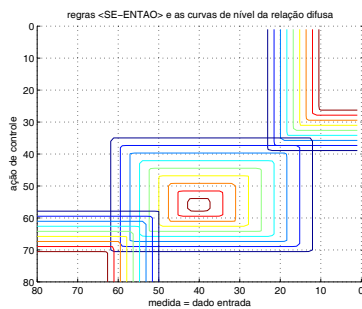
A alteração da ação de controle resultante da modificação das funções de perti-



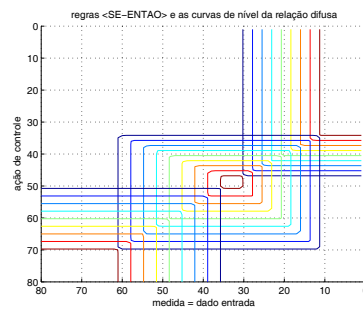
(a) Funções de pertinência originais.



(b) Funções de pertinência modificadas.



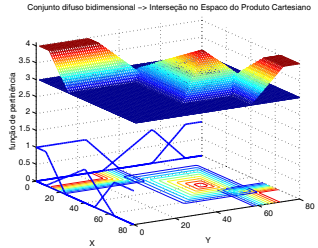
(c) Relação difusa original.



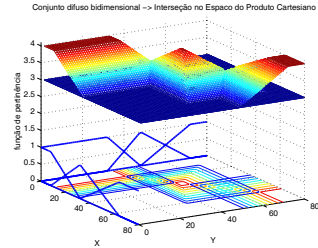
(d) Relação difusa modificadas.

FIGURA 3.8 - Ajuste das funções de pertinência em função da referência.

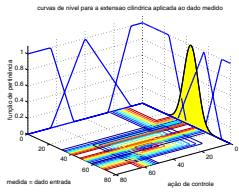
nência pode ser percebida com mais detalhes nos gráficos da Figura 3.9. Os gráficos 3.9 (a,b) representam a formação do conhecimento e estão relacionados com a experiência individual. Apesar de terem o mesmo conjunto de regras, existe uma diferença na relação difusa. Seja para as funções de pertinência do tipo Ruspini (Figura 3.9 (b,d,f,h,j,l,n,p,r)), seja para funções de pertinência quaisquer (Figura 3.9 (a,c,e,g,i,k,m,o,q)), as relações difusas são distintas e foram obtidas ao se introduzir uma pequena modificação na definição do suporte das funções de pertinência. Os gráficos 3.9 (c,d,e,f) apresentam a medida (ou percepção) relativa à informação que define o comportamento real do sistema em um determinado instante de tempo e que irá afetar a ação dinâmica final. Seja no processo manipulado, seja em sistemas de controle, o estado atual do sistema, M , usualmente modela valores de entrada e está relacionado com a leitura de um sensor. Se o sensor fornece um valor considerado preciso (ou singular/(*singleton*)) então o estágio de fuzificação requer uma associação direta com a função de pertinência (Figura 3.10(a)). Por outro lado, se a leitura do sensor contém ruído, ou se a percepção não é precisa



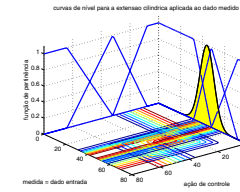
(a) Base de conhecimento modificada



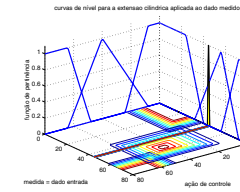
(b) Base de conhecimento original (ruspini)



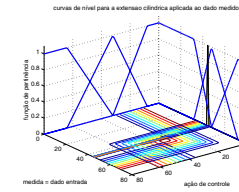
(c) Medida: distribuição de possibilidade



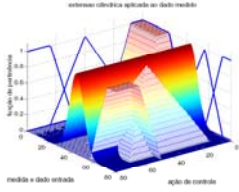
(d) Medida: distribuição de possibilidade



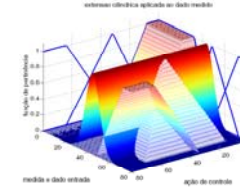
(e) Medida: singular (precisa / singleton / crisp)



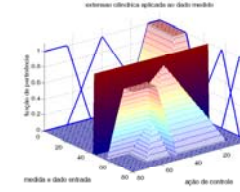
(f) Medida: singular (precisa / singleton / crisp)



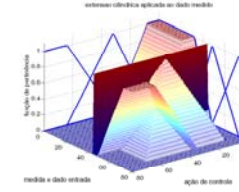
(g) Extensão cilíndrica sobre a base de conhecimento



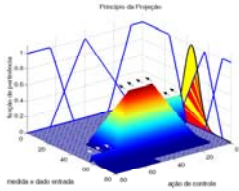
(h) Extensão cilíndrica sobre a base de conhecimento



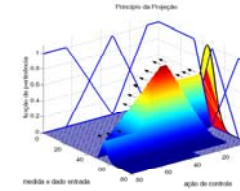
(i) Extensão cilíndrica sobre a base de conhecimento



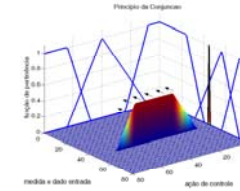
(j) Extensão cilíndrica sobre a base de conhecimento



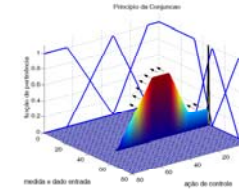
(k) Operação de conjunção seguida da operação de projeção



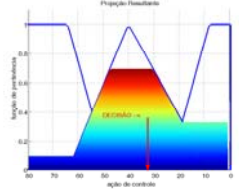
(l) Operação de conjunção seguida da operação de projeção



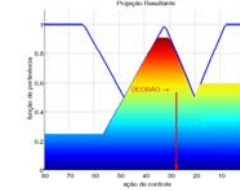
(m) Operação de conjunção seguida da operação de projeção



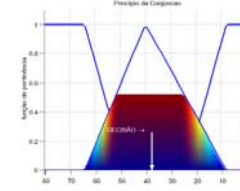
(n) Operação de conjunção seguida da operação de projeção



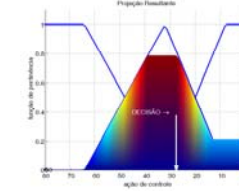
(o) Projeção Resultante (e valor final)



(p) Projeção Resultante (e valor final)



(q) Projeção Resultante (e valor final)



(r) Projeção Resultante (e valor final)

FIGURA 3.9 - Influência de um sinal exógeno (referência, objetivo, ambiente, contexto) na resposta dinâmica de sistemas difusos empregando medidas difusa (distribuição de possibilidade) e singular.

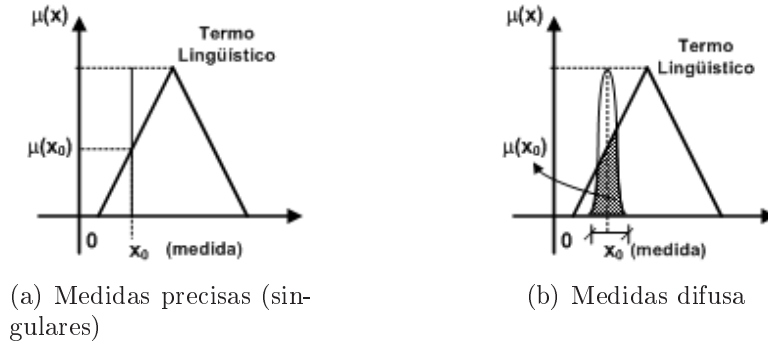


FIGURA 3.10 - Tipos de medidas, M .

nem certa, o dado de entrada pode ser modelado por uma função de distribuição de possibilidade (Figura 3.10(b)). Os gráficos 3.9 (g, h, i, j) correspondem à operação de extensão cilíndrica da medida (percepção) sobre a base de conhecimento. Já os gráficos 3.9 (k, l, m, n) mostram o resultado da operação da conjunção seguida da operação de projeção. Os gráficos finais 3.9 (o, p, q, r) apresentam a projeção resultante e o valor final defuzificado. Como pôde ser visto neste exemplo, para cada mapeamento entrada-saída existe um valor de saída diferente determinado pela modificação das funções de pertinência em função de um parâmetro de escalonamento, θ e, ainda, para cada tipo de sinal de entrada, M .

Modificar as funções de pertinência, como sugerido, pode ser entendido como um processo de inserção de modificadores lingüísticos – modificadores de bordas – para produzir um novo sistema difuso, mesmo preservando o conjunto de regras (equações (3.8) e (3.9)). O método FRGS equivale, portanto, a utilizar o mecanismo de inferência disposicional, por exemplo, como dado a seguir:

$$\begin{array}{ll}
 \text{SE erro é } \mathbf{muito}(\text{pequeno}) & \text{ENTÃO ação é pequena} \\
 \text{SE erro é } \mathbf{pouco}(\text{médio}) & \text{ENTÃO ação é média} \\
 \text{SE erro é (grande)} & \text{ENTÃO ação é grande ,}
 \end{array} \tag{3.10}$$

sendo que o modificador lingüístico é determinado pelo termo exógeno , θ .

Um exemplo ilustrativo desta condição é mostrado na Figura 3.11. As funções de pertinência para a Figura 3.11(a) são geradas por $M_{ij} = (1/(1 + \theta_j * \exp(-i * 0, 15)))$, tal que $M_{i1} = f(i, \theta_1 = 0, 09)$, $M_{i2} = f(i, \theta_2 = 0, 6)$ e $M_{i3} = f(i, \theta_3 = 5)$. As funções de pertinência para a Figura 3.11(b) são geradas por $M_{ij} = (1/(1 + \theta_{jA} * \exp(-i *$

$\theta_{jB}))$), tal que $M_{i1} = f(i, \theta_{1A} = 0,09, \theta_{1B} = 15)$, ou seja, a mesma função original anterior, $M_{i2} = f(i, \theta_{2A} = 0,8, \theta_{2B} = 0,11)$, e $M_{i3} = f(i, \theta_{3A} = 4, \theta_{3B} = 0,08)$.

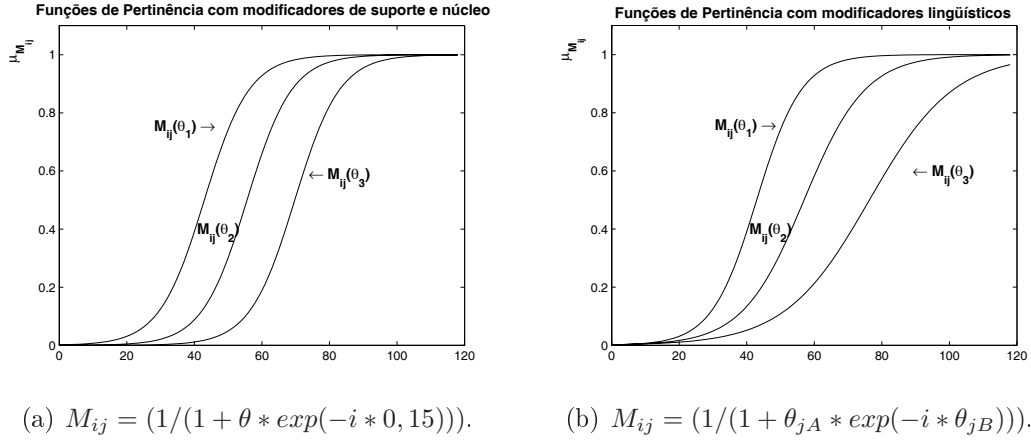


FIGURA 3.11 - Exemplos de FRGS funcionando como modificador lingüístico.

3.3.2 Modelo FRGS Mamdani

O modelo FRGS-Mamdani baseado na estrutura de sistemas difusos Mamdani é mostrada a seguir:

$$\begin{aligned} R_{s_i} : \text{SE } x_1 \text{ é } M_{i1}(x, \theta) \text{ E } \dots \text{ E } x_n \text{ é } M_{in}(x, \theta) \\ \text{ENTÃO } y_i = C_i(\theta) . \end{aligned} \quad (3.11)$$

A i -ésima regra (implicação) é representada por R_{s_i} , tal que $i = 1, 2, \dots, N_r$, sendo N_r o número máximo de regras difusas; y_i , a saída da i -ésima regra; x_1, \dots, x_n , variáveis de estado; $M_{ip}, p = 1, 2, \dots, n$, a p -ésima função de pertinência da i -ésima regra que particiona o universo de discurso de entrada; e $C_i(\theta)$, função de pertinência escalonada pelo parâmetro, θ , da i -ésima regra que particiona o universo de discurso de saída.

O exemplo utilizado para ilustrar o modelo FRGS relacional pode também ser entendido para descrever o funcionamento do modelo FRGS-Mamdani.

3.3.3 Modelo FRGS Takagi-Sugeno (FRGS-TS)

Considere novamente o modelo difuso Takagi-Sugeno (TAKAGI; SUGENO, 1985).

Se o interesse for trabalhar com um sistema difuso baseado em dados de entrada e saída, p.ex., o modelo FRGS discreto baseado na estrutura Takagi-Sugeno apresentada em (A.41) pode ser reescrito como segue:

$$\begin{aligned}
\text{RS}_i : \text{SE } x(k) \text{ é } M_{i1}(x(k), \theta) \text{ E } \dots \text{E } x(k-n+1) \text{ é } M_{in}(x(k), \theta) \text{ E} \\
\text{E } u(k) \text{ é } N_{i1}(x(k), \theta) \text{ E } \dots \text{E } u_{k-m+1}(t) \text{ é } M_{mi}(x(t), \theta) \\
\text{ENTÃO } x_i(k+1) = a_{0i} + a_{1i}x(k) + \dots + a_{ni}x(k-n+1) + \\
b_{1i}u(k) + \dots + b_{mi}u(k-m+1),
\end{aligned} \tag{3.12}$$

tal que θ é a variável de escalonamento que determina os pontos de operação desejados do sistema. A resposta dinâmica resultante é dada pela seguinte equação:

$$x(k+1) = \frac{\sum_{i=1}^{N_r} w_i(x(k), \theta) x_i(k+1)}{\sum_{i=1}^{N_r} w_i(x(k), \theta)}, \tag{3.13}$$

sendo $\sum_{i=1}^{N_r} w_i(x(k), \theta) > 0$, e $x_i(k+1)$ calculado para as entradas também no conseqüente da equação da i -ésima regra. O novo peso $w_i(x(k), \theta)$ fornece o novo grau de ativação resultante global da premissa da i -ésima regra que pode ser expressa, p.ex., como:

$$w_i(x(k), \theta) = \prod_{p=1}^n M_{ip}(x(k-p+1), \theta) \times \prod_{q=1}^m N_{iq}(u(k-p+1), \theta).$$

A representação do modelo FRGS em espaço de estados é obtida por:

$$\begin{aligned}
\text{RS}_i : \text{SE } x(k) \text{ é } M_{i1}(x(k), \theta) \text{ E } \dots \text{E } x(k-n+1) \text{ é } M_{in}(x(k), \theta) \text{ E} \\
\text{E } u(k) \text{ é } N_{i1}(x(k), \theta) \text{ E } \dots \text{E } u_{k-m+1}(k) \text{ é } M_{im}(x(t), \theta) \\
\text{ENTÃO } x_i(k+1) = A_i x(k) + B_i u(k),
\end{aligned} \tag{3.14}$$

sendo o modelo resultante a média ponderada dos i -ésimos submodelos, ou seja:

$$x(k+1) = \frac{\sum_{i=1}^{N_r} w_i(x(k), \theta) [A_i x(k) + B_i u(k)]}{\sum_{i=1}^{N_r} w_i(x(k), \theta)}. \tag{3.15}$$

O modelo FRGS-TS *singleton* é obtido a partir da equação (3.12) e é dado a seguir:

$$\begin{aligned}
\text{RS}_i : \text{SE } x(k) \text{ é } M_{i1}(x(k), \theta) \text{ E } \dots \text{E } x(k-n+1) \text{ é } M_{in}(x(k), \theta) \text{ E} \\
\text{E } u(k) \text{ é } N_{i1}(x(k), \theta) \text{ E } \dots \text{E } u(k-m+1) \text{ é } M_{im}(x(k), \theta) \quad (3.16) \\
\text{ENTÃO } x_i(k+1) = a_{0i} ,
\end{aligned}$$

e a saída resultante é dada por:

$$x(k+1) = \frac{\sum_{i=1}^{N_r} w_i(x(k), \theta) a_{0i}}{\sum_{i=1}^{N_r} w_i(x(k), \theta)} . \quad (3.17)$$

Para ilustrar o funcionamento do modelo FRGS-TS considere o conjunto de regras dado pela equação (3.18). Para permitir a verificação imediata da influência da modificação das funções de pertinência do universo de discurso de entrada sobre a saída resultante é utilizado apenas uma entrada ao mesmo tempo que é empregado o modelo TS de ordem zero.

$$\begin{aligned}
\text{RS}_1 : \text{SE } x_1(k) \text{ é } M_{11}(x(k), r(k)) \text{ ENTÃO } x_1(k+1) = a_1, \\
\text{RS}_2 : \text{SE } x_1(k) \text{ é } M_{12}(x(k), r(k)) \text{ ENTÃO } x_2(k+1) = a_2 . \quad (3.18)
\end{aligned}$$

Suponha que $a_1 = 1$ e $a_2 = 2$ e que a função de pertinência tanto para M_{11} quanto para M_{12} seja obtida pela quádrupla $\langle s_1, c_1, c_2, s_2 \rangle$, com $s(M) = [s_1, s_2]$ e $c(M) = [c_1, c_2]$. Seja o conjunto de termos adaptativos em T dado por $M_{11} = \langle 0, 0, f_a, f_b \rangle$ e $M_{12} = \langle f_c, f_d, 1, 1 \rangle$. Assuma que $f_a = 0, 3$, $f_b = 0, 7$, $f_c = f_\theta = 0, 3 \cdot \theta$ e $f_d = 0, 7$ e que inicialmente o valor do sinal exógeno, θ , seja unitário. Como é sabido, a saída varia entre os limites inferior e superior, a_1 e a_2 , e é obtida pela média ponderada entre eles. A visualização gráfica da saída deste modelo pode ser vista nas Figuras 3.12(a) e 3.12(b). A seguir, as subfiguras da Figura 3.12 ilustram os mapeamentos difusos adaptativos obtidos através das alterações das funções de pertinência que representam pequenas modificações nas condições de operação do sistema. Assuma que exista um sinal exógeno dado por θ que seja capaz de transformar a função de pertinência M_{12} através da alteração do valor do parâmetro de suporte agora atribuído o valor $f_c = 0, 1$. Como pode ser percebido através da análise das Figuras 3.12(c) e 3.12(d) o mapeamento entrada-saída do sistema foi alterado e, conseqüentemente, a resposta para este modelo apresenta um novo comportamento dinâmico.

Da mesma forma que houve a modificação do suporte, pode haver também a modificação do núcleo da função de pertinência. Suponha que exista um sinal exógeno tal que conduza o parâmetro de núcleo f_a da função de pertinência M_{11} de 0, 3 para 0, 5. A resposta para este modelo apresenta um comportamento dinâmico ainda diferente da condição anterior visto o novo mapeamento entrada-saída do sistema obtido (Figuras 3.12(e) e 3.12(f)). Neste exemplo, utilizou-se a partição de Ruspini fazendo-se $f_c = f_a$. Finalmente, o último exemplo mantém a modificação introduzida no exemplo das Figuras 3.12(c) e 3.12(d) ao mesmo tempo que faz com que o núcleo da função de pertinência M_{11} acompanhe o suporte (Figura 3.12(g) e 3.12(h)). Assim, a função de pertinência M_{11} teve seu núcleo contraído ao se atribuir $f_a = 0, 1$ e um novo mapeamento entrada-saída para representar o sistema dinâmico foi alcançado.

Este exemplo ilustrativo para sistemas FRGS-TS *singletons* discretos pode ser estendido para sistemas FRGS-TS *singletons* contínuos.

A modificação das funções de pertinência em um espaço bidimensional dadas por $w(x(t), \theta)$ podem ser visualizadas nas Figuras 3.13(a), 3.13(b) e 3.13(c).

Será considerado de agora em diante somente o modelo difuso Takagi-Sugeno contínuo na representação em espaço de estados.

Considere novamente o modelo difuso TS dado em (A.47), que é:

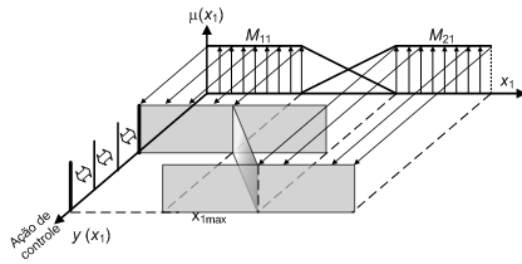
$$\dot{x}(t) = \frac{\sum_{i=1}^{N_r} w_i(x(t)) [A_i x(t) + B_i u(t)]}{\sum_{i=1}^{N_r} w_i(x(t))} . \quad (3.19)$$

Esta equação pode ser reescrita como:

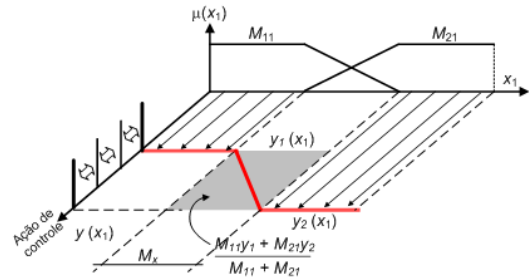
$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{N_r} h_i(x(t)) [A_i x(t) + B_i u(t)] , \quad (3.20)$$

sendo:

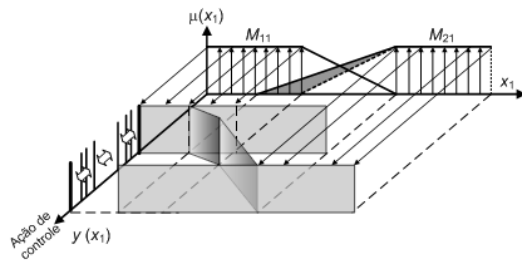
$$h_i(x(t)) = \frac{w_i(x(t))}{\sum_{i=1}^{N_r} w_i(x(t))} . \quad (3.21)$$



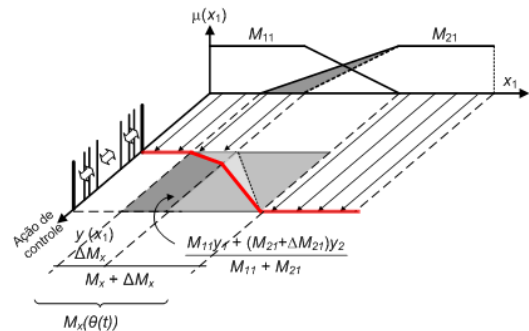
(a) Sistema difuso Takagi-Sugeno ordem zero.



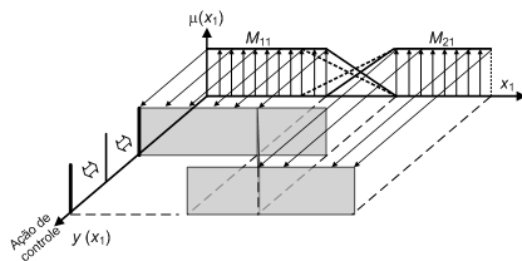
(b) Mapeamento original.



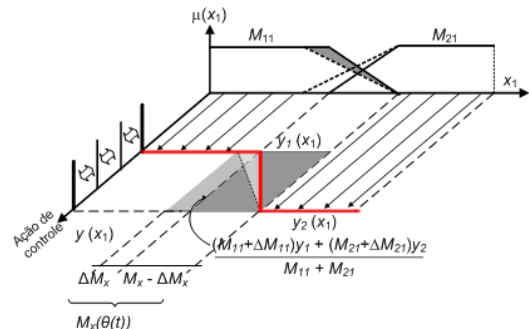
(c) Sistema FRGS ordem zero.



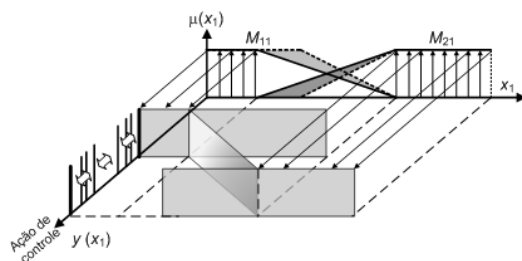
(d) FRGS: modificação do suporte.



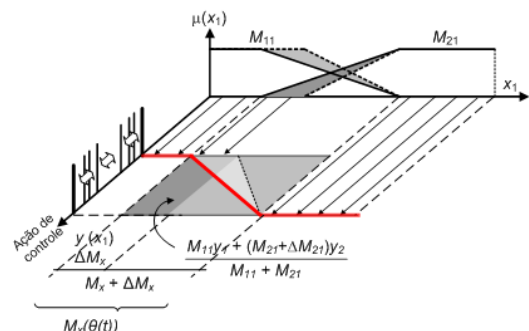
(e) Sistema FRGS ordem zero.



(f) FRGS: retração do suporte e núcleo.



(g) Sistema FRGS ordem zero.



(h) FRGS: expansão do suporte e núcleo.

FIGURA 3.12 - Controlador difuso Takagi-Sugeno ordem zero original (controlador difuso singleton): variação no núcleo.

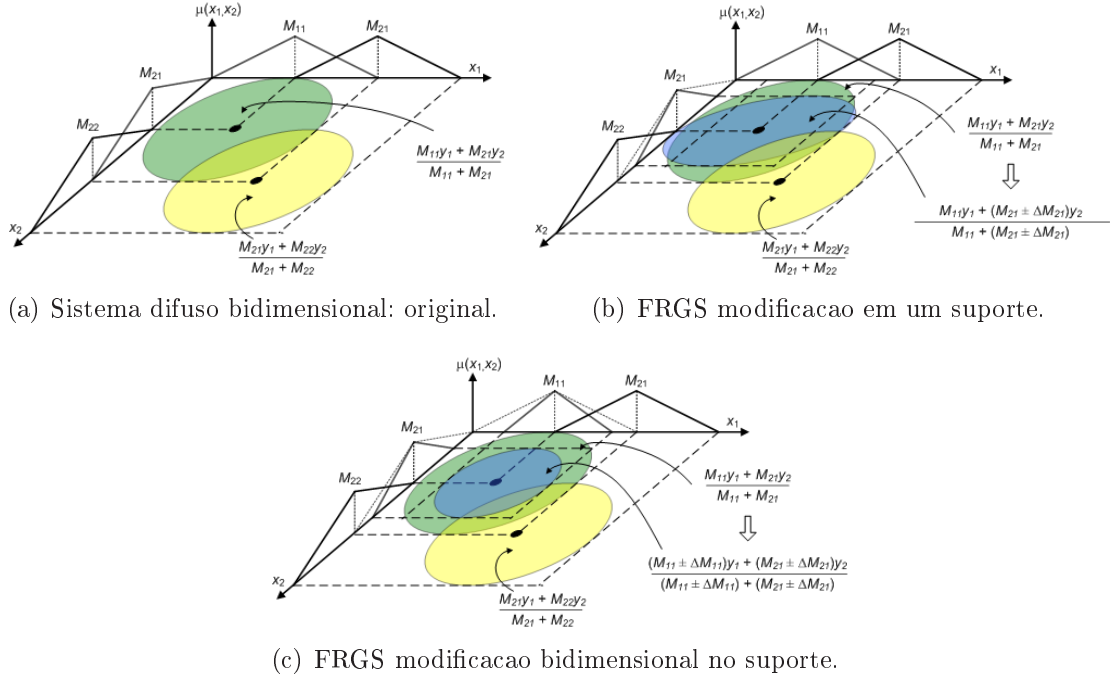


FIGURA 3.13 - Controlador FRGS Takagi-Sugeno: abordagem com escalonamento de ganhos (gain-scheduling) bidimensional.

Desta forma, o modelo resultante pode ser entendido como:

$$\dot{x} = A(h(x(t)))x(t) + B(h(x(t)))u(t) . \quad (3.22)$$

sendo $A(h(x(t))) = h_i(x(t))A_i$ e $B(h(x(t))) = h_i(x(t))B_i$.

Enquanto na abordagem usual, esta variação se deve ao estado, $x(t)$, na proposta FRGS um elemento adicional determinado pela variável de escalonamento, θ ,   adicionado. Assim, a nova representa o para sistema FRGS proposto   dada por:

$$\dot{x}(t) = A(h(x(t), \theta))x(t) + B(h(x(t), \theta))u(t) , \quad (3.23)$$

visto que:

$$\dot{x}(t) = \frac{\sum_{i=1}^{N_r} w_i(x(t), \theta) [A_i x(t) + B_i u(t)]}{\sum_{i=1}^{N_r} w_i(x(t), \theta)} . \quad (3.24)$$

Ao escolher a modificação dos pesos, $w_i(x(t), \theta)$, em (3.24) deve ser considerado também a alteração do grau de ativação da função de pertinência que tem seu suporte e núcleo determinado agora não só pelo estado atual do sistema, $x(t)$, mas também pelo parâmetro de escalonamento, θ , por exemplo:

$$w_i(x(t)) = \prod_{p=1}^n M_{in}(x_p(t), \theta) . \quad (3.25)$$

Para ilustrar o funcionamento do modelo FRGS-TS considere o conjunto de regras dado pela equação (3.26). Para permitir a verificação direta da influência da modificação das funções de pertinência na saída resultante o exemplo utiliza duas entradas, x_1 e x_2 , funções de pertinência triangulares e considera ainda que o modelo seja dado por:

$$\begin{aligned} \text{Rs}_1 : \text{SE } x_1(t) \text{ é } M_{11}(x(t), \theta) \text{ E } x_2(t) \text{ é } M_{12}(x(t), \theta) \\ \text{ENTÃO } \dot{x}_1(t) = A_1 x_1(t), \\ \text{Rs}_2 : \text{SE } x_1(t) \text{ é } M_{12}(x(t), \theta) \text{ E } x_2(t) \text{ é } M_{22}(x(t), \theta) \\ \text{ENTÃO } \dot{x}_2(t) = A_2 x_2(t) . \end{aligned} \quad (3.26)$$

A representação gráfica da saída associada a este modelo pode ser vista na Figura 3.14(a). A representação da função de pertinência para M_{11} , M_{12} , M_{21} e M_{22} é escolhida ser a tripla $\langle s_1, c_1, s_2 \rangle$, com $s(M) = [s_1, s_2]$ e $c(M) = [c_1]$. A função de pertinência, nestas condições, pode variar através da modificação do suporte, pela alteração do núcleo, ou alguma combinação das duas. Assim, o sistema difuso original deixa de ser:

$$\dot{x}(t) = \frac{M_{11}M_{12}A_1 + M_{21}M_{22}A_2}{M_{11}M_{12} + M_{21}M_{22}} , \quad (3.27)$$

e pode ser representado por:

$$\dot{x}(t) = \frac{(M_{11} + \Delta M_{11})(M_{12} + \Delta M_{12})A_1 + M_{21}M_{22}A_2}{(M_{11} + \Delta M_{11})(M_{12} + \Delta M_{12}) + M_{21}M_{22}} . \quad (3.28)$$

Quando o núcleo das funções de pertinência varia de acordo com distintos valores de θ , novas e distintas condições de operação são determinadas e, conseqüentemente, novos comportamentos dinâmicos globais são obtidos – conforme proposição deste trabalho. Suponha uma alteração nas funções de pertinência M_{11} e M_{12} , respecti-

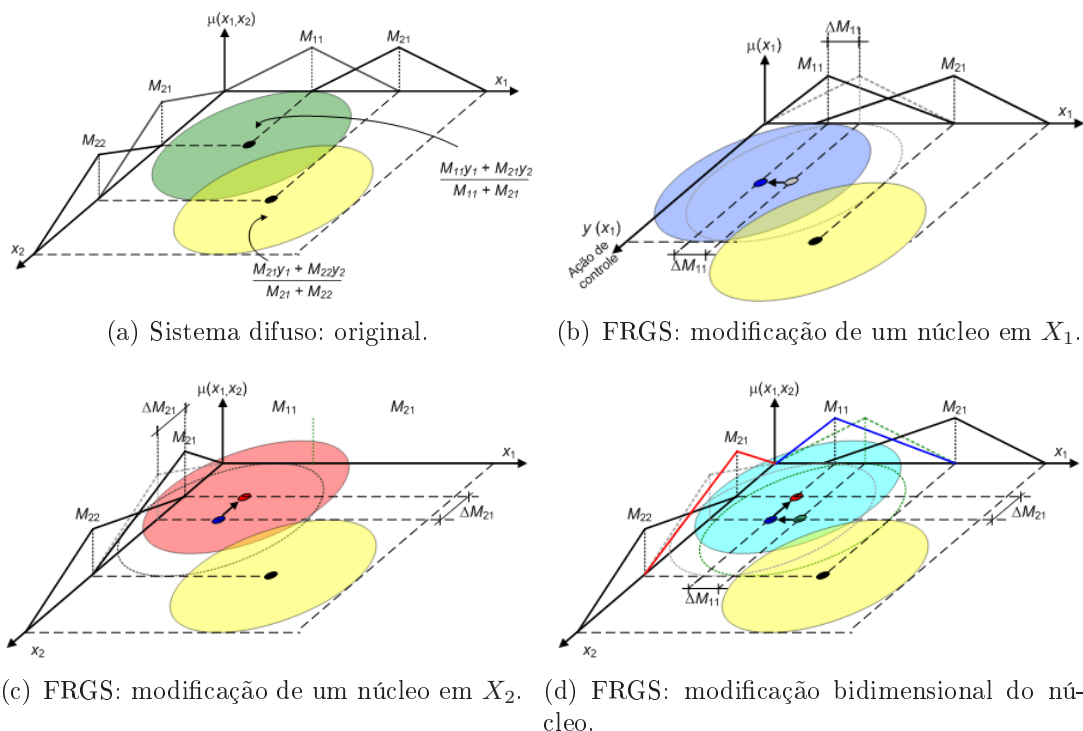


FIGURA 3.14 - Sistema de controle FRGS Takagi-Sugeno: abordagem com escalonamento de ganhos (gain-scheduling).

vamente, mostrada nas Figuras 3.14(b) e 3.14(c). O resultado final da combinação das duas alterações é mostrado na Figura 3.14(d). Para este tipo de alteração das funções de pertinência o limite para alteração dos seus centros, $c(M) = [c_1]$, é determinado pelo limite dos suportes, ou seja, $s_1 \leq c_1 \leq s_2$. Visto que a região de influência do modelo é determinado pelo suporte das funções de pertinência, quando este modifica o raio de ação (p.ex., norma euclidiana) de interferência dos sistemas em cada ponto de interferência aumenta (diminui) a medida que o suporte se torna maior (menor). O limite inferior é determinado pela região em que as funções de pertinência apresentam o limite à direita (esquerda) de um suporte igual ao limite à esquerda (direita) de um suporte de uma outra função de pertinência. Se houverem três funções de pertinência, M_{a-1} , M_a e M_{a+1} , cujos respectivos suportes sejam dados por $s(M_{a-1}) = [s_{(a-1)1}, s_{(a-1)2}]$, $s(M_a) = [s_{a1}, s_{a2}]$ e $s(M_{a+1}) = [s_{(a+1)1}, s_{(a+1)2}]$, então deve-se ter $s_{(a-1)2} \leq s_{(a+1)1}$ e $s_{a2} \geq s_{(a+1)1}$. Caso contrário, haverá lacunas entre modelos locais – ou seja, uma inconsistência no modelo – que deve ser evitada.

A utilização de modelos FRGS pode ser útil quando se está interessado em representar um sistema não-linear através de linearização em diversos pontos de operação

determinados pela referência que seja constante por partes (*piecewise fuzzy systems*). Visto que a variável de escalonamento é modificada de forma constante por partes, as funções de pertinência são modificadas somente a condições de operação diferentes umas das outras. Esta técnica é dirigida aqui, mas não restrita, à classe de problemas onde as distintas condições de operação estejam no limite estabelecido pelo suporte das funções de pertinência utilizadas para particionar o universo de discurso de entrada do sistema difuso.

3.4 Sistema de Controle FRGS

Enquanto na seção anterior foi apresentada uma alternativa para representar o comportamento dinâmico para uma classe de sistemas através de modelos FRGS, deste ponto em diante o sistema de controle difuso com escalonamento de ganhos parametrizado pela referência (FRGS) é descrito.

As etapas de construção do sistema de controle FRGS podem ser dadas, por exemplo, conforme mostradas na Figura 3.15.

O método de controle FRGS pode ser utilizado com controladores difuso lingüísticos, com controladores interpolativos, ou mesmo o controlador difuso singular (*singleton fuzzy controller*). O propósito desta tese é lidar com sistemas interpolativos do tipo Takagi-Sugeno, inicialmente, e em trabalhos posteriores extrapolar para outras condições de investigação.

Considere, inicialmente, a lei de controle de sistemas Takagi-Sugeno cujas funções de pertinência, M_{jn} , do universo de discurso de entrada sejam parametrizadas por um sinal exógeno atrelado a uma variável de escalonamento, θ :

$$\begin{aligned} Rc_j : \text{SE } \delta_1(t) \text{ é } M_{j1}(\delta(t), \theta) \text{ E } \dots \text{ E } \delta_n(t) \text{ é } M_{jn}(\delta(t), \theta) \\ \text{ENTÃO } u_j = -K_j x(t) + H_j r(t) , \end{aligned} \quad (3.29)$$

sendo que Rc_j denota o j -ésima regra difusa, $j = 1, \dots, r$, que têm por objetivo estabilizar o sistema manipulado. No conseqüente da regra, as matrizes de ganho, K_j e H_j , compõem a lei de controle linear, e o sinal de referência, $r(t)$, seja modificado de maneira constante por partes (*stepwise reference signal*). Desta forma, para cada i -ésima regra do modelo difuso Takagi-Sugeno linear local do sistema a ser controlado, são projetados controladores locais. O grau de ativação da j -ésima regra para o controlador local é dada por $w_j(\delta(t), \theta) \geq 0$ sendo definido pelo operador de

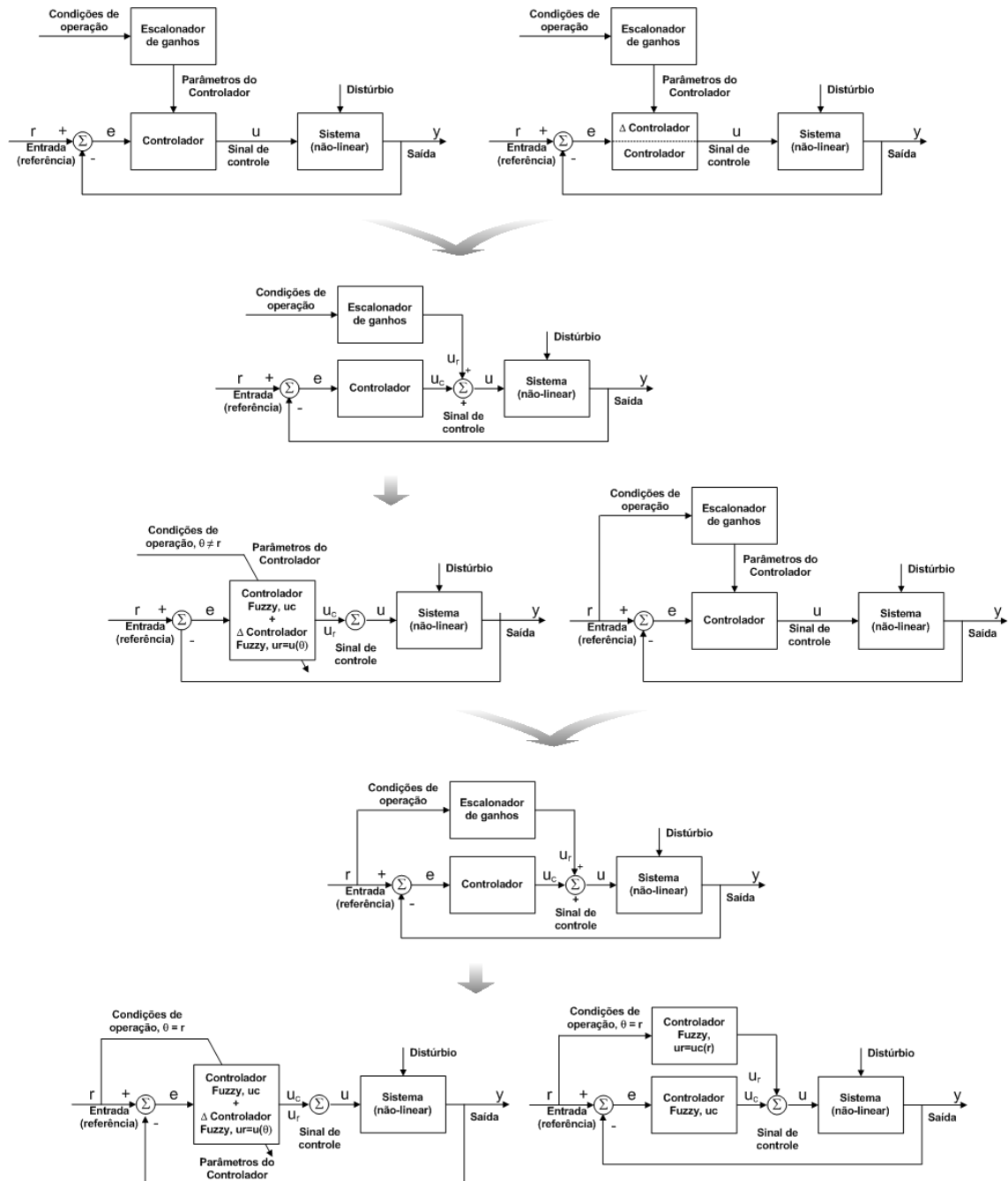


FIGURA 3.15 - Construção geral do sistema de controle difuso parametrizado pela referência (FRGS).

conjunção neste caso escolhido o produto algébrico:

$$w_j(\delta(t), \theta) = \prod_{p=1}^n M_{jp}(\delta(t), \theta) . \quad (3.30)$$

3.4.1 Controlador FRGS Takagi-Sugeno: $\theta_i(t) = r_i(t)$

Quando a referência é utilizada como a variável de escalonamento, $\theta_i(t) = r_i(t)$, o sistema pode ser entendido como um sistema de controle difuso com escalonamento de ganhos parametrizado pela referência. O diagrama em blocos para ele é esboçado na Figura 3.16, cuja estrutura é análoga àquela mostrada na Figura 3.15.

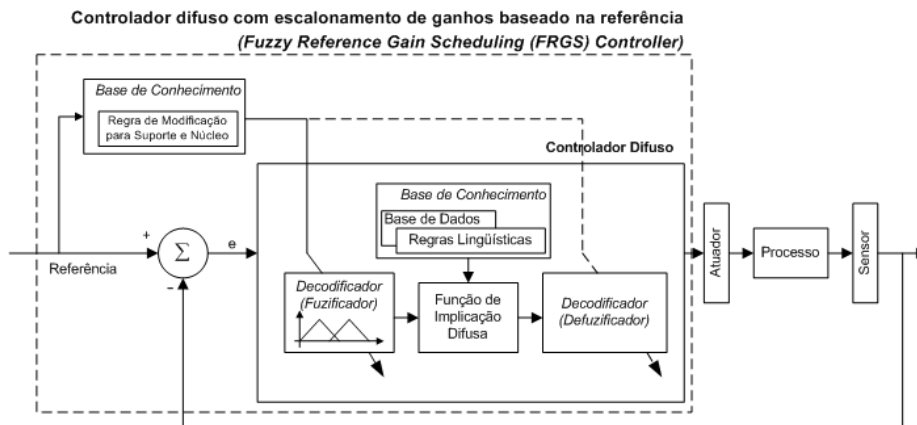


FIGURA 3.16 - Diagrama do sistema de controle difuso com escalonamento de ganhos baseado na referência (Fuzzy Reference Gain Scheduling (FRGS) Control System): controle em avanço, $\theta_i = r_i$.

A equação para o sistema de controle FRGS do tipo Takagi-Sugeno cujo sinal exógeno é fornecido de acordo com o sinal de referência em malha fechada (Figura 3.16) é dada pela seguinte equação:

$$\begin{aligned} \text{Rc}_j : \text{SE } \delta_1(t) \text{ é } M_{i1}(\delta(t), r_i(t)) \text{ E } \dots \text{ E } \delta_p(t) \text{ é } M_{in}(\delta(t), r_i(t)) \\ \text{ENTÃO } u_j = -K_j x(t) + H_j r_i(t) . \end{aligned} \quad (3.31)$$

O grau de ativação da j -ésima regra é agora dado por $w_j(\delta(t), r_i(t)) \geq 0$ cujo ope-

rador de conjunção foi escolhido o produto algébrico:

$$w_j(\delta(t)) = \prod_{p=1}^n M_{jp}(\delta(t), r_i(t)) . \quad (3.32)$$

Quando as variáveis de entrada do sistema são atreladas às variáveis de estado, $\delta(t) = x(t)$, então a equação (3.31) é substituída por:

$$\begin{aligned} \text{Rc}_j : \text{SE } x_1(t) \text{ é } M_{j1}(x(t), r_i(t)) \text{ E } \dots \text{ E } x_n(t) \text{ é } M_{jn}(x(t), r_i(t)) \\ \text{ENTÃO } u_j = -K_j x(t) + H_j r_i(t) , \end{aligned} \quad (3.33)$$

e, nas mesmas condições para a equação (3.32), o grau de ativação w_j , é dado por:

$$w_j(\delta(t)) = \prod_{p=1}^n M_{jp}(x(t), r_i(t)) . \quad (3.34)$$

Da mesma forma que no controlador difuso Takagi-Sugeno tradicional, a saída total do controlador difuso é dada por:

$$u(t) = \frac{\sum_{j=1}^{N_r} w_j(x(t), r_i(t))[-K_j x(t) + H_j r_i(t)]}{\sum_{j=1}^{N_r} w_j(x(t), r_i(t))} . \quad (3.35)$$

Quando não há modificações no sinal de referência e este é utilizado de forma direta para modificar as funções de pertinência, então as expressões (3.33) e (3.35) vem a ser, respectivamente:

$$\begin{aligned} \text{Rc}_j : \text{SE } x_1(t) \text{ é } M_{j1}(x(t), r_i(t)) \text{ E } \dots \text{ E } x_n(t) \text{ é } M_{jn}(x(t), r_i(t)) \\ \text{ENTÃO } u_j = -K_j x(t) + r_i(t) , \end{aligned} \quad (3.36)$$

e

$$u(t) = \frac{\sum_{j=1}^{N_r} w_j(x(t), r_i(t))[-K_j x(t) + r_i(t)]}{\sum_{j=1}^{N_r} w_j(x(t), r_i(t))} . \quad (3.37)$$

As possibilidades de modificação nas funções de pertinência mostradas anterior-

mente (Figura 3.4) fazem com que o ganho do sistema de controle FRGS proposto tenha uma componente principal, $\mu_{M_x}(x)$, associada às funções de pertinência originais, M_x , e uma componente que é somada (subtraída) a elas, $\Delta\mu_{M_x^\theta}(x)$, através do sinal exógeno, θ , ou seja, $M_x(\theta)$, gerando um novo termo dado por $M_x + \Delta M_x^\theta$. Por sua vez, eles podem ser divididos em dois segmentos: um elemento na malha de realimentação, u_c , diretamente relacionado a $\mu_{M_x}(x)$, e outro, u_r , relativo à malha de alimentação em avanço (*feedforward*) diretamente relacionado a modificação introduzida por $\Delta\mu_{M_x^\theta}(x)$, como mostrado nas Figuras 3.17(a) e 3.17(b). Conseqüentemente, tem-se um controlador $u_{fb} + u_{ff}$ associados, respectivamente, aos graus de ativação das funções de pertinência dados por $\mu(x) + \Delta\mu_{M_x^\theta}(x)$ conforme visto nas Figuras 3.17(c) e 3.17(d).

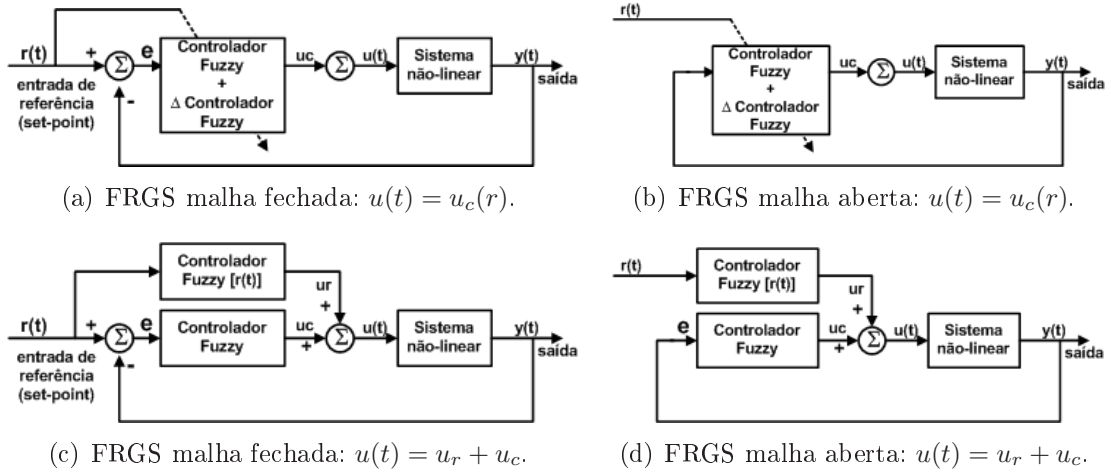


FIGURA 3.17 - Controlador FRGS.

Para o sistema de controle com escalonamento de ganhos proposto aqui a equação (3.31) assume a forma em (3.38):

$$\begin{aligned}
 R_{c_j} : \text{SE } x_1(t) \text{ é } (M_{j1}(x(t) + \Delta M_{j1}^{r_i(t)}(x(t))) \text{ E } \dots \\
 \text{E } x_n(t) \text{ é } (M_{jn}(x(t) + \Delta M_{jn}^{r_i(t)}(x(t))) \\
 \text{ENTÃO } u_j = -K_j x(t) + H_j r_i(t) ,
 \end{aligned} \tag{3.38}$$

e a ação de controle resultante é dada por:

$$u(t) = \frac{\sum_{j=1}^{N_r} (w_j + \Delta w_j^{r_i(t)}) [-K_j x(t) + H_j r_i(t)]}{\sum_{j=1}^{N_r} (w_j + \Delta w_j^{r_i(t)})}, \quad (3.39)$$

pois:

$$\begin{aligned} w_j(x(t)) &= \prod_{p=1}^n M_{jp}(x(t), r_i(t)) \\ &= \prod_{p=1}^n (M_{jp} x(t) + \Delta M_{jp}^{r_i(t)}(x(t))). \end{aligned} \quad (3.40)$$

A equação (3.39) pode ainda ser descrita como:

$$u(t) = \frac{\sum_{j=1}^{N_r} w_j [-K_j x(t) + H_j r_i(t)]}{\sum_{j=1}^{N_r} (w_j + \Delta w_j^{r_i(t)})} + \frac{\sum_{j=1}^{N_r} \Delta w_j^{N_r} K_j [-K_j x(t) + H_j r_i(t)]}{\sum_{j=1}^{N_r} (w_j + \Delta w_j^{r_i(t)})}. \quad (3.41)$$

Da mesma maneira, as equações (3.36) e (3.37) se tornam:

$$\begin{aligned} \text{Rc}_j : \text{SE } x_1(t) \text{ é } (M_{j1}(x(t) + \Delta M_{j1}^{r_i(t)}(x(t)))) \text{ E } \dots \\ \text{E } x_n(t) \text{ é } (M_{jn}(x(t) + \Delta M_{jn}^{r_i(t)}(x(t)))) \\ \text{ENTÃO } u_j = -K_j x(t) + r_i(t), \end{aligned} \quad (3.42)$$

e a ação de controle resultante é dada por:

$$u(t) = \frac{\sum_{j=1}^{N_r} (w_j + \Delta w_j^{r_i(t)}) [-K_j x(t) + r_i(t)]}{\sum_{j=1}^{N_r} (w_j + \Delta w_j^{r_i(t)})}. \quad (3.43)$$

A equação (3.43) também pode ser dada por:

$$u(t) = \frac{\sum_{j=1}^{N_r} w_j [-K_j x(t) + r_i(t)]}{\sum_{j=1}^{N_r} (w_j + \Delta w_j^{r_i(t)})} + \frac{\sum_{j=1}^{N_r} \Delta w_j^{r_i(t)} [-K_j x(t) + r_i(t)]}{\sum_{j=1}^{N_r} (w_j + \Delta w_j^{r_i(t)})}, \quad (3.44)$$

sendo que nesta última condição há uma contribuição exclusiva do sinal de referência.

Em ambos os casos há então uma componente em malha fechada, u_c , e uma componente em malha em avanço (*feedforward*), u_r :

$$u(t) = u_c + u_r . \quad (3.45)$$

A vantagem desta abordagem é que enquanto uma parte do controlador pode ser direcionada para distúrbio de carga, a outra é utilizada para o problema de seguir o sinal de referência (*set-point*) constante por partes. Desta forma, se pode ter um desempenho adequado para sobre-sinal (*overshoot*) e tempo de acomodação (*settling time*) ao mesmo tempo que se pode ter boa atenuação do distúrbio de carga (VISIOLI, 1999).

3.4.2 Controlador FRGS Takagi-Sugeno: $\theta_i(t) \neq r_i(t)$

Quando o sistema de controle FRGS puder ser simplificado de forma que venha a ter $r_i(t) = 0$ e, simultaneamente, a variável de escalonamento, θ , for fornecida em malha aberta ter-se-á então o sistema de controle FRGS-TS cujo diagrama em blocos é mostrado na Figura 3.18.

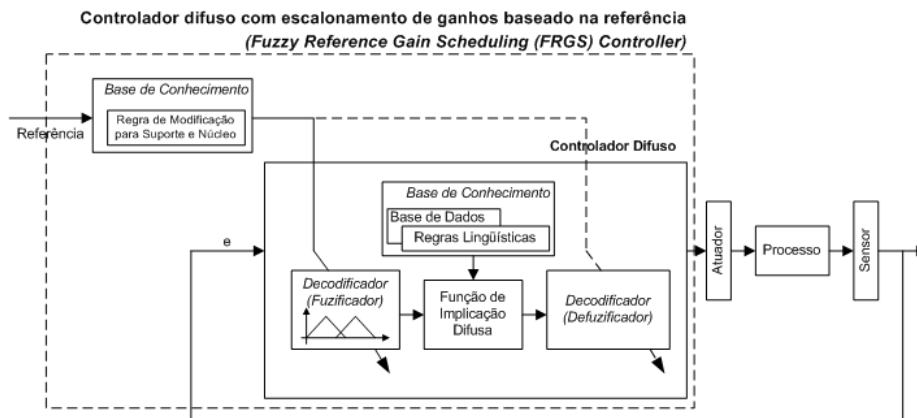


FIGURA 3.18 - Diagrama do sistema de controle difuso com escalonamento de ganhos baseado na referência (Fuzzy Reference Gain Scheduling (FRGS) Control System): malha aberta.

A lei de controle para o sistema de controle FRGS do tipo Takagi-Sugeno cujo sinal exógeno é fornecido em malha aberta e cujo sistema em malha fechada é um

problema para θ em malha aberta (Figura 3.16) é dada por:

$$\begin{aligned} \text{Rc}_j : \text{SE } \delta_1(x(t)) \text{ é } M_{j1}(x(t), \theta) \text{ E } \dots \text{ E } \delta_n(x(t)) \text{ é } M_{jn}(x(t), \theta) \\ \text{ENTÃO } u_j = -K_j x(t), \end{aligned} \quad (3.46)$$

e o sistema resultante é dado por:

$$u(t) = \frac{\sum_{j=1}^{N_r} (w_j + \Delta w_j^{\theta}) [-K_j x(t)]}{\sum_{j=1}^{N_r} (w_j + \Delta w_j^{\theta})}. \quad (3.47)$$

3.4.3 Sistema de Controle FRGS Takagi-Sugeno

Para o projeto do sistema de controle FRGS uma alternativa é utilizar o método de compensação paralela distribuída (*PDC – Parallel Distributed Compensation*) (WANG *et al.*, 1995b; WANG *et al.*, 1995a; WANG *et al.*, 1996a; WANG *et al.*, 2000; TANIGUCHI *et al.*, 1999; TANAKA *et al.*, 2001) no qual para cada regra do modelo difuso existe uma regra para o sistema de controle difuso (Figura 3.19(a)).

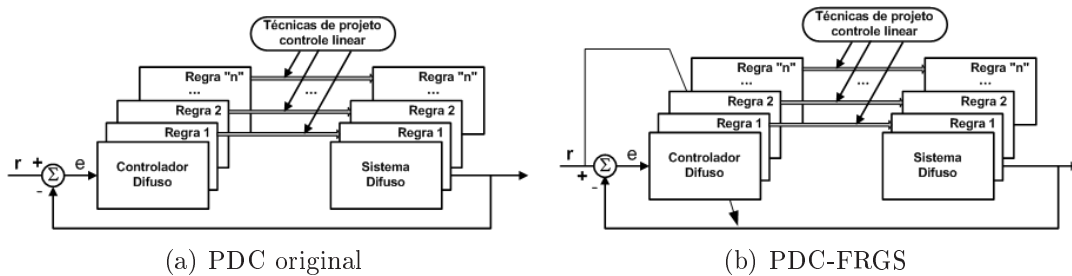


FIGURA 3.19 - Técnica de projeto de compensação paralela e distribuída (*PDC – Parallel Distributed Compensator*).

Apesar de concebido para lidar com projeto de sistemas de controle difusos cujas funções de pertinência são as mesmas do sistema difuso manipulado, esta abordagem é utilizada com o propósito de se verificar a influência das modificações dos parâmetros do controlador no comportamento dinâmico do sistema, i.e., a influência das funções de pertinência no desempenho do sistema total e estabilidade do sistema total em malha fechada.

O projeto de sistemas de controle difusos Takagi-Sugeno através do método PDC encontrados na literatura emprega o compartilhamento dos conjuntos difusos do modelo difuso e do controle difuso nas premissas antecedentes, $w_i = w_j$. Nestas condições, o peso de cada regra dos controladores difusos é igual àquele da regra correspondente do modelo difuso (Figura 3.19(a)). Este é o princípio das regras compartilhadas. Diferentemente, o projeto de sistemas de controle FRGS assume que as funções de pertinência sejam parcialmente diferentes no controlador e no modelo do sistema dinâmico, $w_i \neq w_j$, permitindo que estas funções acomodem pequenas alterações proporcionadas pelo sinal exógeno, θ , representado neste trabalho em algumas configurações como referência, $r_i(t)$, conforme pode ser observado na Figura 3.19(b).

O controle em malha fechada é dado ao se substituir a lei de controle resultante do controlador difuso na equação do modelo difuso resultante, de tal forma a se obter a equação de malha fechada.

Sistema de Controle FRGS Takagi-Sugeno Contínuo para $\theta_i = r_i(t)$

Suponha que exista um modelo difuso:

$$\begin{aligned} R_{s_i} : & \text{SE } x_1 \text{ é } M_{i1}(x_1, r_i(t)) \text{ E } \dots \text{ E } x_n \text{ é } M_{in}(x_n, r_i(t)) \\ & \text{ENTÃO } \dot{x}_i(t) = A_i x(t) + B_i u(t) , \end{aligned} \quad (3.48)$$

cujo modelo resultante seja dado por:

$$\dot{x}(t) = \frac{\sum_{i=1}^{N_r} w_i(x(t), r_i(t)) [A_i x(t) + B_i u(t)]}{\sum_{i=1}^{N_r} w_i(x(t), r_i(t))} , \quad (3.49)$$

e uma lei de controle difuso na forma:

$$\begin{aligned} R_{c_j} : & \text{SE } x_1 \text{ é } M_{j1}(x(t), r_i(t)) \text{ E } \dots \text{ E } x_n \text{ é } M_{jn}(x(t), r_i(t)) \\ & \text{ENTÃO } u_j = -K_j x(t) + H_j r_i(t) , \end{aligned} \quad (3.50)$$

cujoo controlador resultante seja dado por:

$$u(t) = \frac{\sum_{j=1}^{N_r} w_j(x(t), r_i(t))[-K_j x(t) + H_j r_i(t)]}{\sum_{j=1}^{N_r} w_j(x(t), r_i(t))} . \quad (3.51)$$

Em malha fechada o sistema resultante é dado por:

$$\dot{x}(t) = \frac{\sum_{i=1}^{N_r} w_i(x, r_i(t)) \left[A_i x + B_i \left(\frac{\sum_{j=1}^{N_r} w_j(x, r_i(t))[-K_j x + H_j r_i(t)]}{\sum_{j=1}^{N_r} w_j(x, r_i(t))} \right) \right]}{\sum_{i=1}^{N_r} w_i(x, r_i(t))} \quad (3.52)$$

fazendo-se $x(t) = x$.

$$\dot{x}(t) = \frac{\sum_{i=1}^{N_r} w_i(x, r_i(t)) A_i x + \sum_{i=1}^{N_r} w_i(x, r_i(t)) B_i \left(\frac{\sum_{j=1}^{N_r} w_j(x, r_i(t))[-K_j x + H_j r_i(t)]}{\sum_{j=1}^{N_r} w_j(x, r_i(t))} \right)}{\sum_{i=1}^{N_r} w_i(x, r_i(t))} \quad (3.53)$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{N_r} w_i(x, r_i(t)) A_i x \left(\frac{\sum_{j=1}^{N_r} w_j(x, r_i(t))}{\sum_{j=1}^{N_r} w_j(x, r_i(t))} \right) + \sum_{i=1}^{N_r} w_i(x, r_i(t)) B_i \left(\frac{\sum_{j=1}^{N_r} w_j(x, r_i(t))[-K_j x + H_j r_i(t)]}{\sum_{j=1}^{N_r} w_j(x, r_i(t))} \right)}{\sum_{i=1}^{N_r} w_i(x, r_i(t))} \quad (3.54)$$

$$= \frac{\left(\frac{1}{\sum_{j=1}^{N_r} w_j(x, r_i(t))} \left\{ \sum_{i=1}^{N_r} w_i(x, r_i(t)) A_i x \sum_{j=1}^{N_r} w_j(x, r_i(t)) \right\} + \frac{1}{\sum_{j=1}^{N_r} w_j(x, r_i(t))} \left\{ \sum_{i=1}^{N_r} w_i(x, r_i(t)) B_i \sum_{j=1}^{N_r} w_j(x, r_i(t))[-K_j x + H_j r_i(t)] \right\} \right)}{\sum_{i=1}^{N_r} w_i(x, r_i(t))} \quad (3.55)$$

$$= \frac{1}{\sum_{j=1}^{N_r} w_j(x, r_i(t))} \left\{ \begin{aligned} & \sum_{i=1}^{N_r} w_i(x, r_i(t)) A_i x \sum_{j=1}^{N_r} w_j(x, r_i(t)) + \\ & + \sum_{i=1}^{N_r} w_i(x, r_i(t)) B_i \sum_{j=1}^{N_r} w_j[-K_j x + H_j r_i(t)] \end{aligned} \right\} \quad (3.56)$$

$$\frac{\sum_{i=1}^{N_r} w_i(x, r_i(t))}{\sum_{i=1}^{N_r} w_i(x, r_i(t))}$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{N_r} w_i(x, r_i(t)) A_i x \sum_{j=1}^{N_r} w_j(x, r_i(t)) + \sum_{i=1}^{N_r} w_i(x, r_i(t)) B_i \sum_{j=1}^{N_r} w_j(x, r_i(t)) [-K_j x + H_j r_i(t)]}{\sum_{i=1}^{N_r} w_i(x, r_i(t)) \sum_{j=1}^{N_r} w_j(x, r_i(t))} \quad (3.57)$$

$$= \frac{\left(\begin{aligned} & \left\{ \sum_{i=1}^{N_r} w_i(x, r_i(t)) A_i \sum_{j=1}^{N_r} w_j(x, r_i(t)) - \sum_{i=1}^{N_r} w_i(x, r_i(t)) B_i \sum_{j=1}^{N_r} w_j(x, r_i(t)) K_j \right\} x + \\ & + \left\{ \sum_{i=1}^{N_r} w_i(x, r_i(t)) B_i \sum_{j=1}^{N_r} w_j(x, r_i(t)) H_j \right\} r_i(t) \end{aligned} \right)}{\sum_{i=1}^{N_r} w_i(x, r_i(t)) \sum_{j=1}^{N_r} w_j(x, r_i(t))} \quad (3.58)$$

$$= \frac{\left(\begin{aligned} & \left\{ \sum_{i=1}^{N_r} w_i(x, r_i(t)) \sum_{j=1}^{N_r} w_j(x, r_i(t)) A_i + \sum_{i=1}^{N_r} w_i(x, r_i(t)) \sum_{j=1}^{N_r} w_j(x, r_i(t)) [-B_i K_j] \right\} x + \\ & + \left\{ \sum_{i=1}^{N_r} w_i(x, r_i(t)) \sum_{j=1}^{N_r} w_j(x, r_i(t)) [B_i H_j] \right\} r_i(t) \end{aligned} \right)}{\sum_{i=1}^{N_r} w_i(x, r_i(t)) \sum_{j=1}^{N_r} w_j(x, r_i(t))} \quad (3.59)$$

Assim, a equação em malha fechada ao se utilizar o controle FRGS é dada por:

$$\dot{x} = \frac{\left(\begin{aligned} & \left\{ \sum_{i=1}^{N_r} w_i(x, r_i(t)) \sum_{j=1}^{N_r} w_j(x, r_i(t)) [A_i - B_i K_j] \right\} x + \\ & + \left\{ \sum_{i=1}^{N_r} w_i(x, r_i(t)) \sum_{j=1}^{N_r} w_j(x, r_i(t)) [B_i H_j] \right\} r_i(t) \end{aligned} \right)}{\sum_{i=1}^{N_r} w_i(x, r_i(t)) \sum_{j=1}^{N_r} w_j(x, r_i(t))} \quad (3.60)$$

Equivalentemente:

$$\dot{x}(t) = \frac{\sum_{i=1}^{N_r} \sum_{j=1}^{N_r} w_i(x, r_i(t)) w_j(x, r_i(t)) \{ [A_i - B_i K_j] x + B_i H_j r_i(t) \}}{\sum_{i=1}^{N_r} \sum_{j=1}^{N_r} w_i(x, r_i(t)) w_j(x, r_i(t))} . \quad (3.61)$$

De maneira geral, a equação de malha fechada para o sistema de controle FRGS se aproxima da equação em malha fechada para os sistemas difusos Takagi-Sugeno clássicos. Ela difere apenas na composição dos pesos dados por w_i e w_j que agora são dependentes de um sinal exógeno. Esta equação resultante de malha fechada permite a representação tanto das variações no modelo da planta manipulada quanto do controlador. Se as funções de pertinência são modificadas nas mesmas proporções tanto no modelo quanto no controlador, $w_i(x(t), r_i(t)) = w_j(x(t), r_i(t))$, tem-se, então, o sistema difuso TS clássico e, sem perda de generalidade, o projeto de sistemas difusos pode utilizar a técnica de regras compartilhadas.

Por outro lado, quando não há variação das funções de pertinência do modelo difuso em função de um sinal externo, a equação de malha fechada para o sistema de controle FRGS se torna:

$$\dot{x}(t) = \frac{\sum_{i=1}^{N_r} \sum_{j=1}^{N_r} w_i(x) w_j(x, r_i(t)) \{ [A_i - B_i K_j] x + B_i H_j r_i(t) \}}{\sum_{i=1}^{N_r} \sum_{j=1}^{N_r} w_i(x, r_i(t)) w_j(x, r_i(t))} . \quad (3.62)$$

É possível considerar ainda a alternativa de que não exista variação direta das funções de pertinência do modelo difuso. Se o modelo manipulado for suave, ele pode ser linearizado na vizinhança de uma trajetória específica ou em distintos pontos de equilíbrio, x_{eq} , gerando diferentes condições de operação de forma que o sistema de controle FRGS poderia acomodar estas variações através da modificação das funções de pertinência.

Quando se faz:

$$h_i(x, r) = \frac{w_i(x, r_i(t))}{\sum_{i=1}^{N_r} w_i(x, r_i(t)) \sum_{j=1}^{N_r} w_j(x, r_i(t))} , \quad (3.63)$$

$$h_j(x, r) = \frac{w_j(x, r_i(t))}{\sum_{i=1}^{N_r} w_i(x, r_i(t)) \sum_{j=1}^{N_r} w_j(x, r_i(t))} , \quad (3.64)$$

a equação (3.60) pode ser representada na forma:

$$\dot{x} = \left[\sum_{i=1}^{N_r} \sum_{j=1}^{N_r} h_i(x, r) h_j(x, r) (A_i - B_i K_j) \right] x + \left[\sum_{i=1}^{N_r} \sum_{j=1}^{N_r} h_i(x, r) h_j(x, r) [B_i H_j] \right] r_i(t) , \quad (3.65)$$

ou se for atribuído $G_{ij} = A_i - B_i K_j$,

$$\dot{x} = \left[\sum_{i=1}^{N_r} \sum_{j=1}^{N_r} h_i(x, r) h_j(x, r) G_{ij} \right] x + \left[\sum_{i=1}^{N_r} \sum_{j=1}^{N_r} h_i(x, r) h_j(x, r) [B_i H_j] \right] r_i(t) , \quad (3.66)$$

que equivale a:

$$\dot{x} = G_{ij}(h_i(x, r), h_j(x, r))x + \left[\sum_{i=1}^{N_r} \sum_{j=1}^{N_r} h_i(x, r) h_j(x, r) [B_i H_j] \right] r_i(t) . \quad (3.67)$$

Em problemas de rastreamento o sinal de referência, $r_i(t)$, é diferente de zero e pode, a princípio, assumir quaisquer valores. No caso particular em que o sinal exógeno é constante, $r_i(t) = a$, $\forall t \geq 0$, o objetivo do sistema de controle para rastreamento assintótico diante de uma entrada degrau é conduzir a resposta dinâmica para o valor de referência desejado a medida que o tempo tende ao infinito, i.e.:

$$r \neq 0 \Rightarrow r_i(t) = a, \forall t \geq 0 \Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} y(t) \rightarrow r_i(t) = a . \quad (3.68)$$

Quando se introduz um ganho em avanço (*feedforward*) de forma que a realimentação seja dada por $u = -Kx + Hr$, pode se obter o ganho de alimentação direta pela referência, H , na forma:

$$H_i = [C_i(-A_i + B_i K_i)^{-1} B_i]^{-1} , \quad (3.69)$$

e representa os melhores valores para um ganho estático em avanço (*feedforward*) para um controlador difuso TS visto que garante para cada subsistema em malha fechada um ganho de estado estacionário unitário (KORBA *et al.*, 2003). A determi-

nação do ganho H é dado a seguir. Considere o seguinte sistema em malha fechada:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= (A_i + B_i K_j)x(t) + B_i H_i r_i(t) \\ y(t) &= C_i x(t) .\end{aligned}$$

Fazendo:

$$\begin{aligned}sX(s) &= (A_i - B_i K_j)X(s) + B_i H_i R(s) \\ Y(s) &= C_i X(s) ,\end{aligned}$$

tem-se

$$\begin{aligned}[sI - (A_i - B_i K_j)]X(s) &= B_i H_i R(s) \\ Y(s) &= C_i X(s) , \\ X(s) &= [sI - (A_i - B_i K_j)]^{-1} B_i H_i R(s) \\ Y(s) &= C_i X(s) , \\ Y(s) &= C_i [sI - (A_i - B_i K_j)]^{-1} B_i H_i R(s) .\end{aligned}$$

Por construção, $s \rightarrow 0 \Rightarrow Y_{eq} = C X_{eq} \Rightarrow Y_{eq} = r_i(t) = a$ e a equação anterior vem a ser:

$$\begin{aligned}0 &= C_i (-A_i + B_i K_j)^{-1} B_i H_i R(s) , \\ H_i &= [C_i (-A_i + B_i K_j)^{-1} B_i]^{-1} .\end{aligned}$$

Quando se está utilizando o sinal de referência para modificar diretamente as funções de pertinência, a equação (3.67) se torna:

$$\dot{x} = G_{ij}(h_i(x, r), h_j(x, r))x + \left[\sum_{i=1}^{N_r} \sum_{j=1}^{N_r} h_i(x, r) h_j(x, r) B_i \right] r_i(t) . \quad (3.70)$$

Desde que é assumido neste trabalho que o sinal exógeno varia de forma constante por partes, $r_i(t) = r$, a equação anterior pode ser expressa por:

$$\dot{x} = G_{ij}(h_i(x, r), h_j(x, r))x + R , \quad (3.71)$$

sendo:

$$R = \left[\sum_{i=1}^{N_r} \sum_{j=1}^{N_r} h_i(x, r) h_j(x, r) [B_i H_j] \right] r . \quad (3.72)$$

Nestas condições o sistema FRGS-TS equivale a um sistema difuso afim (*affine fuzzy systems*).

Um sistema FRGS-TS pode apresentar, então, distintos pontos de equilíbrio, x_{eq} determinados pelos diferentes valores de um sinal exógeno modificado de forma constante por partes (*Piecewise control systems*), $x_{eq} = f(r)$. Através da equação (3.67) se obtém:

$$0 = G_{ij}(h_i(x, r), h_j(x, r))x + \left[\sum_{i=1}^{N_r} \sum_{j=1}^{N_r} h_i(x, r)h_j(x, r)[B_i H_j] \right] r_i(t) , \quad (3.73)$$

e, conseqüentemente,

$$x_{eq} = -G_{ij}^{-1}(h_i(x, r), h_j(x, r))x \left[\sum_{i=1}^{N_r} \sum_{j=1}^{N_r} h_i(x, r)h_j(x, r)[B_i H_j] \right] r . \quad (3.74)$$

Os diferentes pontos de operação são dados tanto pela contribuição direta da referência, N_r , quanto pela contribuição indireta dada pela modificação das funções de pertinência que são alteradas pelo sinal exógeno, $M(x, r)$.

Sistema de Controle FRGS Takagi-Sugeno Contínuo para $\theta_i \neq r_i(t)$

Quando se está lidando com o sistema de controle FRGS com problema para θ em malha aberta, a equação em malha fechada é dada por:

$$\dot{x} = \frac{\left\{ \sum_{i=1}^{N_r} w_i(x, r_i(t)) \sum_{j=1}^{N_r} w_j(x, r_i(t)) [A_i - B_i K_j] \right\} x}{\sum_{i=1}^{N_r} w_i(x, r_i(t)) \sum_{j=1}^{N_r} w_j(x, r_i(t))} . \quad (3.75)$$

De maneira simplificada tem-se:

$$\dot{x}(t) = \frac{\sum_{i=1}^{N_r} \sum_{j=1}^{N_r} w_i(x, r_i(t)) w_j(x, r_i(t)) \{ [A_i - B_i K_j] x \}}{\sum_{i=1}^{N_r} \sum_{j=1}^{N_r} w_i(x, r_i(t)) w_j(x, r_i(t))} . \quad (3.76)$$

Da mesma forma, quando não há variação das funções de pertinência do modelo

difuso em função de um sinal externo, a equação de malha fechada para o sistema de controle FRGS se torna:

$$\dot{x}(t) = \frac{\sum_{i=1}^{N_r} \sum_{j=1}^{N_r} w_i(x) w_j(x, r_i(t)) \{[A_i - B_i K_j]x\}}{\sum_{i=1}^{N_r} \sum_{j=1}^{N_r} w_i(x, r_i(t)) w_j(x, r_i(t))} . \quad (3.77)$$

O esboço de uma possível aplicação da técnica FRGS em malha fechada é ilustrado na Figura 3.20.

Este procedimento para sistemas FRGS-TS contínuos pode ser estendido para sistemas FRGS-TS discretos.

3.5 Análise de Estabilidade de Sistemas de Controle FRGS

A vantagem de se utilizar uma metodologia de análise é a possibilidade de verificar e certificar o comportamento dinâmico desejado do sistema ao mesmo tempo em que o sistema de controle está sendo projetado. Dentre os requisitos de projeto, o estudo de estabilidade é, sem dúvida, um dos fundamentos mais importantes na análise do comportamento de sistemas dinâmicos e no projeto de controladores confiáveis. Se um sistema é instável, nenhuma das outras especificações de desempenho podem ser efetivamente satisfeitas.

A estratégia empregada durante o projeto do sistema de controle influencia diretamente na metodologia e na avaliação da estabilidade. Diferentes metodologias têm sido empregadas para uma análise matemática formal e para técnicas de projeto para garantir a estabilidade de sistemas de controle difuso. Devido às características inerentemente não-lineares de sistemas de controle difuso a análise de estabilidade requer a utilização de técnicas não-lineares. Desta forma, os critérios empregados para o estudo de estabilidade em sistemas de controle difusos são as mesmas abordagens empregadas na teoria de controle não-linear clássica de controladores por equações diferenciais. Atualmente existem diversos métodos para se investigar as propriedades básicas de estabilidade, desempenho e robustez em malha fechada de sistemas difusos. Isto é ainda mais verdadeiro no que diz respeito ao controlador Takagi-Sugeno.

Um dos estudos iniciais sobre análise de estabilidade de sistemas de controle difusos

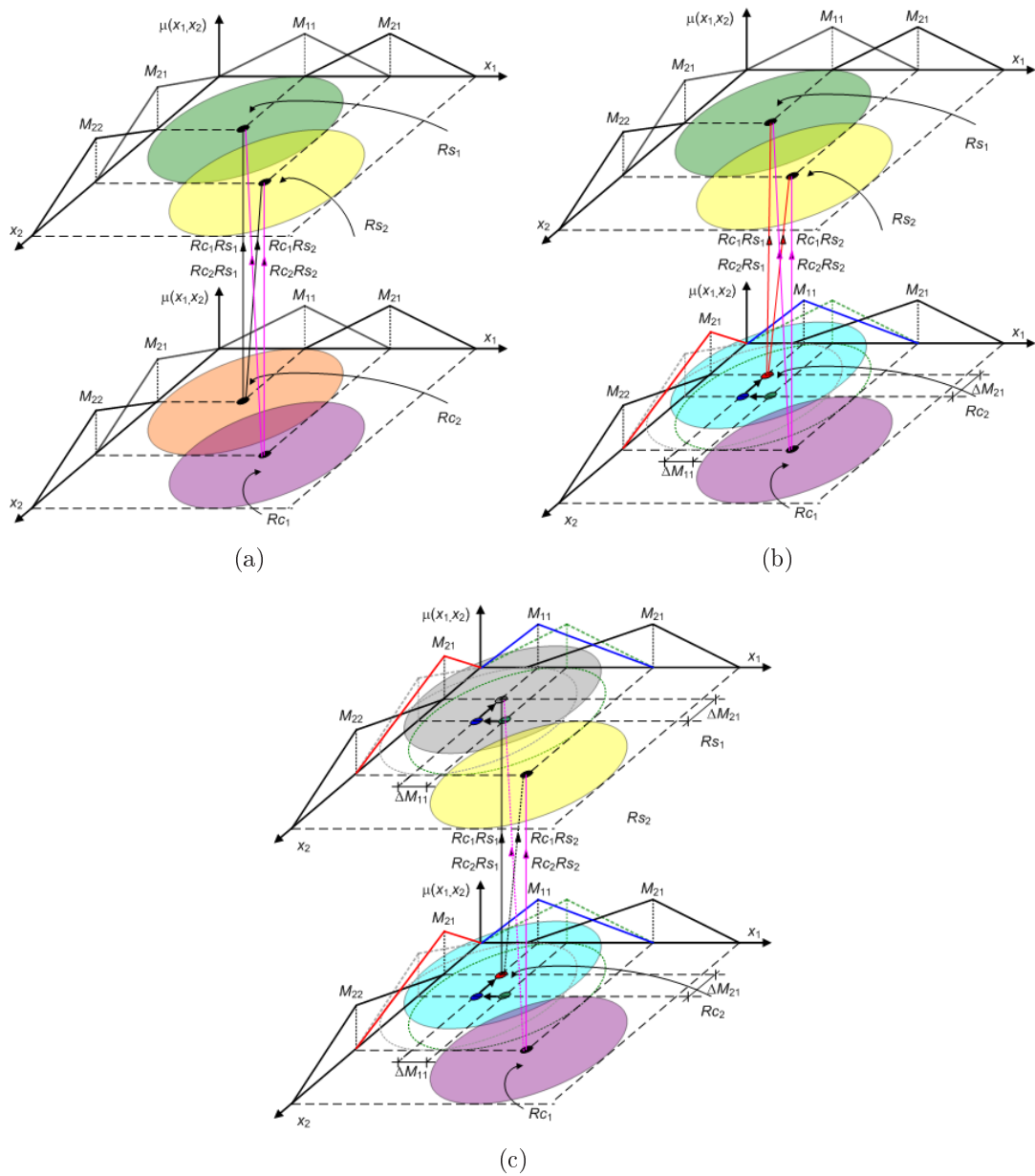


FIGURA 3.20 - Projeto de sistema de controle FRGS por compensação paralela e distribuída (PDC – *Parallel Distributed Compensator*).

se deu em (TANAKA; SUGENO, 1992) para sistemas discretos no tempo. Nesta abordagem uma condição suficiente para se obter a estabilidade assintótica de um modelo difuso discreto foi apresentada. Esta condição é satisfeita pela utilização do método de Lyapunov através da determinação de uma matriz definida positiva simétrica, P , para “r” subsistemas. Também para sistemas discretos se destacam as análises em (TANAKA, 1995) e (WANG *et al.*, 1996b). A análise para sistemas contínuos no tempo foi realizada em (CAO *et al.*, 1996a; CAO *et al.*, 1996b). Em seguida, Wang *et al.* propuseram o Compensador Paralelo Distribuído (PDC - *Parallel Distributed Compensator*) como uma estrutura de projeto e modificaram a abordagem de estabilidade de Tanaka para ser aplicada ao projeto de controle. Um outro trabalho que também incentivou o uso de controladores baseados em modelo foi o artigo de Tanaka que sugeriu que a matriz P fosse encontrada pelo método das inequações matriciais lineares (*LMI - Linear Matrix Inequalities*). A utilização da técnica LMI permite que a solução do problema possa ser determinada numericamente pelo algoritmo chamado de Método do Ponto Interior e tem sido largamente utilizado para o projeto de sistemas de controle difusos - particularmente, do tipo Takagi-Sugeno.

A análise de estabilidade para sistemas difusos Takagi-Sugeno baseado no método direto de Lyapunov pode ser estendida para a verificação de estabilidade para modelos FRGS de maneira imediata.

Como visto na seção anterior, o sistema de controle FRGS pode apresentar diferentes pontos de equilíbrio. Cada ponto de equilíbrio pode ter diferentes naturezas de estabilidade que são estudadas aqui sob a perspectiva (ou no sentido) de Lyapunov. Um estado de equilíbrio, x_{eq} , é estável no sentido de Lyapunov se, dada uma hipersfera no espaço de estados centrada em x_e e de raio $\epsilon > 0$, existe uma hipersfera centrada em x_e e de raio $\delta(\epsilon, t_0) > 0$ tal que $\|x(0) - x_{eq}\| < \delta$, então $\|x(t; x(0), t(0)) - x_{eq}\| < \delta$ para $t > t(0)$. Adicionalmente, se x_{eq} não somente for estável, mas também todas as trajetórias começando suficientemente próximas de x_{eq} convergirem para o estado de equilíbrio, $\|x(t) - x_{eq}\| < \delta$, quando $t \rightarrow \infty$, o estado de equilíbrio é dito assintoticamente estável.

Análise de estabilidade é um dos conceitos mais importantes para a avaliação do comportamento dinâmico de um sistema. Para a análise de estabilidade será empregado o método direto de Lyapunov, pois através desta abordagem é possível obter uma condição suficiente de estabilidade de um sistema dinâmico, caso exista uma matriz de Lyapunov, P , como mostrado a seguir.

Escolha a função de Lyapunov quadrática:

$$V(x) = x^T P x , \quad (3.78)$$

candidata para se verificar a estabilidade no sentido de Lyapunov, sendo P uma matriz positiva definida ($P > 0$)² e simétrica ($P = P^T$). Se a matriz P é positiva definida então para todo $x \neq 0$, $x^T P x > 0$ e, conseqüentemente, $V(x) > 0$ e $V(x) = 0$ somente se $x = 0$. Da mesma forma, se $|x| \rightarrow \infty$ então $V(x) \rightarrow \infty$. A fim de garantir que o ponto de equilíbrio, $x = 0$, de um sistema difuso seja assintótica e globalmente estável é suficiente ter $\dot{V}(x) < 0$ para todo x .

Derivando-se (3.78) é obtido:

$$\dot{V}(x) = x^T P \dot{x} + \dot{x}^T P x . \quad (3.79)$$

Considere o seguinte sistema FRGS-TS:

$$\begin{aligned} \text{Rs}_i : \text{SE } x_1(t) \text{ é } M_{1i}(x(t), \theta) \text{ E } \dots \text{ E } x_n(t) \text{ é } M_{ni}(x(t), \theta) \\ \text{ENTÃO } \dot{x}_i(t) = A_i x(t) , \end{aligned} \quad (3.80)$$

cujo modelo difuso resultante seja dado pela média ponderada dos i -ésimos submodelos:

$$\dot{x}(t) = \frac{\sum_{i=1}^{N_r} w_i(x(t), \theta) [A_i x(t)]}{\sum_{i=1}^{N_r} w_i(x(t), \theta)} . \quad (3.81)$$

sendo w_i o produto algébrico, como mencionado anteriormente.

Substituindo a equação (3.81) na equação (3.79), fazendo-se $x(t) = x$ tem-se:

$$\dot{V}(x) = x^T P \left\{ \frac{\sum_{i=1}^{N_r} w_i(x, \theta) [A_i x]}{\sum_{i=1}^{N_r} w_i(x, \theta)} \right\} + \left\{ \frac{\sum_{i=1}^{N_r} w_i(x, \theta) [A_i x]}{\sum_{i=1}^{N_r} w_i(x, \theta)} \right\}^T P x , \quad (3.82)$$

²Uma matriz é positiva definida se seus autovalores são estritamente positivos.

$$\dot{V}(x) = x^T P \left\{ \frac{\sum_{i=1}^{N_r} w_i(x, \theta) [A_i]}{\sum_{i=1}^{N_r} w_i(x, \theta)} \right\} x + x^T \left\{ \frac{\sum_{i=1}^{N_r} w_i(x, \theta) [A_i]}{\sum_{i=1}^{N_r} w_i(x, \theta)} \right\}^T P x . \quad (3.83)$$

Lembrando que $P = P^T$:

$$\dot{V}(x) = x^T \left\{ P \left[\frac{\sum_{i=1}^{N_r} w_i(x, \theta) [A_i]}{\sum_{i=1}^{N_r} w_i(x, \theta)} \right] + \left[\frac{\sum_{i=1}^{N_r} w_i(x, \theta) [A_i]}{\sum_{i=1}^{N_r} w_i(x, \theta)} \right]^T P \right\} x , \quad (3.84)$$

$$\dot{V}(x) = x^T \left\{ \frac{\sum_{i=1}^{N_r} w_i(x, \theta) [PA_i]}{\sum_{i=1}^{N_r} w_i(x, \theta)} + \frac{\sum_{i=1}^{N_r} w_i(x, \theta) [A_i^T P]}{\sum_{i=1}^{N_r} w_i(x, \theta)} \right\} x . \quad (3.85)$$

Note que:

$$\mu_{ip}(x(t), \theta) \geq 0 \Rightarrow \sum_{i=1}^{N_r} w_i(x(t), \theta) > 0 , \quad (3.86)$$

e, assim:

$$0 \leq \frac{w_i(x(t), \theta)}{\sum_{i=1}^{N_r} w_i(x(t), \theta)} \leq 1 . \quad (3.87)$$

Conseqüentemente, a análise de estabilidade referente à equação (3.85), se reduz a:

$$\dot{V}(x) \leq x^T \left\{ \sum_{i=1}^{N_r} [PA_i] + \sum_{i=1}^{N_r} [A_i^T P] \right\} x , \quad (3.88)$$

$$\dot{V}(x) \leq \sum_{i=1}^{N_r} x^T (PA_i + A_i^T P) x , \quad (3.89)$$

e, portanto, se:

$$x^T (PA_i + A_i^T P) x < 0 , \quad (3.90)$$

para todo $i = 1, 2, \dots, N_r$, então $\dot{V}(x) < 0$. Desta forma, desde que a matriz P é simétrica, pode existir uma matriz Q também simétrica, $Q = Q^T$, que satisfaça a

condição dada em (3.90), isto é:

$$x^T(PA_i + A_i^T P)x = Q , \quad (3.91)$$

se Q é uma matriz definida e negativa, $Q < 0$, ou seja, se $x^T Q x < 0$ para todo $x \neq 0$. Basta que se determine, então, uma matriz P positiva definida $n \times n$ para que o ponto de equilíbrio, $x = 0$, de (3.81) seja assintótica e globalmente estável, tal que:

$$x^T(PA_i + A_i^T P)x < 0 , \quad (3.92)$$

para todo $i = 1, 2, \dots, N_r$.

Por extensão, a prova de estabilidade para sistemas difusos discretos também é válida para modelos FRGS discretos.

Análise de Estabilidade do Modelo FRGS Takagi-Sugeno Discreto

Considere o seguinte sistema FRGS-TS:

$$\begin{aligned} \text{Rs}_i : \text{SE } x_1(k) \text{ é } M_{1i}(x(k), \theta) \text{ E } \dots \text{E } x_n(k) \text{ é } M_{ni}(x(k), \theta) \\ \text{ENTÃO } x(k+1)_i(t) = A_i x(k) , \end{aligned} \quad (3.93)$$

cujo modelo difuso resultante seja dado pela média ponderada dos i -ésimos submodelos:

$$x(k+1) = \frac{\sum_{i=1}^{N_r} w_i(x(k), \theta) [A_i x(k)]}{\sum_{i=1}^{N_r} w_i(x(k))} . \quad (3.94)$$

sendo w_i o produto algébrico.

Escolha a função de Lyapunov quadrática candidata na forma:

$$V(x(k)) = x(k)^T P x(k) , \quad (3.95)$$

sendo P uma matriz positiva definida ($P > 0$) e simétrica ($P = P^T$) e, como tal, satisfaz as propriedades de $V(0) = 0$, $V(x(k)) > 0 \forall x(k) \neq 0$, e $V(x(k)) \rightarrow \infty, \|x(k)\| \rightarrow \infty$. Desta forma, tem-se:

$$\begin{aligned} \Delta V(x(k)) &= V(x(k+1)) - V(x(k)) \\ &= x^T(k+1) P x(k+1) - x^T(k) P x(k) \end{aligned} \quad (3.96)$$

Substituindo a equação (3.94) na equação (3.96), de maneira análoga ao desenvolvimento anterior, visto que:

$$0 \leq \frac{w_i(x(k), \theta)}{\sum_{i=1}^{N_r} w_i(x(k), \theta)} \leq 1 ,$$

tem-se que o equilíbrio de um modelo FRGS-TS discreto é globalmente, assintoticamente estável se existir uma matriz de Lyapunov, P , positiva-definida para todos os subsistemas se for satisfeita a seguinte condição:

$$A_i^T P A_i - P < 0 , \quad (3.97)$$

para todo $i = 1, 2, \dots, N_r$.

Análise de Estabilidade de Sistemas de Controle FRGS Takagi-Sugeno Contínuo para $\theta_i \neq r_i(t)$

Seguindo o mesmo procedimento utilizado para a análise de estabilidade de modelos FRGS contínuos é escolhida uma função de Lyapunov candidata para a análise de estabilidade do sistema de controle difuso:

$$V(x) = x^T P x \quad (3.98)$$

sendo P uma matriz positiva definida ($P > 0$) e simétrica ($P = P^T$) e sua derivada é dada por:

$$\dot{V}(x) = x^T P \dot{x} + \dot{x}^T P x . \quad (3.99)$$

A análise de estabilidade do sistema de controle FRGS com o problema para $\theta_i \neq r_i(t)$ é realizada pela substituição da equação (3.75):

$$\dot{x} = \frac{\left\{ \sum_{i=1}^{N_r} w_i(x, r_i(t)) \sum_{j=1}^{N_r} w_j(x, r_i(t)) [A_i - B_i K_j] \right\} x}{\sum_{i=1}^{N_r} w_i(x, r_i(t)) \sum_{j=1}^{N_r} w_j(x, r_i(t))} .$$

na equação (3.99). E, se for atribuído $G_{ij} = A_i - B_i K_j$, tem-se:

$$\dot{x} = \frac{\left\{ \sum_{i=1}^{N_r} w_i(x, r_i(t)) \sum_{j=1}^{N_r} w_j(x, r_i(t)) G_{ij} \right\} x}{\sum_{i=1}^{N_r} w_i(x, r_i(t)) \sum_{j=1}^{N_r} w_j(x, r_i(t))}.$$

e então a análise de estabilidade do sistema em malha fechada recai em uma condição equivalente à anterior dada pela equação (3.81) e pode ser obtida de maneira imediata.

A estabilidade de sistemas de controle FRGS é obtida a partir da determinação de uma matriz P positiva definida $n \times n$ para que o ponto de equilíbrio, $x = 0$, de (3.75) seja assintótica e globalmente estável, tal que:

$$x^T (P G_{ij} + G_{ij}^T P) x < 0, \quad (3.100)$$

para todo $i = 1, 2, \dots, N_r$.

Os termos $G_{ij} = A_i - B_i K_j$ são responsáveis pelas características dinâmicas do projeto do controlador e pela análise de estabilidade. Assim, o equilíbrio de um sistema de controle FRGS é assintoticamente estável globalmente se existe uma matriz positiva definida, P , que satisfaça as seguintes condições:

$$\begin{aligned} (A_i - B_i K_j)^T P + P (A_i - B_i K_j) < 0 \\ \text{ou} \\ G_{ij}^T P + P G_{ij} < 0 \end{aligned} \quad (3.101)$$

Análise de Estabilidade de Sistemas de Controle FRGS Takagi-Sugeno Discreto
para $\theta_i \neq r_i(t)$

De maneira análoga, a análise de estabilidade de um sistema de controle FRGS-TS discreto para o problema para θ em malha aberta dado por:

$$x(k+1) = \frac{\left\{ \sum_{i=1}^{N_r} w_i(x, r_i(k)) \sum_{j=1}^{N_r} w_j(x, r_i(k)) [A_i - B_i K_j] \right\} x}{\sum_{i=1}^{N_r} w_i(x, r_i(k)) \sum_{j=1}^{N_r} w_j(x, r_i(k))} . \quad (3.102)$$

ou de maneira simplificada:

$$\dot{x} = \frac{\left\{ \sum_{i=1}^{N_r} w_i(x, r_i(k)) \sum_{j=1}^{N_r} w_j(x, r_i(k)) G_{ij} \right\} x}{\sum_{i=1}^{N_r} w_i(x, r_i(k)) \sum_{j=1}^{N_r} w_j(x, r_i(k))} ,$$

ao se atribuir $G_{ij} = A_i - B_i K_j$, e lembrando que :

$$0 \leq \frac{w_i(x(k), \theta)}{\sum_{i=1}^{N_r} w_i(x, r_i(k)) \sum_{j=1}^{N_r} w_j(x, r_i(k))} \leq 1 , \quad (3.103)$$

e

$$0 \leq \frac{w_j(x(k), \theta)}{\sum_{i=1}^{N_r} w_i(x, r_i(k)) \sum_{j=1}^{N_r} w_j(x, r_i(k))} \leq 1 , \quad (3.104)$$

tem-se que o equilíbrio de um modelo FRGS-TS discreto é globalmente, assintoticamente estável se existir uma matriz de Lyapunov, P , positiva-definida para todos os subsistemas se for satisfeita a seguinte condição:

$$(A_i - B_i K_j)^T P (A_i - B_i K_j) - P < 0$$

ou

$$G_{ij}^T P G_{ij} - P < 0 . \quad (3.105)$$

para todo $i = 1, 2, \dots, N_r$.

Análise de Estabilidade de Sistemas de Controle FRGS Takagi-Sugeno Contínuo para $\theta_i = r_i(t)$

A análise de estabilidade do sistema de controle FRGS com o problema que $\theta = r_i(t)$ segue o mesmo procedimento realizado nos casos anteriores. A substituição da equação (3.61):

$$\dot{x}(t) = \frac{\sum_{i=1}^{N_r} \sum_{j=1}^{N_r} w_i(x, r_i(t)) w_j(x, r_i(t)) \{ [A_i - B_i K_j] x + B_i H_j r_i(t) \}}{\sum_{i=1}^{N_r} \sum_{j=1}^{N_r} w_i(x, r_i(t)) w_j(x, r_i(t))} .$$

na equação (3.99):

$$\dot{V}(x) = x^T P \dot{x} + \dot{x}^T P x .$$

resulta na seguinte equação:

$$\dot{V}(x) = x^T P \left\{ \frac{\sum_{i=1}^{N_r} \sum_{j=1}^{N_r} w_i(x, r_i(t)) w_j(x, r_i(t)) \{ [A_i - B_i K_j] x + B_i H_j r_i(t) \}}{\sum_{i=1}^{N_r} \sum_{j=1}^{N_r} w_i(x, r_i(t)) w_j(x, r_i(t))} \right\} + \left\{ \frac{\sum_{i=1}^{N_r} \sum_{j=1}^{N_r} w_i(x, r_i(t)) w_j(x, r_i(t)) \{ [A_i - B_i K_j] x + B_i H_j r_i(t) \}}{\sum_{i=1}^{N_r} \sum_{j=1}^{N_r} w_i(x, r_i(t)) w_j(x, r_i(t))} \right\}^T P x . \quad (3.106)$$

Vale ressaltar que:

$$0 \leq \frac{w_i(x(k), \theta)}{\sum_{i=1}^{N_r} \sum_{j=1}^{N_r} w_i(x, r_i(t)) w_j(x, r_i(t))} \leq 1 , \quad (3.107)$$

e

$$0 \leq \frac{w_j(x(k), \theta)}{\sum_{i=1}^{N_r} \sum_{j=1}^{N_r} w_i(x, r_i(t)) w_j(x, r_i(t))} \leq 1 , \quad (3.108)$$

assim como, que o produto $B_i H_j$ é responsável pela alimentação em avanço (*feed-forward*). Desta forma, o termo remanescente dado por $B_i H_j$ não afeta a dinâmica da planta e representa o ganho de estado estacionário na malha de controle (KORBA

et al., 2003). Se a matriz ganho, H_j , é determinada pela equação (3.69):

$$H_i = [C_i(-A_i + B_iK_i)^{-1}B_i]^{-1} ,$$

então, tem-se um ganho de estado estacionário unitário para o sistema dinâmico manipulado (3.49).

Assim, o equilíbrio de um modelo FRGS-TS contínuo para $\theta = r_i(t)$ é global e assintoticamente estável se existir uma matriz de Lyapunov, P , positiva-definida para todos os subsistemas se for satisfeita a seguinte condição:

$$\begin{aligned} (A_i - B_iK_j)^T P (A_i - B_iK_j) - P < 0 , \\ \text{ou} \\ G_{ij}^T P G_{ij} - P < 0 . \end{aligned} \tag{3.109}$$

Os parâmetros responsáveis pela estabilidade do sistema de controle são dados pela equação (3.109), sendo que as matrizes ganho, K_j , podem ser determinadas, p.ex., via o método LMI.

Análise de Estabilidade de Sistemas de Controle FRGS Takagi-Sugeno Discreto para $\theta_i = r_i(k)$

De maneira análoga, a análise de estabilidade de um sistema de controle FRGS-TS discreto para o problema em que $\theta = r_i(k)$ dado por:

$$x(k+1) = \frac{\sum_{i=1}^{N_r} \sum_{j=1}^{N_r} w_i(x, r_i(k)) w_j(x, r_i(k)) \{ [A_i - B_iK_j]x + B_iH_jr_i(k) \}}{\sum_{i=1}^{N_r} \sum_{j=1}^{N_r} w_i(x, r_i(k)) w_j(x, r_i(k))} ,$$

e lembrando que :

$$0 \leq \frac{w_i(x(k), \theta)}{\sum_{i=1}^{N_r} \sum_{j=1}^{N_r} w_i(x, r_i(k)) w_j(x, r(k))} \leq 1 , \tag{3.110}$$

e

$$0 \leq \frac{w_j(x(k), \theta)}{\sum_{i=1}^{N_r} \sum_{j=1}^{N_r} w_i(x, r(k)) w_j(x, r(k))} \leq 1 , \tag{3.111}$$

tem-se que o equilíbrio de um modelo FRGS-TS discreto é global e assintoticamente estável se existir uma matriz de Lyapunov, P , positiva-definida para todos os subsistemas se for satisfeita a seguinte condição:

$$\begin{aligned} (A_i - B_i K_j)^T P (A_i - B_i K_j) - P < 0, \\ \text{ou} \\ G_{ij}^T P G_{ij} - P < 0. \end{aligned} \tag{3.112}$$

para todo $i = 1, 2, \dots, N_r$.

Igualmente, os parâmetros responsáveis pela estabilidade do sistema de controle são dados pela equação (3.112), sendo que as matrizes ganho, K_j , podem ser determinadas, p.ex., via o método LMI.

CAPÍTULO 4

EXEMPLO ILUSTRATIVO

“Conhecer não é suficiente, é preciso aplicar. Desejar não é suficiente, é preciso fazer”

(Goethe)

4.1 Sistema Dinâmico de um Tanque e Controle FRGS

No capítulo anterior foi apresentada uma proposta teórica de controle difuso com escalonamento de ganhos parametrizado por um sinal exógeno, em particular a referência, que pode ser aplicada tanto a sistemas difusos lingüísticos e sistemas difusos interpolativos. Neste capítulo tem-se como objetivo demonstrar a utilidade e abrangência da abordagem FRGS através de simulação numérica realizada no software Matlab[®].

Para ilustrar o procedimento proposto nesta tese é utilizado um sistema que descreve o comportamento dinâmico do líquido em um tanque, como mostrado na Figura 4.1. Este exemplo é baseado em uma demonstração disponível em (THE MATHWORKS INC., 1988). Nele, uma tubulação de entrada funciona como uma fonte de líquido e outra tubulação de saída com diâmetro constante atua como descarga do líquido presente no tanque. A vazão de saída do líquido não só depende deste diâmetro, mas também da pressão no tanque que varia com o nível do líquido, o que faz com que o sistema apresente características não-lineares. O mecanismo que permite interferir no nível é obtido através de uma válvula atuadora que modifica o fluxo de entrada.

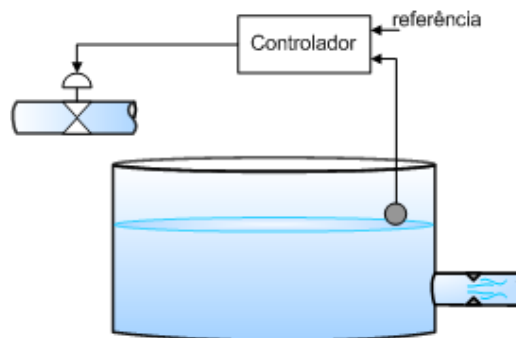


FIGURA 4.1 - Sistema dinâmico controlado.

O controlador para o nível do tanque requer que seja conhecido o nível e que seja possível atuar na válvula.

Um diagrama para o controle do nível de líquido no tanque é mostrado na Figura 4.2. Em verdade, são disponibilizados três sistemas de controle funcionando concorrentemente. Enquanto o primeiro utiliza um controlador PID, o segundo emprega um controlador difuso clássico e, finalmente, o terceiro, em destaque, representa o controlador FRGS proposto nesta tese. Basicamente, o controlador difuso Mamdani clássico e o controlador FRGS Mamdani apresentam a mesma estrutura. A inovação deste último está na modificação da função de pertinência de acordo com alteração do sinal de referência.

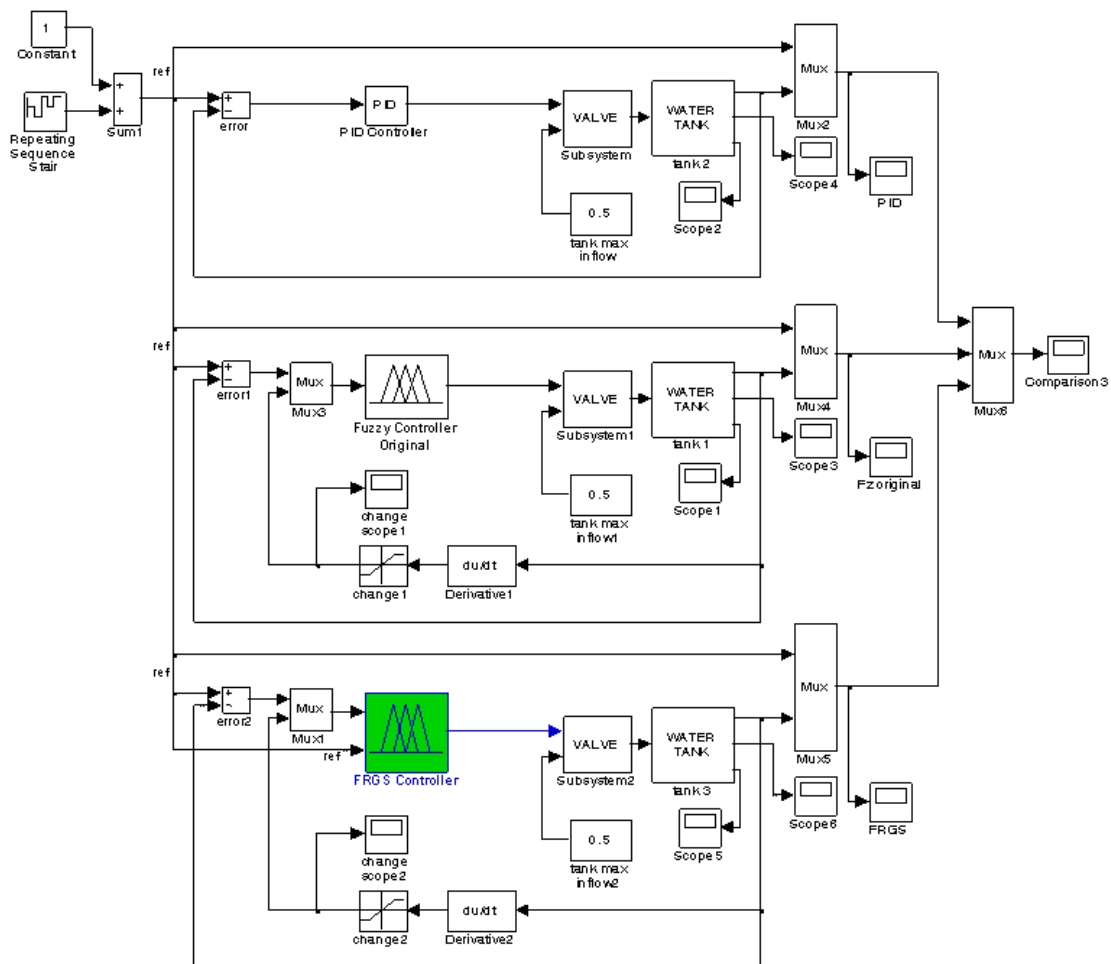
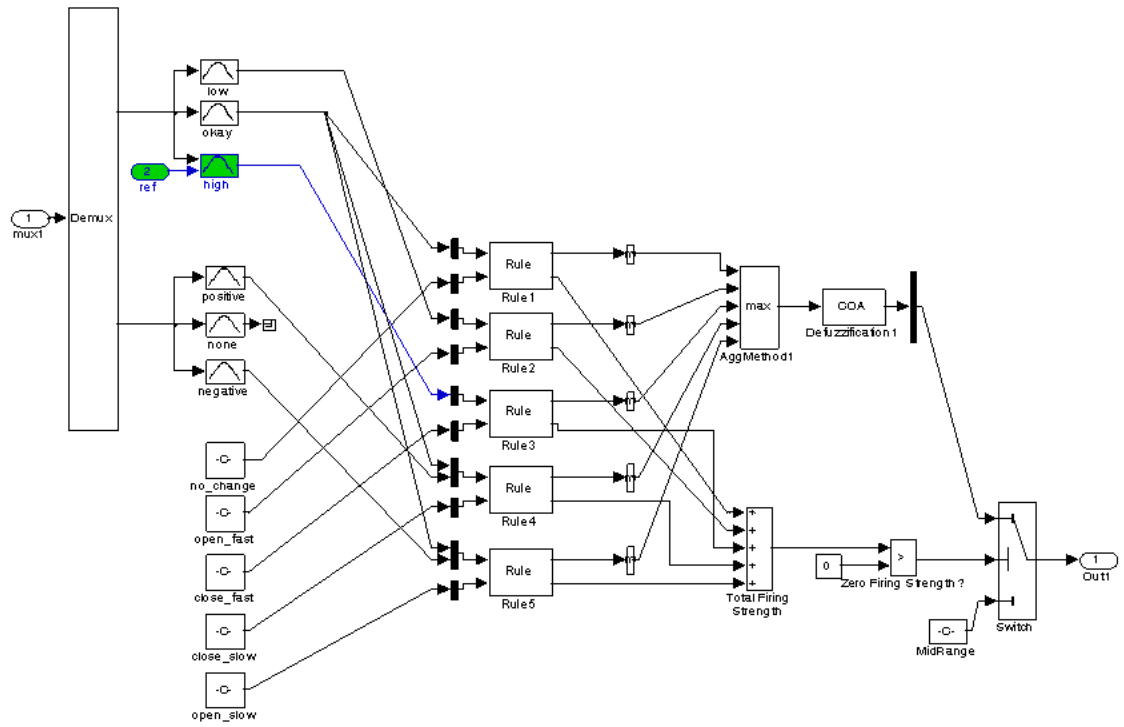
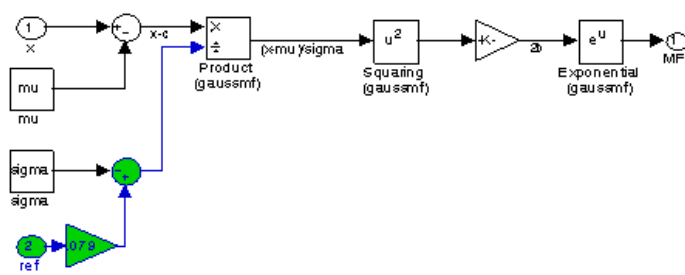


FIGURA 4.2 - Esquema para comparação entre controladores FRGS, Fuzzy clássico e PID.



(a) Controlador FRGS Mamdani.



(b) Esquema para função de pertinência modificada pela referência.

FIGURA 4.3 - Detalhes da estruturado controlador FRGS Mamdani.

A estrutura detalhada do controlador FRGS Mamdani é mostrado no diagrama da Figura 4.3. O método de defuzificação, o conjunto de regras e a quantidade de funções de pertinência utilizadas podem ser visualizadas na Figura 4.3(a). O controlador FRGS e o controlador difuso clássico apresentam o mesmo método de defuzificação baseado no centro de área (COA – *Center of Area*). Igualmente, é utilizado o mesmo conjunto de regras, variando apenas a função de pertinência relativa ao termo lingüístico *high* que no controlador FRGS varia conforme um parâmetro de escalonamento, θ , aqui representado pela própria referência. O esquema para função de pertinência modificada pela referência é mostrado com mais detalhes na Figura 4.3(b).

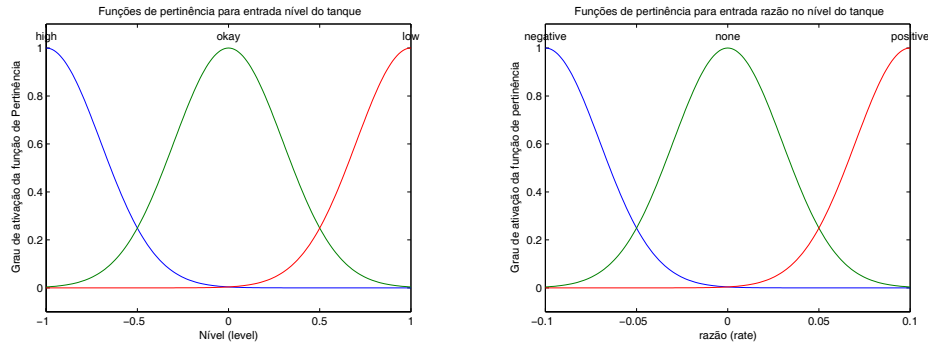
O conjunto de regras para o controlador difuso Mamdani clássico é:

$$\begin{array}{ll}
 R_{c_1} : \text{SE nível é okay}^1 & \text{ENTÃO válvula é no-change} \\
 R_{c_2} : \text{SE nível é low} & \text{ENTÃO válvula é open-fast} \\
 R_{c_3} : \text{SE nível é high} & \text{ENTÃO válvula é close-fast} \\
 R_{c_4} : \text{SE nível é okay E SE razão é positive} & \text{ENTÃO válvula é close-slow} \\
 R_{c_5} : \text{SE nível é okay E SE razão é negative} & \text{ENTÃO válvula é open-slow} , \\
 & (4.1)
 \end{array}$$

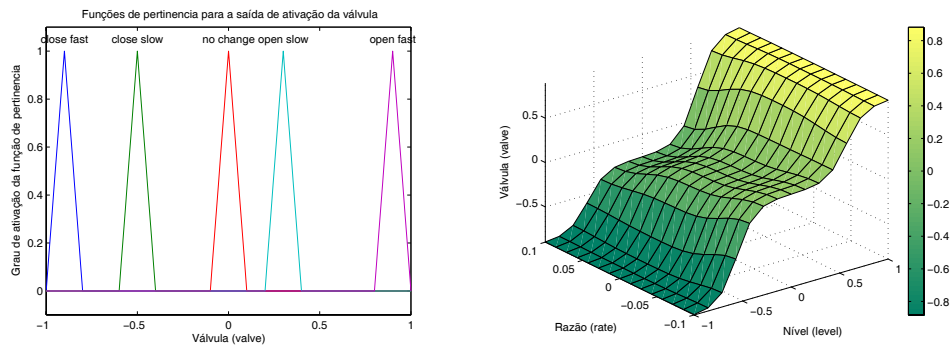
cujos parâmetros utilizados no exemplo são mostrados na Figura 4.4. As funções de pertinência para a variável de entrada nível são dadas na Figura 4.4(a), as funções de pertinência para a variável de entrada razão podem ser observadas na Figura 4.4(b), e as funções de pertinência para a variável de saída são disponíveis na Figura 4.4(c). A superfície de controle para o controlador difuso clássico utilizando estas funções de pertinência e para as regras em (4.1) é dada pela Figura 4.4(d).

As funções de pertinência relacionadas ao conjunto de termos lingüísticos, $M_{ij} \in T$, com $i = 1 \dots 5$ e $j = 1, 2$ utilizadas neste exemplo são dadas por $\mu_{M_{ij}} : X \rightarrow [0, 1]$, tal que $c(M_{ij}) = \{x_0 \in X \mid \mu_{M_{ij}}(x_0) = 1\}$ e $s(M_{ij}) = \{x_0 \in X \mid \mu_{M_{ij}}(x_0) > 0\}$ denotem o núcleo e o suporte, respectivamente. Para o exemplo, uma variável lingüística de entrada, X , é associada ao nível do líquido no tanque e assume valores no domínio $X = [-1, 1]$, para os quais estão relacionados os termos lingüísticos $T_1 = \{high, okay, low\}^1$. Cada termo lingüístico $A \in T_1$ é definido como uma função gausseana e é representado pela dupla $\langle c; \sigma \rangle$, com $c(A) = c$ representando a média e σ o desvio padrão. Neste caso, os termos lingüísticos são constantes e dados

¹Os termos utilizados neste capítulo aparecem em inglês porque o exemplo foi tirado de uma aplicação do software Matlab[©] (THE MATHWORKS INC., 1988)



(a) Funções de pertinência da entrada nível do tanque. (b) Funções de pertinência da entrada razão do nível do tanque.



(c) Funções de pertinência da saída de atuação da válvula. (d) Superfície do controlador difuso resultante.

FIGURA 4.4 - Parâmetros do controlador difuso clássico empregados no exemplo.

por $high = \langle -1; 0, 3 \rangle$, $okay = \langle 0; 0, 3 \rangle$ e $low = \langle 1; 0, 3 \rangle$. A outra variável lingüística de entrada, Y , é associada à razão de mudança do nível do líquido no tanque e assume valores no domínio $Y = [-1, 1]$, para os quais estão relacionados os termos lingüísticos $T_2 = \{negative, none, positive\}$. As funções de pertinência dos termos lingüísticos $B \in T_2$ são também gausseanas e constantes, sendo elas $negative = \langle -1; 0, 03 \rangle$, $none = \langle 0; 0, 03 \rangle$ e $positive = \langle 1; 0, 03 \rangle$. Uma variável lingüística de saída, Z , é associada à abertura da válvula e assume valores no domínio $Z = [-1, 1]$, para os quais estão relacionados os termos lingüísticos $T_3 = \{close-fast, close-slow, no-change, open-slow, open-fast\}$. Cada termo $C \in T_3$ é definido como uma função triangular e representado pela tripla $\langle s_1; c; s_2 \rangle$, com $s(C) = [s_1; s_2]$ e $c(C) = c$. Neste caso, os termos lingüísticos são constantes e dados por $close-fast = \langle -1; -0, 9; -0, 8 \rangle$, $close-slow = \langle -0, 6; -0, 5; -0, 4 \rangle$, $no-change = \langle -0, 1; -0; 0, 1 \rangle$, $open-slow = \langle 0, 2; 0, 3; 0, 4 \rangle$ e $open-fast = \langle 0, 8; 0, 9; 1 \rangle$. O resumo destas informações é apresentado na tabela 4.1.

TABELA 4.1 - Parâmetros das funções de pertinência para o controlador difuso clássico.

	Termos lingüísticos	Parâmetros
T_1	<i>high</i>	$\langle -1; 0, 3 \rangle$
	<i>okay</i>	$\langle 0; 0, 3 \rangle$
	<i>low</i>	$\langle 1; 0, 3 \rangle$
T_2	<i>negative</i>	$\langle -1; 0, 3 \rangle$
	<i>none</i>	$\langle 0; 0, 3 \rangle$
	<i>positive</i>	$\langle 1; 0, 3 \rangle$
T_3	<i>close-fast</i>	$\langle -1; -0, 9; -0, 8 \rangle$
	<i>close-slow</i>	$\langle -0, 6; -0, 5; -0, 4 \rangle$
	<i>no-change</i>	$\langle -0, 1; -0; 0, 1 \rangle$
	<i>open-slow</i>	$\langle 0, 2; 0, 3; 0, 4 \rangle$
	<i>open-fast</i>	$\langle 0, 8; 0, 9; 1 \rangle$

O controlador FRGS Mamdani é baseado na equação (4.1) e modifica os parâmetros em função de uma variável de escalonamento como exposto em (3.11). O conjunto de regras é mostrado a seguir:

$$\begin{array}{llll}
 R_{c_1} : \text{SE nível é okay} & & \text{ENTÃO} & \text{válvula é no-change} \\
 R_{c_2} : \text{SE nível é low} & & \text{ENTÃO} & \text{válvula é open-fast} \\
 R_{c_3} : \text{SE nível é high}(\theta) & & \text{ENTÃO} & \text{válvula é close-fast} \\
 R_{c_4} : \text{SE nível é okay E razão é positive} & & \text{ENTÃO} & \text{válvula é close-slow} \\
 R_{c_4} : \text{SE nível é okay E razão é negative} & & \text{ENTÃO} & \text{válvula é open-slow} , \\
 & & & (4.2)
 \end{array}$$

sendo a variável de escalonamento, θ . A fim de ilustrar a utilidade e a abrangência do método proposto é assumido que somente a função de pertinência relacionado ao termo lingüístico “*high*” é modificado pelo sinal exógeno (referência). Os outros termos lingüísticos e funções de pertinência permanecem inalterados, a fim de facilitar a análise dos dados e resultados obtidos. Existem distintas possibilidades de modificação da função de pertinência, como ilustrado na Figura 3.11, no capítulo anterior. Neste trabalho, o termo lingüístico “*high*” é adaptativo e a modificação da sua função de pertinência é dada, p.ex., por $high = \langle -1; 0, 3 * (0, 79 * \theta) \rangle$, ou no caso de $\theta = r_i$, sendo r_i o sinal de referência constante por partes para cada ponto de operação i , $high = \langle -1; 0, 3 * (0, 79 * r_i) \rangle$. O resumo dos parâmetros utilizados para controlador FRGS é apresentado na tabela 4.2.

Os valores do sinal de referência atribuídos inicialmente para o funcionamento do sistema segue a seqüência de alturas de 2,5 m, 1,5 m, 3,5 m, 2,5 m, e novamente

TABELA 4.2 - Parâmetros das funções de pertinência para o controlador difuso clássico.

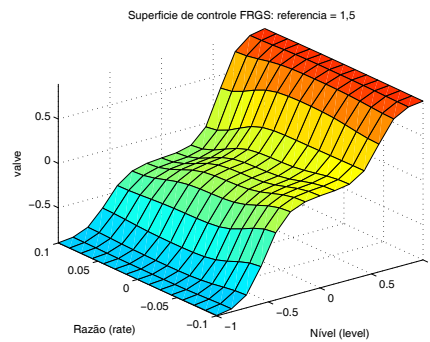
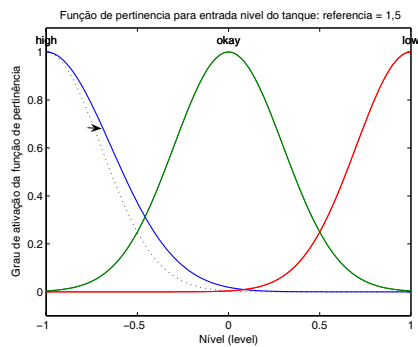
	Termos lingüísticos	Parâmetros
T_1	<i>high</i>	$\langle -1; 0,3 * (0,79 * r_i) \rangle$
	<i>okay</i>	$\langle 0; 0,3 \rangle$
	<i>low</i>	$\langle 1; 0,3 \rangle$
T_2	<i>negative</i>	$\langle -1; 0,3 \rangle$
	<i>none</i>	$\langle 0; 0,3 \rangle$
	<i>positive</i>	$\langle 1; 0,3 \rangle$
T_3	<i>close-fast</i>	$\langle -1; -0,9; -0,8 \rangle$
	<i>close-slow</i>	$\langle -0,6; -0,5; -0,4 \rangle$
	<i>no-change</i>	$\langle -0,1; -0; 0,1 \rangle$
	<i>open-slow</i>	$\langle 0,2; 0,3; 0,4 \rangle$
	<i>open-fast</i>	$\langle 0,8; 0,9; 1 \rangle$

3,5 m. Assim, os parâmetros do controlador difuso FRGS empregado no exemplo são modificados diretamente pela referência e são mostrados na Figura 4.5. Para a referência equivalente a 1,5m as funções de pertinência para a variável de entrada nível são dadas na Figura 4.5(a) e a superfície de controle resultante pode ser observada na Figura 4.5(b). Para a referência equivalente a 2,5m as funções de pertinência para a variável de entrada nível são dadas na Figura 4.5(c) e a superfície de controle resultante pode ser observada na Figura 4.5(d). Para a referência equivalente a 3,5m as funções de pertinência para a variável de entrada nível são dadas na Figura 4.5(e) e a superfície de controle resultante pode ser observada na Figura 4.5(f). Vale ressaltar que as superfícies de controle – e, conseqüentemente, as próprias ações de controle – variam não somente na geometria, mas também na amplitude.

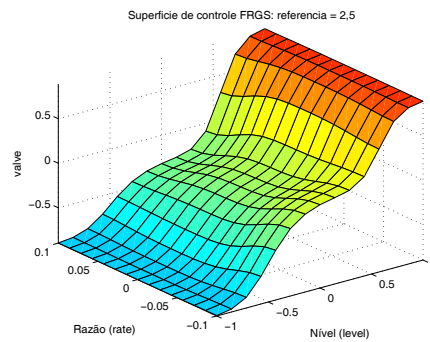
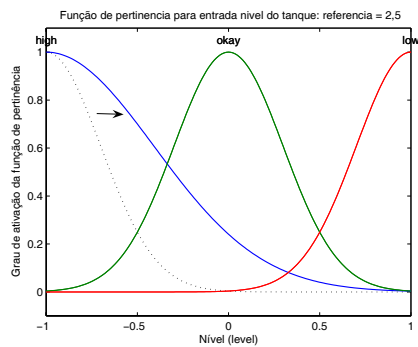
Os parâmetros do controlador PID, $K = K_P + K_I/s + K_Ds/N + 1$, são: ganho proporcional (P), $K_P = 2$, ganho integral (I), $K_I = 0$, ganho derivativo (D), $K_D = 1$, e divisor derivativo, $N = 100$, como sugerido em (THE MATHWORKS INC., 1988).

As respostas no tempo para o sistema de controle PID, o sistema de controle difuso clássico e o sistema de controle FRGS proposto são mostradas na Figura 4.6.

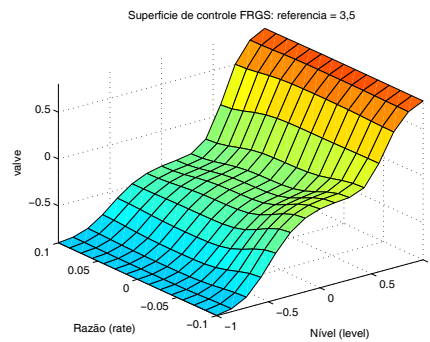
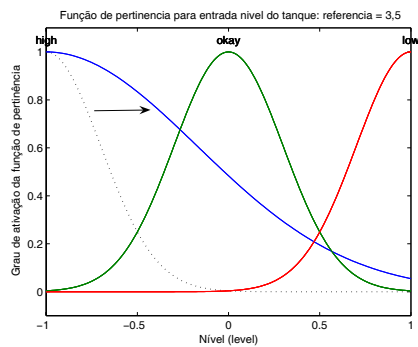
A comparação do desempenho do controlador PID, controlador difuso clássico e controlador FRGS são avaliadas segundo os critérios integral do erro ao quadrado (ISE), integral do erro ao quadrado ponderado pelo tempo (ITSE), integral do valor absoluto do erro (IAE), integral do valor absoluto do erro ponderado pelo tempo



(a) Funções de pertinência da entrada nível do tanque, $ref = 1,5$. (b) Superfície do controlador difuso resultante, $ref = 1,5$.



(c) Funções de pertinência da entrada nível do tanque, $ref = 2,5$. (d) Superfície do controlador difuso resultante, $ref = 2,5$.



(e) Funções de pertinência da entrada nível do tanque, $ref = 3,5$. (f) Superfície do controlador difuso resultante, $ref = 3,5$.

FIGURA 4.5 - Parâmetros do controlador FRGS proposto para os três diferentes níveis de referência.

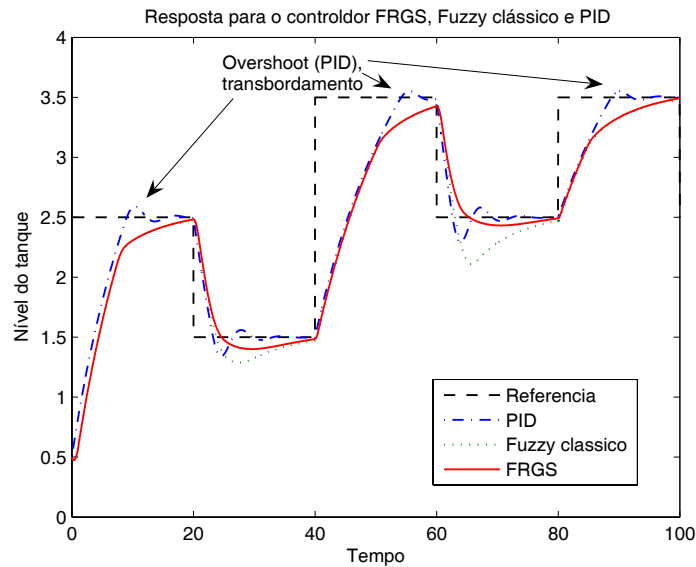


FIGURA 4.6 - Resposta para controlador FRGS, Fuzzy clássico e PID.

(ITAE). Estes índices são amplamente utilizados na literatura (DORF; BISHOP, 1995; ASTROM; HAGGLUND, 1995). O critério ISE tende a penalizar erros maiores que os índices IAE, ITSE ou ITAE. O critério ITAE e ITSE penalizam os erros que perduram por um longo período. Muitas vezes o critério ITAE é o preferido por estar relacionado ao projeto do controlador mais conservativo. Neste trabalho, todos eles foram calculados sobre o intervalo de tempo $[0,100]$ s e os resultados estão disponíveis na tabela 4.3.

Observe que os melhores resultados foram obtidos com o controlador PID. Todavia, através do gráfico da Figura 4.6 é possível identificar o sobressinal em todas as referências de operação o que pode ser compreendido que, independentemente do nível de capacidade máxima do tanque, haverá o transbordamento do líquido. Por outro lado, os controladores difusos empregados no exemplo permitem alcançar o nível de maneira adequada. Em particular, o controlador FRGS proposto permitiu alcançar melhores níveis de acomodação e com menor variação que o controlador difuso clássico. A resposta dinâmica para o controlador FRGS é consistente para qualquer nível de líquido desejado aqui representado pelo valor de referência. Os valores calculados de desempenho para o controlador FRGS proposto são superiores àqueles do controlador difuso clássico, em todos os índices.

TABELA 4.3 - Comparação de desempenho de controladores PID, Fuzzy clássico e FRGS

	PID	Fuzzy clássico	FRGS
ISE	$1,1455 \times 10^3$	$1,3986 \times 10^3$	$1,3616 \times 10^3$
ITSE	$1,3233 \times 10^6$	$1,6001 \times 10^6$	$1,5185 \times 10^6$
IAE	$1,1505 \times 10^3$	$1,4905 \times 10^3$	$1,3939 \times 10^3$
ITAE	$1,5716 \times 10^6$	$2,1295 \times 10^6$	$1,9227 \times 10^6$

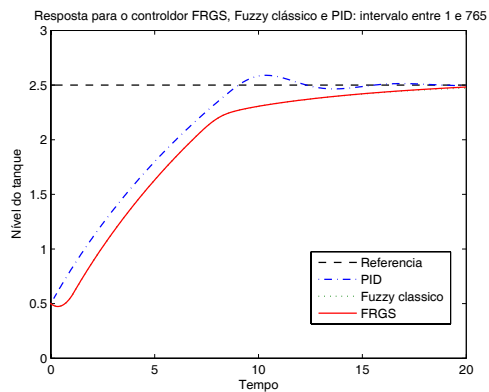
4.2 Sistema Dinâmico de um Tanque e Controle com Análise por cada Referência

Nesta etapa o objetivo foi verificar o comportamento das componentes contínua por partes (*piecewise* para os sistemas de controle e condições apresentadas anteriormente. Dados comparativos de desempenho para o controlador PID, controlador difuso clássico e controlador FRGS estão disponíveis na tabela 4.4. A resposta intervalar para cada um dos patamares extraídos da Figura 4.6 dimensionados apropriadamente para melhor visualização estão disponíveis na Figura 4.7. Através da observação dos gráficos mostrados é imediata a verificação do melhor desempenho do controlador FRGS sobre o controlador difuso clássico. É importante salientar ainda que o comportamento dinâmico obtido como o controlador PID apresenta

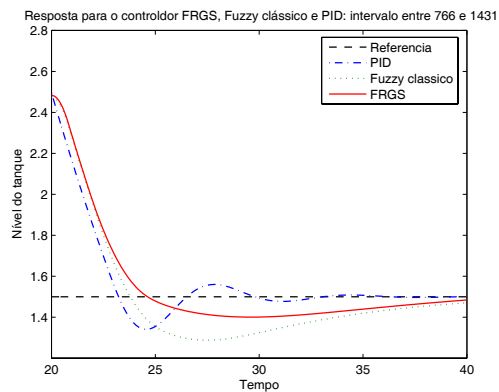
TABELA 4.4 - Comparação de desempenho de controladores PID, Fuzzy clássico e FRGS: por nível

Nível	Intervalo amostral	Controlador	ISE	ITSE	IAE	ITAE
1	0 – 20	PID	390,17	$29,27 \times 10^3$	329,47	$44,39 \times 10^3$
		FRGS	508,83	$47,10 \times 10^3$	423,19	$72,71 \times 10^3$
		Fuzzy clássico	508,90	$47,15 \times 10^3$	423,98	$73,26 \times 10^3$
2	21 – 40	PID	75,31	$3,75 \times 10^3$	113,11	$9,77 \times 10^3$
		FRGS	93,15	$5,79 \times 10^3$	145,65	$19,92 \times 10^3$
		Fuzzy clássico	97,00	$7,68 \times 10^3$	170,14	$28,86 \times 10^3$
3	41 – 60	PID	511,26	$54,03 \times 10^3$	433,87	$73,65 \times 10^3$
		FRGS	560,69	$64,05 \times 10^3$	485,36	$95,98 \times 10^3$
		Fuzzy clássico	570,41	$65,42 \times 10^3$	490,29	$97,20 \times 10^3$
4	61 – 80	PID	62,87	$2,87 \times 10^3$	103,44	$9,37 \times 10^3$
		FRGS	76,86	$4,40 \times 10^3$	126,36	$15,58 \times 10^3$
		Fuzzy clássico	93,27	$10,01 \times 10^3$	185,46	$35,85 \times 10^3$
5	81 – 100	PID	105,90	$9,47 \times 10^3$	170,61	$22,07 \times 10^3$
		FRGS	122,05	$13,06 \times 10^3$	213,32	$37,59 \times 10^3$
		Fuzzy clássico	128,99	$13,87 \times 10^3$	220,64	$39,38 \times 10^3$

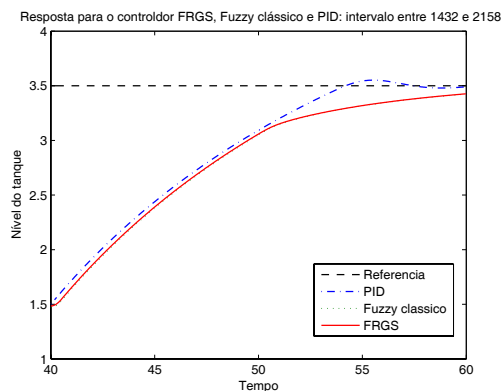
fortes oscilações, principalmente quando comparado com os outros controladores.



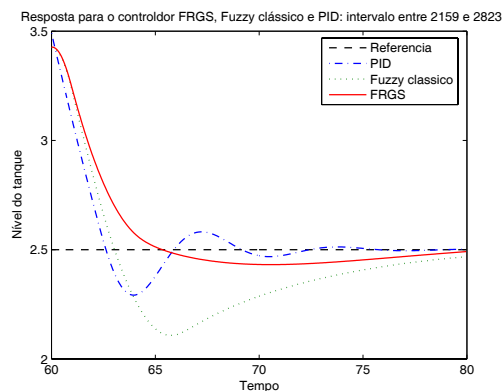
(a) $ref = 2,5$, intervalo 1 – 765



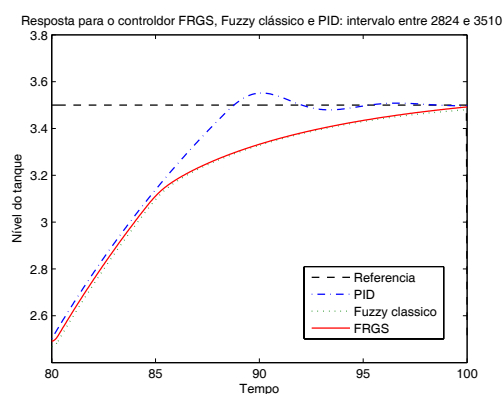
(b) $ref = 1,5$, intervalo 766 – 1431



(c) $ref = 3,5$, intervalo 1432 – 2158



(d) $ref = 2,5$, intervalo 2159 – 2823



(e) $ref = 3,5$, intervalo 2824 – 3510

FIGURA 4.7 - Resposta intervalar para controlador FRGS, Fuzzy clássico e PID

4.3 Sistema Dinâmico de um Tanque e Controle com Ruído

Em seguida foi introduzido um distúrbio no sistema na forma de ruído e o procedimento realizado foi repetido empregando os mesmo parâmetros de controle. O novo diagrama para o controle do nível de líquido no tanque com o controlador PID, o controlador difuso clássico e o controlador FRGS é mostrado na Figura 4.8.

O sinal de excitação espúrio é um ruído branco com potência de 0,01, tempo de amostragem de 0,7 e, p.ex, semente de 23341 podendo ser visualizado na Figura 4.9. As respostas no tempo para o sistema de controle PID, o sistema de controle difuso clássico e o sistema de controle FRGS proposto são mostradas na Figura 4.10.

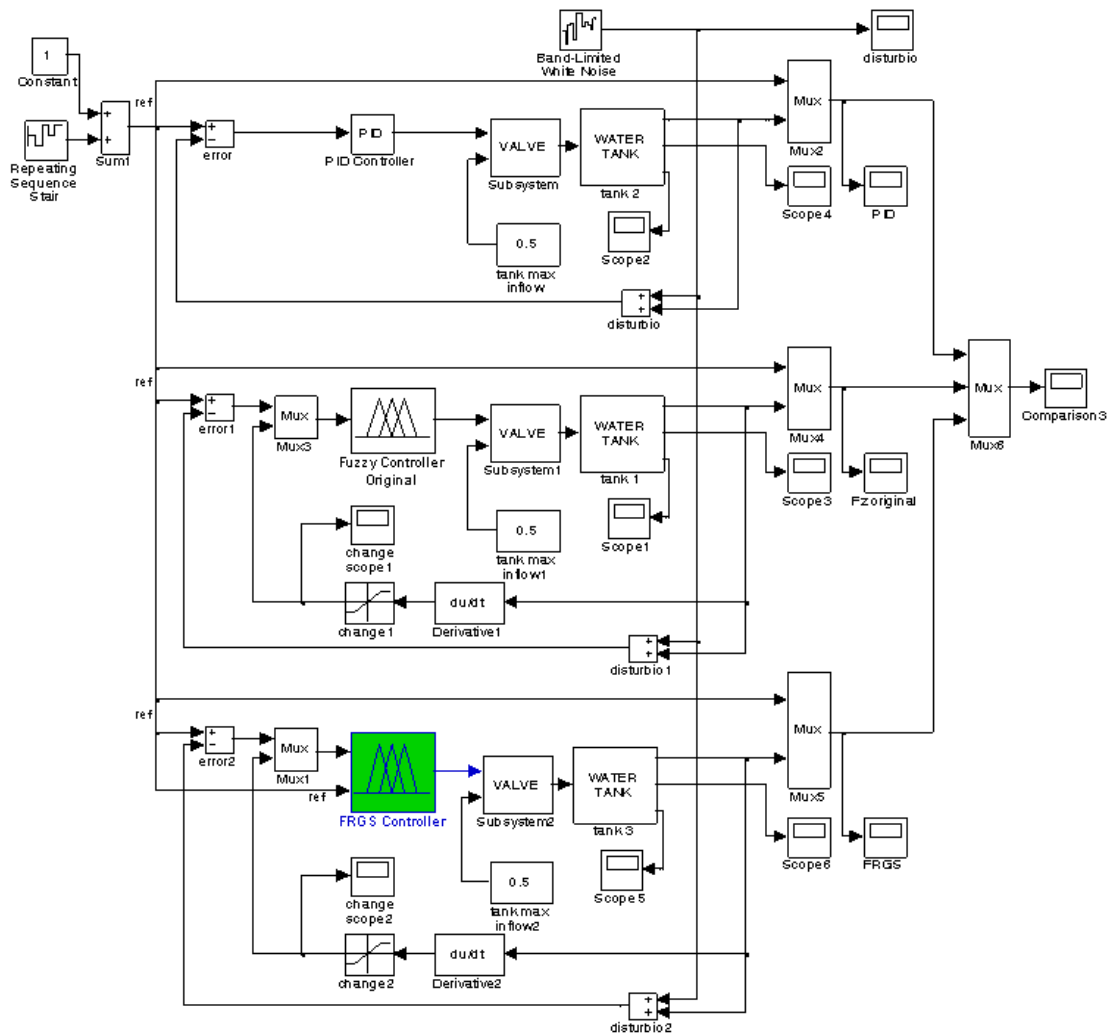


FIGURA 4.8 - Esquema com distúrbio (ruído) para comparação entre controladores FRGS, Fuzzy clássico e PID.

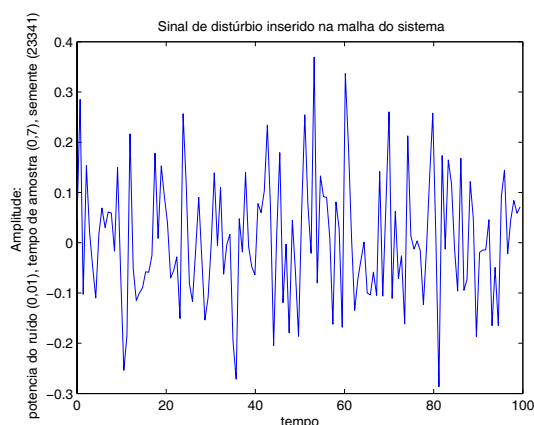


FIGURA 4.9 - Sinal de distúrbio inserido na malha do sistema.

Da mesma forma que na resposta dinâmica anterior, a comparação do desempenho do controlador PID, controlador difuso clássico e controlador FRGS são avaliadas segundo os critérios ISE, ITSE, IAE e ITAE calculados sobre o intervalo de tempo [0,100]s. Os resultados estão disponíveis na tabela 4.5.

Novamente, embora os melhores resultados tenham sido obtidos com o controlador PID, a resposta dinâmica para o nível de tanque apresenta grandes oscilações e sobressinais em qualquer valor de referência causando o transbordamento do líquido. Este comportamento é ainda mais grave quando o valor da referência é reduzido. Por outro lado, através do gráfico da Figura 4.10, é possível identificar que o controlador

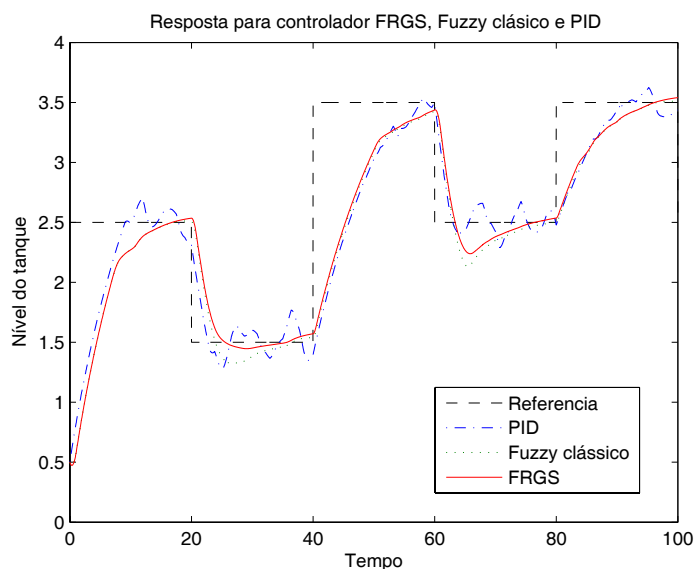


FIGURA 4.10 - Resposta para controlador FRGS, Fuzzy clássico e PID.

TABELA 4.5 - Comparação de desempenho de controladores PID, Fuzzy clássico e FRGS com ruído

	PID	Fuzzy clássico	FRGS
ISE	$1,4344 \times 10^3$	$1,5822 \times 10^3$	$1,5490 \times 10^3$
ITSE	$1,0633 \times 10^6$	$2,0733 \times 10^6$	$1,9824 \times 10^6$
IAE	$1,5057 \times 10^3$	$1,6445 \times 10^3$	$1,5877 \times 10^3$
ITAE	$1,5738 \times 10^6$	$2,6952 \times 10^6$	$2,5667 \times 10^6$

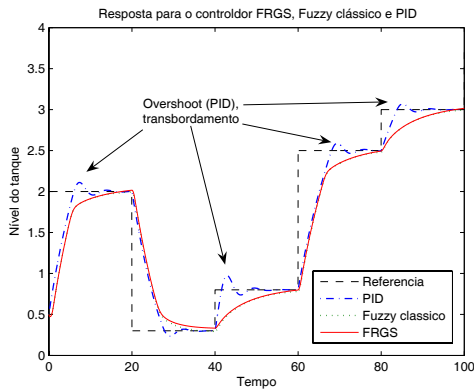
FRGS proposto continua a superar o controlador difuso clássico ao permitir que sejam alcançados os níveis do líquido de maneira mais suave, com melhores níveis de acomodação, com menor variação e, ainda, de maneira consistente para qualquer nível de líquido desejado aqui representado pelo valor de referência. Adicionalmente, todos os índices para o controlador FRGS proposto continuam melhores aos do controlador difuso clássico.

4.4 Sistema Dinâmico de um Tanque e Controle: Diversas Respostas Dinâmicas

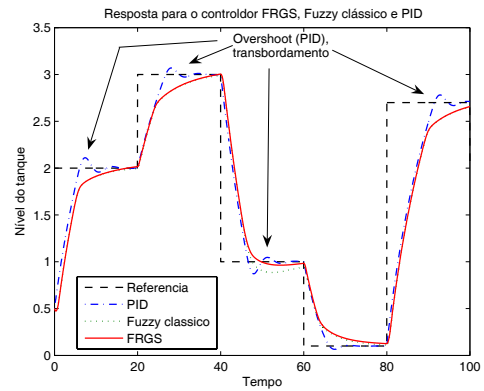
A fim de validar ainda mais o controlador proposto, diversos conjuntos de referências foram fornecidas para a análise do comportamento dinâmico e os sistemas de controle anteriores. As respostas dinâmicas encontradas estão na Figura 4.11. O valor médio dos desempenhos é dado na tabela 4.6. Os índices de desempenho para todos os conjuntos de resposta estão disponíveis nas tabelas 4.7 a 4.12. Resultados mostrados corroboram as análises anteriores. O controlador FRGS apresenta melhor desempenho que o controlador difuso clássico.

TABELA 4.6 - Comparação de desempenho de controladores PID, Fuzzy clássico e FRGS: valor médio

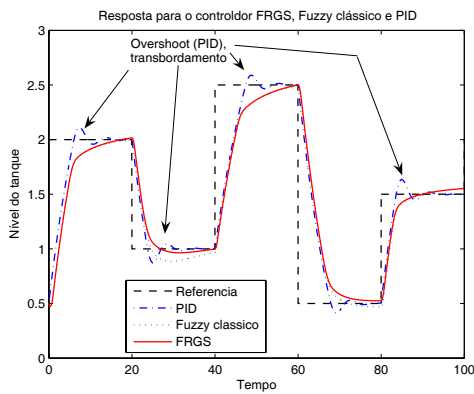
	PID	Fuzzy clássico	FRGS
ISE	$1,3503 \times 10^3$	$1,6160 \times 10^3$	$1,5999 \times 10^3$
ITSE	$2,0955 \times 10^6$	$2,4594 \times 10^6$	$2,4218 \times 10^6$
IAE	$1,1535 \times 10^3$	$1,4487 \times 10^3$	$1,4125 \times 10^3$
ITAE	$1,6603 \times 10^6$	$2,2832 \times 10^6$	$2,2117 \times 10^6$



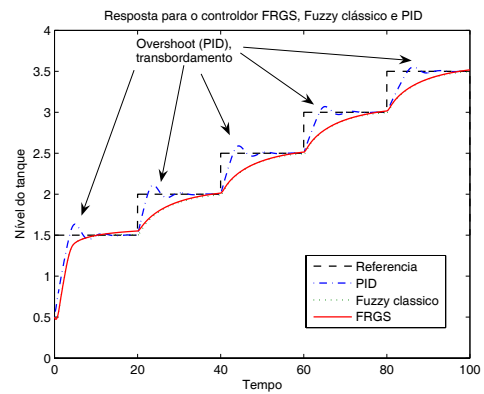
(a) $ref = (2; 0, 3; 0, 8; 2, 5; 3)$



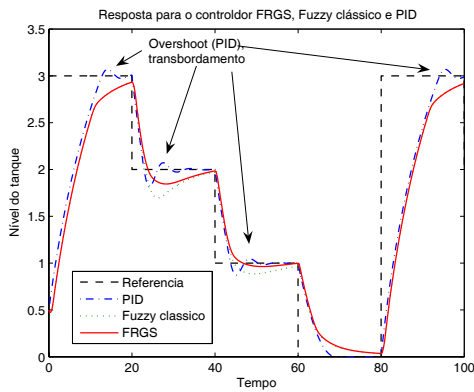
(b) $ref = (2; 3; 1; 0, 1; 2, 7)$



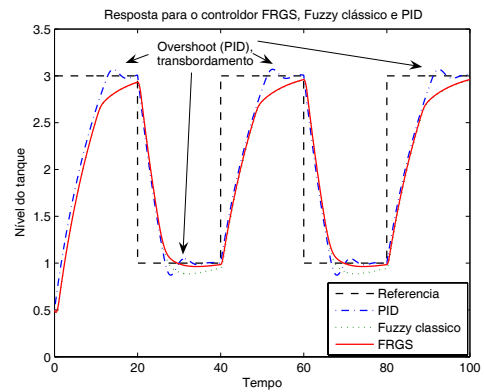
(c) $ref = (2; 1; 2, 5; 0, 5; 1, 5)$



(d) $ref = 1, 5; 2; 2, 5; 3; 3, 5$



(e) $ref = (3; 2; 1; 0; 3)$



(f) $ref = (3; 1; 3; 1; 3)$

FIGURA 4.11 - Resposta intervalar para controlador FRGS, Fuzzy clássico e PID para diferentes conjuntos de sinais de referência.

TABELA 4.7 - Comparação de desempenho de controladores PID, Fuzzy clássico e FRGS:
 $ref = (2; 0, 5; 0, 7; 2, 7; 3)$ (Figura: 4.11(a))

	PID	Fuzzy clássico	FRGS
ISE	$0,7732 \times 10^3$	$0,9744 \times 10^3$	$0,9760 \times 10^3$
ITSE	$0,8585 \times 10^6$	$1,0938 \times 10^6$	$1,0805 \times 10^6$
IAE	$0,8047 \times 10^3$	$1,0952 \times 10^3$	$1,0960 \times 10^3$
ITAE	$0,9801 \times 10^6$	$1,4618 \times 10^6$	$1,4467 \times 10^6$

TABELA 4.8 - Comparação de desempenho de controladores PID, Fuzzy clássico e FRGS:
 $ref = (2; 3; 1; 0, 1; 2, 7)$ (Figura: 4.11(b))

	PID	Fuzzy clássico	FRGS
ISE	$1,4914 \times 10^3$	$1,7505 \times 10^3$	$1,7526 \times 10^3$
ITSE	$2,9234 \times 10^6$	$3,3495 \times 10^6$	$3,3456 \times 10^6$
IAE	$1,1891 \times 10^3$	$1,4464 \times 10^3$	$1,4332 \times 10^3$
ITAE	$1,1082 \times 10^6$	$2,5178 \times 10^6$	$2,5000 \times 10^6$

TABELA 4.9 - Comparação de desempenho de controladores PID, Fuzzy clássico e FRGS:
 $ref = (2; 1; 2, 5; 0, 5; 1, 5)$ (Figura: 4.11(c))

	PID	Fuzzy clássico	FRGS
ISE	$1,1014 \times 10^3$	$1,3612 \times 10^3$	$1,3486 \times 10^3$
ITSE	$1,9401 \times 10^6$	$2,3567 \times 10^6$	$2,3183 \times 10^6$
IAE	$1,1488 \times 10^3$	$1,4139 \times 10^3$	$1,3881 \times 10^3$
ITAE	$2,0233 \times 10^6$	$2,4480 \times 10^6$	$2,4157 \times 10^6$

TABELA 4.10 - Comparação de desempenho de controladores PID, Fuzzy clássico e FRGS:
 $ref = 1, 5; 2; 2, 5; 3; 3, 5$ (Figura: 4.11(d))

	PID	Fuzzy clássico	FRGS
ISE	$0,1065 \times 10^3$	$0,1985 \times 10^3$	$0,1897 \times 10^3$
ITSE	$0,0934 \times 10^6$	$0,1937 \times 10^6$	$0,1810 \times 10^6$
IAE	$0,2540 \times 10^3$	$0,5011 \times 10^3$	$0,4860 \times 10^3$
ITAE	$0,2868 \times 10^6$	$0,6626 \times 10^6$	$0,6321 \times 10^6$

TABELA 4.11 - Comparação de desempenho de controladores PID, Fuzzy clássico e FRGS:
 $ref = (3; 2; 1; 0; 3)$ (Figura: 4.11(e))

	PID	Fuzzy clássico	FRGS
ISE	$2,1458 \times 10^3$	$2,5064 \times 10^3$	$2,5068 \times 10^3$
ITSE	$3,7456 \times 10^6$	$4,2521 \times 10^6$	$4,2604 \times 10^6$
IAE	$1,5397 \times 10^3$	$1,8660 \times 10^3$	$1,8250 \times 10^3$
ITAE	$2,5893 \times 10^6$	$3,1135 \times 10^6$	$3,0551 \times 10^6$

TABELA 4.12 - Comparação de desempenho de controladores PID, Fuzzy clássico e FRGS: $ref = (3; 1; 3; 1; 3)$ (Figura: 4.11(f))

	PID	Fuzzy clássico	FRGS
ISE	$2,6880 \times 10^3$	$3,1227 \times 10^3$	$3,0698 \times 10^3$
ITSE	$3,7840 \times 10^6$	$4,3697 \times 10^6$	$4,2486 \times 10^6$
IAE	$1,9876 \times 10^3$	$2,3280 \times 10^3$	$2,2651 \times 10^3$
ITAE	$3,0625 \times 10^6$	$3,6491 \times 10^6$	$3,5096 \times 10^6$

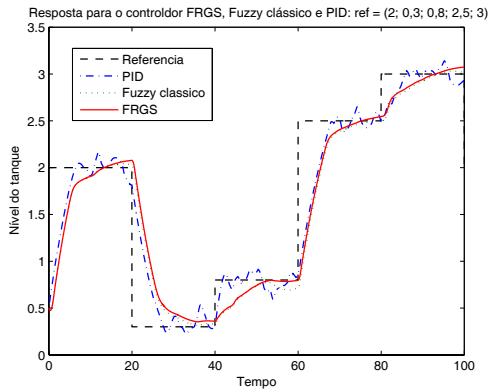
4.5 Sistema Dinâmico de um Tanque e Controle com Ruído: Diversas Respostas Dinâmicas

Novamente um distúrbio na forma de ruído foi introduzido no sistema e o procedimento realizado para os conjuntos de referência da etapa anterior foi repetido. As respostas no tempo para o sistema de controle PID, o sistema de controle difuso clássico e o sistema de controle FRGS proposto são mostradas na Figura 4.12.

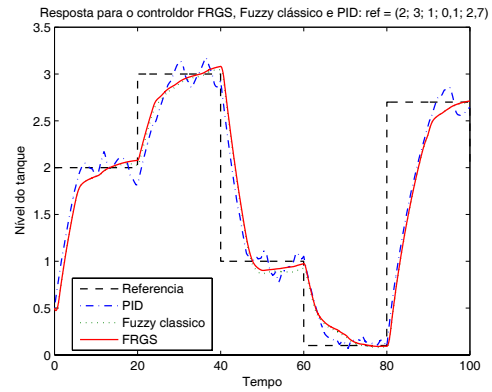
Os índices de desempenho para todos os conjuntos de resposta estão disponíveis nas tabelas 4.13 a 4.18. Nestas condições o desempenho com o controlador FRGS foi pouco superior que o controlador difuso clássico, chegando em alguns casos e apenas ao se empregar o índice ITSE foi constatado desempenho foi inferior. Todavia, os resultados obtidos indicam que na maioria das condições o controlador FRGS apresenta melhor desempenho que o controlador difuso clássico, confirmando as avaliações anteriores.

TABELA 4.13 - Comparação de desempenho de controladores PID, Fuzzy clássico e FRGS: $ref = (2; 0,5; 0,7; 2,7; 3)$ (Figura: 4.11(a))

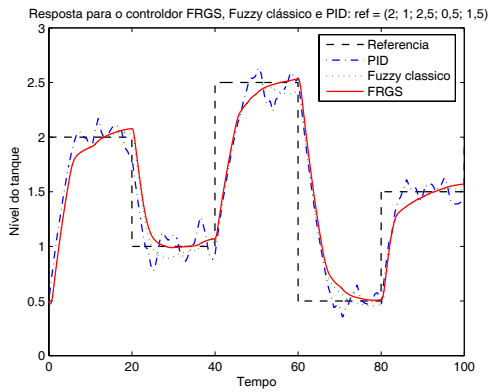
	PID	Fuzzy clássico	FRGS
ISE	$0,8202 \times 10^3$	$1,1739 \times 10^3$	$1,1717 \times 10^3$
ITSE	$1,1307 \times 10^6$	$1,5907 \times 10^6$	$1,4993 \times 10^6$
IAE	$1,0211 \times 10^3$	$1,2857 \times 10^3$	$1,2729 \times 10^3$
ITAE	$1,6714 \times 10^6$	$2,0678 \times 10^6$	$1,9687 \times 10^6$



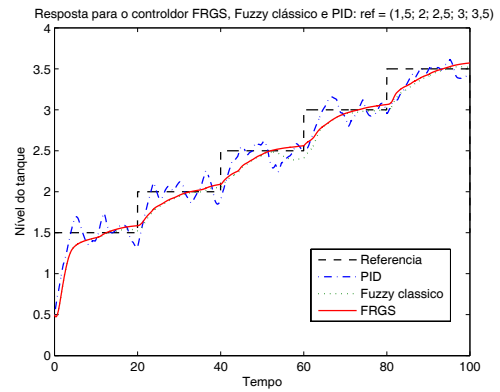
(a) $ref = (2; 0,3; 0,8; 2,5; 3)$



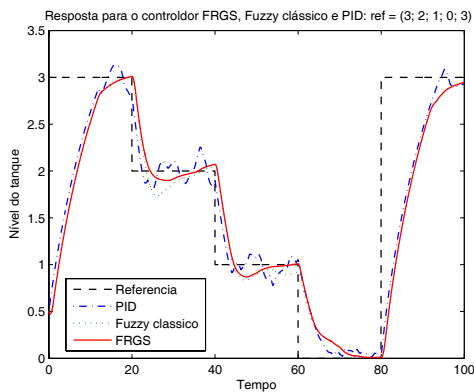
(b) $ref = (2; 3; 1; 0,1; 2,7)$



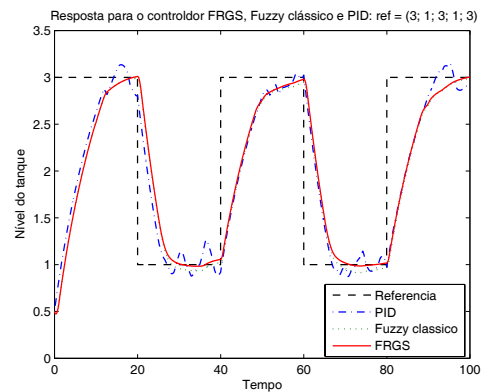
(c) $ref = (2; 1; 2,5; 0,5; 1,5)$



(d) $ref = 1,5; 2; 2,5; 3; 3,5$



(e) $ref = (3; 2; 1; 0; 3)$



(f) $ref = (3; 1; 3; 1; 3)$

FIGURA 4.12 - Resposta intervalar para controlador FRGS, Fuzzy clássico e PID para diferentes conjuntos de sinais de referência.

TABELA 4.14 - Comparação de desempenho de controladores PID, Fuzzy clássico e FRGS:
 $ref = (2; 3; 1; 0, 1; 2, 7)$ (Figura: 4.11(b))

	PID	Fuzzy clássico	FRGS
ISE	$1,8464 \times 10^3$	$2,1586 \times 10^3$	$2,1769 \times 10^3$
ITSE	$4,4741 \times 10^6$	$5,1773 \times 10^6$	$5,2136 \times 10^6$
IAE	$1,6643 \times 10^3$	$1,7989 \times 10^3$	$1,7943 \times 10^3$
ITAE	$3,7305 \times 10^6$	$4,0094 \times 10^6$	$4,0104 \times 10^6$

TABELA 4.15 - Comparação de desempenho de controladores PID, Fuzzy clássico e FRGS:
 $ref = (2; 1; 2, 5; 0, 5; 1, 5)$ (Figura: 4.11(c))

	PID	Fuzzy clássico	FRGS
ISE	$1,2590 \times 10^3$	$1,3840 \times 10^3$	$1,4716 \times 10^3$
ITSE	$2,4793 \times 10^6$	$2,5680 \times 10^6$	$2,7660 \times 10^6$
IAE	$1,3050 \times 10^3$	$1,3854 \times 10^3$	$1,4051 \times 10^3$
ITAE	$2,5273 \times 10^6$	$2,5904 \times 10^6$	$2,6399 \times 10^6$

TABELA 4.16 - Comparação de desempenho de controladores PID, Fuzzy clássico e FRGS:
 $ref = 1, 5; 2; 2, 5; 3; 3, 5$ (Figura: 4.11(d))

	PID	Fuzzy clássico	FRGS
ISE	$0,2006 \times 10^3$	$0,2785 \times 10^3$	$0,2358 \times 10^3$
ITSE	$30,4430 \times 10^6$	$39,1440 \times 10^6$	$28,5850 \times 10^6$
IAE	$0,6061 \times 10^3$	$0,6988 \times 10^3$	$0,6423 \times 10^3$
ITAE	$1,1072 \times 10^6$	$1,2202 \times 10^6$	$1,0768 \times 10^6$

TABELA 4.17 - Comparação de desempenho de controladores PID, Fuzzy clássico e FRGS:
 $ref = (3; 2; 1; 0; 3)$ (Figura: 4.11(e))

	PID	Fuzzy clássico	FRGS
ISE	$2,5687 \times 10^3$	$3,0797 \times 10^3$	$3,1156 \times 10^3$
ITSE	$6,1607 \times 10^6$	$7,1319 \times 10^6$	$7,2285 \times 10^6$
IAE	$2,0081 \times 10^3$	$2,3018 \times 10^3$	$2,2773 \times 10^3$
ITAE	$4,5514 \times 10^6$	$5,1022 \times 10^6$	$5,0682 \times 10^6$

TABELA 4.18 - Comparação de desempenho de controladores PID, Fuzzy clássico e FRGS:
 $ref = (3; 1; 3; 1; 3)$ (Figura: 4.11(f))

	PID	Fuzzy clássico	FRGS
ISE	$3,1568 \times 10^3$	$3,6714 \times 10^3$	$3,6602 \times 10^3$
ITSE	$5,8959 \times 10^6$	$6,5071 \times 10^6$	$6,4209 \times 10^6$
IAE	$2,4945 \times 10^3$	$2,7307 \times 10^3$	$2,6910 \times 10^3$
ITAE	$4,9664 \times 10^6$	$5,3107 \times 10^6$	$5,1626 \times 10^6$

CAPÍTULO 5

PROJETO E DESENVOLVIMENTO DO SISTEMA DE CONTROLE DA CÂMARA DE TESTE TERMOVÁCUO PARA QUALIFICAÇÃO ESPACIAL

“Idéia todo mundo tem, o difícil é ter gente que queira colocá-las em prática.”

(Rafael Palladino)

5.1 Controle FRGS Aplicado ao Sistema de Teste Termovácuo

O sistema de controle difuso com escalonamento de ganhos parametrizado pela referência (ou objetivo, ou sinal exógeno) – controle FRGS – proposto neste trabalho, é aplicado a uma unidade de teste termovácuo utilizada para emular condições ambientais espaciais para a qualificação de sistemas e dispositivos espaciais. O interesse em utilizar esta abordagem é dado pelos seguintes objetivos:

- a) demonstrar a capacidade do sistema FRGS em lidar com problemas do mundo real,
- b) solucionar problemas críticos de desenvolvimento de sistemas de aplicação espacial, e
- c) obter um sistema que pudesse executar testes com baixo custo, assim como melhor qualidade, eficiência e segurança.

A configuração utilizada para implementar este sistema emprega a estrutura de controle difuso supervisorio baseado no conceito de raciocínio aproximado e da regra composicional de referência (apêndice A). Vale ressaltar que o satélite, um espécime crítico, e toda a estrutura requerem uma atenção diferenciada tanto da perspectiva de segurança quanto do ponto de vista de custo. Assim, esta arquitetura foi escolhida devido ao caráter experimental, levando-se em consideração que se está lidando com um sistema real, e os resultados obtidos foram realizados em uma fase de validação da solução proposta. O mecanismo empregado para determinar a ação para controlar o sistema de teste é influenciado pela referência que se deseja seguir ao mesmo tempo

em que deve refletir o comportamento humano e as preferências do responsável pelo processo decisório. Desta forma, um objetivo adicional pode ser acrescentado aos anteriores:

- emular paradigmas e processos da mente humana que incorporem as preferências e habilidades pessoais para decisão, ao imitar especialistas na condução do teste de qualificação espacial.

5.2 Qualificação de Sistemas Espaciais

O processo de qualificação de satélites inclui diferentes testes ambientais que reproduzem as atividades e condições operacionais presentes nas etapas de pré e pós-lançamento. Um satélite é composto de vários subsistemas que interagem entre si para formar um sistema total. A fim de alcançar uma condição de operação completa, o sistema e seus subsistemas, em particular, devem ser testados e manipulados de maneira que emulem o mais próximo possível as diferentes condições ambientais daquelas disponíveis na Terra que o satélite estará exposto durante seu lançamento e sua vida operacional (GARNER, 1996; GILMORE, 1994).

Três são os principais testes para qualificação ambiental espacial: teste de vibração, teste de interferência e compatibilidade eletromagnética e, por fim, teste termovácuo. Neste trabalho o interesse é direcionado a este último.

Uma vez no espaço, satélites são expostos, mas não limitados, à luz solar, radiação de Albedo, radiação terrestre, condições de sombra ou eclipse e luz infravermelha refletida pela Terra que interferem na sua temperatura (Figura 5.1). O ambiente

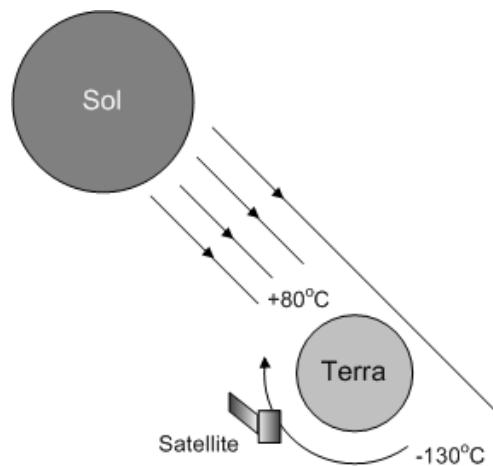


FIGURA 5.1 - Exposição do satélite a condições espaciais.



FIGURA 5.2 - Câmaras de teste termovácuo do Laboratório de Integração e Testes (LIT) no INPE.

de vácuo presente no espaço sideral pode ampliar a faixa de temperatura a que o satélite está sujeito, causando um aumento de temperatura positiva ou negativa, tipicamente entre $+80^{\circ}\text{C}$ e -130°C (GARNER, 1996). No Laboratório de Integração e Testes (LIT) do Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE) estão instaladas atualmente três câmaras de teste termovácuo (Figura 5.2).

5.3 Funcionamento da Unidade (Câmara) de Teste Termovácuo

O sistema de teste termovácuo consiste de uma câmara composta de três partes principais : um conjunto de tubos (*camisa/shroud*) utilizado para transmitir ou absorver calor por radiação, um prato controlado por processo térmico e um sistema de controle de nitrogênio gasoso. Um diagrama esquemático da câmara de teste termovácuo real de pequeno porte (Figura 5.3) é mostrado na Figura 5.4.

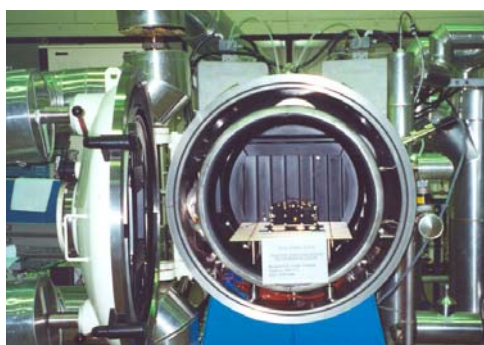


FIGURA 5.3 - Vista geral da câmara de teste termovácuo.

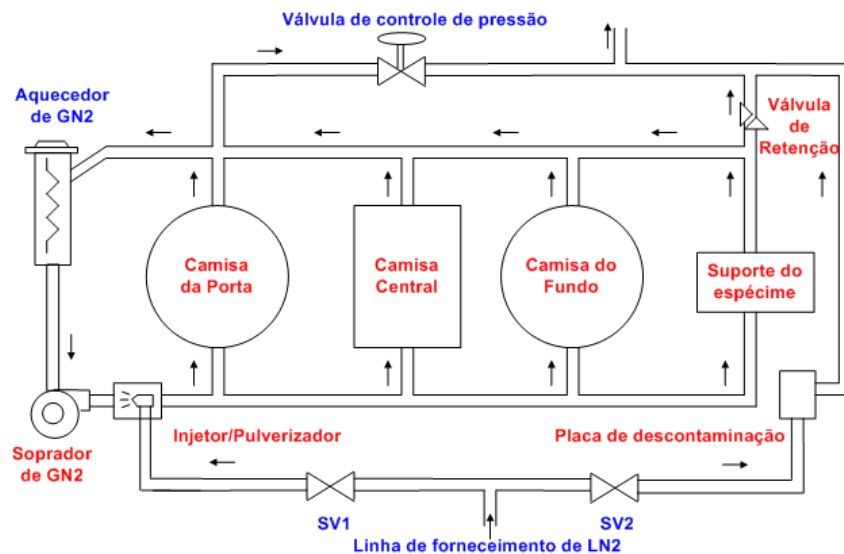


FIGURA 5.4 - Diagrama da câmara de teste termovácuo.

Para emular as condições ambientais espaciais, primeiro é criado o vácuo através de dois sistemas de bombas distintos, e depois, para criar o nível desejado de vácuo, a temperatura é modificada em um ambiente de densidade constante (HIGH VACUUM SYSTEMS INC., 1987). O primeiro sistema de bombeamento é composto por uma única bomba mecânica, de duplo estágio e pás rotatórias, que produz baixa pressão no interior da câmara. Uma vez alcançada a baixa pressão, o alto vácuo é obtido ao empregar uma bomba de vácuo criogênica com compressores de hélio em ciclo fechado. O sistema global produz uma pressão de aproximadamente 1×10^{-7} torr para simular o vácuo presente no espaço. Quando o alto vácuo é obtido, a temperatura interna aos tubos é modificada para simular os ciclos térmicos causados pela incidência e ausência de luz solar. Tais variações de temperatura seguem uma seqüência que representa as condições esperadas durante sua órbita. A operação térmica do conjunto de tubos é obtida por meio de um sistema de recirculação de nitrogênio gasoso (GN2). Para circular o gás denso, um soprador de pressão é empregado. Com o intuito de manter aproximadamente constante as propriedades de transferência de calor na faixa de operação do gás, um sistema de densidade constante é utilizado. Uma válvula de selo mecânico funciona como um mecanismo auxiliar para a manutenção da pressão desejada. A fim de resfriar a câmara, nitrogênio líquido (LN2) é pulverizado e transformado em gás no interior do conjunto de tubos. Quando se quer aquecê-la, resistências elétricas montadas no interior do conjunto de tubos fornecem calor ao gás que, por radiação, aquecem o espécime.



FIGURA 5.5 - Diferentes sistemas espaciais durante a etapa de qualificação do teste termovácuo.

5.4 Descrição do Problema

Durante os testes termovácuos, satélites e dispositivos espaciais não-idênticos (Figura 5.5) produzem diferentes comportamentos térmicos pela influência de diversos fatores, tais como coeficiente de absorção de radiação, capacidade térmica, massa e área de superfície. Como cada espécime sob teste apresenta diferentes características térmicas, para cada teste a ser executado um novo modelo matemático precisa ser obtido para descrever o comportamento dinâmico do espécime e a câmara ao mesmo tempo.

A fim de ilustrar esta característica dinâmica e verificar o comportamento térmico da câmara em diferentes situações de operação, foram realizados diversos experimentos considerando-se duas condições de funcionamento baseadas na carga térmica alojada no interior da câmara. A primeira corresponde à câmara operando sem carga (regime nominal), enquanto a segunda, à câmara operando com carga passiva (sem emissão de calor). Para realização do experimento, foi utilizada a câmara de teste com capacidade de 250 dm^3 . A câmara e o espécime utilizados na execução do experimento podem ser visualizados nas Figuras 5.3 e 5.6.

Comportamento Térmico em Distintas Condições de Operação

A configuração do teste estabelece condições específicas de operação da câmara, os

locais onde as medidas serão realizadas e o ciclo térmico de referência.

As variações de temperatura no interior da câmara durante a execução do teste serão aplicadas a ambas as configurações das condições de operação e seguem níveis de referência térmicas em degrau. A duração do ciclo térmico está condicionada ao comportamento da câmara de forma que a temperatura deve permanecer constante por 20 minutos após atingir o nível desejado. Para cada experimento, o operador dos testes deve ajustar o valor desejado para o controlador ômega de temperatura e não interferir mais na condução do experimento. O ajuste do valor desejado para o controlador ômega de pressão segue a tabela de relação entre temperatura e pressão padrão a fim de manter a densidade constante no interior da câmara.

Os valores medidos experimentalmente para as duas condições de operação referem-se às seguintes características:

- a) Valor de saída do controlador de temperatura Omega para o atuador de aquecimento (resistências elétricas);
- b) Valor de saída do controlador de temperatura Omega para o atuador de resfriamento (válvula do sistema de nitrogênio líquido);
- c) Valor de saída do controlador de pressão Omega para a válvula VCV;
- d) Valor de pressão no interior da tubulação de passagem do sistema de gás (camisa/*shroud*);
- e) Valor de temperatura no interior da tubulação de passagem do sistema de gás (camisa/*shroud*);
- f) Valor de saída indicado pelo sistema de monitoramento e controle de pressão e vácuo da câmara (Sistema “Edward”).

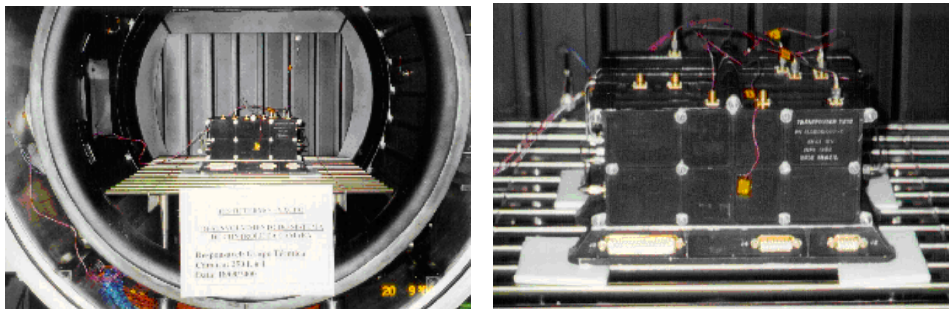
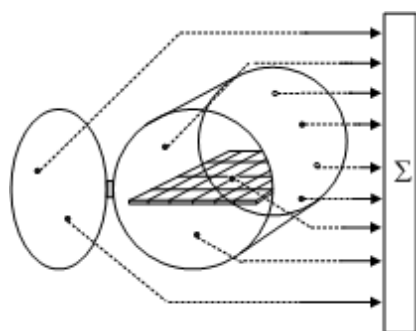


FIGURA 5.6 - Destaque do espécime utilizado.

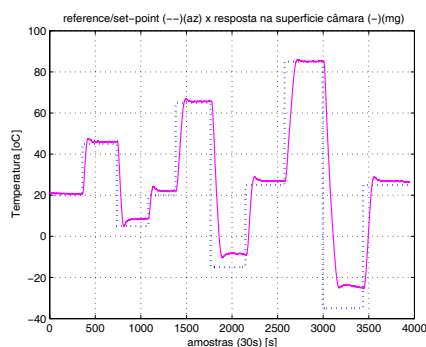
Teste na Câmara Operando em Regime Nominal (sem carga)

No interior da estrutura, 9 sensores de temperatura (termopar) irão apresentar informações sobre o comportamento térmico da câmara. A disposição dos sensores no interior da câmara é dada pela Figura 5.7(a) e descrita como se segue:

- Dois sensores estarão na parte frontal (porta);
- Dois sensores estarão na parte posterior (fundo);
- Quatro sensores estarão na camisa (shroud); e
- Um sensor estará na grade de suporte central.



(a) Posição dos termopares



(b) Resposta térmica dos sensores no interior da câmara.

FIGURA 5.7 - Teste na câmara operando em regime nominal (sem carga)

A resposta dinâmica do experimento para a câmara funcionando a vazio (sem carga) é mostrada na Figura 5.7(b). Um período de 20 minutos foi empregado para o sinal de acomodação, com amostragem a cada 30 segundos. Percebe-se que a resposta dinâmica para o semiciclo positivo apresenta diferenças significativas em relação ao semiciclo negativo para o erro em regime estacionário. Nos semiciclos positivos existem erros em regimes estacionários pequenos, acima do sinal de referência e com limites aceitáveis de acordo com a norma do setor espacial. Entretanto, no semiciclo negativo, o erro de estado estacionário é elevado, abaixo do sinal de referência, e aumenta ao tornar o nível da amplitude de referência mais negativo. Verifica-se ainda que o sistema apresenta uma resposta dinâmica lenta tanto para os semiciclos positivos quanto para os semiciclos negativos. Nota-se também que o sistema operando

em regime nominal apresenta características dinâmicas de um sistema de segunda ordem.

Teste na Câmara Operando com Carga Passiva (sem emissão de calor)

Nesta nova condição de teste foi inserido um espécime (carga), conforme apresentado nas Figuras 5.8(a) e 5.3. Neste experimento, o posicionamento dos sensores e o armazenamento dos dados serão aproximadamente equivalentes à configuração anterior. A única modificação será a substituição do sensor localizado na grade no centro da câmara por um conjunto de sensores que estarão dispostos sobre a carga. Desta forma, tem-se o seguinte posicionamento:

- a) Dois sensores estarão na parte frontal (porta);
- b) Dois sensores estarão na parte posterior (fundo);
- c) Quatro sensores estarão na camisa (shroud); e
- d) Aproximadamente quatro sensores estarão na carga.

Devido a existência de algumas limitações operacionais, os patamares de referência para o ciclo térmico para este experimento foram estabelecidos em 5 horas. A resposta dinâmica do experimento para a câmara funcionando com carga passiva é apresentada na Figura 5.8(b). Assim como no experimento anterior, a resposta dinâmica para o semiciclo positivo e para o semiciclo negativo são distintas ao se considerar o erro em regime estacionário. Os resultados térmicos mostram que nos

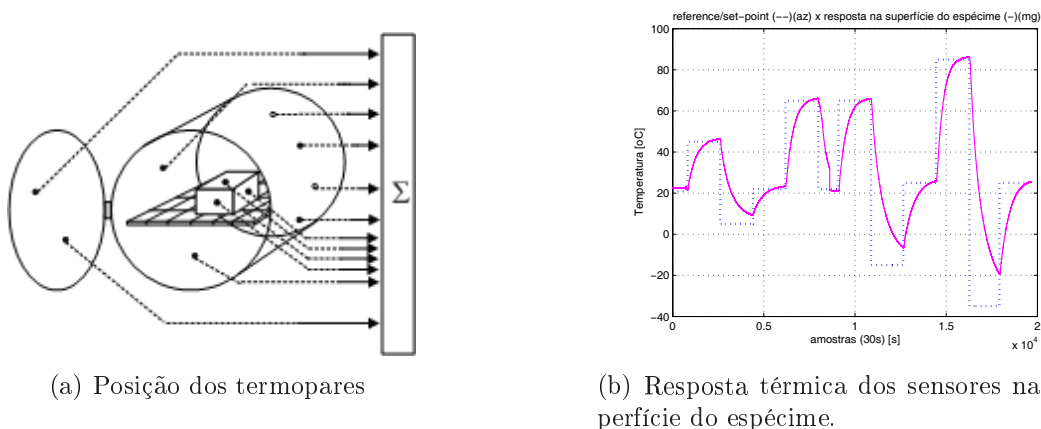


FIGURA 5.8 - Teste na câmara operando com carga passiva (sem emissão de calor)

semiciclos positivos existem erros em regimes estacionários pequenos, acima do sinal de referência e com limites aceitáveis de acordo com a norma do setor espacial. Entretanto, no semiciclo negativo, o erro de estado estacionário se mostra elevado, abaixo do sinal de referência – para um determinado intervalo de tempo – e aumenta ao torna-se mais negativo o nível da amplitude de referência. Percebe-se também que com o aumento do nível do patamar do sinal de referência o tempo para alcançar a estabilidade torna-se maior. Outro fator que influencia o atraso na resposta dinâmica é a polaridade do valor de referência de temperatura. Verifica-se que o sistema apresenta uma resposta dinâmica mais lenta nos semiciclos negativos que nos semiciclos positivos. E para alcançar o período de acomodação seria necessário um tempo maior que 5 horas para cada semiciclo.

Em resumo, uma análise nos gráficos revela que o conjunto câmara e espécime apresenta diferentes taxas de aquecimento e resfriamento. O sistema modifica seu comportamento dinâmico para diferentes condições de operação determinadas pelos vários níveis de temperatura de referência (*set-point*) estabelecidos para os testes.

Os sistemas de teste termovácuo são inerentemente não-lineares porque a radiação é basicamente a fonte de transferência de calor entre o conjunto de tubos e a carga útil (GILMORE, 1994; JEN; TILWICK, 2000), e depende da temperatura a quarta potência (T^4), como a equação a seguir mostra:

$$\frac{\partial T_{pl}}{\partial t} = (\sigma \epsilon A M_{pl} C_{pl}) (T_{sh}^4 - T_{pl}^4), \quad (5.1)$$

sendo : $\partial T_{pl}/\partial t$ é a taxa de transição da carga útil, T_{pl} é a temperatura (absoluta) média da carga útil, T_{sh} é a temperatura (absoluta) média da camisa que compõe o conjunto de tubos, M_{pl} é a massa da carga útil, C_{pl} é a capacidade de calor da carga útil, σ é a constante natural de Stefan-Boltzmann, ϵ é a capacidade de emissão/absorção de um corpo acinzentado, A é a área de radiação.

Ao se linearizar a equação (5.1) é possível notar que várias condições de operação térmicas correspondem a níveis de referência (*set-points*) utilizados durante a qualificação de produtos espaciais. O sistema apresenta também atraso no tempo devido às características ópticas do espécime em teste, tanto quanto às suas características físicas (massa específica, calor específico e condutividade térmica).

Vale ressaltar que quando se consideram dispositivos espaciais e, particularmente, os

satélites – um tipo de espécime sensível e crítico –, manter a temperatura próxima dos valores de referência, bem como evitar sobressinais nas temperaturas limítrofes superiores e inferiores, é uma atividade que requer restrições de custo e segurança usualmente severas. Além disto, para executar testes com baixo custo, alta qualidade, eficiência e segurança, é de fundamental importância encontrar soluções adequadas que auxiliem ou substituam os operadores de teste.

A questão que surge, portanto, é saber qual abordagem de controle poderia ser mais adequada para automaticamente controlar o processo total diante destas características que descrevem o comportamento dinâmico da planta controlada e do espécime sob teste.

5.5 Sistema de Controle Atual

O sistema de controle original responsável por manter as condições termodinâmicas da câmara de teste termovácuo de acordo com as condições desejadas foi projetado para monitorar as variáveis de temperatura no conjunto de tubos (*shroud*) (Figura 5.9). Neste caso, o controle térmico é obtido por meio de um controlador proporcional-integral-derivativo (PID) de saída dual para aquecimento e resfriamento. Para manter constantes as taxas de transferência de calor, este controlador de temperatura também envia sinal de referência (set point) para um controlador proporcional-integral-derivativo (PID) de pressão. O sistema de pressão é ajustado para o nível desejado ao modificar a ventilação do gás nitrogênio, através de válvulas de selo de controle (VCV), ou ao ativar a válvula (SV1) de fornecimento de nitrogênio líquido, LN2, como apresentado nas Figuras 5.4 e 5.9.

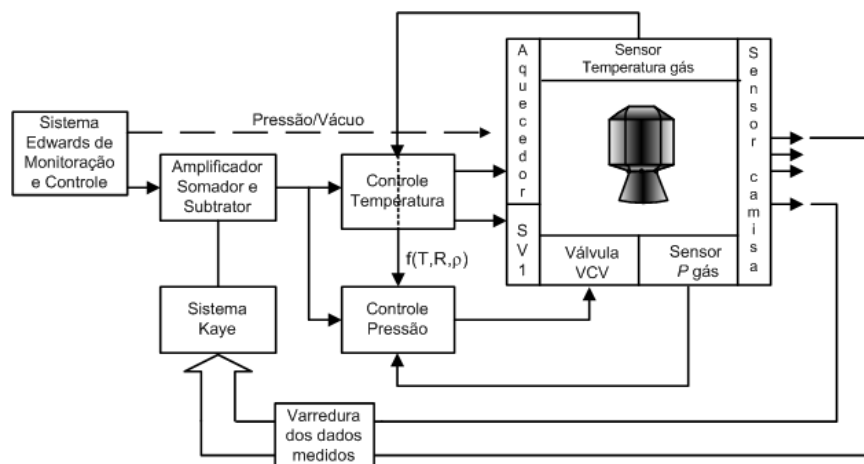


FIGURA 5.9 - Sistema de controle original para a câmara de teste termovácuo.

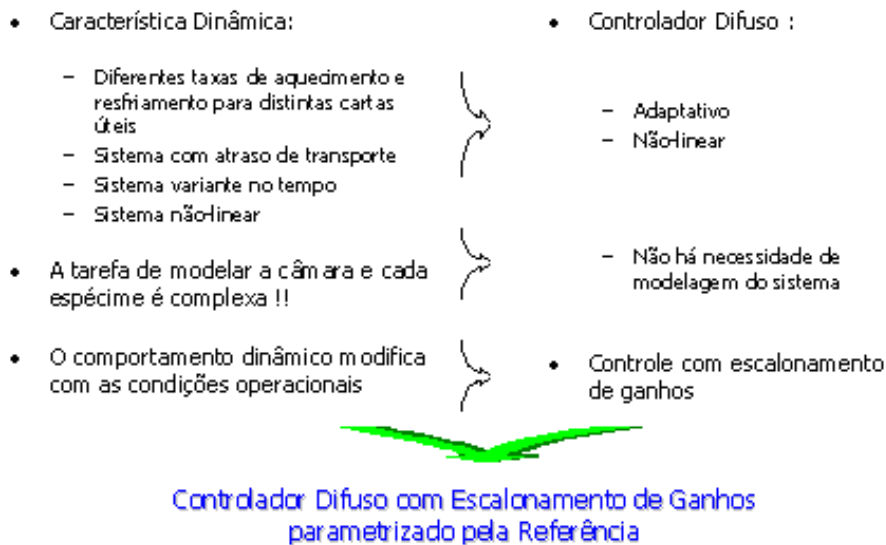


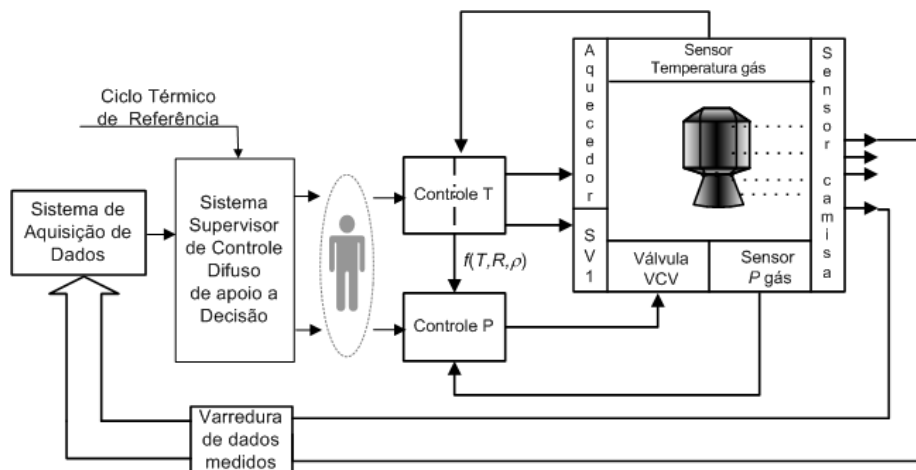
FIGURA 5.11 - Características dinâmicas da câmara de teste termovácuo e do controlador FRGS.

ciclo térmico. A abordagem FRGS é uma solução viável para o projeto de controle, empregando-se um conjunto de leis que permitem que as superfícies de controle se adaptem a diferentes condições operacionais nas quais o sistema deve trabalhar. Assim, ao adotar o conceito de controle difuso adaptativo com escalonamento de ganhos parametrizado pela referência, é possível compensar as mudanças de comportamento térmico causadas pela introdução de distintas cargas em cada teste e pela dependência das condições de operação em função dos diferentes patamares de temperatura desejados para qualificação (Figura 5.11).

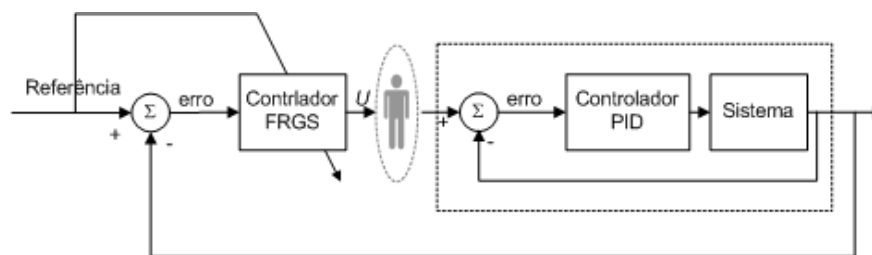
5.6 Controle FRGS Aplicado Qualificação Ambiental Espacial

Atualmente, o controle da câmara de teste termovácuo é conduzido por operadores experientes. Uma alternativa para solução deste problema é empregar sistemas de controle inteligente. O uso de sistemas difusos e raciocínio aproximado aplicado a problemas de decisão e controle têm atraído grande interesse em diversas áreas de pesquisa, em particular em pesquisa aplicada no setor espacial (GUNDERSEN *et al.*, 1996; JANI *et al.*, 1995).

A abordagem controle FRGS foi aplicada em caráter experimental ao sistema de teste termovácuo de forma a operar inicialmente como um sistema de controle difuso supervisorio (Figura 5.12(a)). A vantagem da estrutura de sistema difuso de suporte a decisão empregada neste contexto é que o especialista pode, sempre que quiser, empregar sua própria experiência e seu raciocínio para atuar sobre o sistema. Depois



(a) Diagrama do controlador difuso



(b) Ação de Controle: Malha de realimentação interna e externa.

FIGURA 5.12 - Sistema de Controle Difuso Supervisório FRGS utilizado durante os experimentos.

de passar por um conjunto de testes rigorosos para validação, este sistema estará disponível para eventual utilização durante testes reais de qualificação de dispositivos espaciais.

Uma representação equivalente àquela mostrada na Figura 5.12(a) é mostrada na Figura 5.12(b) na qual é possível observar, com maior detalhe, duas malhas de realimentação: a malha interna representa um sistema de controle PID e a malha externa mostra o controlador FRGS trabalhando como um sistema difuso de suporte a decisão/controle. Enquanto a primeira malha é particularmente útil para reduzir o erro de estado estacionário e para melhorar a resposta transiente, a segunda malha está relacionada ao estabelecimento de uma referência (*set point*) adequada para garantir uma temperatura na superfície do espécime de forma a seguir o ciclo térmico desejado para o teste.

A *base de conhecimento* composta pela *base de dados*, que determina as funções de pertinência, e a *base de regras*, que contém a seleção das regras SE-ENTÃO,

foram elaboradas através de diálogos e entrevistas com os operadores responsáveis pelo sistema para extrair a experiência utilizada por eles durante a manipulação da câmara. A representação geral para as regras adotadas é mostrada na seguinte equação:

$$Rc_{(j)} : \text{SE } (\delta_1 \text{ É } A_{j1}(x, r)) \text{ E } \dots \text{ E } (\delta_n \text{ É } A_{jn}(x, r)) \text{ ENTÃO } \Delta u_j(x), \quad (5.2)$$

sendo que $\delta = [\delta_1, \dots, \delta_n]^T$ é o vetor de entrada da premissa p , $p = 1, \dots, n$, e A_{ji} , $i = 1, \dots, m$, $j = 1, \dots, N_r$ são os i -ésimos termos lingüísticos da regras, N_r . O termo $\Delta u_j(x)$ denota a j -ésima saída da regra.

Dado um vetor de entrada δ_j , $j = 1, \dots, N_r$, o valor de saída resultante do controlador difuso é inferido pelo peso ponderado das saídas de sistemas de controle locais $\Delta u_j(x)$

$$\Delta u = \sum_{j=1}^{N_r} h_j(x, r) \cdot \Delta u_j(x) \quad (5.3)$$

sendo que M denota o número de regras e $h_j(\delta)$ é o valor de ativação normalizado da regra, $R(j)$, que, nos experimentos realizados, foi definido por:

$$h_j(\delta) = \frac{w_j(\delta)}{\sum_{j=1}^{N_r} w_j(\delta)} \quad (5.4)$$

e

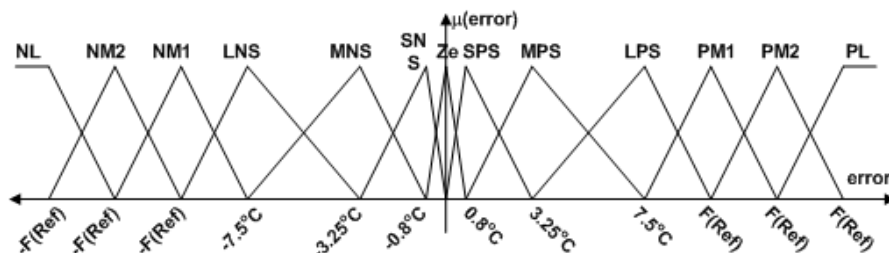
$$w_j(\delta) = w_{A_{j1}}(\delta_1) \cdot w_{A_{j2}}(\delta_2) \cdot \dots \cdot w_{A_{jm}}(\delta_m). \quad (5.5)$$

Os termos lingüísticos A_{ij} podem ser associados a diferentes tipos de funções de pertinência. Neste trabalho foram adotadas funções triangulares e trapezoidais.

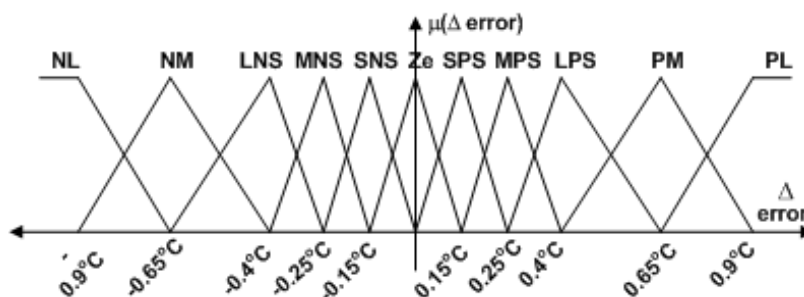
O vetor de entrada da premissa, δ_n , é bidimensional, $n = 2$, e estão relacionados às variáveis de entrada para este sistema estabelecidas como sendo o erro de temperatura, e , e a mudança de temperatura na carga útil, ΔT_{pl} – que é representado como variação do erro, Δe . O erro, determinado pela diferença entre a temperatura de referência desejada e o valor de temperatura real na carga útil, utiliza tanto funções de pertinência (termos lingüísticos) constantes, quanto com funções de pertinência (termos lingüísticos) adaptativos; a mudança de temperatura na carga útil representada pela variação do erro, Δe , está associada somente a funções de pertinência (termos lingüísticos) constantes (Tabela 5.1). As funções de pertinência do erro e da

TABELA 5.1 - Termos Lingüísticos: Erro, e , e Variação do erro, Δe

Variável de entrada	Funções de Pertinência	Faixa
$erro$	Adaptativo	$[20\%Ref, 100\%Ref]$
	Adaptativo-constante	$[+7, 5^{\circ}C, 20\% * Ref]$
	Constante	$[-7, 5^{\circ}C, +7, 5^{\circ}C]$
	Adaptativo-constante	$[20\% * Ref, -7, 5^{\circ}C]$
	Adaptativo	$[100\%(Ref), 20\%(Ref)]$
$\Delta e = \Delta T_{pl}$	Constante	$[(-2^{\circ}C/min), (+2^{\circ}C/min)]$



(a) Função de Pertinência para o erro.



(b) Função de Pertinência para a variação do erro.

FIGURA 5.13 - Funções de pertinência utilizadas para o projeto do controlador.

variação da temperatura na carga útil podem ser vistas, respectivamente, nas Figuras 5.13(a) e 5.13(b). Note que na Figura 5.13(a) as funções de pertinência SNS , Ze e SPS apresentam o núcleo e o suporte fixos (função de pertinência constante); as funções de pertinência LNS e LPS apresentam o núcleo fixo e um suporte fixo e outro variável (função de pertinência adaptativo-constante); as funções de pertinência $NM1$ e $PM1$ apresentam o núcleo variável e um suporte fixo e outro variável (função de pertinência adaptativo-constante); e as funções de pertinência $NM2$, NL , $PM2$ e PL apresentam tanto o núcleo quanto os suportes variáveis (função de pertinência adaptativo). Estas variações ocorrem em função da referência, $F(Ref)$.

O núcleo e o suporte das funções de pertinência adaptativas foram modificados em função da temperatura desejada, sem interferir nos conjuntos difusos fixos. Devido a sensibilidade da categoria de espécime usualmente sob teste (dispositivos espaciais), quando o erro está próximo da referência $[20\%, 0^\circ\text{C}]$ e $[0^\circ\text{C}, -20\%]$, a lei de controle é restritiva para garantir que a temperatura na carga útil não tenha um sobrevalor (*overshoot*), ou que seja danificada.

O controlador nesta aplicação emprega uma abordagem baseada no modelo interpolativo na interface de decodificação (defuzificação) para calcular o valor incremental da ação de controle, Δu , e assim encontrar a saída de valor exato, U .

Os elementos básicos da variável de saída são mostrados na equação:

$$U = U_{old} + \Delta u, \quad (5.6)$$

sendo U_{old} o valor de referência (*set point*) prévio ajustado no controlador; $\Delta u = K \mu(\Delta u)$, o valor incremental da saída, representado na Tabela 5.2 pelo conjunto de equações U_p (controle positivo) e U_n (controle negativo); $\mu_{\Delta u}$, a função de pertinência relacionada com a interface de defuzificação; K , uma constante relacionada com a energia necessária para atingir o valor do transiente desejado.

As ações de controle relacionadas aos valores positivos dos níveis de referência são determinadas pela potência elétrica necessária para manter o transiente de temperatura na carga útil e pela capacidade de transmissão de calor por radiação do sistema. A máxima transferência de calor é obtida com a temperatura de *set point* para os controladores PID ajustada para 10°C adicionais à temperatura encontrada no momento da ação do controlador, ou seja, $\Delta u = 10^\circ\text{C}$. Os valores negativos dos níveis

TABELA 5.2 - Ação de Controle baseada na Referência Positiva/Negativa

Controle	Potência	Sinal de Controle. U. no conseqüente da regra	Transiente desejado na carga útil (ΔT_{pl})
Controle Aquecimento (Δu)	100%	$U_{p1}(\mu(u)) = 10 + U_{old}$	$+2^{\circ}C/min$
	(60-80)%	$U_{p2}(\mu(u)) = 8\mu(u) + U_{old}$	$+1,5^{\circ}C/min$
	(40-60)%	$U_{p3}(\mu(u)) = 6\mu(u) + U_{old}$	$+1^{\circ}C/min$
	(20-40)%	$U_{p4}(\mu(u)) = 4\mu(u) + U_{old}$	$+0,5^{\circ}C/min$
	(10-20)%	$U_{p5}(\mu(u)) = 2\mu(u) + U_{old}$	$+0,2^{\circ}C/min$
	(0-10)%	$U_{p6}(\mu(u)) = \mu(u) + U_{old}$	$+0,08^{\circ}C/min$
Controle Resfriamento (Δu)	(0-10)%	$U_{n6}(\mu(u)) = -2\mu(u) + U_{old}$	$-0,08^{\circ}C/min$
	(10-20)%	$U_{n5}(\mu(u)) = -4\mu(u) + U_{old}$	$-0,2^{\circ}C/min$
	(20-40)%	$U_{n4}(\mu(u)) = -8\mu(u) + U_{old}$	$-0,5^{\circ}C/min$
	(40-60)%	$U_{n3}(\mu(u)) = -12\mu(u) + U_{old}$	$-1^{\circ}C/min$
	(60-80)%	$U_{n2}(\mu(u)) = -16\mu(u) + U_{old}$	$-1,5^{\circ}C/min$
	100%	$U_{n1}(\mu(u)) = -20\mu(u) + U_{old}$	$-2^{\circ}C/min$

de referência são obtidos pela inserção de nitrogênio gasoso no conjunto de tubos pela abertura e fechamento de válvulas. Também é considerado para esta condição que a máxima transferência de temperatura é obtida com o diferencial da ação de controle equivalente aos valores positivos. As equações utilizadas para o cálculo do diferencial das ações de controle tanto positivas quanto negativas são apresentadas na Tabela 5.2.

O algoritmo de controle foi implementado através da linguagem de programação LabView. Após a finalização do algoritmo de controle, foi implementada uma interface homem-máquina considerando configuração de teste, visualização em tempo real tanto do sinal de referência para o ciclo térmico quanto da resposta real do sistema, e informações úteis ao operador ou responsável pelo sistema em teste.

5.7 Experimentos e Resultados Obtidos

Experimentos foram realizados empregando-se a base de conhecimento para consolidar o sistema de controle com escalonamento de ganhos indexados pela referência. Para o sinal de referência do experimento realizado foram utilizados sinais de entrada em degrau nos valores de $21^{\circ}C$ e $55^{\circ}C$. A resposta do comportamento dinâmico para o sinal de entrada do tipo degrau referente ao primeiro experimento pode ser vista na Figura 5.14. A linha pontilhada representa a temperatura de referência para a validação do controlador FRGS na simulação ambiental de satélites. A linha sólida, por sua vez, é a temperatura no satélite e representa a resposta térmica quando subme-

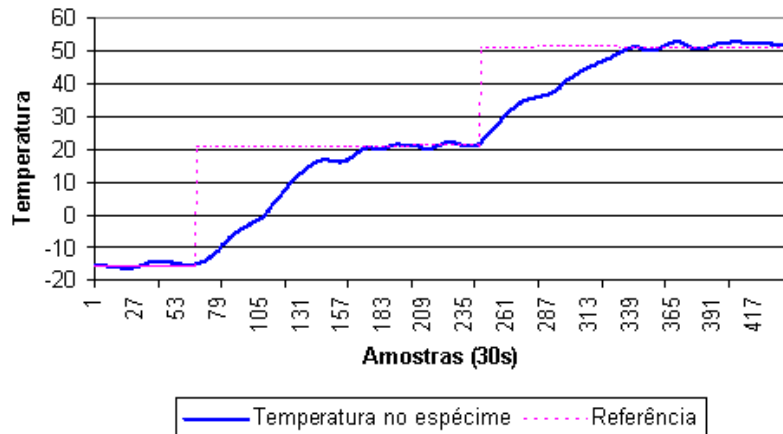


FIGURA 5.14 - Resposta dinâmica para o primeiro teste.

tido aos valores em degrau de temperatura. É possível identificar oscilações quando a temperatura no espécime atinge os patamares. Entretanto, como o requisito de teste permite tolerâncias entre $\pm 1^{\circ}\text{C}$ e $\pm 3^{\circ}\text{C}$ dependendo do sistema a ser testado, pode-se constatar que a oscilação encontrada é aceitável. Apesar de o comportamento dinâmico acompanhar o sinal de referência, as mudanças de temperatura na carga útil sofrem oscilações, indicando que novos ajustes nos ganhos do controlador podem melhorar o desempenho do sistema total. Após um refinamento da base de conhecimento para obter um ajuste seletivo do conjunto de regras e das funções de pertinência através de novas entrevistas com operadores e utilizando resultados do primeiro experimento, um novo experimento foi realizado.

Com a nova sintonia do controlador, os resultados obtidos são mostrados na Fi-

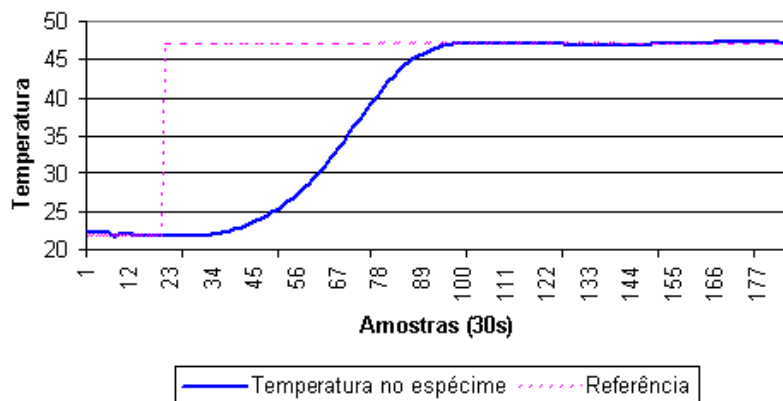


FIGURA 5.15 - Resposta transiente para o sinal do segundo teste.

gura 5.15. Nesta figura é possível observar que houve uma redução das oscilações da resposta térmica na carga útil produzindo um comportamento dinâmico suave compatível com o que se espera de um teste real de qualificação de satélites. . Percebe-se que não existe sobressinal (*overshoot*), como é requisitado para evitar danos em espécime sob teste. Além disto, não existem fortes oscilações em torno da temperatura de referência, mesmo que uma oscilação de aproximadamente $\pm 3^{\circ}\text{C}$ seja permitida.

De acordo com os resultados obtidos, o controlador projetado conduziu a câmara de teste termovácuo para alcançar a referência sem utilizar um modelo matemático do sistema manipulado. Todavia, esta base de dados e esta base de regras lingüísticas não solucionam todos os requisitos para um sistema a ser controlado. Há ainda o atraso no tempo do sinal de entrada na resposta transiente e o fato de o tempo de subida ser mais lento que o desejado. O resultado final da aplicação do sistema de controle FRGS foi positivos. O procedimento proposto permite atingir os valores de referência estabelecidos e permite diminuir a energia dissipada pelas resistências de aquecimento, assim como economizar nitrogênio líquido usado pelo sistema de resfriamento.

Futuros desenvolvimentos incluem o uso de técnicas de sistemas inteligentes, tais como algoritmos genéticos ou redes neurais artificiais para, eficientemente, sintonizar as funções de pertinência ou gerar regras ainda mais apropriadas, ao invés de entrevistar os operadores – uma tarefa que consome tempo e recursos.

CAPÍTULO 6

CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

“Na natureza nada se perde, nada se cria, tudo se transforma”

(Lavoisier)

Neste trabalho foi proposto um método de controle denominado *sistema de controle difuso com escalonamento de ganhos parametrizado pela referência* (Fuzzy Reference Gain-Scheduling (FRGS) Control System). Esta abordagem de controle é mais geral que ter apenas um fator de escalonamento para o universo de discurso de entrada (saída). De fato, a abordagem apresentada permite que os parâmetros associados às funções de pertinência sejam modificados homoganeamente, ou não. Quando tais parâmetros forem modificados de forma que tanto o suporte quanto o núcleo modifiquem-se proporcionalmente, esta abordagem pode funcionar como um fator de escalonamento, mas ela também permite que os parâmetros sejam alterados independentemente um do outro, ou mesmo permaneçam constantes. Adicionalmente a técnica FRGS permite também que sejam alterados os parâmetros das funções de pertinência de forma que é permitido somente modificar o suporte ou o núcleo destas funções. Esta abordagem de sistemas de controle FRGS não é somente uma modificação dos controladores baseados em regra (SE-ENTÃO) existentes, ele pode ser empregado ainda com quaisquer outras estruturas baseadas em regras na literatura.

As principais características dos sistemas de controle difusos com escalonamento de ganhos parametrizado pela referência são:

- possibilidade de incorporar a experiência dos operadores humanos;
- inclusão do conhecimento sobre a variabilidade nos elementos que definem as funções de pertinência;
- adaptação das superfícies de controle como requisitado pelas condições operacionais, principalmente determinado pela referência;
- utilização tanto na atividade de codificação (fuzificação) quanto na decodificação (defuzificação);

- possibilidade que os parâmetros sejam modificados homoganeamente, como um fator de escalonamento;
- possibilidade que os parâmetros sejam modificados independentemente, ou mesmo permaneçam constantes;
- compatibilidade com qualquer dos modelos baseados em regra existentes na literatura; e
- ajuste dos parâmetros de controle on-line.

O método FRGS proposto apresenta a possibilidade de ser aplicado, por exemplo, mas não limitado, às seguintes classes de problema:

- dinâmica da planta é modificada e capturada pelas funções de pertinência do modelo do sistema.
- dinâmica da planta é modificada, mas não é capturada pelas funções de pertinência do modelo do sistema;

Esta abordagem é uma alternativa ao método de controle com escalonamento de ganhos tradicional que necessita de conhecimento do processo detalhado para definir as faixas de operação.

Resultados obtidos através de uma aplicação a um sistema real demonstrou viabilidade e flexibilidade da abordagem de controle FRGS. O experimento empregou um sistema de teste termovácuo, inerentemente não-linear, com atraso de resposta e variante no tempo, cujo comportamento térmico é modificado de acordo com os espécimes que são submetidos aos testes ambientais espaciais e, em particular, de acordo com diferentes sinais de patamares de temperatura que determinam distintas condições de operação. Este tipo de controlador mostrou-se adequado para lidar com plantas, processos ou sistemas que apresentam características não-lineares, e que modificam o comportamento dinâmico do sistema sobre uma variedade de pontos de operação.

Este trabalho satisfaz o objetivo inicial de mostrar o uso de sistemas difusos em sistemas de qualificação espacial. O sistema de controle difuso descrito aqui mostra como o uso do raciocínio aproximado e o uso de sistemas de controle baseado em regras associados com a teoria de sistemas difusos podem ser aplicados a sistemas

não-lineares e complexos. O sistema supervisorio de suporte e controle mostra um comportamento não-linear e representa o conhecimento qualitativo do especialistas humano sobre o comportamento do sistema e a ação de controle desejada. O sistema difuso supervisorio e controle FRGS proposto atingiu seu objetivo de controlar a câmara de teste termovácuo utilizada para emular as condições ambientais em vôo de satélites fazendo com que a automação empregando técnicas de controle avançada (controle inteligente) seja viável. Assim, atende a idéia original de usar este tipo de controlador para substituir especialistas na tarefa de controlar sistemas de teste termovácuo a fim de obter maior segurança, qualidade e baixo custo.

A tarefa de ajustar as funções de pertinência representando a base de conhecimento foi realizada através de entrevistas e testes. Embora esta abordagem tenha sido suficiente para estabilizar o sistema, é difícil saber se ela permite obter um desempenho ótimo. Adicionalmente, este trabalho apresenta o uso de conjuntos difusos com características fixas e dinâmicas, simultaneamente.

Enquanto controle difuso adaptativo, este método permite a aproximação do raciocínio humano utilizando-se a teoria de conjuntos e lógica difusa para controlar sistemas não-lineares e complexos. Este controlador foi empregado nas funções de pertinência de entrada, que adaptam seus respectivos parâmetros de suporte e núcleo de acordo com mudanças na referência em níveis constantes por partes (*piecewise*).

Da perspectiva de pesquisa aplicada, trabalhos de pesquisa futuros devem ser direcionados para se aperfeiçoar a abordagem proposta na substituição do operador especialista. A tarefa de sintonizar as funções de pertinência (conjuntos difusos), por exemplo, podem ser implementadas pelo uso sistemático de metodologias de sintonia a fim de se alcançar resultados otimizados. Objetivando-se a pesquisa exploratória o método de controle deve ser investigado e estudado em conjunto com as diferentes técnicas de projeto de controle difuso existentes na literatura.

É importante mencionar também que a abordagem de controle *FRGS* proposta aqui é um conceito geral e pode ser usado em outras aplicações de sistemas espaciais, possivelmente com o objetivo de melhorar ainda outros requisitos, tais como segurança e confiabilidade. Esta classe de sistema de controle pode ser aplicada também a outros processos industriais. Adicionalmente, pode ser empregada na modelagem de sistemas dinâmicos, ou mesmo em tarefas de tomada de decisão gerando-se assim sistemas de suporte a decisão adaptativos. Ao invés de limitado somente a um sis-

tema de controle difuso com escalonamento de ganhos parametrizado pela referência, esta abordagem pode ser caracterizada de maneira mais genérica também como um sistema difuso adaptativo (escalonamento de ganhos) parametrizado pela referência (objetivo ou contexto) *goal-driven fuzzy systems* – conforme pesquisa suplementar realizada.

A vantagem desta abordagem é que enquanto uma parte do controlador pode ser direcionada para distúrbio de carga, a outra é utilizada para o problema de seguir o sinal de referência (*set-point*) constante por partes. Desta forma, se pode ter um desempenho adequado para sobre-sinal (*overshoot*) e tempo de acomodação (*settling time*) ao mesmo tempo que se pode ter boa atenuação do distúrbio de carga. A tese propõe, assim, que exista um sistema de controle difuso representado por um controlador principal em malha fechada, u_c , e que o controlador em avanço (*feedforward*), u_r , dado pela contribuição da variação das funções de pertinência originais estabelecidas para o controlador principal. Conseqüentemente, o sistemas de controle difuso proposto neste trabalho pode ser entendido naturalmente como um sistema de controle adaptativo (auto-sintonizável) no qual o sinal de controle resultante é composto por um elemento relativo ao sinal de controle serial formando a malha fechada e um elemento de sinal de controle em avanço (*feedforward*) cujos componentes podem ser ajustados independentemente. O sistema de controle em avanço (*feedforward*) é também relacionado ao método de controle preditivo antecipatório e permite determinar sua ação de controle baseado em prognóstico, antecipando o surgimento do erro e atuando de forma que o elimine antes que ele apareça. Devido as suas características equivalentes, o sistema de controle FRGS também pode ser utilizado para acomodar estas variações ao se modificar as funções de pertinência que particionam o universo de entrada. Desta forma, o sistema de controle FRGS pode ser usado também para (i) compensar o efeito de perturbações medidas, (ii) antecipar o efeito das perturbações na variável controlada ao prever o comportamento da variável controlada e, conseqüentemente, determinar a ação de controle necessária, (iii) fazer a compensação dinâmica do tempo de resposta, e (iv) manter a variável controlada de modo que ela não se afaste do ponto de operação quando, por exemplo, o sistema manipulado estiver sendo desviado por uma interferência externa. A vantagem do método FRGS sobre os controles em avanço (*feedforward*) clássicos é que devido a sua capacidade de lidar com incertezas e imprecisões ele pode ser utilizado mesmo quando não existe modelo perfeito do sistema manipulado, ao mesmo tempo que permite trabalhar com erros dos instrumentos e cálculos que poderiam causar re-

sultados insatisfatórios. Conseqüentemente, esta abordagem poderia ser analisada comparativamente com sistemas de controle em avanço atualmente existentes – com um forte apelo em aplicações industriais.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALATA, M.; DEMIRLI, K. Fuzzy control and gain scheduling-case study: Robust stabilization of an inverted pendulum. In: JOINT 9TH IFSA WORLD CONGRESS AND 20TH NAFIPS INTERNATIONAL CONFERENCE, 2001. **Proceedings ...** Vancouver, BC: IFSA, 2001. v. 5, p. 3015–3020. [44](#), [50](#), [51](#)
- ALATA, M.; JARRAH, M.; DEMIRLI, K.; BULGAK, A. Fuzzy gain scheduling for position control of a robot manipulator. **Journal of Intelligent and Fuzzy Systems**, v. 8, n. 2, p. 111–120, 2000. [45](#), [48](#), [51](#)
- APKARIAN, P.; GAHINET, P. A convex characterization of gain-scheduled H_∞ controllers. **IEEE Trans. on Automatic Control**, v. 40, p. 853–864, 1995. [34](#), [37](#)
- ARAÚJO, J. E.; KIENITZ, K. H. Adaptive reference-driven decision-making process. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON FUZZY SYSTEMS, 12th., 2003. **Proceedings ...** St. Louis, MO: IEEE, 2003. v. 1, p. 452–457. [53](#)
- ARAÚJO, J. E.; KIENITZ, K. H.; SANDRI, S. A.; SILVA, J. D. S. Fuzzy reference gain-scheduling approach as intelligent agents: FRGS agent. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON FUZZY SYSTEMS, 13th., 2004. **Proceedings ...** Budapest, Hungary: IEEE, 2004. p. 1625–1630. [53](#)
- ARAÚJO, J. E.; SANDRI, S. A.; MACAU, E. E. N. Fuzzy reference gain scheduling. In: INTERNATIONAL CONFERENCE OF THE NORTH AMERICAN FUZZY INFORMATION PROCESSING SOCIETY, 19th., 2000. **Proceedings ...** Atlanta, GA: IEEE, 2000. p. 461–464. [53](#)
- ASTROM, K. J.; HAGGLUND, T. **PID controller: theory, design and tuning**. 2. ed. Triangle Park, NC: Instrum. Soc. America, 1995. [113](#)
- ASTROM, K. J.; HAGGLUND, T.; HO, W. K. Automatic tuning and adaptation for PID controllers - a survey. In: ADAPTIVE SYSTEMS IN CONTROL AND SIGNAL PROCESSING, 1992. **Proceedings ...** Grenoble, France: IFAC, 1992. p. 371–375. [25](#)
- ASTROM, K. J.; WITTENMARK, B. **Adaptive control**. MA: Addison-Wesley Publishing Co., 1989. (Capítulo 9). [34](#), [58](#)
- BELLMAN, R. E.; ZADEH, L. A. Decision-making in a fuzzy environment. **Management Science**, P17-B, n. 4, p. 141–164, 1970. [167](#)

BERGSTEN, P.; PERSSON, M.; ILIEV, B. Fuzzy gain scheduling for flight control. In: CONFERENCE OF INDUSTRIAL ELECTRONICS SOCIETY, 26th., 2000. **Proceedings ...** Nagoya, Japan: IEEE, 2000. v. 1, p. 271–276. [46](#), [51](#)

BLACK, M. Vagueness, an exercise in logical analysis. **Philosophy of Science**, v. 4, n. 4, p. 427–455, 1937. [165](#)

BLANCHETT, T. P.; KEMBER, G. C.; DUBAY, R. PID gain scheduling using fuzzy logic. **ISA Transactions**, v. 39, n. 3, p. 317–325, 2000. [38](#), [45](#), [51](#)

BLUMEL, A.; WHILTE, B. Multiobjective optimization of fuzzy logic scheduled controllers for missile autopilot design. In: IFSA WORLD CONGRESS & NAFIPS INTERNATIONAL CONFERENCE, 2001. **Proceedings ...** Vancouver, BC: IEEE, 2001. v. 3, p. 1758–1763. [51](#)

BRAAE, M.; RUTHERFORD, D. A. Theoretical and linguistic aspects of the fuzzy logic controller. **Automatica**, v. 15, p. 553–577, 1979. [47](#), [48](#)

CAM, E.; KOCAARSLAN, I. A fuzzy gain scheduling PI controller application for an interconnected electrical power system. **Electric Power Systems Research**, v. 73, n. 3, p. 267–274, 2005. [51](#)

_____. Load frequency control in two area power systems using fuzzy logic controller. **Energy Conversion and Management**, v. 46, n. 2, p. 233–243, 2005. [51](#)

CAO, S. G.; REES, N. W.; FENG, G. Quadratic stability analysis and design of continuous-time fuzzy control systems. **International Journal of control**, v. 64, n. 6, p. 1069–1087, 1996. [94](#)

_____. Stability analysis and design for a class of continuous-time fuzzy control systems. **International Journal of control**, v. 64, n. 6, p. 1069–1087, 1996. [94](#)

CHAI, J. S.; TAN, S.; AL., Q. C. et. A general fuzzy control scheme for nonlinear processes with stability analysis. **Fuzzy Set and Systems**, v. 100, n. 1-3, p. 179–195, 1998. [51](#)

CHANG, C. S.; FU, W. H. Area load frequency control using fuzzy gain scheduling of PI controllers. **Electric Power Systems Research**, v. 42, n. 2, p. 145–152, 1997. [51](#)

- CHANG, C. S.; FU, W. H.; WEN, F. S. Load frequency control using genetic-algorithm based fuzzy gain scheduling of PI controllers. **Electric Machines and Power Systems**, v. 26, n. 1, p. 39–52, 1998. [51](#)
- CHIPPERFIELD, A. J.; BICA, B.; FLEMING, P. J. Fuzzy scheduling control of a gas turbine aero-engine: A multiobjective approach. **IEEE Trans. on Industrial Electronics**, v. 49, n. 3, p. 536–548, 2002. [51](#)
- CHIU, S. H.; PONG, S. H. In-line viscosity control in an extrusion process with a fuzzy gain scheduled PID controller. **Journal of Applied Polymer Science**, v. 74, n. 3, p. 541–555, 1999. [51](#)
- CHO, H. C. N. B. H. Design of stability and performance robust fuzzy logic gain scheduler for nuclear steam generators. **IEEE Trans. on Nuclear Science**, v. 44, n. 3, p. 1431–1441, 1997. [51](#)
- DASH, P. K.; LIEW, A. C.; MISHRA, B. An adaptive PID stabilizer for power systems using fuzzy logic. **Electric Power Systems Research**, v. 44, n. 3, p. 213–222, 1999. [51](#)
- DASH, P. K.; LIEW, A. C.; SWAIN, D. P.; MISHRA, B. Fast tracking of transient power system signals using fuzzy LMS algorithm. **International Journal of Electrical Power and Energy Systems**, v. 20, n. 8, p. 555–561, 1998. [51](#)
- DING, Y. S.; YING, H.; SHAO, S. H. Typical Takagi-Sugeno PI and PD fuzzy controllers: analytical structures and stability analysis. **Information Sciences**, v. 151, p. 245–262, 2003. [51](#)
- DORF, R.; BISHOP, R. **Modern control systems**. New York: Addison-Wesley Publishing Company Inc., 1995. [113](#)
- DOYLE, F.; KWATRA, H.; SCHWABER, J. Dynamic gain scheduled process control. **Chemical Engineering Science**, v. 53, p. 2675–2690, 1988. [34](#)
- DRIANKOV, D.; HELLENDORF, H.; REINFRANK, M. **An introduction to fuzzy control**. New York: Springer-Verlag, 1993. 316 p. [47](#), [48](#), [58](#), [60](#)
- DRIANKOV, D.; PALM, R.; REHFUESS, U. A Takagi-Sugeno fuzzy gain-scheduler. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON FUZZY SYSTEMS, 5th., New Orleans, LA. **Proceedings ...** New Orleans, LA: IEEE, 1996. v. 2, p. 1053–1059. [37](#), [38](#), [51](#)

FUJIMORI, A.; NIKIFORUK, P. N.; GUPTA, M. M. A flight control design of a re-entry vehicle using a double-loop control system with fuzzy gain-scheduling.

Journal of Aerospace Engineering, v. 215, n. G1, p. 1–12, 2001. [51](#)

FUJIMORI, A.; TSUNETOMO, H.; WU, Z. Y. Gain-scheduled control using fuzzy logic and its application to flight control.

Journal of Guidance Control and Dynamics, v. 22, n. 1, p. 175–178, 1999. [51](#)

GARCIA, R. F. FAM on gain scheduling control of highly nonlinear and disturbed processes.

Advances in Intelligent Computing - IPMU '94 Lecture Notes in Computer Science, v. 945, p. 605–610, 1995. [51](#)

GARNER, J. T. **Satellite control** –: a comprehensive approach. Cinchester: John Wiley & Sons Ltd. and Praxis Publishing Ltd., 1996. 178 p. [126](#), [127](#)

GILMORE, D. G. **Satellite thermal control handbook**. El Segundo, California: The Aerospace Corporation Press, 1994. [126](#), [133](#)

GOMIDE, F. A. C.; GUDWIN, R. R. Modelagem, controle, sistemas e lógica fuzzy.

SBA Controle & Automação, v. 4, n. 3, 1994. [47](#), [48](#)

GUNDERSEN, R. W.; OLSEN, G. C.; POWELL, G. E. A fuzzy-inference scheme for fully autonomous control of rover class planetary exploration vehicles.

Space Technology, v. 16, n. 5/6, p. 281–290, 1996. [136](#)

HABIBIYAN, H.; SETAYESHIS, S.; ARAB-ALIBEIK, H. A fuzzy-gain-scheduled neural controller for nuclear steam generators.

Annals of Nuclear Energy, v. 31, n. 15, p. 1765–1781, 2004. [51](#)

HIGH VACUUM SYSTEMS INC. **Operations and maintenance manual, thermal vacuum system with thermally conditioned plate for Brazilian Space Research Institute**. [S.l.], 1987. [128](#)

HSIEH, C. H.; CHOU, Y. J. W. J. H. Optimal grey-fuzzy gain-scheduler design using taguchi-hga method.

Journal of Intelligent and Robotic Systems, v. 32, n. 3, p. 321–345, 2001. [51](#)

_____. Optimal Takagi-Sugeno fuzzy gain-scheduler design using Taguchi-MHGA method.

JSME International Journal Series C-Mechanical Systems Machine Elements And Manufacturing, v. 44, n. 1, p. 143–155, 2001. [51](#)

_____. Optimal predicted fuzzy PI gain scheduling controller of constant turning force systems with fixed metal removal rate. **International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, v. 19, n. 10, p. 714–721, 2002. [51](#)

HUANG, C. C.; YU, W. H. Applying a fuzzy gain-scheduled PID controller to dyebath ph. **Textile Research Journal**, v. 71, n. 12, p. 1074–1078, 2001. [51](#)

HUNT, H. J.; JOHANSEN, T. A. Design and analysis of gain-scheduled local controller network. **International Journal of Control**, v. 66, p. 619–651, 1997. [34](#)

HYDE, R. A.; GLOVER, K. The application of scheduled H_∞ controller to VSTOL aircraft. **IEEE Trans. on Automatic Control**, v. 38, p. 1021–1039, 1993. [46](#)

JANG, J.-S. R.; GULLEY, N. Gain scheduling based fuzzy controller design. In: INTERNATIONAL JOINT CONFERENCE OF THE NORTH AMERICAN FUZZY INFORMATION PROCESSING SOCIETY, THE INDUSTRIAL FUZZY CONTROL AND INTELLIGENT SYSTEMS CONFERENCE, AND THE NASA JOINT TECHNOLOGY WORKSHOP ON NEURAL NETWORKS AND FUZZY LOGIC, 1st., 1994. **Proceedings ...** San Antonio, TX: IEEE, 1994. p. 101–105. [51](#)

JANI, Y.; LEA, R. N.; BROWN, R. H. Applications of fuzzy logic and neural networks in space operations. In: HIROTA, K.; SUGENO, M. (Ed.). **Industrial applications of fuzzy technology in the world**. London: World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 1995, (Advances in Fuzzy Systems - Applications and Theory). [136](#)

JEN, C.-L.; TILWICK, L. On-line, self-learning, predictive toll for determining payload thermal response. In: SPACE SIMULATION CONFERENCE, 20th., 2000. **Proceedings ...** Annapolis, Maryland: IEST, 2000. p. 193–200. [133](#)

JENKINS, D. F.; PASSINO, K. M. An introduction to nonlinear analysis of fuzzy control systems. **Journal of Intelligent and Fuzzy Systems**, v. 7, n. 1, p. 75–103, 1999. [183](#)

JOHANSEN, T. A.; HUNT, H. J.; GAWTHROP, P. J.; FRITZ, H. Off-equilibrium linearization and design of gain-scheduled control with application to vehicle speed control. **Control Engineering Practice**, v. 6, n. 2, p. 167–180, 1998. [34](#), [36](#), [37](#), [38](#)

- KAMEN, E.; KHARGONEKAR, P.; TANNENBAUM, A. Control of slowly-varying linear systems. **IEEE Trans. on Automatic Control**, v. 34, p. 1283–1285, 1989. [43](#)
- KARRAY, F.; GUEAIEB, W.; AL-SHARHAN, S. The hierarchical expert tuning of PID controllers using tools of soft computing. **IEEE Trans. on Systems Man and Cybernetics Part B - Cybernetics**, v. 32, n. 1, p. 77–90, 2002. [51](#)
- KIM, D. Y.; SEONG, P. H. Fuzzy gain scheduling of velocity PI controller with intelligent learning algorithm for reactor control. **Annals of Nuclear Energy**, v. 24, n. 10, p. 819–827, 1997. [51](#)
- KOIVO, H. Fuzzy gain scheduling of mimo PID controllers for nonlinear multivariable systems. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON SYSTEMS, MAN AND CYBERNETICS, 2002. **Proceedings ...** Orlando, FL: IEEE, 2002. p. 320–325. [51](#)
- KORBA, P.; BABUSKA, R.; VERBRUGGEN, H. B.; AL. et. Fuzzy gain scheduling: Controller and observer design based on lyapunov method and convex optimization. **IEEE Trans. on Fuzzy Systems**, v. 11, n. 3, p. 285–298, 2003. [51](#), [89](#), [102](#), [189](#)
- LAWRENCE, D. A. Analysis and design of gain scheduled sampled-data control systems. **Automatica**, v. 37, n. 7, p. 1041–1048, 2001. [34](#), [37](#)
- LAWRENCE, D. A.; RUGH, W. J. Gain-scheduling dynamic linear controllers for a nonlinear plant. **Automatica**, v. 31, p. 1185–1191, 1995. [34](#), [37](#)
- LEE, C. C. Fuzzy logic in control systems: Fuzzy logic controller, part I. **IEEE Trans. Systems, Man, and Cybernetics**, v. 20, n. 2, p. 404–418, 1990. [47](#), [48](#)
- _____. Fuzzy logic in control systems: Fuzzy logic controller, part II. **IEEE Trans. Systems, Man, and Cybernetics**, v. 20, n. 2, p. 419–435, 1990. [47](#), [48](#)
- LEE, S. Q.; KIM, Y.; GWEON, D. G. Continuous gain scheduling control for a micro-positioning system: simple, robust and no overshoot response. **Control Engineering Practice**, v. 8, n. 2, p. 133–138, 2000. [34](#)
- LEITH, D. J.; LEITHEAD, W. E. Gain-scheduled and nonlinear systems: Dynamic analysis by velocity-based linearization families. **International Journal Control**, v. 70, n. 2, p. 289–317, 1998. [34](#), [36](#), [41](#)

_____. Gain-scheduled controller design: an analytic framework directly incorporating non-equilibrium plant dynamics. **International Journal of Control**, v. 70, n. 2, p. 249–269, 1998. [34](#)

_____. Survey of gain and design. **International Journal of Control**, v. 70, n. 2, p. 289–317, 1998. [34](#)

LEWIS, F. L.; LIU, K. Toward a paradigm for fuzzy logic control. **Automatica**, v. 32, n. 2, p. 167–181, 1996. [47](#), [48](#)

LI, H. X.; TSO, S. K. A fuzzy PLC with gain-scheduling control resolution for a thermal process - a case study. **Control Engineering Practice**, v. 7, n. 4, p. 523–529, 1999. [51](#)

LIE, T. T.; SHARAF, A. M. An adaptive fuzzy logic power system stabilizer. **Electric Power Systems Research**, v. 38, n. 1, p. 75–81, 1996. [51](#)

LIN, C. L.; LAI, R. M. A novel approach to guidance and control system design using genetic-based fuzzy logic model. **IEEE Trans. on Control Systems Technology**, v. 10, n. 4, p. 600–610, 2002. [51](#)

LING, C.; EDGAR, T. F. A new fuzzy gain scheduling algorithm for process control. In: AMERICAN CONTROL CONFERENCE, 1992. **Proceedings ...** Anchorage, Alaska: IEEE, 1992. p. 2284–2290. [51](#)

_____. Experimental verification of model-based fuzzy gain scheduling technique. In: AMERICAN CONTROL CONFERENCE, 1994. **Proceedings ...** Baltimore, Maryland: IEEE, 1994. p. 2475–2480. [51](#)

_____. Real-time control of a water-gas shift reactor by a model-based fuzzy gain scheduling technique. **Journal of Process Control**, v. 7, n. 4, p. 239–253, 1997. [51](#)

MAMDANI, E. H. Application of fuzzy algorithm for control of simple dynamic plant. **Proc. IEE**, v. 121, n. 12, p. 1585–1588, 1974. [46](#)

MAMDANI, E. H.; ASSILAN, S. An experiment in linguistic synthesis with a fuzzy logic controller. **International Journal of Man-Machine Studies**, v. 7, p. 1–13, 1975. [46](#)

- MARCHLEUBA, C.; ABDALLA, M.; FORD, C. E.; GUIMARAES, L. A hybrid fuzzy-PI adaptive-control for U-tube steam-generators. **Control-Theory and Advanced Technology**, v. 8, n. 3, p. 567–575, 1992. [35](#), [51](#)
- MCMILLAN, G. K.; WOJSZNIS, W. K.; BORDERS, G. T. Flexible gain scheduler. **ISA Transactions**, v. 33, n. 1, p. 35–41, 1994. [38](#), [51](#)
- MENDEL, J. M. Fuzzy logic systems for engineering: A tutorial. **Proc. IEEE**, v. 83, n. 3, p. 345–377, 1995. [47](#), [48](#)
- MENDEZ-ACOSTA, H. O.; FEMAT, R.; CAMPOS-DELGADO, D. U. Improving the performance on the chemical oxygen demand regulation in anaerobic digestion. **Industrial and Engineering Chemistry Research**, v. 43, n. 1, p. 95–104, 2004. [51](#)
- MOSCA, E.; AGNOLONI, T. Inference of candidate loop performance and data filtering for switching supervisory control. **Automatica**, v. 37, n. 4, p. 527–534, 2001. [34](#)
- NASCIMENTO, C. L.; YONEYAMA, T. **Inteligência artificial em controle e automação**. São Paulo: Ed. Edgard Blucher Ltda., 2000. 218 p. [34](#)
- NEGNEVITSKY, M. **Artificial intelligence: a guide to intelligent systems**. Great Britain: Ed. Addison Wesley, 2002. [47](#), [48](#), [173](#)
- NGUYEN, H. T.; SUGENO, M. (Ed.). **Fuzzy systems: modeling and control**. Boston: Kluwer Academic Publishers, 1998. 519 p. [25](#), [47](#), [48](#)
- OOSTEROM, M.; BABUSKA, R. Fuzzy gain scheduling for flight control laws. In: INTERNATIONAL FUZZY SYSTEM CONFERENCE, 10th., 2001. **Proceedings ...** Melbourne, Australia: IEEE, 2001. v. 2, p. 716–719. [51](#)
- PACKARD, A. Gain scheduling via linear fractional transformations. **Systems and Control Letters**, v. 22, p. 79–92, 1994. [34](#), [37](#), [46](#)
- PALM, R.; DRIANKOV, D. Stability of fuzzy gain-schedulers: Sliding-mode based analysis. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON FUZZY SYSTEMS, 6th., 1997. **Proceedings ...** Barcelona, Spain: IEEE, 1997. v. 1, p. 177–183. [51](#)
- _____. Improving the global performance of a fuzzy gain-scheduler by supervision. **Engineering Applications of Artificial Intelligence**, v. 12, n. 3, p. 297–307, 1999. [37](#), [38](#), [51](#)

_____. Design of a fuzzy gain scheduler using sliding mode control principles.

Fuzzy Sets and Systems, v. 121, n. 1, p. 13–23, 2001. [37](#), [38](#), [51](#)

PALM, R.; DRIANKOV, D.; HELLENDORRN, H. **Model based fuzzy control: fuzzy gain-schedulers and sliding mode fuzzy control**. Berlin, Germany: Springer-Verlag Ed., 1996. 184 p. [47](#), [48](#), [184](#)

PALM, R.; REHFUESS, U. Fuzzy controllers as gain scheduling approximators. **Fuzzy Sets and Systems**, v. 85, n. 2, p. 233–246, 1997. [37](#), [38](#), [51](#)

PALM, R.; STUTZ, C. Open loop dynamic trajectory generator for a fuzzy gain scheduler. **Engineering Applications of Artificial Intelligence**, v. 16, n. 3, p. 213–225, 2003. [37](#), [38](#), [51](#)

PEDRYCZ, W.; GOMIDE, F. **An introduction to fuzzy sets: analysis and design**. Boston: MIT Press, 1998. [47](#), [48](#), [166](#), [185](#)

PEDRYCZ, W.; PETERS, J. F. Hierarchical fuzzy controllers: Fuzzy gain scheduling. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON SYSTEMS MAN, AND CYBERNETICS, 1997. **Proceedings ...** Orlando, FL: IEEE, 1997. v. 2, p. 1139–1143. [51](#)

PEDRYCZ, W.; PETERS, J. F.; RAMANNA, S. Hierarchical fuzzy neural attitude control for satellites. In: AEROSPACE CONFERENCE, 1997. **Proceedings ...** Aspen, CO: IEEE, 1997. v. 3, p. 385–400. [51](#)

ROVATTI, R. Takagi-Sugeno models as approximators in Sobolev norms: The SISO case. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON FUZZY SYSTEMS, 5th., 1996. **Proceedings ...** New Orleans, LA: IEEE, 1996. v. 2, p. 1060–1066. [34](#), [37](#), [42](#)

RUGH, W. J. Analytical framework for gain scheduling. **IEEE Trans. on Control Systems Magazine**, v. 11, n. 1, p. 79–84, 1991. [34](#), [37](#)

RUGH, W. J.; SHAMMA, J. S. Research on gain scheduling. **Automatica**, v. 36, n. 10, p. 1401–1425, 2000. [34](#), [37](#), [42](#)

RUSPINI, E. A new approach to clustering. **Information and Control**, v. 15, n. 1, p. 22–32, 1969. [181](#)

SADEGHZADEH, S. M.; EHSAN, M.; SAID, N. H.; FEUILLET, R. Transient stability improvement of multi-machine power systems using on-line fuzzy control of SMES. **Control Engineering Practice**, v. 7, n. 4, p. 531–536, 1999. [52](#)

SANDRI, S.; CORREA, C. Lógica nebulosa. In: CONFERENCIA BRASILEIRA DE REDES NEURAIS, 1999. **Anais ...** São José Campos: INPE, 1999. [47](#), [48](#)

SCHULTE, H.; HAHN, H. Fuzzy state feedback gain scheduling control of servo-pneumatic actuators. **Control Engineering Practice**, v. 12, n. 5, p. 639–650, 2004. [42](#)

SHAHRUZ, S. M.; LANGARI, G. Design of compensators for linear parameter-varying feedback systems by the gain-scheduled technique. In: AMERICAN CONTROL CONFERENCE, 1991. **Proceedings ...** Boston: IEEE, 1991. p. 641–642. [34](#), [37](#), [38](#)

SHAMMA, J. S.; ATHANS, M. Analysis of gain scheduled control for nonlinear plants. **IEEE Trans. on Automatic Control**, v. 35, n. 8, p. 898–907, 1990. [34](#), [37](#), [38](#), [58](#)

_____. Guaranteed properties of gain scheduled control of linear parameter-varying plants. **Automatica**, v. 27, n. 3, p. 559–564, 1991. [34](#)

_____. Gain scheduling: Potential hazards and possible remedies. **IEEE Control Systems Magazine**, v. 12, n. 3, p. 101–107, 1992. [34](#)

SILVA, C. W. de. **Intelligent control: fuzzy logic applications**. Florida: CRC Press Ed., 1995. 368 p. [47](#), [48](#), [177](#), [185](#)

SLOTINE, J.-J. E.; LI, W. **Applied nonlinear control**. New Jersey: Prentice-Hall Ed., 1991. [34](#)

SONTAG, E. D. An introduction to the stabilization problem for parameterized families of linear systems. **Contemporary Mathematics**, v. 47, p. 369–399, 1985. [43](#), [46](#)

SUGENO, M. An introductory survey of fuzzy control. **Information Sciences**, v. 36, p. 59–83, 1985. [46](#), [56](#)

TAKAGI, T.; SUGENO, M. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control. **IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics**, v. 15, n. 1, p. 116–132, Jan-Feb 1985. [42](#), [69](#), [186](#)

- TALAQ, J.; AL-BASRI, F. Adaptive fuzzy gain scheduling for load frequency control. **IEEE Trans. on Power Systems**, v. 14, n. 1, p. 145–150, 1999. [51](#)
- TANAKA, K. Stability and stabilizability of fuzzy-neural-linear control systems. **IEEE Trans. on Fuzzy Systems**, v. 3, p. 438–447, 1995. [94](#)
- TANAKA, K.; HORI, T.; WANG, H. O. New parallel distributed compensation using time derivative of membership functions: A fuzzy lyapunov approach. In: CONFERENCE ON DECISION AND CONTROL, 2001. **Proceedings ...** Florida: IEEE, 2001. p. 3942–3947. [84](#)
- TANAKA, K.; SUGENO, M. Stability analysis and design of fuzzy control systems. **Fuzzy Sets and Systems**, v. 45, n. 2, p. 135–156, 1992. [94](#), [190](#)
- TANIGUCHI, T.; TANAKA, K.; YAMAFUGI, K.; WANG, H. O. A new PDC for fuzzy reference models. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON FUZZY SYSTEMS, 8th., 1999. **Proceedings ...** Seoul, Korea: IEEE, 1999. v. 2, p. 898–903. [84](#)
- THE MATHWORKS INC. **Fuzzy logic toolbox user's guide**. Natick, MA, 1988. [105](#), [108](#), [111](#)
- THOMAS, D. E.; ARMSTRONG-HÉLOUVRY, B. Fuzzy logic control – a taxonomy of demonstrated benefits. **Proc. IEEE**, v. 83, n. 3, p. 407–420, 1995. [34](#)
- USAF. **MIL-STD-1540B**: USAF military standard, test requirements for space vehicles. Washington, DC, 1982. [135](#)
- _____. **MIL-STD-343**: USAF military handbook, application guidelines for MIL-STD-1540B; test requirements for space vehicles. Washington, DC, 1986. [135](#)
- VIDYASAGAR, M. **Nonlinear systems analysis**. New Jersey: Prentice-Hall Ed., 1993. [34](#)
- VISIOLI, A. Fuzzy logic based set-point weight tuning of PID controllers. **IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics – Part A: Systems and Humans**, v. 29, n. 6, p. 587–592, 1999. [51](#), [83](#)
- VISIOLI, A.; FINZI, G. PID tuning with fuzzy set-point weighting. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON CONTROL APPLICATIONS, 1998. **Proceedings ...** Trieste, Italy: IEEE, 1998. p. 638–642. [51](#)

WANG, H. O.; LI, J.; NIEMANN, K.; TANAKA, K.; GRIFFIN, M. T-S fuzzy model with linear rule consequence and PDC controller: a universal framework for nonlinear control systems. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON FUZZY SYSTEMS, 9th., 2000. **Proceedings ...** San Antonio, TX: IEEE, 2000. v. 2, p. 549–554. [84](#)

WANG, H. O.; TANAKA, K.; GRIFFIN, M. An analytical framework of fuzzy modeling and control of nonlinear systems: Stability and design issues. In: AMERICAN CONTROL CONFERENCE, 1995. **Proceedings ...** Seattle, WA: IEEE, 1995. v. 3, p. 2272–2276. [84](#)

_____. Parallel distributed compensation of nonlinear systems by Takagi-Sugeno fuzzy model. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON FUZZY SYSTEMS, 4th., 1995. **Proceedings ...** Yokogawa, Japan: IEEE, 1995. v. 2, p. 531–538. [84](#)

_____. An approach to fuzzy control of nonlinear systems: Stability and design issues. **IEEE Trans. on Fuzzy Systems**, v. 4, n. 1, p. 14–23, 1996. [84](#)

WANG, H. O.; TANAKA, K.; GRIFFIN, M. F. An approach to fuzzy control of nonlinear systems: Stability and design issues. **IEEE Trans. on Fuzzy Systems**, v. 4, n. 1, p. 14–23, 1996. [94](#)

WANG, H. O.; TANAKA, K.; IKEDA, T. Fuzzy modeling and control of chaotic systems. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON CIRCUITS AND SYSTEMS, 1996, 1996. **Proceedings ...** Atlanta, GA: IEEE, 1996. p. 209–212. [186](#)

WANG, J.; RUGH, W. J. Feedback linearization families for nonlinear systems. **IEEE Trans. on Automatic Control**, AC-32, n. 10, p. 935–940, 1987. [34](#)

YAGER, D. R.; FILEV, D. P. **Essentials of fuzzy modeling and control**. New York: John Wiley & Sons, Inc, 1994. 343 p. [47](#), [48](#)

YEN, J. Fuzzy logic – a modern perspective. **IEEE Trans. on Knowledge and Data Engineering**, v. 11, n. 1, p. 153–165, 1999. [175](#)

YEN, J.; LANGARI, R. **Fuzzy logic: intelligence, control, and information**. New Jersey: Prentice Hall Ed., 1998. 548 p. [47](#), [48](#), [173](#), [175](#), [180](#)

ZADEH, L. A. Fuzzy sets. **Information and Control**, v. 8, p. 338–353, 1965. [46](#), [165](#), [166](#), [179](#)

_____. Fuzzy algorithms. **Information and Control**, v. 12, p. 94–102, 1968. [46](#), [176](#)

_____. Outline of a new approach to the analysis of complex systems and decision process. **IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics**, v. 3, n. 1, p. 28–44, 1973. [46](#), [179](#)

_____. Fuzzy logic and approximate reasoning. **Synthese**, v. 30, p. 407–428, 1975. [46](#)

_____. A theory of approximate reasoning. In: HAYNES, J. E.; MICHIE, D.; MIKULICH, L. I. (Ed.). **Machine Intelligence**. Chichester: Ellis Horwood Ltd, 1979. v. 9, p. 149–194. [46](#)

_____. Making computers think like people. **IEEE Spectrum**, v. 30, p. 26–32, 1984. [173](#), [174](#)

_____. Fuzzy logic. **Computer**, v. 21, n. 4, p. 83–93, 1988. [175](#), [177](#)

_____. Fuzzy logic = computing with words. **IEEE Trans. on Fuzzy Systems**, v. 4, n. 2, 1996. [181](#)

_____. Toward a theory of fuzzy information granulation and its centrality in human reasoning and fuzzy logic. **Fuzzy Sets and Systems**, v. 90, p. 111–127, 1997. [181](#)

_____. Some reflections on the anniversary of fuzzy sets and systems. **Fuzzy Sets and Systems**, v. 100, p. 5–7, 1998. [46](#)

_____. Toward a perception-based theory of probabilistic reasoning with imprecise probabilities. **Journal of Statistical Planning and Inference**, v. 105, p. 233–264, 2002. [181](#)

_____. Toward a generalized theory of uncertainty (gtu) – an outline. **Information Sciences**, v. 172, p. 1–40, 2005. [181](#)

ZHAO, J.; WERTZ, W.; GOREZ, R. Fuzzy gain scheduling controllers based on fuzzy models. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON FUZZY SYSTEMS, 5th., 1996. **Proceedings ...** New Orleans, LA: IEEE, 1996. v. 3, p. 1670–1676. [51](#)

ZHAO, Z.-Y.; TOMIZUKA, M.; ISAKA, S. Fuzzy gain scheduling of PID controllers. **IEEE Trans. on Systems Man and Cybernetics**, v. 23, n. 5, p. 1392–1398, 1993. [51](#)

ZIMMERMANN, H.-J. **Fuzzy set theory**: and its applications. Boston: Kluwer Academic Publishers, 1996. 435 p. 3rd ed. [47](#), [48](#)

APÊNDICE A

SISTEMAS DIFUSOS

O objetivo deste anexo é de apresentar conceitos relacionados à teoria de conjuntos difusos e lógica difusa e seus principais aspectos relevantes utilizados para o desenvolvimento deste trabalho.

A teoria de conjuntos e lógica difusa está relacionada com diferentes áreas de estudo, sejam eles, conjuntos difusos, lógica de raciocínio difuso, teoria de possibilidade, tratamento baseado em regra difusa, aritmética difusa, programação difusa etc. Assim, a lógica difusa assume um papel fundamental para o projeto de controladores inteligentes, pois ela contribui com o mecanismo de inferência (lógica) necessário para a manipulação de incertezas nas informações - incertezas estas limitadas por conjuntos difusos (função distribuição de possibilidade).

Sistemas difusos podem ser entendidos basicamente através de dois conceitos. O primeiro diz respeito ao mapeamento (mapeamento difuso) em que existe uma correspondência entre um ou mais universos de discurso, $(X_1 \times \dots \times X_n)$, de entrada e um universo de saída, Y , através de uma relação (não-função) – seja um-para-muitos, seja muitos-para-muitos. O segundo elemento está relacionado ao tipo de informação utilizada para o mapeamento cujos valores manipulados podem ser perfeitos ou imperfeitos. Este último grupo corresponde aos valores que podem ser incertos, imprecisos e vagos. O primeiro e o segundo elementos, podem ser descritos pela *lógica difusa* – entendida aqui no sentido restrito – e pela *teoria de conjuntos difusos*.

A.1 Conjuntos Difusos

O conceito de *conjunto difuso* foi introduzido em um trabalho seminal pelo azerbaijão Lotfi Aliasker Zadeh em 1965 (ZADEH, 1965). Vale ressaltar, no entanto, que em 1937 o também azerbaijão Max Black havia apresentado o conceito de conjunto para representar a idéia de vago através do termo *conjunto vago* (BLACK, 1937) que agora é chamado de conjunto difuso.

A noção de conjunto difuso permite o uso de categorias com limites mal-definidos, de situações intermediárias entre o todo e o nada, da passagem progressiva de uma propriedade a uma outra, e a utilização de valores aproximados. Assim, um conjunto difuso tem por propósito permitir uma pertinência gradual e não absoluta de

um elemento a uma classe, ao contrário da noção de conjunto clássico baseado no princípio do terceiro excluído cujo elemento pertence, ou não, a uma classe.

Definição : Considere pontos (objetos) genericamente denominados por $\{u\}$ distribuídos em um espaço de pontos denominados *universo de discurso*, U , que podem ser discretos ou contínuos. A coleção destes objetos, $\{u\}$, que representam elementos quaisquer, é denominada *sub-conjunto*, A , em U .

A todo *sub-conjunto*, A , de um universo de discurso, U , é doravante designado como *conjunto*, sem perda de generalidade.

Definição : Um *conjunto clássico*, A , de um universo de discurso, $X = \{x\}$, é definido por uma função característica (mapeamento), $\mu_A(x)$, que assume um valor nulo para os elementos de X que não pertencem ao conjunto A , $\mu_A(x) = 0$ se $x \notin A$, e valor unitário para aqueles que pertencem, $\mu_A(x) = 1$ se $x \in A$, ou seja, $\mu_A(x) : X \rightarrow \{0, 1\}$. Na teoria clássica dos conjuntos, um elemento pode pertencer ou não a um determinado conjunto.

Definição : Um *conjunto difuso*, A , de um universo de discurso, $X = \{x\}$, é definido por uma função de pertinência¹ $\mu_A(x) : X \rightarrow [0, 1]$ mapeando cada elemento, valor ou ponto x do domínio, X , a um número (grau) no intervalo *entre* os reais $[0, 1]$ ² (ZADEH, 1965). Como exposto em (PEDRYCZ; GOMIDE, 1998), a *função de pertinência* $\mu_A(x)$ pode ser entendida como sendo o *grau de compatibilidade*³ entre o elemento x e o conceito expresso por A :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mu_A(x) = 1, x \text{ é completamente compatível com } A; \\ \mu_A(x) = 0, x \text{ é completamente incompatível com } A; \\ 0 < \mu_A(x) < 1, x \text{ é parcialmente compatível com } A, \text{ com grau } \mu_A(x); \end{array} \right.$$

Definição : Um *conjunto difuso*, A , pode ser representado, então, como um conjunto de *pares ordenados* de um elemento genérico, $\{x\}$, tal que $A = \{(x, \mu_A(x)) \mid \forall x \in X\}$, sendo $\mu_A(x)$ conhecido também como o grau de pertinência de x em A , e μ_A :

¹Neste trabalho adota-se a mesma notação para *função característica* e para *função de pertinência*, sem perda de generalidade.

²Se os valores de $\mu_A(x)$ são associados a graduação de verdade, isto equivale à lógica de multi-valor sendo que a verdade assume valores contínuos no intervalo $[0, 1]$

³Embora pertinência seja um termo fundamental para conjuntos clássicos, não apresenta a mesma significação em conjuntos difusos (ZADEH, 1965). Todavia, ao longo do texto, por facilidade de expressão, não será feita distinção entre estes termos.

$X \rightarrow M$ é uma função de X para o espaço M chamado de *espaço de pertinência* (BELLMAN; ZADEH, 1970).

Um conjunto difuso A em universo de discurso finito e discreto em X pode ser expresso por:

$$A = \{(x_1, \mu_A(x_1))\}, \{(x_2, \mu_A(x_2))\}, \dots, \{(x_n, \mu_A(x_n))\} . \quad (\text{A.1})$$

embora seja usual representá-lo como:

$$A = \{(\mu_A(x_1)/x_1)\}, \{(\mu_A(x_2)/x_2)\}, \dots, \{(\mu_A(x_n)/x_n)\} . \quad (\text{A.2})$$

ou de maneira mais geral, como apresentado a seguir.

Definição : Um *conjunto difuso* pode ser entendido como a união dos valores singulares (*singletons*) que o compõem. Por sua vez, podem ser representados na forma contínua ou na forma discreta, como segue:

Universo de discurso discreto

$$A = \sum_{i=1}^n \mu_i/y$$

Universo de discurso contínuo

$$A = \int_U \mu_A(y)/y$$

sendo, que o sinal de integração representa a união dos valores singulares, $\mu_A(y)/y$, quando o universo de discurso é contínuo, e o sinal de somatório representa a união dos valores singulares, $\mu_i, i = 1, \dots, n$, quando o universo de discurso é discreto, i.e., o suporte é finito, $\{y_1, y_2, \dots, y_n\}$.

Características de Conjuntos difusos

Um conjunto difuso pode assumir diferentes formas – a altura de conjuntos difusos e a *dispersão* (*espalhamento*) podem assumir diferentes valores - desde que seja convexo (Figura A.1). Um conjunto convexo é aquele que os valores assumidos pela função de pertinência, $\mu_A(x)$, são monotonicamente crescentes desde o valor inicial do suporte até o valor inicial do núcleo e monotonicamente decrescentes desde o valor final do núcleo até o valor final do suporte.

Definição : Um conjunto difuso, A , é *convexo* se, e somente se,

$$\mu_A(\lambda x + (1 - \lambda)y) \geq \min(\mu_A(x), \mu_A(y)), \forall x, y \in X \quad \forall \lambda \in [0, 1] . \quad (\text{A.3})$$

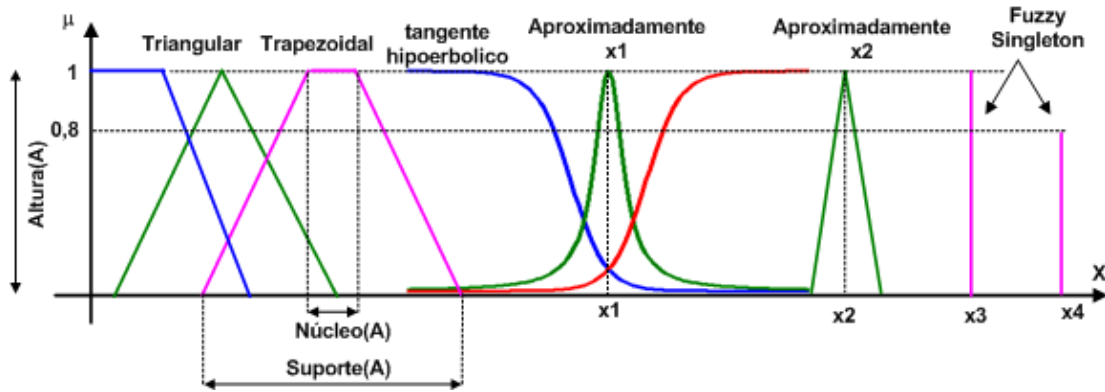


FIGURA A.1 - Exemplo de conjuntos difusos (convexos), Suporte e Núcleo.

A noção de convexidade é importante por ser um meio de preservar muitas das propriedades que conjuntos difusos têm em relação a conjuntos clássicos. Por exemplo, (i) se dois conjuntos difusos, A e B , são convexos, sua interseção é um conjunto convexo, (ii) se um conjunto difuso, A , é convexo, seu núcleo é um conjunto convexo etc.

Definição : Um conjunto difuso, A , é um *número difuso* se, além de ser convexo, for também *normal*:

$$\max_{x \in X} \mu_A(x) = 1, \forall x \in X . \quad (\text{A.4})$$

Definição : Um conjunto difuso, A , é *subnormal* se $\max_{x \in X} 0 < \mu_A(x) < 1, \forall x \in X$, i.e., se não for normal. Adicionalmente, um conjunto subnormal não-vazio pode ser normalizado ao dividir cada $\mu_A(s)$ por $\sup_x \mu_A(x)$. Um conjunto difuso é vazio quando $\mu_A(x) \equiv 0$.

As principais características de conjuntos difusos são apresentadas na tabela A.1.

Considere um caso particular em que um conjunto difuso, A , possa ser representado utilizando a notação $\langle a, b, c, d \rangle$. De acordo com esta representação, o suporte é dado por $Su(A) = [a, d]$ e o núcleo é $Nu(A) = [b, c]$. As funções entre a e b e d e c são estritamente monotônicas crescente e decrescente, respectivamente. Ao adotar esta notação, caso o conjunto difuso seja linear por partes, é chamado de trapezoidal. Quando $[b, c] = b'$, a representação anterior se torna $\langle a, b', d \rangle$ e é denominado conjunto difuso triangular.

TABELA A.1 - Termos básicos da teoria de conjuntos difusos.

<i>Definição</i>	<i>Símbolo</i>	<i>Descrição</i>
Suporte	$Su(A)$	conjunto dos elementos de U que pertencem ao conjunto A e cuja função de pertinência positiva, i.e., não seja nula, $Su(A) = \{x \in U \mu_A(x) > 0\}$
Núcleo	$Nu(A)$	conjunto de todos os elementos com grau de pertinência unitário ao conjunto A , $Nu(A) = \{x \in U \mu_A(x) = 1\}$
Altura	$Al(A)$	maior grau que um elemento de U pertence ao conjunto A correspondendo ao maior valor (supremo) da função de pertinência, $Al(A) = \sup_{x \in U} \mu_A(x)$
Ordinário	-	um conjunto A é ordinário de U , quando é normalizado, $Al(A) = 1$, e é idêntico a seu suporte e seu núcleo,
Cardinalidade	$ A $	grau global com o qual os elementos de U pertencem ao conjunto A quando U é finito, para o universo de discurso discreto: $ A = \sum_{x \in U} \mu_A(x)$ e Para o universo de discurso contínuo: $ A = \int_U \mu_A(x)$,
Especificidade	-	um conjunto difuso $A \in F(U)^4$ é mais específico que $B \in F(U)$ se o núcleo de A (não vazio) é estritamente incluso no núcleo de B e $sup(B) \supseteq sup(A)$
Singleton	-	<i>singleton</i> $\{x\}$ de U é o conjunto difuso mais específico, i.e., cujo suporte é um ponto singular em U tal que $0 < \mu_x(x) \leq 1$ e $\mu_x(y) = 0$ para todo $x \neq y$,
Precisão	-	um conjunto difuso $A \in F(U)$ é mais preciso que $B \in F(U)$ de mesmo núcleo de A , se o suporte de A é estritamente incluso dentro do suporte de B . o conjunto difuso mais preciso associado a A é o conjunto ordinário $Nu(A)$ de U .

Manipulação de conjuntos difusos

A manipulação de conjuntos é feita principalmente pelos operadores de interseção (\cap), união (\cup), e complemento (\neg). A *interseção* corresponde na lógica ao operador de *conjunção*, e ao *conectivo lógico*, "e". A *união* corresponde à operação de *disjunção*, e ao *conectivo lógico*, "ou". O *complemento* equivale ao conectivo lógico de *negação* de uma dada proposição, apresentando a idéia de oposição.

Definição : Os operadores de conjunção difusos, também chamados de *normas triangulares* (t-normas), e os operadores de disjunção difusos, também chamados de *conormas triangulares* (t-conormas ou s-normas) não são únicos – i.e., constituem uma família de operadores. Um operador t-norma, $x \top y = f(x, y)$, e um

TABELA A.2 - Propriedade das T-normas e T-conormas.

<i>Propriedade</i>	<i>T-norma</i>	<i>T-conorma</i>
Comutatividade	$x \bar{\top} y = y \bar{\top} x$	$x \perp y = y \perp x$
Associatividade	$(x \bar{\top} y) \bar{\top} z = x \bar{\top} (y \bar{\top} z)$	$(x \perp y) \perp z = x \perp (y \perp z)$
Monotonicidade	$x \bar{\top} w \leq y \bar{\top} z$, se $x \leq y, w \leq z$	$x \perp w \leq y \perp z$, se $x \leq y, w \leq z$
Elemento neutro	$x \bar{\top} 1 = x \quad 0 \bar{\top} 0 = 0$	$x \perp 1 = x \quad 1 \bar{\top} 1 = 1$

operador t-conorma, $x \perp y = f(x, y)$, são mapeamentos de $[0, 1] \times [0, 1]$ em $[0, 1]$ ($f : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$). Para quaisquer $x, y, z, w \in [0, 1]$, ambas devem satisfazer os axiomas, propriedades dadas pela tabela A.2 .

Dados dois conjuntos A e B , os operadores de *mínimo* e *produto algébrico* são as alternativas mais empregadas para as operações de intersecção, (\cap), difusa representadas, respectivamente, pelas seguintes t-normas:

$$\mu_{A \cap B}(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x)) \quad \forall x \in X. \quad (\text{A.5})$$

$$\mu_{A \cap B}(x) = \mu_A(x) + \mu_B(x) - \mu_A(x) \cdot \mu_B(x) \quad \forall x \in X. \quad (\text{A.6})$$

Dados dois conjuntos A e B , os operadores de *máximo* e *adição algébrica* são as alternativas mais empregadas para as operações de união, (\cup), difusa representadas, respectivamente, pelas seguintes t-normas:

$$\mu_{A \cup B}(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x)) \quad \forall x \in X. \quad (\text{A.7})$$

$$\mu_{A \cup B}(x) = \mu_A(x) + \mu_B(x) - \mu_A(x) \cdot \mu_B(x) \quad \forall x \in X. \quad (\text{A.8})$$

Definição : A operação complemento também pode ser definida sobre os conjuntos difusos. A função $N : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ é chamada negação se é uma função bijetora decrescente, contínua e tal que $N(0) = 1$ e $N(1) = 0$. O complemento é dito involutivo se $N(N(x)) = x$ para todo $x \in [0, 1]$.

O operador de complemento típico é dado por $n(x) = 1 - x$, i.e.:

$$\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x) \quad \forall x \in X. \quad (\text{A.9})$$

As T-normas e T-conormas mais utilizadas são dadas na tabela A.3.

TABELA A.3 - Principais T-normas e T-conormas.

<i>Nome</i>	<i>T-norma</i>	<i>T-conorma</i>
Zadeh	$\min(a, b)$	$\max(a, b)$
probabilística	$a.b$	$a + b - a.b$
Lukasiewicz	$\max(a + b - 1, 0)$	$\min(a + b, 1)$
Weber	$\begin{cases} 0, & \text{se } b = 1 \\ b, & \text{se } a = 1 \\ 0, & \text{senão} \end{cases}$	$\begin{cases} 0, & \text{se } b = 0 \\ b, & \text{se } a = 0 \\ 1, & \text{senão} \end{cases}$

A.2 Operadores de Implicação

As T-normas e T-conormas são utilizadas na construção de operadores de implicação, $I : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$, utilizados para modelar regras de inferência do tipo SE <premissa> Então <conclusão>.

As implicações propriamente ditas podem ser classificadas em categorias, dentre elas as implicações S (strong), que são da forma $I_s(a, b) = (N(a) \perp b)$ e as implicações R (residuais), que são tais que $I_R(a, b) = \sup\{c \in [0, 1] / (a \top c) \leq b\}$, onde \top é uma t-norma, \perp é uma t-conorma e N é uma negação.

Alguns dos principais operadores de implicação são mostrados na Tabela A.4. Vale ressaltar que, embora existem aplicações em lógica difusa que utilizam uma T-norma para modelar a inferência da regra SE-ENTÃO (p.ex., controladores Mamdani), estas não são implicações propriamente ditas. Elas não correspondem à implicação da lógica booleana quando reduzidas, no caso da teoria dos conjuntos clássicos.

TABELA A.4 - Principais operadores de implicação.

<i>Operador</i>	<i>nome</i>
$\max(1-a, b)$	Kleene-Dienes
$\min(1-a+b, 1)$	Lukasiewicz
$\begin{cases} 1, & \text{se } a \leq b \\ 0, & \text{senão} \end{cases}$	Rescher-Gaines
$\begin{cases} 1, & \text{se } a \leq b \\ b, & \text{senão} \end{cases}$	Gödel
$\begin{cases} 1, & \text{se } a \leq b \\ b/a, & \text{senão} \end{cases}$	Goguen
$1-a+ab$	Reichenbach
$\max(1-a, \min(a, b))$	Zadeh-Wilmott

A.3 Variáveis lingüísticas, Termos lingüísticos

O uso de conjuntos difusos fornece uma maneira de manipular informações vagas e imprecisas e, como tal, pode representar variáveis lingüísticas. Uma variável lingüística pode ser entendida como uma variável que assume um valor que é um número difuso, tanto quanto uma variável que pode ser atribuída um *termo lingüístico*.

Definição : Uma *variável lingüística* é aquela cujos valores possíveis são conjuntos difusos. Formalmente, ela pode ser definida como uma quintupla $(x, T(x), U, G, M)$, sendo x o nome de uma variável, U é o universo de discurso de x , $T(X)$ é um conjunto de conjuntos difusos em x chamados de termos lingüísticos, G é a regra semântica sintática para geração dos nomes dos valores de x , e M é a regra semântica para se associar com cada valor seu significado.

Uma variável lingüística é uma variável difusa sendo a faixa dos possíveis valores que pode assumir associada ao universo de discurso.

Cada conjunto difuso distribuído sobre a variável lingüística representa um valor lingüístico ou termo lingüístico.

A fim de ilustrar este conceito, considere, por exemplo, a variável lingüística cujo nome é *temperatura* (Figura A.2). Seu conjunto de termos, $T(\text{temperatura})$, pode assumir os termos lingüísticos $\{\text{baixa}, \text{média}, \text{alta}\}$ que são caracterizados por conjuntos difusos no universo de discurso, U . O grau com que um valor x em U satisfaz o termo lingüístico A é a pertinência de x em A dada por $\mu_A(x)$.

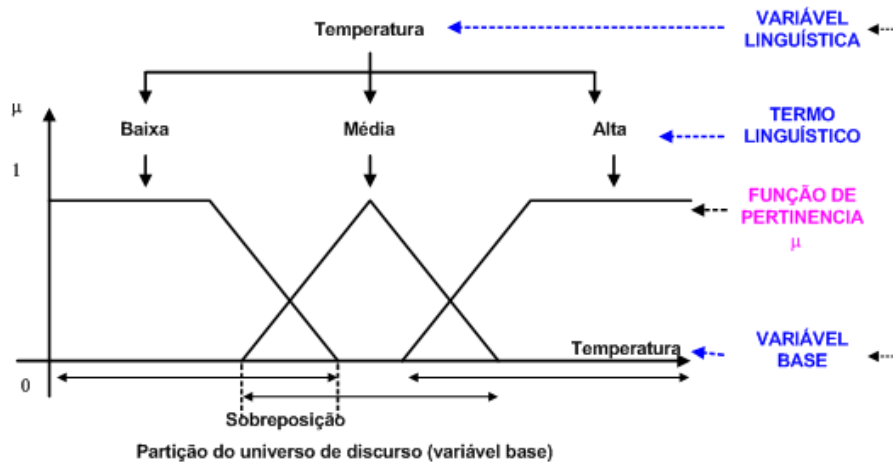


FIGURA A.2 - Funções de pertinência, termos lingüísticos e variáveis lingüísticas.

A.4 Modificadores Lingüísticos (qualificadores difusos, bordas)

Inerentemente associado às variáveis lingüísticas estão operações que modificam a forma das funções de pertinência introduzindo um novo significado ao conjunto original ao se criar um conjunto difuso composto (YEN; LANGARI, 1998; NEGNEVITSKY, 2002). Elas podem alterar estas funções de duas maneiras diferentes: (i) modificando a forma do suporte e (ii) movendo o núcleo. Enquanto na primeira condição a transformação pode se dar tanto pelo espalhamento dos limites inferiores e/ou superiores do suporte quanto pelo deslocamento do próprio suporte; na segunda opção move-se o núcleo da função de pertinência (ZADEH, 1984).

Os operadores que modificam a forma dos conjuntos difusos são denominados de modificadores lingüísticos, qualificadores difusos ou bordas. Os tipos de modificadores lingüísticos podem ser utilizados como (NEGNEVITSKY, 2002):

- modificadores de proposta geral: muito, extremamente etc.
- valores verdade: um pouco verdadeiro, normalmente falso etc.
- probabilidades: provavelmente, não muito provável etc.
- quantificadores: a maioria, vários, poucos etc.
- possibilidades: quase impossível, um pouco possível etc.

sendo os mais utilizados na prática:

- muito: representando uma operação de concentração do conjunto difuso.

$$\mu_A^{muito}(x) = [\mu_A(x)]^2 . \quad (\text{A.10})$$

- extremamente: representando uma operação de muita concentração do conjunto difuso.

$$\mu_A^{extremamente}(x) = [\mu_A(x)]^3 . \quad (\text{A.11})$$

- mais ou menos ou alguma coisa: representando uma operação de dilatação do conjunto difuso.

$$\mu_A^{mais\ ou\ menos}(x) = \sqrt{\mu_A(x)} . \quad (\text{A.12})$$

- de fato: representando uma operação de intensificação do conjunto difuso através de uma dupla operação de dilatação e concentração para valores acima e abaixo de 0.5.

$$\begin{aligned}\mu_A^{de\ fato}(x) &= 2[\mu_A(x)]^2, \quad 0 \leq \mu_A(x) \leq 0.5, \\ \mu_A^{de\ fato}(x) &= 1 - 2[1 - \mu_A(x)]^2, \quad 0.5 < \mu_A(x) \leq 1.\end{aligned}\tag{A.13}$$

A.5 Lógica Difusa e Raciocínio Aproximado

A lógica difusa associada à possibilidade de lidar com palavras através de variáveis lingüísticas fornece uma alternativa sistemática para uma base teórica verbal ou qualitativa de descrever o comportamento dinâmico de um sistema (ZADEH, 1984).

A habilidade de processar tanto informações *qualitativa* quanto *quantitativa*, e tratar informações que são ao mesmo tempo imprecisa e incerta, i.e., vaga, fazem da *lógica difusa* uma abordagem natural para representar o raciocínio humano. Devido a estas características a lógica difusa permite que programas aumentem sua capacidade de compreender a linguagem natural e fazer deduções lógicas aproximadas de conhecimentos imprecisos, incompletos e incertos, conseqüentemente, habilitando esta abordagem na tarefa de modelar o raciocínio aproximado humano. Estes atributos fazem da lógica difusa e o raciocínio aproximado difuso uma alternativa para a representação do conhecimento humano assim como para emular seu processo de decisão.

A.5.1 Proposição Condicional Difusa e a Regra Composicional de Inferência

Um conceito que assume um papel importante na lógica difusa é a *proposição condicional difusa* na forma:

$$\begin{array}{ccccccc} & \text{variável} & & \text{termo} & & \text{variável} & & \text{termo} \\ \text{SE} : & \text{lingüística} & \text{é} & \text{lingüístico} & \text{ENTÃO} & \text{lingüística} & \text{é} & \text{lingüístico} \\ & \text{de entrada} & & \text{de entrada} & & \text{de saída} & & \text{de saída} \\ & \updownarrow & & \updownarrow & & \updownarrow & & \updownarrow \\ \text{SE} : & x & \text{é} & A & \text{ENTÃO} & y & \text{é} & B\end{array}\tag{A.14}$$

ou ainda na forma reduzida $A \Rightarrow B$, de tal forma que o antecedente, A , e o conseqüente, B , são conjuntos difusos ao invés de variáveis proposicionais como acontece

no *cálculo proposicional clássico* e o elemento \Rightarrow representa o conectivo de implicação.

A assertiva condicional dada em (A.14) também representa as *regras difusas*. Existem dois diferentes tipos de regras difusas: *regra de mapeamento difuso* e *regra de implicação difusa* (YEN; LANGARI, 1998). Embora possam parecer equivalentes pelo fato das duas representarem (i) relações difusas entre variáveis antecedentes e variáveis conseqüentes da regra SE-ENTÃO e (ii) terem seus mecanismos de inferência baseados na regra composicional de inferência, elas apresentam diferenças significativas que influenciam de forma profunda o resultado do conseqüente da regra devido a semântica diferenciada entre estas abordagens. A diferença é sutil, pois quando os requisitos do antecedentes da regra são satisfeitos ambos se comportam de maneira equivalente mas se comportam de maneira diferente quando não satisfeitos (YEN, 1999). Visto que este trabalho lida com sistemas de controle difuso, será focado a regra de mapeamento difuso.

Definição : *Regras de mapeamento difuso* (i) descrevem um mapeamento funcional entre saída e entrada através de termos lingüísticos, (ii) o elemento fundamental que o compõe é o grafo difuso, (iii) a inferência difusa envolve um conjunto de regras difusas (modelo difuso) cujo antecedente da regra forma uma partição difusa do espaço de entrada, (iv) o conjunto de regras é projetado e ativado também em grupo e não individualmente.

Uma das principais características da lógica difusa é dada pela premissa (antecedente da regra) e a conclusão (conseqüente da regra) serem expressos na forma canônica, que é, respectivamente, $p : X \text{ é } A$, sendo p a proposição, X o atributo do objeto, e A o valor do objeto (ZADEH, 1988).

A proposição condicional difusa na forma SE <antecedente> ENTÃO <conseqüente> assume que tanto os antecedentes quanto os conseqüentes sejam proposições difusas e, como tal, os termos A e B são conjuntos difusos. Embora a equação (A.14) tenha demonstrado uma proposição condicional difusa simples, se pode ter também proposição condicional difusa composta:

$$\text{SE} : x_1 \text{ é } A_1 \text{ E } \dots \text{ E } x_n \text{ é } A_n \text{ ENTÃO } y_1 \text{ é } B_1 \text{ E } \dots \text{ E } y_1 \text{ é } B_n \quad (\text{A.15})$$

sendo $A_1 \dots A_n$ e $B_1 \dots B_n$ conjuntos difusos distribuídos em universos de

discurso $X_1 \dots X_n$ e $Y_1 \dots Y_n$, respectivamente. A proposição P_x dada por x_1 é A_1 E...E x_n é A_n e a proposição P_y dada por y_1 é B_1 E...E y_n é B_n são relações difusas em $X_1 \dots X_n$ e $Y_1 \dots Y_n$, respectivamente. A combinação das proposições do antecedente e do conseqüente da regra SE-ENTÃO difusa é realização pelas operações de implicação e de operações de conjunção (T-norma) e disjunção (T-conorma) como será apresentado na seqüência.

A proposição condicional difusa assume um papel importante também na construção dos *algoritmos difusos* (ZADEH, 1968). Este tipo de regra de inferência pode ser considerada como uma extensão da regra de inferência conhecida como *modus ponens*⁵.

modus ponens

premissa 1: x é A

premissa 2: SE x é A ENTÃO y é B

conseqüente: y é B

modus ponens generalizado (GMP)

premissa 1: x é A'

premissa 2: SE x é A ENTÃO y é B

conseqüente: y é B'

modus tollens

premissa 1: y é B

premissa 2: SE x é A ENTÃO y é B

conseqüente: x é A

modus tollens generalizado (GMT)

premissa 1: y é B'

premissa 2: SE x é A ENTÃO y é B

conseqüente: x é A'

A lógica difusa tem seu núcleo, como outros sistemas lógicos, em um sistema de regras de inferência. O mecanismo de inferência difuso utiliza os princípios da lógica para determinar como os fatos e as regras devem ser combinados para derivar novos fatos. A inferência em avanço baseada em dados normalmente empregada aos sistemas de controle difuso é à regra de implicação difusa denominada *modus ponens generalizado* (GMP). Uma outra regra de implicação difusa está associada à inferência de retropropagação baseada em objetivo que é normalmente empregada em sistemas especialistas no qual a regra de implicação difusa denominada *modus tolles generalizado* (GMT). Diferente dos sistemas especialistas típicos, geralmente o mecanismo de inferência empregado em sistemas de controle difuso são mais simples – o conseqüente da regra não é utilizado no antecedente de uma outra regra. Desta

⁵Afirmção do antecedente

forma, ao invés de se utilizar o mecanismo de inferência em cadeia, emprega-se uma inferência em avanço um passo-a-frente baseada em dado.

A inferência através do *modus ponens generalizado* pode ser expressa na forma lógica ou na forma computacional. Os termos A e C são conjuntos difusos com suas respectivas funções de pertinência, μ_A e μ_C , $\neg A$ é a negação de A , a operação \oplus é composta por outras operações, por exemplo, \wedge é min ou uma t-norma:

$$\begin{array}{ll}
 \textit{Representação simbólica} & \textit{Representação computacional} \\
 X \text{ é } A' & \\
 Y \text{ é } C \text{ se } x \text{ é } A & \\
 \hline
 Y \text{ é } A' \circ (\neg A \oplus C) & \Leftrightarrow \mu_{\neg A \oplus C}(u, v) = 1 \wedge (1 - \mu_A(u) + \mu_C(v))
 \end{array} \tag{A.16}$$

Uma característica da inferência pelo método *modus ponens generalizado* é que o antecedente da regra, $x \text{ é } A$, não precisar ser idêntica à proposição que corresponde a informação de entrada também conhecida como *restrição elástica* (ZADEH, 1988). Adicionalmente, vale ressaltar que o *modus ponens generalizado* pode ser associado a uma operação conhecida também como *regra composicional de inferência*. O termo A é um conjunto difuso com sua respectiva função de pertinência, μ_A , R é a relação entre X e Y , \wedge é min ou uma t-norma, e $A' \circ R$ é composição da relação unária, A' , com a relação binária, R :

$$\begin{array}{ll}
 \textit{Representação simbólica} & \textit{Representação computacional} \\
 X \text{ é } A' & \\
 (X, Y) \text{ é } R & \\
 \hline
 Y \text{ é } A' \circ R & \Leftrightarrow \mu_{A' \circ R}(v) = \sup_u (\mu_A(u) \wedge \mu_R(u, v))
 \end{array} \tag{A.17}$$

Assim, a inferência de implicação difusa é baseada na regra composicional de inferência como sugerido por Zadeh, resulta da aplicação do *princípio da extensão cilíndrica*, *princípio da conjunção* e o *princípio da projeção* (SILVA, 1995; ZADEH, 1988).

Definição : O princípio da conjunção é dado por:

$$\begin{array}{ll}
 \textit{Representação simbólica} & \textit{Representação computacional} \\
 X \text{ é } A' & \\
 X \text{ é } B & \\
 \hline
 X \text{ é } A' \cap B & \Leftrightarrow \mu_{A' \cap B}(u) = \mu_A(u) \wedge \mu_B(u), u \in U
 \end{array} \tag{A.18}$$

sendo que $A' \cap B$ é a operação de interseção (operação de conjunção, operação T-norma – por exemplo, mas não limitada a, operação de mínimo) entre A' e B .

Definição : O princípio da projeção é dado por:

$$\begin{array}{ll}
 \textit{Representação simbólica} & \textit{Representação computacional} \\
 (X, Y) \text{ é } R & \\
 \hline
 X \text{ é } {}_X R & \Leftrightarrow \mu_{{}_X R}(u) = \sup_v \mu_R(u, v), u \in U, v \in V, \\
 & \tag{A.19}
 \end{array}$$

sendo que ${}_X R$ é a projeção de relação binária no domínio de X de tal forma que $\mu_R(u, v)$ é uma função de pertinência.

Definição : O princípio da extensão cilíndrica fornece um mecanismo para calcular a restrição induzida. Se uma variável X assumindo valores em um universo de discurso, U , é restrita pela proposição, X é A , e considerando que existe um mapeamento, $f : U \rightarrow V$ de modo que X seja mapeado em $f(X)$, então a restrição em $f(X)$ induzida pela restrição X é fornecida pelo princípio da extensão cilíndrica expressa como a regra de inferência:

$$\begin{array}{ll}
 \textit{Representação simbólica} & \textit{Representação computacional} \\
 (X) \text{ é } A' & \\
 \hline
 f(X) \text{ é } f(A') & \Leftrightarrow \mu_{f(A)}(v) = \sup_u \mu_A(u)
 \end{array} \tag{A.20}$$

sendo que a função de pertinência de $f(A)$ sujeita à condição $v = f(u)$, $u \in U, v \in V$. Em particular, se a função, f é 1:1, então tem-se a simplificação na forma $\mu_{f(A)}(v) = \mu_A(v^{-1})$, $v \in V$, e v^{-1} é a inversa de v .

A.5.2 Produto Cartesiano

Definição : Um *produto cartesiano* de conjuntos difusos A_1, \dots, A_n distribuídos nos respectivos universos de discurso X_1, \dots, X_n é também um conjunto difuso no espaço de produto $X_1 \times \dots \times X_n$ com a função de pertinência dada por:

$$\mu_{A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n}(u_1, u_2, \dots, u_n) = \min[\mu_{A_1}(u_1), \mu_{A_2}(u_2), \dots, \mu_{A_n}(u_n)] \quad (\text{A.21})$$

ou

$$\mu_{A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n}(u_1, u_2, \dots, u_n) = \mu_{A_1}(u_1) \cdot \mu_{A_2}(u_2) \cdot \dots \cdot \mu_{A_n}(u_n) \quad (\text{A.22})$$

No caso específico de se ter um produto cartesiano de dois conjuntos difusos, $A \times B$, onde se tem um conjunto difuso, A , distribuído no universo de discurso, U , e um conjunto difuso, B , distribuído em um universo de discurso, V , tem-se:

$$A \times B = \mu_A(u) \wedge \mu_B(v) . \quad (\text{A.23})$$

sendo que $U \times V$ denota o produto cartesiano. Isto significa que $A \times B$ é um conjunto difuso de pares ordenados $(u, v), u \in U, v \in V$, com grau de pertinência de (u, v) em $A \times B$ dado por $\mu_A(u) \wedge \mu_B(v)$ sendo \wedge uma T-conorma previamente escolhida. Neste sentido, $A \times B$ é também uma relação difusa entre U e V .

A.5.3 Relações Difusas Simples e Compostas

Relações Difusas Simples

O conceito de relação é uma generalização de função e tem uma extensão natural para conjuntos difusos e lógica difusa (ZADEH, 1965). Desta forma, a lógica difusa tem uma perspectiva relacional, R , principalmente quando se utiliza a representação e manipulação de funções e relações definidas em ambientes com imprecisão e incerteza. Esta característica assume um papel importante em projeto de sistemas de controle e análise de sistemas dinâmicos.

Esta forma de proposição condicional difusa descreve uma *relação difusa* entre duas variáveis difusas (ZADEH, 1973).

Definição : Uma *relação difusa*, R , de um conjunto X a um conjunto Y é um

conjunto difuso no produto cartesiano $X \times Y$. ($X \times Y$ é a coleção de pares ordenados $(x, y), x \in X, y \in Y$). A relação difusa, R , é caracterizada por uma função de pertinência bivariável, $\mu_A(x, y)$, i.e., um conjunto difuso.

Uma relação difusa n -ária é um conjunto difuso n -dimensional onde a cada n -upla $X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n$ definido em um universo de discurso multidimensional tem-se:

$$R_{X_1 \times \dots \times X_n} = \{((x_1, \dots, x_n), \mu_R(x_1, \dots, x_n)) | (x_1, \dots, x_n)\}, x_i \in X_i, i = 1, \dots, n . \quad (\text{A.24})$$

Relações Difusas Compostas

A composição de duas relações difusas R_1 e R_2 definidas em $X \times Y$ e em $Y \times Z$, respectivamente, denotada por $R_1 \circ R_2$, é também uma relação difusa que associa diretamente X a Z e pode ser definida como:

$$R_1 \circ R_2(x, z) = \{[(x, z), \sup_{(y \in Y)} (\mu_{R_1}(x, y) \star \mu_{R_2}(y, z))], x \in X, y \in Y, z \in Z\} . \quad (\text{A.25})$$

sendo que \star pode assumir qualquer operador na classe das t-normas, por exemplo, – mas não limitado a – operações de mínimo, produto algébrico, produto limitado, ou produto drástico. A composição mais usual é a *sup-min*.

A composição de relações difusas, $R = R_1 \circ R_2(x, z)$, pode ser, assim, entendida como a projeção de $X \times Z$ da interseção $R_1 \cap R_2$ entre da extensão cilíndrica de R_1 e R_2 .

A.5.4 Grafos difusos e o Mapeamento Difuso através de Regras

A composição de relações difusas é importante na construção do mapeamento difuso por regras e diretamente relacionado a grafos difusos.

Grafos difusos – como discutido por Zadeh, e não por Ronsenfeld (visão difusa pela generalização da teoria de grafo) – é fundamental para controle difuso e aplicações industriais (YEN; LANGARI, 1998).

Definição : Um grafo difuso, f^* , descreve um mapeamento funcional, $f : U \rightarrow V$, $X \in U$, $Y \in V$ entre as variáveis lingüísticas, X , do universo de discurso de entrada, U , para variáveis lingüísticas, Y , do universo de discurso de saída, V . Este mapeamento funcional pode ser entendido também como a união dos produtos car-

tesianos obtidos pela associação de termos lingüísticos difusos através de regras difusas:

$$\begin{aligned}
 f & : \text{SE } x \text{ é pequeno} \quad \text{ENTÃO } y \text{ é pequeno} \\
 & : \text{SE } x \text{ é médio} \quad \text{ENTÃO } y \text{ é grande} \\
 & : \text{SE } x \text{ é grande} \quad \text{ENTÃO } y \text{ é pequeno}
 \end{aligned} \tag{A.26}$$

tem-se como valor aproximado de saída:

$$f^* = \text{pequeno} \times \text{pequeno} + \text{médio} \times \text{grande} + \text{grande} \times \text{pequeno} \tag{A.27}$$

sendo que as operações $+$ e \times denotam, respectivamente, as operações de disjunção e produto cartesiano.

O produto cartesiano na forma $A \times B$ sendo A e B conjuntos difusos são denominados de grânulos cartesianos (ZADEH, 1996; ZADEH, 1997; ZADEH, 2002; ZADEH, 2005), ou simplesmente grânulos.

O grafo resultante é inerentemente uma relação difusa. Quando entendido como a combinação de relações difusas ou, particularmente, união de produtos cartesianos envolvendo pares de entrada, $x \in A$, e saída, $x \in B$, na forma $A \times B$ sendo A e B conjuntos difusos o grafo difuso, f^* , de X a Y pode ser dado por:

$$f^* = \bigcup_i A_i \times B_i \tag{A.28}$$

A.5.5 Partição Difusa

Um conjunto difuso particiona o universo de discurso. Os tipos de partição nos sistemas difuso, seja no problema de modelagem ou no problema de controle, ou ainda no problema de suporte a decisão, estão representados na Figura A.3. A partição difusa pode ser do tipo *grade* (Figura A.3(a)), do tipo *dispersão* (ou agrupamento/*clustering*) (Figura A.3(b)), do tipo *árvore* (Figura A.3(c))

Um caso particular de partição difusa é a *partição de Ruspini* (RUSPINI, 1969) e basicamente pode ser entendida quando o núcleo do termo T acaba onde começa o suporte do termo consecutivo T' .

Definição : Dado que um conjunto de termos $\{T_1, \dots, T_n\}$ está em ordem consecutiva quando, para todo i , se $Su(T_i) \cap Su(T_{i-1}) \neq \emptyset$ e $Su(T_i) \cap Su(T_{i+1}) \neq \emptyset$ então

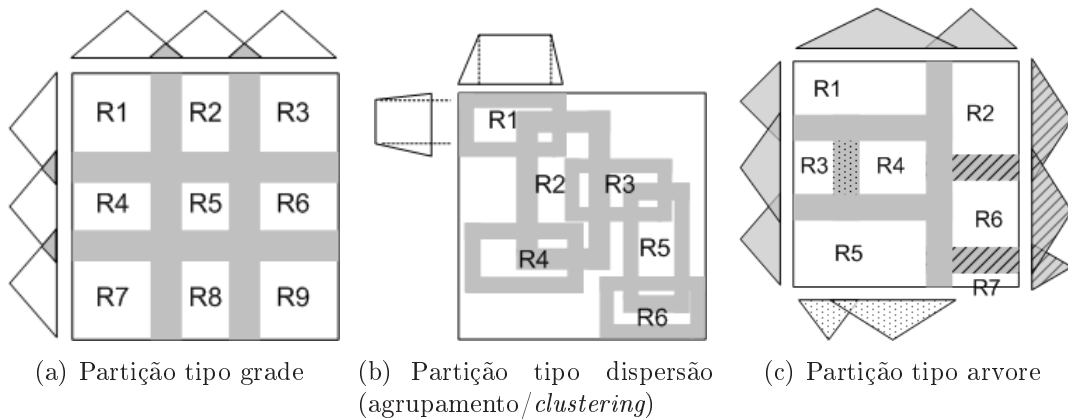


FIGURA A.3 - Partições Difusas.

$Su(T_i) \cap Su(T_j) = \emptyset, \forall j \notin \{i - 1, i + 1\}$. Em uma *partição de Ruspini*, todos os pares de termos consecutivos T e T' são tais que $T(\omega) + T'(\omega) = 1$ para todo $\omega \in Su(T) \cap Su(T')$.

A.6 Controladores Difusos

A estrutura básica de um sistema difuso, por exemplo, quando relacionado a um controlador difuso é mostrado na Figura A.4 e consiste, basicamente, da interface de fuzificação, da base de conhecimento, do mecanismo de inferência composto de funções de implicação difusa, e da interface de defuzificação. As principais etapas no controlador são:

O primeiro módulo de codificação (fuzzyficação) refere-se ao processo de conversão de informações precisas em termos lingüísticos representados por conjuntos difusos. O segundo módulo representa o mecanismo de inferência. Ele é agregado à base de regras que é composta por um conjunto de regras do tipo SE-ENTÃO que expressam a relação difusa entre as premissas e as conclusões. Neste módulo, controladores difusos apresentam uma interpolação entre as saídas discretas que através da sobreposição de regiões determinadas pelas funções de pertinência representando um domínio contínuo de cada controle. Estas características contribuem para uma operação do sistema previsível e bem comportada e tornam a abordagem de sistemas difusos robustos. Devido à sobreposição das funções de pertinência da parte antecedente, cada regra é influenciada pelas regras vizinhas e, conseqüentemente, cada ponto no espaço de estados é aproximado por um subconjunto de regras difu-

sas. Adicionalmente, qualquer função contínua pode ser aproximada considerando-se uma precisão arbitrária e se for utilizada uma ativação de regra baseada em produto, uma decodificação (defuzzificação) do tipo centróide e uma função de pertinência contínua (e.g., gaussiana). Esta propriedade determina que o controlador difuso é um aproximador universal.

A superfície de controle correspondente ao mapeamento não-linear depende da base de regra (base de conhecimento), da estratégia empregada na inferência, estratégia de codificação (fuzzificação), e estratégia de decodificação (defuzzificação). E que qualquer modificação no controlador difuso pode fornecer uma variedade infinita de mapeamentos entre a entrada e a saída (JENKINS; PASSINO, 1999).

A base de regras e as funções de pertinência que estão associadas aos termos lingüísticos e ao mecanismo de inferência formam a base do conhecimento. A construção da base de conhecimento para o projeto de um controlador difuso acontece pela aquisição de conhecimento do operador através de técnicas de entrevista ou pela

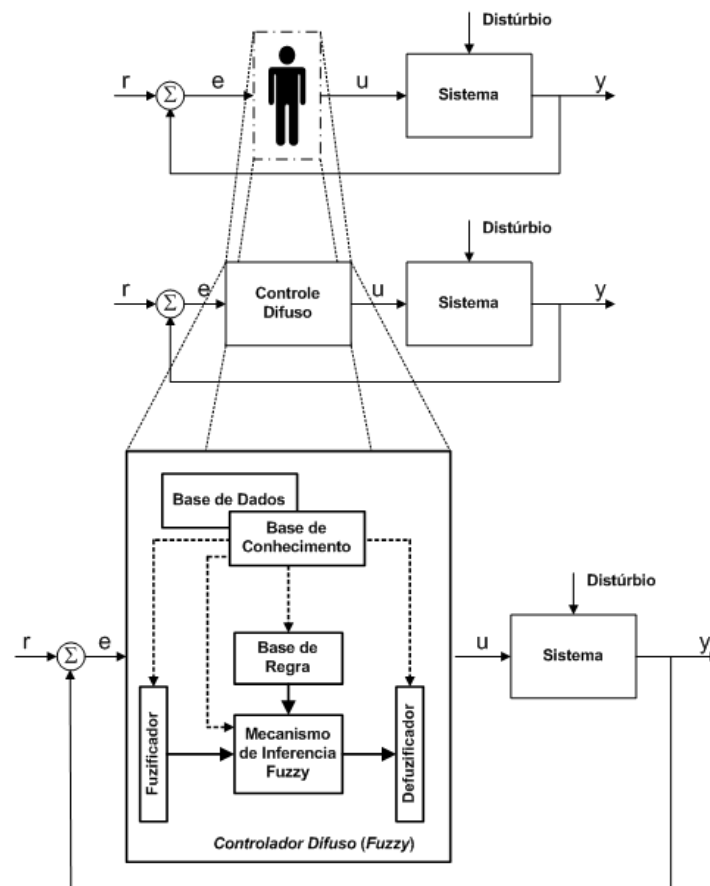


FIGURA A.4 - Estrutura básica do Controlador Fuzzy.

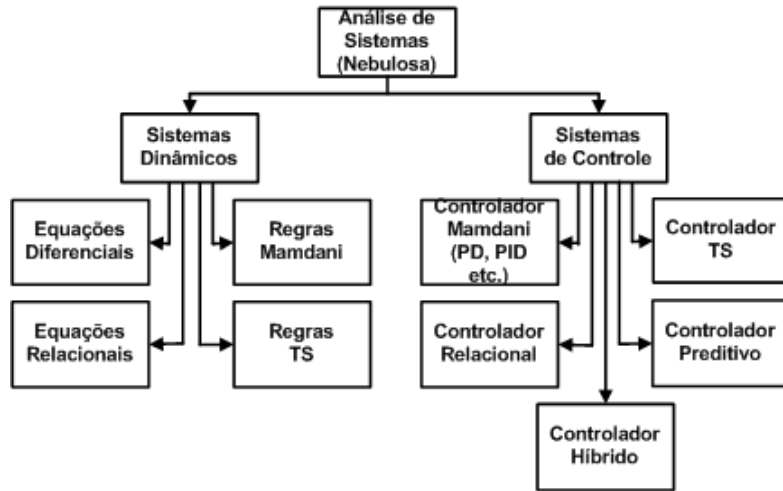


FIGURA A.5 - Representações para sistemas difusos.
 FONTE: (PALM *et al.*, 1996).

aquisição caixa preta por identificação via uso de agrupamento (clustering).

Possíveis representações para os sistemas difusos tanto aplicados em modelos quanto em controladores difusos são apresentadas na Figura A.5. As principais categorias de sistemas difusos encontradas na literatura são: (1) sistema difuso relacional, (2) sistema difuso lingüístico (p.ex., sistema difuso Mamdani, sistema difuso Larsen) que emprega números difusos para o processo de decisão e (3) controlador difuso interpolativo ou baseado em modelo (p.ex., sistema difuso Takagi-Sugeno, sistema difuso Tsukamoto) que gera ações de controle ao empregar funções lineares compostas por variáveis de entrada do sistema manipulado.

A.6.1 Modelo Difuso Relacional

O controlador difuso relacional realiza um mapeamento estático não-linear de conjuntos difusos, de um universo de discurso de entrada, X , para um universo de discurso de saída, Y , através da relação difusa, R , e da regra composicional de inferência. A regra de inferência difusa – *regra composicional de inferência* – resulta da aplicação da *extensão cilíndrica*, *operação de conjunção* e *operação de projeção*. No caso geral, os conjuntos difusos referentes ao domínio de saída, Y , são calculados pela composição relacional:

$$\begin{aligned}
 Y &= X \circ R \\
 &= \text{projeção}[\text{conjunção}(\text{extensão cilíndrica}(M), R)] .
 \end{aligned}
 \tag{A.29}$$

aplicada a todos os conjuntos difusos referentes ao domínio de entrada, X .

A operação, \circ , é associada à composição sup $-t$ para se obter U , embora a composição sup $- \min$ seja aceita como o mecanismo de mapeamento entre o espaço de estados e o espaço de controle (PEDRYCZ; GOMIDE, 1998; SILVA, 1995).

A regra composicional de inferência em (A.31) pode gerar a seguinte equação:

$$U(u) = \sup_x [A(x) \wedge R(x, u)] = \sup_x [A(x) \wedge \bigvee_{i=1}^N R_i(x, u)] \quad , \quad (\text{A.30})$$

sendo a operação de conjunção associada a alguma T-norma previamente escolhida (apêndice (A)).

Em sistemas de controle a equação (A.29) é apresentada equivalentemente na forma:

$$\begin{aligned} U &= M \circ R \\ &= \text{projecção}[\text{conjunção}(\text{extensão cilíndrica}(M), R)] \quad . \end{aligned} \quad (\text{A.31})$$

O termo U representa a ação de controle; M , um conjunto difuso que representa um dado de entrada, por exemplo, um dado medido ou uma informação associada à percepção humana; R , uma relação difusa (mapeamento difuso) que representa o conhecimento sobre o comportamento dinâmico do sistema. Empregando-se a regra composicional de inferência, faz-se uma composição entre a medida do estado atual do sistema, M , e a relação difusa, R , que mapeia as entradas e saídas do sistema. O resultado é o sinal de controle, U , necessário para obter a ação adequada para atingir um determinado objetivo. A medida, M , do estado atual do sistema é aplicada sobre a base de conhecimento através da extensão cilíndrica. A operação de conjunção determina a interseção entre o resultado da extensão cilíndrica e a base de conhecimento. Em seguida o princípio da projeção é aplicado de forma a obter a projeção resultante e o valor final de controle.

A.6.2 Modelo Difuso Mamdani

Um caso particular do sistema relacional difuso é o sistema difuso baseado na estrutura Mamdani, que emprega a T-norma \min , para construir uma relação difusa para cada regra, e a T-conorma \max , para agregar as relações previamente encontradas. Quando a entrada, M , assume um valor pontual (*singleton*), o sistema difuso Mamdani e Relacional são equivalentes. A estrutura do sistema difuso Mamdani é

fornecida a seguir:

$$\begin{aligned} R_{S_i} : \text{SE } x_1(t) \text{ é } M_{i1}(x(t)) \text{ E } \dots \text{ E } x_n(t) \text{ é } M_{in}(x(t)) \\ \text{ENTÃO } y_i(t) = C_i(x(t)) . \end{aligned} \quad (\text{A.32})$$

A i -ésima regra (implicação) é representada por R_{S_i} , tal que $i = 1, 2, \dots, N_r$, sendo N_r o número máximo de regras (implicações) difusas; $y_i(t)$, a saída da i -ésima regra (implicação); $x_1(t), \dots, x_n(t)$, variáveis de estado; $M_{ip}, p = 1, 2, \dots, n$, a p -ésima função de pertinência da i -ésima regra que particiona o universo de discurso de entrada; e $C_i(x(t))$, função de pertinência da i -ésima regra que particiona o universo de discurso de saída. O grau de ativação da i -ésima regra é $w_i(x(t)) \geq 0$, sendo definido pelo operador de conjunção, por exemplo, o produto algébrico (Larsen), $w_i(\delta(t)) = \prod_{p=1}^n [M_{ip}(x(t))]$, ou a operação de mínimo (Mamdani), $w_i(\delta(t)) = \min_{p=1}^n [M_{ip}(x(t))]$.

A.6.3 Modelo Difuso Takagi-Sugeno

O sistema difuso Takagi-Sugeno (TS) foi proposto em (TAKAGI; SUGENO, 1985) e é conhecido também como sistema difuso de interpolação ou baseado em modelo. Ele é caracterizado por particionar o espaço de entrada em áreas difusas e fazer uma aproximação de cada área através de modelos lineares locais de tal forma que o modelo global seja obtido.

A característica principal do modelo difuso Takagi-Sugeno é representar a dinâmica local das regras difusas por um modelo composto de sistemas lineares (WANG *et al.*, 1996c), de forma que o modelo não-linear do sistema é linearizado em certos pontos de operação, produzindo um conjunto de submodelos lineares, o qual é disposto a seguir.

Modelo difuso contínuo Takagi-Sugeno

O sistema difuso TS utiliza um conjunto de regras SE-ENTÃO em que a parte conseqüente da regra é composta por submodelos lineares, $f_i(\cdot)$, descrevendo o comportamento dinâmico de distintas condições de operação, enquanto a parte antecedente

é responsável por interpolar estes subsistemas, como apresentado a seguir:

$$\begin{aligned} R_{s_i} : \text{SE } \delta_1(t) \text{ é } M_{i1}(\delta(t)) \text{ E } \dots \text{ E } \delta_n(t) \text{ é } M_{in}(\delta(t)) \\ \text{ENTÃO } y_i = f_i(x(t)) . \end{aligned} \quad (\text{A.33})$$

O vetor de entrada da premissa é dado por $\delta = [\delta_1, \dots, \delta_n]^T$, $p = 1, \dots, n$; e M_{in} são termos lingüísticos de conjuntos difusos. Os conjuntos difusos pertencendo a uma regra formam regiões difusas (grânulos) no espaço de entrada, $M_{i1} \times M_{i2} \times \dots \times M_{in}$. Os elementos $x = [x_1^i, \dots, x_{q_i}^i]^T$ representam o vetor de entrada para a parte conseqüente da regra R_{s_i} que engloba q_i termos; $f_i = y_i(x_q^i)$ denota a i -ésima regra da saída que é uma função linear de x .

O sistema global é obtido pela interpolação destes vários modelos locais. Esta abordagem pode ser empregada para aproximar uma função não-linear através de uma estrutura simples usando um pequeno número de regras. Dado um vetor de entrada $\delta(t)$ e $x^i, i = 1, \dots, N_r$, a saída final do sistema difuso é inferido ao utilizar a média ponderada das saídas locais $f_i(\delta(t))$

$$y = \frac{\sum_{i=1}^{N_r} w_i(\delta(t)) f_i(\delta(t))}{\sum_{i=1}^{N_r} w_i(\delta(t))} , \quad (\text{A.34})$$

sendo que N_r denota o número de regras e $w_i(\delta)$ o grau de ativação normalizado de R_{s_i} . O grau de ativação da i -ésima regra é dado por $w_i(\delta_j) \geq 0$ obtido pelo operador de conjunção, $w_i(x(t)) = \text{aggrec}(M_{in})$, por exemplo, pelo produto algébrico, $w_i(\delta(t)) = \prod_{i=p}^n M_{ip}(\delta(t))$, ou pela operação de mínimo, $w_i(\delta(t)) = \min_{j=1}^p M_{ip}(\delta(t))$ com o grau de pertinência da variável de estado, $\delta_p(t)$, dado por $\mu_{ip}(\delta_p)$. Visto que $\mu_{ip}(\delta_p) \geq 0$, então $\sum_{i=1}^{N_r} w_i(\delta_p) \geq 0$ para todo $i = 1, 2, \dots, r$.

Normalmente, tem-se que a parte “SE <antecedente>” está relacionada com a premissa que é caracterizada por termos lingüísticos, enquanto a parte “ENTÃO <conseqüente>” do sistema difuso TS é caracterizada, mas não limitada, por termos polinomiais. Nestas condições, a seguinte forma geral representa o sistema difuso TS:

$$\begin{aligned} R_{s_i} : \text{SE } \delta_1(t) \text{ é } M_{i1}(\delta(t)) \text{ E } \dots \text{ E } \delta_n(t) \text{ é } M_{in}(\delta(t)) \\ \text{ENTÃO } y_i = b_0^i + b_1^i x_1^i + b_{q_i}^i x_{q_i}^i . \end{aligned} \quad (\text{A.35})$$

Da mesma forma, o vetor de entrada da premissa é dado por $\delta = [\delta_1, \dots, \delta_n]^T$, $p = 1, \dots, n$; e M_{in} são termos lingüísticos de conjuntos difusos. Os conjuntos difusos pertencendo a uma regra formam regiões difusas (grânulos) no espaço de entrada, $M_{i1} \times M_{i2} \times \dots \times M_{in}$. Os elementos $x = [x_1^i, \dots, x_{q_i}^i]^T$ representam o vetor de entrada para a parte conseqüente da regra R_i que engloba q_i termos; $y_p = y_i(x_{iq})$ denota a i -ésima regra da saída que é, agora, uma função polinomial linear dos termos da entrada do conseqüente; e $b = [b_0^j, b_1^j, \dots, b_{q_j}^j]^T$ são coeficientes polinomiais que formam o conjunto de parâmetros do conseqüente da regra.

Quando o conseqüente da regra é escolhido na forma $y_i = a_i x + b_i$ o controlador Takagi-Sugeno é considerado de primeira ordem. Se o parâmetro do vetor é nulo, $a_i = 0$, e o termo $b_i = K$ é constante, o sistema difuso é considerado de ordem zero. Esta última função equivale ao modelo lingüístico Mamdani simplificado que utiliza conseqüentes do tipo *singleton*.

Se for possível descrever o comportamento dinâmico por equações de primeira ordem, o sistema difuso Takagi-Sugeno pode ser representado pela equação de espaço de estados dado por:

$$\begin{aligned} \text{Rs}_i : \text{SE } \delta_1(t) \text{ é } M_{i1}(\delta(t)) \text{ E } \dots \text{ E } \delta_n(t) \text{ é } M_{in}(\delta(t)) \\ \text{ENTÃO } \dot{x}_i = A_i x(t) + B_i u(t) , \end{aligned} \quad (\text{A.36})$$

tal que $M_{in}(\delta(t)), p = 1, 2, \dots, n$ é o i -ésimo conjunto difuso de “ n ” conjuntos da i -ésima regra, $i = 1, 2, \dots, r$, de forma que “ N_r ” é a quantidade de regras. A premissa antecedente de cada regra contém descrições lingüísticas difusas, $M_{in}(\delta(t))$, e variáveis premissas, $\delta_p(t)$, enquanto o conseqüente da regra contém modelos lineares locais do sistema não-linear, $\dot{x}_i = A_i x(t) + B_i u(t)$, por exemplo, como dado em (2.11).

Cada equação linear no conseqüente da regra representado por $A_i x(t) + B_i u(t)$ é designado como um subsistema. Para um dado vetor de estado, $x(t)$, e entradas do sistema, $u(t)$, a saída do sistema difuso descrita pela equação (A.36) pode ser reescrita como a soma ponderada dos submodelos:

$$\dot{x} = \frac{\sum_{i=1}^{N_r} w_i(\delta(x(t))) [A_i x(t) + B_i u(t)]}{\sum_{i=1}^{N_r} w_i(\delta(x(t)))} . \quad (\text{A.37})$$

O grau de ativação da i -ésima regra é $w_i(\delta(x(t))) \geq 0$, sendo definido pelo operador de conjunção, por exemplo, o produto algébrico, $w_i(\delta(t)) = \prod_{i=p}^n M_{ip}(\delta(t))$, ou a operação de mínimo $w_i(\delta(t)) = \min_{p=1}^n M_{ip}(\delta(t))$, com o grau de pertinência de $\delta_p(t)$ dado por $\mu_{ip}(\delta_p(x(t)))$. Como $\mu_{ip}(\delta_p(x(t))) \geq 0$, então $\sum_{i=1}^{N_r} w_i(\delta_p(x(t))) \geq 0$ para todo $i = 1, 2, \dots, r$. Os modelos lineares no conseqüente da regra são válidos nas regiões definidas pelos termos:

$$h(\delta(x(t))) = \frac{w_i(\delta(x(t)))}{\sum_{i=1}^{N_r} w_i(\delta(x(t)))} .$$

tal que $h_i : \Re^n \rightarrow \Re, \delta(t) \rightarrow h_i(\delta(t))$.

Usualmente o vetor de entrada do sistema difuso, $\delta(t)$, é relacionado aos elementos do estado $x(t)$, i.e., $\delta(x(t))$, ou mesmo $\delta = x(t)$. Neste caso as regras (A.33), (A.35), (A.36), respectivamente, vêm a ser:

$$\begin{aligned} \text{Rs}_i : \text{SE } x_1(t) \text{ é } M_{i1}(x(t)) \text{ E } \dots \text{ E } x_n(t) \text{ é } M_{in}(x(t)) \\ \text{ENTÃO } y_i = f_i(x(t)) , \end{aligned} \quad (\text{A.38})$$

$$\begin{aligned} \text{Rs}_i : \text{SE } x_1(t) \text{ é } M_{i1}(x(t)) \text{ E } \dots \text{ E } x_n(t) \text{ é } M_{in}(x(t)) \\ \text{ENTÃO } y_i = b_0^i + b_1^i x_1^i + b_{q_i}^i x_{q_i}^i , \end{aligned} \quad (\text{A.39})$$

$$\begin{aligned} \text{Rs}_i : \text{SE } x(t) \text{ é } M_{i1}(x(t)) \text{ E } \dots \text{ E } x_n(t) \text{ é } M_{in}(x(t)) \\ \text{ENTÃO } \dot{x}_i = A_i x(t) + B_i u(t) . \end{aligned} \quad (\text{A.40})$$

Assim, tanto os valores das premissas, $\mu_{ip}(\delta_p(x(t))) \geq 0$, e os valores dos conseqüentes, são funções das variáveis de estado, $x(t)$. Desta forma, podem representar as não-linearidades no processo; e a interpolação dos valores calculados para cada regra assumem a forma quadrática (KORBA *et al.*, 2003).

Modelo Difuso Discreto Takagi-Sugeno

O modelo difuso discreto proposto por Takagi-Sugeno é descrito por um conjunto de regras SE-ENTÃO que representam relações (mapeamentos) lineares locais de

entrada e saída de sistemas não-lineares na forma:

$$\begin{aligned}
Rs_i : & \text{SE } x(k) \text{ é } M_{i1}(x(k)) \text{ E } \dots \text{E } x(k-n+1) \text{ é } M_{in}(x(k)) \text{ E} \\
& \text{E } u(k) \text{ é } N_{i1}(x(k)) \text{ E } \dots \text{E } u(k-m+1) \text{ é } N_{im}(x(k)) \\
\text{ENTÃO } & x_i(k+1) = a_{i0} + a_{i1}x(k) + \dots + a_{in}x(k-n+1) + \\
& b_{i1}u(k) + \dots + b_{im}u(k-m+1) .
\end{aligned} \tag{A.41}$$

A i -ésima regra (implicação) é representada por Rs_i , tal que $i = 1, 2, \dots, N_r$, sendo N_r o número máximo de regras (implicações) difusas; $x(k+1)$, a saída da i -ésima regra (implicação); a_{pi} e b_{qi} , são parâmetros do conseqüente da i -ésima regra, tal que $p = 0, 1, \dots, n$ e $q = 0, 1, \dots, m$; $x(k), \dots, x(k-n+1)$, são variáveis de estado; $u(k), \dots, u(k-m+1)$, são variáveis de entrada; e $M_{ip}(x(t))$ e $N_{iq}(x(t))$, funções de pertinência que particionam o universo de discurso de entrada. A saída do modelo difuso Takagi-Sugeno é inferida ao se considerar a média ponderada de $x_i(k+1)$, isto é:

$$x(k+1) = \frac{\sum_{i=1}^{N_r} w_i(x(k))x_i(k+1)}{\sum_{i=1}^{N_r} w_i(x(k))} , \tag{A.42}$$

sendo $\sum_{i=1}^{N_r} w_i(x(k)) > 0$, e $x_i(k+1)$ calculado para as entradas também no conseqüente da equação da i -ésima regra. O peso $w_i(x(k))$ fornece o grau de ativação resultante global da premissa da i -ésima regra para a entrada calculada cuja equação pode ser expressa como:

$$w_i(x(k)) = \text{aggreg}(M_{pi}, N_{qi}) ,$$

por exemplo,

$$w_i(x(t)) = \prod_{p=1}^n M_{ip}(x(k-p+1)) \times \prod_{q=1}^m N_{qi}(u(k-p+1)) .$$

Vale ressaltar que o conjunto de regras, Rs_i , pode representar relações funcionais não-lineares mesmo se utilizado um número pequeno de regras difusas (TANAKA; SUGENO, 1992), que é, em verdade, a característica de o sistema difuso ser um aproximador universal.

A nova equação para o modelo difuso discreto Takagi-Sugeno de ordem zero é uma

simplificação de (A.41) como mostrado a seguir:

$$\begin{aligned}
\text{Rs}_i : \text{SE } x(k) \text{ é } M_{i1}(x(k)) \text{ E } \dots \text{E } x(k-n+1) \text{ é } M_{in}(x(k)) \text{ E} \\
\text{E } u(k) \text{ é } N_{i1}(x(k)) \text{ E } \dots \text{E } u(k-m+1) \text{ é } M_{im}(x(k)) \\
\text{ENTÃO } x_i(k+1) = a_{0i} ,
\end{aligned} \tag{A.43}$$

cuja saída resultante é dada por:

$$x(k+1) = \frac{\sum_{i=1}^{N_r} w_i(x(k)) a_{0i}}{\sum_{i=1}^{N_r} w_i(x(k))} . \tag{A.44}$$

O modelo Takagi-Sugeno de primeira ordem (A.41) pode ser reescrito na forma matricial, visto que os subsistemas são lineares na parte conseqüente da i -ésima regra. A representação do modelo difuso Takagi-Sugeno na forma de espaço de estados é mostrada a seguir:

$$\begin{aligned}
\text{Rs}_i : \text{SE } x(k) \text{ é } M_{i1}(x(k)) \text{ E } \dots \text{E } x(k-n+1) \text{ é } M_{in}(x(k)) \text{ E} \\
\text{E } u(k) \text{ é } N_{i1}(x(k)) \text{ E } \dots \text{E } u_{k-m+1}(t) \text{ é } M_{im}(x(t)) \\
\text{ENTÃO } x_i(k+1) = A_i x(k) + B_i u(k) .
\end{aligned} \tag{A.45}$$

A saída resultante é dada por:

$$x(k+1) = \frac{\sum_{i=1}^{N_r} w_i(x(k)) x_i(k+1)}{\sum_{i=1}^{N_r} w_i(x(k))} , \tag{A.46}$$

ou seja,

$$x(k+1) = \frac{\sum_{i=1}^{N_r} w_i(x(k)) [A_i x(k) + B_i u(k)]}{\sum_{i=1}^{N_r} w_i(x(k))} . \tag{A.47}$$

As variáveis premissas, $\delta_p(t)$, podem ser entendidas dentro do contexto de projeto de controladores como um vetor de escalonamento de ganhos, caso seja função de um parâmetro em particular.

A.6.4 Sistema de Controle Difuso Takagi-Sugeno

Nesta seção são apresentados os controladores difusos Takagi-Sugeno tanto contínuo e discreto e, em seqüência, o sistema em malha fechada.

Sistema de controle difuso contínuo Takagi-Sugeno

O controlador difuso contínuo Takagi-Sugeno é dada por:

$$Rc_j : \text{SE } \delta_1(t) \text{ é } M_{j1} \text{ E } \dots \text{ E } \delta_p(t) \text{ é } M_{jn} \text{ ENTÃO } u_j = -K_j x(t) , \quad (\text{A.48})$$

sendo que Rc_j denota a j -ésima regra difusa que tem por objetivo estabilizar o sistema manipulado. No conseqüente da regra, a matriz de ganho, K_j , compõe a lei de controle linear autônoma $u_j = -K_j x(t)$. Desta forma, para cada regra do modelo difuso Takagi-Sugeno linear local do sistema a ser controlado, são projetados controladores locais. Como as regras, Rc_j , possuem leis de realimentação de estado linear nas premissas conseqüentes, a saída total do controlador difuso é dada por:

$$u(t) = \frac{\sum_{j=1}^{N_r} w_j(\delta(x(t))) K_j x(t)}{\sum_{j=1}^{N_r} w_j(\delta(x(t)))} . \quad (\text{A.49})$$

O sistema em malha fechada é dado por:

$$x(t) = \frac{\sum_{i=1}^{N_r} \sum_{j=1}^{N_r} w_i(\delta(x(t))) w_j(\delta(x(t))) [A_i - B_i K_j] x(t)}{\sum_{i=1}^{N_r} \sum_{j=1}^{N_r} w_i(\delta(x(t))) w_j(\delta(x(t)))} , \quad (\text{A.50})$$

ou

$$x(t) = \frac{\sum_{i=1}^{N_r} \sum_{j=1}^{N_r} w_i(\delta(x(t))) w_j(\delta(x(t))) G_{ij} x(t)}{\sum_{i=1}^{N_r} \sum_{j=1}^{N_r} w_i(\delta(x(t))) w_j(\delta(x(t)))} .$$

Os termos $G_{ij} = A_i - B_i K_j$ são responsáveis pelas características dinâmicas do projeto do controlador e pela análise de estabilidade.

O sistema de controle difuso em malha fechada apresenta um comportamento di-

nâmico não-linear, visto que tanto $w_i(\delta(x(t)))$ quanto $w_j(\delta(x(t)))$ são funções não-lineares.

Sistema de Controle Difuso Discreto Takagi-Sugeno

O controlador difuso discreto Takagi-Sugeno é dado por:

$$Rc_j : \text{SE } \delta_1(k) \text{ é } M_{j1} \text{ E } \dots \text{ E } \delta_n(k) \text{ é } M_{jn} \text{ ENTÃO } u_j = -K_j x(k), \quad (\text{A.51})$$

sendo que Rc_j denota a j -ésima regra difusa que têm por objetivo estabilizar o sistema manipulado. No conseqüente da regra, a matriz de ganho, K_j , compõe a lei de controle linear autônoma $u_j = -K_j x(k)$. Desta forma, para cada regra do modelo difuso Takagi-Sugeno linear local do sistema a ser controlado, são projetados controladores locais. Como as regras, Rc_j , possuem leis de realimentação de estado linear nas premissas conseqüentes, a saída total do controlador difuso é dada por:

$$u(t) = \frac{\sum_{j=1}^{N_r} w_j(\delta(x(k))) K_j x(k)}{\sum_{j=1}^{N_r} w_j(\delta(x(k)))}. \quad (\text{A.52})$$

O sistema em malha fechada para o sistema é dado por:

$$x(t) = \frac{\sum_{i=1}^{N_r} \sum_{j=1}^{N_r} w_i(\delta(x(k))) w_j(\delta(x(k))) [A_i - B_i K_j] x(k)}{\sum_{i=1}^{N_r} \sum_{j=1}^{N_r} w_i(\delta(x(k))) w_j(\delta(x(k)))}, \quad (\text{A.53})$$

ou

$$x(t) = \frac{\sum_{i=1}^{N_r} \sum_{j=1}^{N_r} w_i(\delta(x(k))) w_j(\delta(x(k))) G_{ij} x(k)}{\sum_{i=1}^{N_r} \sum_{j=1}^{N_r} w_i(\delta(x(k))) w_j(\delta(x(k)))}.$$

Os termos $G_{ij} = A_i - B_i K_j$ são responsáveis pelas características dinâmicas do projeto do controlador e pela análise de estabilidade.

O sistema de controle difuso em malha fechada apresenta um comportamento dinâmico não-linear, visto que tanto $w_i(\delta(x(k)))$ quanto $w_j(\delta(x(k)))$ são funções não-

lineares.

*“Ninguém pode construir em teu lugar
as pontes que precisarás passar, para atravessar o rio da vida
– ninguém, exceto tu, só tu.*

*Existem, por certo, atalhos sem números, e pontes,
e semideuses que se oferecerão para levar-te além do rio;
mas isso te custaria a tua própria pessoa;
tu te hipotecarias e te perderias.*

*Existe no mundo um único caminho
por onde só tu podes passar.*

*Onde leva?
Não perguntes, segue-o”.*

NIETZSCHE, *(filósofo e escritor alemão)*

